

ОПТИМИЗАЦИЯ МОДЕЛИ ПОЗИЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ДАТЧИКА ЛИНЕЙНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

© 2012 В. С. Тиньгаев¹, С. А. Матюнин², В. А. Медников²

¹ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс»

²Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

В статье рассматривается аппроксимация позиционной характеристики первичных преобразователей с помощью модифицированной функции Гаусса. Приведены сравнительные результаты оптимизации коэффициентов четырёх разновидностей аппроксимирующей функции для трёх критериев оптимизации.

Математическая модель, аппроксимация, преобразователи линейных перемещений, погрешность, аппроксимирующая функция, коэффициенты аппроксимирующей функции, позиционная характеристика датчика линейных перемещений.

Преобразователи линейных перемещений (ПЛП) являются одним из важных измерительных элементов высокоточных систем управления и контроля, особенно в авиационной и ракетно-космической технике. Разработкой и выпуском точных и компактных преобразователей перемещения занимаются достаточно многие фирмы, но только очень немногие из них могут выпускать преобразователи для жестких условий эксплуатации (Heidenhain, Германия; Sony и Mitutoyo, Япония; Harley Precision Instrument, США и некоторые др.). В связи с работами по модернизации и созданию новых типов ракетных и авиационных комплексов возникает необходимость в расширении исследований по созданию первичных преобразователей с высокими стабильными метрологическими показателями, в том числе устойчивыми к особо жестким внешним дестабилизирующим факторам: виброударным воздействиям, глубоким перепадам температур (вплоть до криогенных температур).

Для отработки конструкции преобразователей перемещений и их оптимизации необходима математическая модель, которая могла бы аппроксимировать экспериментальные данные по возможности более точно с использованием небольшого количества коэффициентов, характеризующих

модель. Анализ характера экспериментально полученных позиционных характеристик U_j показал, что функции:

$$Y1(x) = a + b \cdot (x_0 - x) \cdot e^{-c \cdot (x_0 - x)^2}; \quad (1)$$

$$Y2(x) = a + b \cdot (x_0 - x) \cdot e^{-c \cdot |x_0 - x|}; \quad (2)$$

$$Y3(x) = a + b \cdot (x_0 - x) \cdot e^{-c \cdot |x_0 - x|^z}; \quad (3)$$

$$Y4(x) = a + b \cdot \sin g(x_0 - x) \times$$

$$\times |x_0 - x|^n \cdot e^{-c \cdot |x_0 - x|^z} \quad (4)$$

имеют вид, характерный для позиционных характеристик индуктивных преобразователей перемещения (ИПП).

В качестве критериев оптимизации при поиске неизвестных коэффициентов a , b , c , x_0 , n , z функций (1...4) были выбраны минимальные значения среднеквадратического отклонения W^{CKO} , среднемодульного отклонения W^{CMO} и наибольшего отклонения W^{MMO} во всем диапазоне перемещений X подвижного (элемента) ИПП:

$$W1(a, b, c, x_0, z, n) = \sqrt{\frac{1}{Nn-1} \times \sum_{j=0}^{Nn-1} (U_j - Y1(a, x_j, b, c, x_0, z, n))^2}; \quad (5)$$

$$W2(a, b, c, x_0, z, n) = \frac{1}{Nn-1} \times \sum_{j=0}^{Nn-1} (|U_j - YI(a, x_j, b, c, x_0, z, n)|); \quad (6)$$

$$W3(a, b, c, x_0, z, n) = \text{Max}(U_j - Y(x_j)), \quad (7)$$

где Nn – количество экспериментальных точек.

Коэффициенты a, b, c, x_0, z, n можно найти минимизируя функцию погрешности W , используя компьютерный математический пакет Mathcad компании MathSoft [2] с помощью функции:

$$\text{Minimize}(W, a, b, c, x_0, z, n). \quad (8)$$

В таблице 1 даны результаты расчетов оптимальных коэффициентов a, b, c, x_0, z, n , обеспечивающих минимальные погрешности аппроксимации функций $Y1(x), Y2(x), Y3(x), Y4(x)$ для каждого критерия $W^{CKO}, W^{CMO}, W^{MMO}$.

На рис. 1 графически представлена аппроксимирующая функция $YI(x)$ оптимизации по среднеквадратическому отклонению W^{CKO} и исходный набор данных $U_j(x_j)$.

Относительные погрешности среднеквадратического отклонения $\gamma1_{CKO}$, среднемодульного отклонения $\gamma1_{CMO}$ и наибольшего отклонения $\gamma1_{MMO}$ для всего диапазона аппроксимации для функции $YI(x)$ (формула 1), оптимизированных на минимум среднеквадратического отклонения, определяются как:

$$\gamma1_{CKO} = \frac{100}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \times \times W1_{CKO}^{CKO}(a, b, c, x_0) = 2,01; \quad (9)$$

$$\gamma1_{CMO} = \frac{100}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \times \times W1_{CMO}^{CKO}(a, b, c, x_0) = 1,32; \quad (10)$$

$$\gamma1_{MMO} = \frac{100}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \times \times W1_{MMO}^{CKO}(a, b, c, x_0) = 5,2. \quad (11)$$

Относительные погрешности среднеквадратического отклонения $\gamma1_{CKO}$, среднемодульного отклонения $\gamma1_{CMO}$ и наибольшего отклонения $\gamma1_{MMO}$ для всего диапазона аппроксимации для функции $YI(x)$ (формула 1), оптимизированных на минимум среднемодульного отклонения определяются как:

$$g1_{CKO}^{CMO} = \frac{100}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \times ; \quad (12)$$

$$\times W1_{CKO}^{CMO}(a, b, c, x_0) = 2,1$$

$$g1_{CMO}^{CMO} = \frac{100}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \times ; \quad (13)$$

$$\times W1_{CMO}^{CMO}(a, b, c, x_0) = 1,24$$

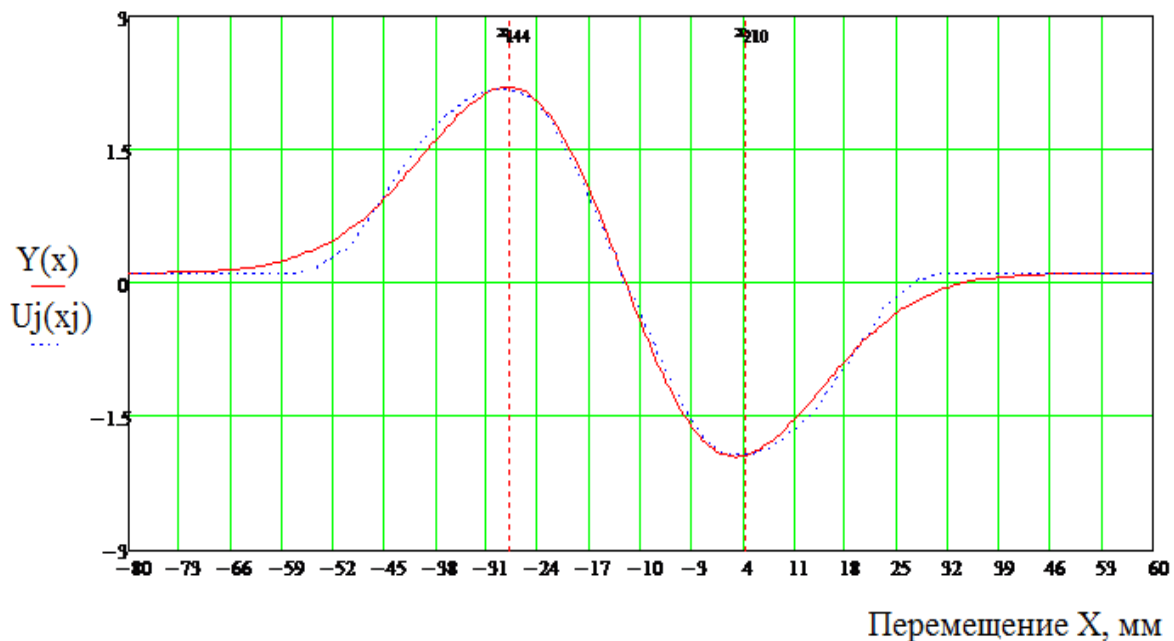


Рис. 1. Позиционные характеристики экспериментальной U_j и аппроксимирующей функции $YI(x)$

$$g1_{\text{MMO}}^{\text{CMO}} = \frac{100}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \times \times W1_{\text{MMO}}^{\text{CMO}}(a, b, c, x_0) = 6,14 \quad (14)$$

Относительные погрешности средне-квадратического отклонения $\gamma1_{\text{CKO}}$, среднемо-дульное отклонения $\gamma1_{\text{CMO}}$ и наибольшего от-клонения $\gamma1_{\text{MMO}}$ для всего диапазона аппрок-симации для функции $Y1(x)$ (формула 1), оп-тимизированных на минимум максимального отклонения, определяются как:

$$g1_{\text{CKO}}^{\text{MMO}} = \frac{100}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \times \times W1_{\text{CKO}}^{\text{MMO}}(a, b, c, x_0) = 2,16 \quad (15)$$

$$g1_{\text{CMO}}^{\text{MMO}} = \frac{100}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \times \times W1_{\text{CMO}}^{\text{MMO}}(a, b, c, x_0) = 1,38 \quad (16)$$

$$g1_{\text{MMO}}^{\text{MMO}} = \frac{100}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \times \times W1_{\text{MMO}}^{\text{MMO}}(a, b, c, x_0) = 5,01 \quad (17)$$

Аналогично была проведена оптимиза-ция функций $Y2(x)$, $Y3(x)$, $Y4(x)$, результаты которой помещены в таблицу 1.

Распределение погрешности ϵ_j аппрок-симации функцией $Y1(x)$ в каждой j -й экспе-риментальной точке вычислялось по форму-ле:

$$e_j = \frac{U_j - Y1(x_j, a, b, c, x_0)}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \cdot 100\% \quad (18)$$

и представлено графически на рис. 2: $\epsilon1_j$ – при минимизации среднеквадратичного отклоне-ния; $\epsilon2_j$ – при минимизации среднемо-дульного отклонения; $\epsilon3_j$ – при минимизации макси-мального отклонения.

Распределение погрешности ϵ_j аппрок-симации функцией $Y2(x)$ в каждой j -й экспе-риментальной точке вычислялось по форму-ле:

$$e_j = \frac{U_j - Y2(x_j, a, b, c, x_0)}{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}} \cdot 100\% \quad (19)$$

и представлено графически на рис. 3: $\epsilon1_j$ – при минимизации среднеквадратичного отклоне-

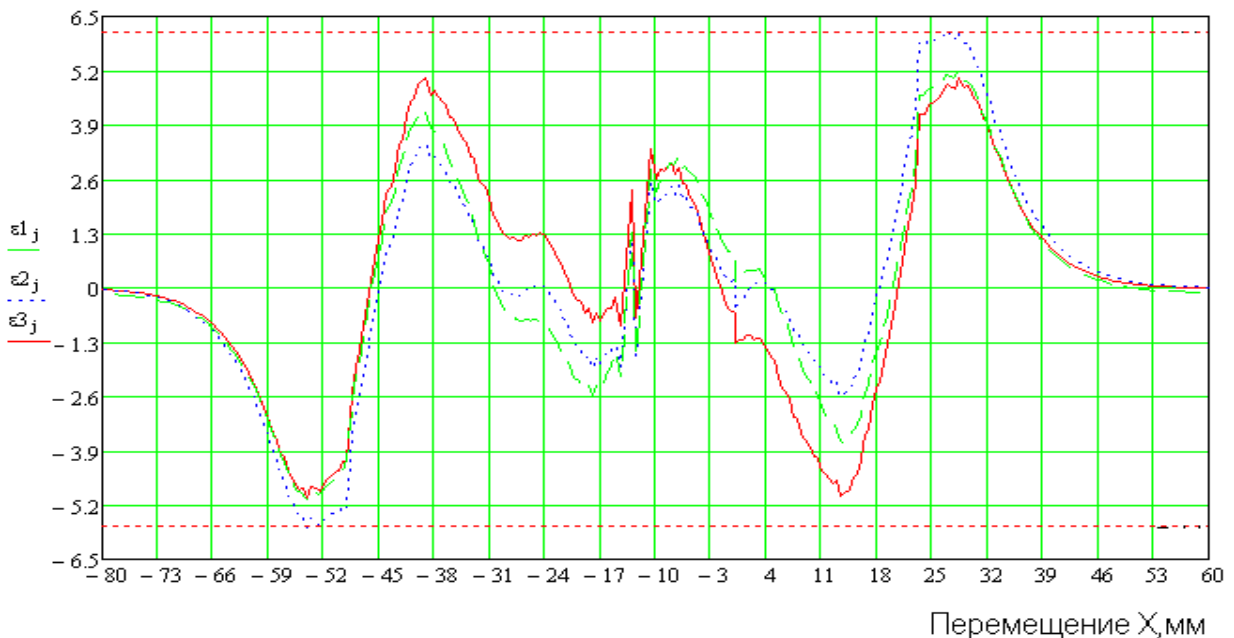


Рис. 2. Относительная погрешность аппроксимирующей функции $Y1(x)$: $\epsilon1_j$ – при минимизации среднеквадратичного отклонения; $\epsilon2_j$ – при минимизации среднемо-дульного отклонения; $\epsilon3_j$ – при минимизации максимального отклонения

ния; ϵ_{2j} – при минимизации среднемодульного отклонения; ϵ_{3j} – при минимизации максимального отклонения.

На рис. 2, 3 показаны относительные погрешности аппроксимирующих функций $Y1(x)$, $Y2(x)$, из которых видно, что по краям экспериментальной характеристики погрешность аппроксимации максимальная, а в центральной области погрешность аппроксимации минимальна.

Распределение погрешности ϵ_j аппроксимации функцией $Y3(x)$ в каждой j -й экспериментальной точке вычислялось по формуле:

$$e_j = \frac{U_j - Y3(x_j, a, b, c, x_0)}{U_{\max} - U_{\min}} \cdot 100\% \quad (20)$$

и представлено графически на рис.4: ϵ_{1j} – при минимизации среднеквадратичного отклонения; ϵ_{2j} – при минимизации среднемодульного отклонения; ϵ_{3j} – при минимизации максимального отклонения.

Распределение погрешности ϵ_j аппроксимации функцией $Y4(x)$ в каждой j -й экспериментальной точке вычислялось по формуле:

$$e_j = \frac{U_j - Y4(x_j, a, b, c, x_0)}{U_{\max} - U_{\min}} \cdot 100\% \quad (21)$$

и представлено графически на рис.5: ϵ_{1j} – при минимизации среднеквадратичного отклонения; ϵ_{2j} – при минимизации среднемодульного отклонения; ϵ_{3j} – при минимизации максимального отклонения.

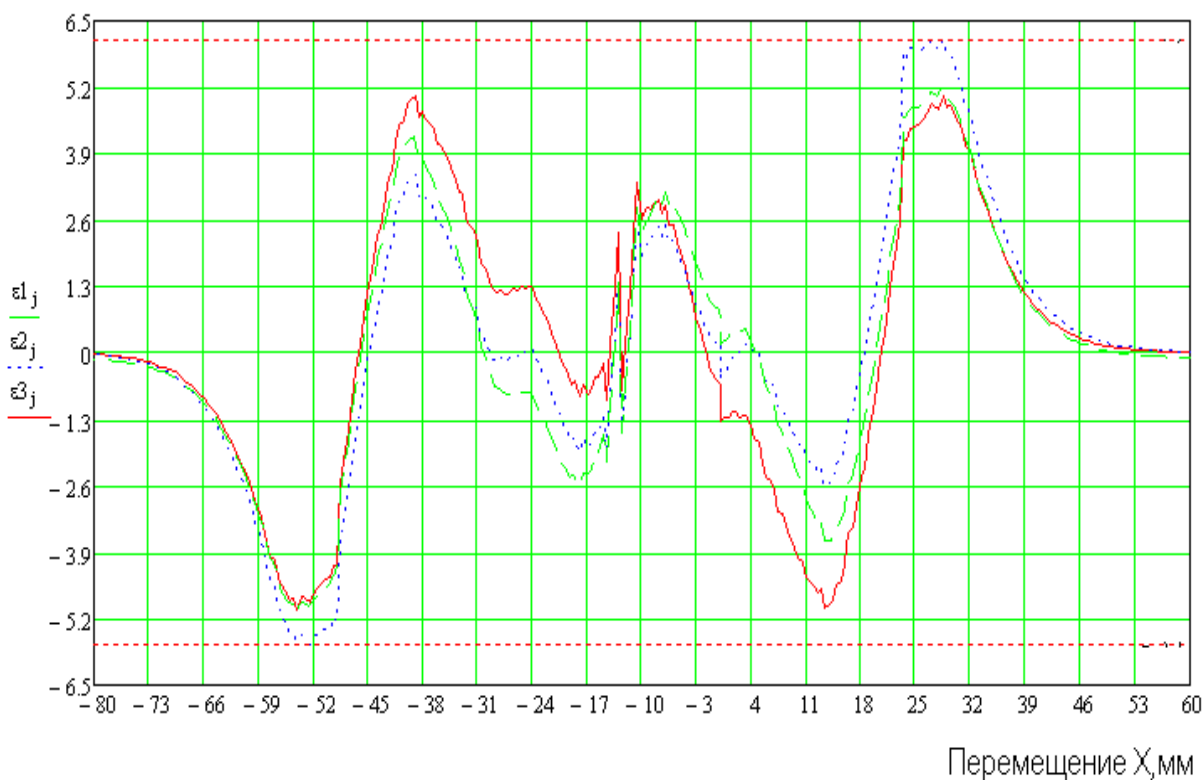


Рис. 3. Обобщенная погрешность аппроксимирующей функции $Y2(x)$

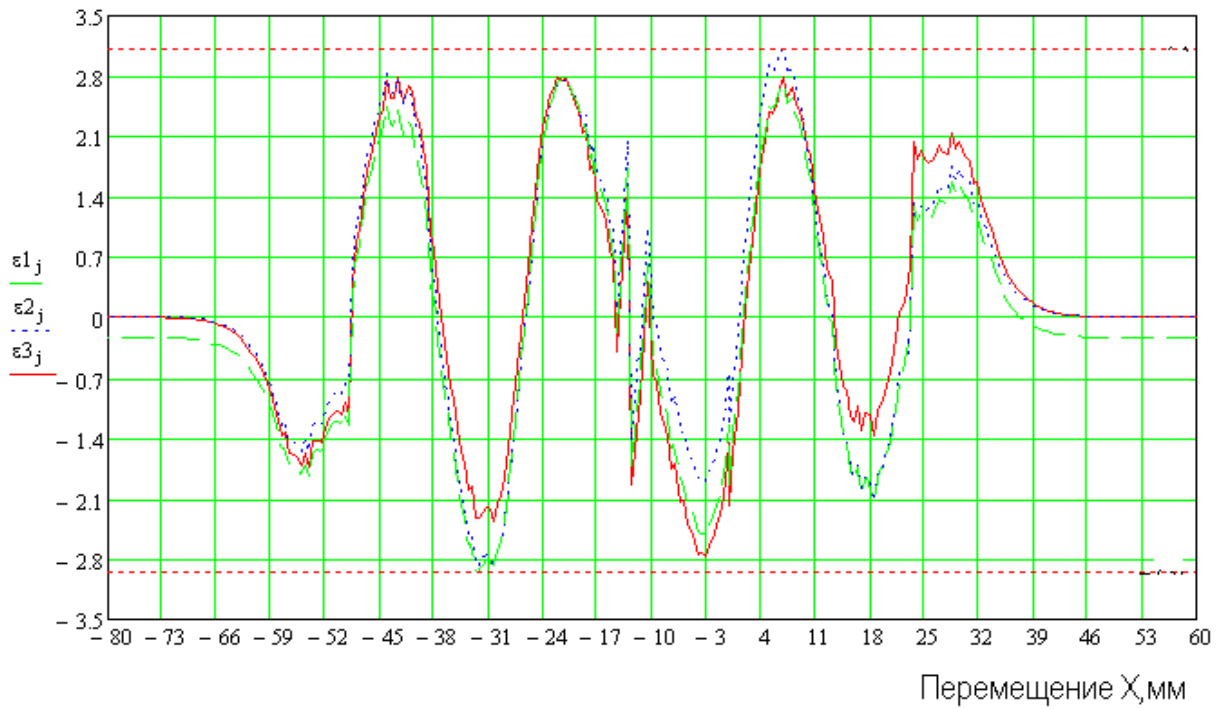


Рис. 4. Обобщенная погрешность аппроксимирующей функции $Y3(x)$

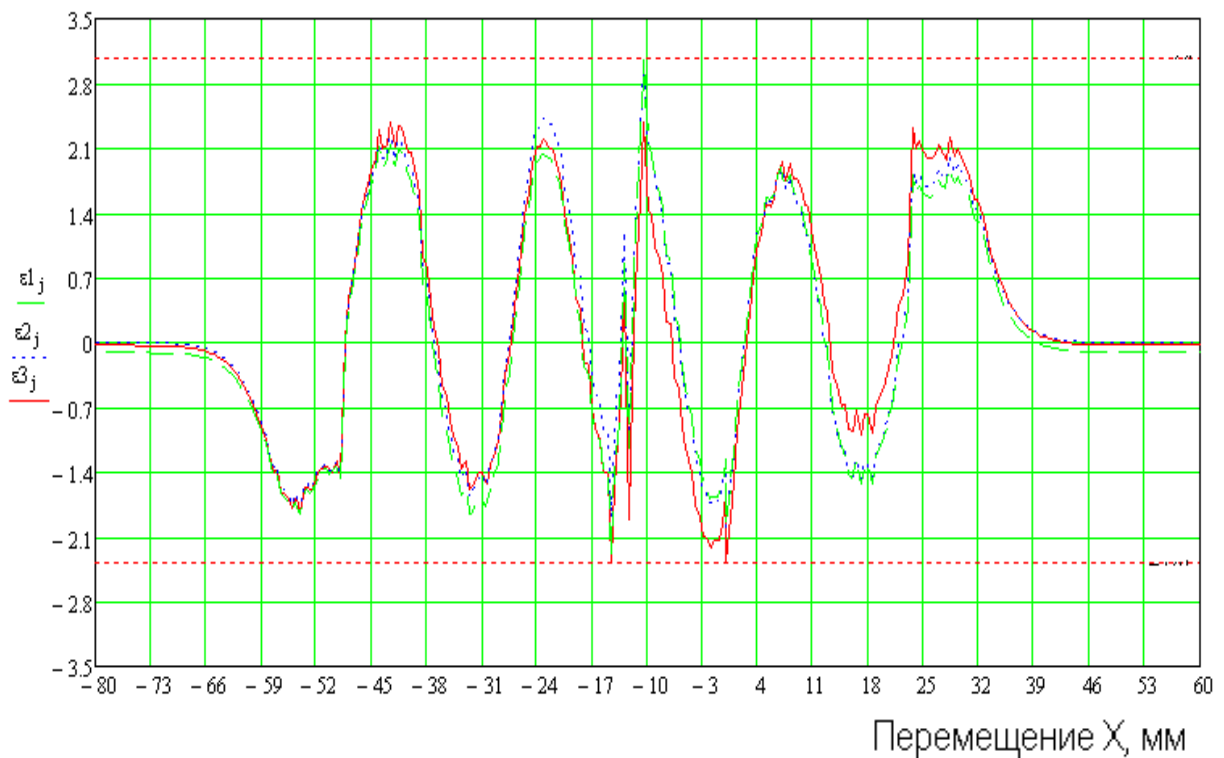


Рис. 5. Обобщенная погрешность аппроксимирующей функции $Y4(x)$

На рис. 4, 5 показаны относительные погрешности аппроксимирующих функций $Y3(x)$, $Y4(x)$, из которых видно, что по краям экспериментальной характеристики погреш-

ность аппроксимации и в центральной области погрешность аппроксимации минимальные.

Таблица 1. Оптимизация и оценка погрешности $W1$, $W2$, $W3$ аппроксимирующими функциями $Y1(x)$, $Y2(x)$, $Y3(x)$, $Y4(x)$

	Относительная погрешность для функций $Y1(x)$, $Y2(x)$, $Y3(x)$, $Y4(x)$											
	Среднеквадратическая, %.				Среднемодульная, %.				Максимальная, %.			
Средне квадратического отклонения (СКО)	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y3(x)$	$Y4(x)$	$Y3(x)$	$Y4(x)$
	2,01	2,01	1,32	1,32	5,2	5,2	1,19	0,96	0,87	0,66	2,94	3,07
Средне модульного отклонения (СМО)	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y3(x)$	$Y4(x)$	$Y3(x)$	$Y4(x)$
	2,09	2,09	1,24	1,24	6,14	6,14	1,19	0,97	0,75	0,62	3,12	3,08
Минимизация максимального отклонения, (ММО)	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y1(x)$	$Y2(x)$	$Y3(x)$	$Y4(x)$	$Y3(x)$	$Y4(x)$
	2,16	2,16	1,38	1,39	5,0	5,02	1,19	0,99	0,76	0,63	2,78	2,38
	Коэффициенты аппроксимирующих функций											
Оптимизация погрешности	a		b		c		x_0		z		n	
Средне квадратического отклонения (СКО)	0,12	0,12	0,21	0,22	$2,03 \times 10^{-3}$	$2,04 \times 10^{-3}$	-12,59	-12,59	---	---	-	---
	0,13	0,12	0,17	0,24	$1,04 \times 10^{-4}$	$5,36 \times 10^{-5}$	-12,61	-12,61	2,8	2,9	-	0,85
Среднемодульного отклонения (СМО)	0,12	0,12	0,21	0,21	$1,96 \times 10^{-3}$	$1,96 \times 10^{-3}$	-12,56	-12,56	---	---	-	---
	0,12	0,12	0,17	0,24	$1,08 \times 10^{-4}$	$5,66 \times 10^{-5}$	-12,62	-12,63	2,8	2,9	-	0,86
Минимизация максимального отклонения, (ММО)	0,12	0,12	0,21	0,21	$2,03 \times 10^{-3}$	$2,04 \times 10^{-3}$	-12,75	-12,74	---	---	-	---
	0,12	0,12	0,17	0,23	$1,15 \times 10^{-4}$	$5,91 \times 10^{-5}$	-12,5	-12,5	2,8	2,9	-	0,87

По данным таблицы 1 построены графики среднеквадратического отклонения, среднемодульного отклонения, и максимального отклонения для функций $Y1(x)$, $Y2(x)$, $Y3(x)$, $Y4(x)$, оптимизированных по минимуму

среднеквадратического отклонения (рис. 6,а), по минимуму среднемодульного отклонения (рис. 6,б), по минимуму максимального отклонения (рис. 6,в).

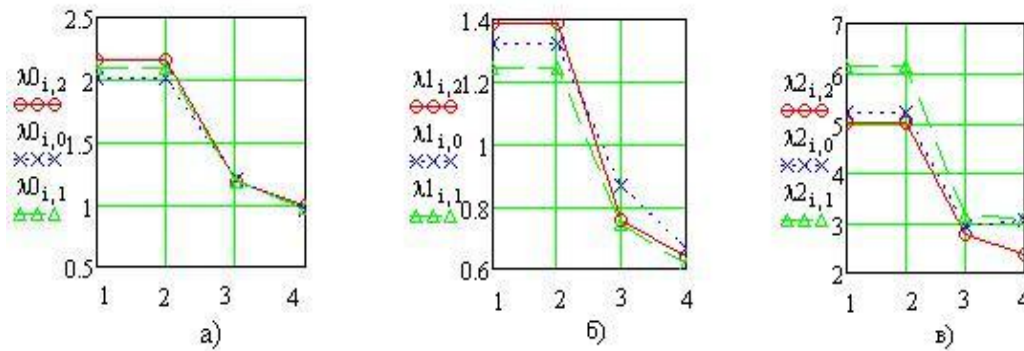


Рис. 6. Оптимизация по минимуму:

а) среднеквадратического отклонения б) среднемодульного отклонения в) максимального отклонения

Оптимизация по максимальному и среднемодульному отклонению требует меньше затрат машинного времени, а результат оптимизации практически не зависит от способа оптимизации по формулам (3), (4). Формулы (1), (2) дают практически одинаковые результаты.

Формула (3) позволяет существенно уменьшить погрешность (в 2 раза), а формула (4) позволяет уменьшить погрешность на 19,5% по сравнению с формулой (3).

Вывод по рис.6, а: для достижения минимальной погрешности рекомендуется использовать формулу (4). При ограниченном быстродействии рекомендуется использовать формулу (3). Для моделей, не требующих высокой точности, можно ограничиться формулами (1), (2).

Оптимизация по максимальному и среднеквадратическому отклонению требует меньше затрат машинного времени, а результат оптимизации практически не зависит от способа оптимизации по формулам (3), (4). Формулы (1), (2) дают практически одинаковые результаты.

Формула (3) позволяет существенно уменьшить погрешность (в 2 раза), а формула (4) позволяет уменьшить погрешность на 17% по сравнению с формулой (3).

Вывод по рис.6, б: для достижения минимальной погрешности рекомендуется использовать формулу (4). При ограниченном быстродействии рекомендуется использовать формулу (3). Для моделей, не требующих высокой точности, можно ограничиться форму-

лами (1), (2).

Оптимизация по среднеквадратическому и среднемодульному отклонению требуют меньше затрат машинного времени, а результат оптимизации практически не зависит от способа оптимизации по формулам (3), (4). Формулы (1), (2) дают практически одинаковые результаты.

Формула (3) позволяет существенно уменьшить погрешность (в 2 раза), а формула (4) позволяет уменьшить погрешность на 14,5% по сравнению с формулой (3).

Вывод по рис. 6, в: для достижения минимальной погрешности рекомендуется использовать формулу (4). При ограниченном быстродействии рекомендуется использовать формулу (3). Для моделей, не требующих высокой точности можно ограничиться формулами (1), (2).

Библиографический список

1. Тиньгаев, В.С. Аппроксимация характеристик индуктивных датчиков линейных перемещений с помощью модифицированной функции Гаусса с разностным аргументом первого порядка [Текст] / В.С. Тиньгаев, С.А. Матюнин, В.А. Медников // Вестник Самарского государственного Аэрокосмического университета, - 2011. – Вып. №7 (31). – С. 77 – 81.
2. Кирьянов, Д.В. Самоучитель Mathcad 11. - СПб.: БХВ-Петербург, 2003. - 560 с.
3. Карпов, В. И. Проектирование датчиков для измерения механических величин. – М.: Машиностроение, 1979. – 207 с.

4. Аш, Ж. Датчики измерительных систем. Кн. 1. – М.: Мир, 1992. – 480 с.
5. Дж. Фрайден. Современные датчики. Справочник. – М.: Техносфера, 2005. – 592 с.
6. Baumer (Швейцария) Индуктивные датчики с пропорциональным (аналоговым) выходом [http:// www.promsystex.ru/catalog](http://www.promsystex.ru/catalog)
7. Baumer (Швейцария) Магнитные датчики, датчики линейных перемещений [http:// www.promsystex.ru/catalog](http://www.promsystex.ru/catalog)

OPTIMIZATION OF MODEL POSITIONAL CHARACTERISTICS OF THE ELECTROMAGNETIC SENSOR OF THE LINEAR PEREMESHCHNY

© 2012 V. S. Tingaev¹, S. A. Matyunin², V. A. Mednikov²

¹FSUE SRPSRC “TsSKB-Progress”

²Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov
(National Research University)

The paper deals with approximation of positional characteristic of sensor using modified Gaussian function. In order to decrease the error, approximation function coefficients are calculated separately at every interval of interest.

Computational model, approximation, linear displacement sensors, error, approximation function, approximation function coefficients, positional characteristic of linear displacement sensor.

Информация об авторах

Тингаев Владимир Сергеевич, начальник сектора, ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс». E-mail: tingaev@inbox.ru. Область научных интересов: информационно измерительные системы и приборы, электромагнитные элементы и устройства вычислительной техники систем управления.

Матюнин Сергей Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электронных систем и устройств, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: mitrea.sgau@rambler.ru. Область научных интересов: информационно измерительные системы и приборы, элементы и устройства вычислительной техники систем управления.

Медников Валерий Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры электронных систем и устройств, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: wamednikov@gmail.com. Область научных интересов: информационно измерительные системы и приборы, элементы и устройства вычислительной техники систем управления.

Tingaev Vladimir Sergeevich, leader of sector, FSUE SRPSRC “TsSKB-Progress”. E-mail: tingaev@inbox.ru. Area of scientific: information and measurement systems and devices, electromagnetic elements of control systems computers.

Matyunin Sergey Alexandrovitch, doctor of technical sciences, professor, head of a chair of electronic systems and devices. Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: mitrea.sgau@rambler.ru. Area of scientific: information and measurement systems and devices, electromagnetic elements of control systems computers.

Mednikov Valeriy Alexandrovitch, candidate of technical sciences, associate professor at a chair of electronic systems and devices. Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: wamednikov@gmail.com. Area of scientific: information and measurement systems and devices, electromagnetic elements of control systems computers.