

ББК 65.6  
УДК 330.44

## МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОЙ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ КОРПОРАЦИЙ

© 2012 М. И. Гераськин

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Разработан подход к моделированию дискретного выбора вектора управления на основе агрегированного критерия (метакритерия), выражающего минимум суммарных относительных потерь агентов иерархических организационно-экономических систем вертикально-интегрированного типа. Разработаны модели учета приоритетов критериев на основе сравнительного анализа рентабельностей агентов системы.

*Иерархическая вертикально-интегрированная система, многокритериальная оптимизация, множество Парето, метакритерий, принцип максимина, рентабельность.*

### Введение

Современный корпоративный сектор экономики России в значительной мере состоит из интегрированных структур. Имеют место такие формы интеграции предприятий [11, 12], как:

- имущественная (жесткая) интеграция, основанная на участии в капитале, приводящая к созданию таких форм, как холдинги с дочерними и зависимыми обществами, распределённые холдинги, имеющие в виде центра корпорацию, и структуры взаимного участия в капитале;

- неимущественная (мягкая) интеграция в виде контроля над ресурсами или продуктами либо в виде добровольной централизации участниками некоторых функций управления через некоторый метацентр.

В случае имущественной интеграции, как правило, формируется иерархическая система корпораций, например, при вертикальной интеграции в системе «производственный сектор – сектор оптовых продаж – сектор розничных продаж». Модель равновесия в системе такого рода является, по существу, многокритериальной, поскольку равновесие устанавливается на основе максимизации эффектов агентов, интегрированных в систему. При этом на практике широко распространены

такие системы, в которых некоторые агенты получают отрицательные эффекты: зачастую в корпоративных структурах прибыль аккумулируется одним агентом (как правило, центром), а затраты несут другие агенты, финансово-хозяйственная деятельность которых убыточна. Такое структурирование организационных систем приводит к возникновению затратных механизмов трансфертного (внутрикорпоративного) ценообразования [2, 4, 5, 6, 14, 15, 42], реализация которых снижает прибыль системы в целом.

В результате возникают фактически неработоспособные корпоративные системы, поскольку выполнение условия неотрицательности прибыли для каждого агента системы (условия невытеснения с рынка) является стимулом, обеспечивающим интеграцию агента в систему. Причина этого явления является институциональной и состоит в том, что контракты между экономическими агентами заключаются на условиях максимальной прибыли каждого агента и ограниченности суммарной прибыли системы в предположении автоматического выполнения условия невытеснения. Однако последнее соблюдается не только не всегда, но, как правило, не выполняется – это основа равновесия на конкурентном рынке. В то

же время в контексте не рынка в целом, а конкретной организационной системы, например вертикально-интегрированной корпорации, в которой не только отсутствует конкуренция между вовлечёнными в неё фирмами, а, наоборот, имеет место зависимость достижения общей цели (удовлетворение конечного спроса и получение максимальной совокупной прибыли) от эффективной работы всех агентов, условие невытеснения приобретает решающее значение.

Поэтому многокритериальная модель равновесия, сформированная на основе принятых в экономике принципов заключения контрактов, фактически является недоопределённой: не учтено, во-первых, неравноправие агентов, обуславливающее введение некоторых дополнительных критериев, и, во-вторых, вытекающая из этого необходимость учета условия невытеснения. Следовательно, для решения практических многокритериальных задач управления иерархическими системами необходимо совершенствование базовых подходов многокритериальной оптимизации с учетом специфических свойств иерархических организационных систем.

#### **Анализ современного состояния многокритериальной оптимизации**

Модели многокритериальной оптимизации [18] формально не имеют единственного решения, если базироваться только на заключенной в модели информации. Более того, такие модели не имеют даже однозначно определённого множества решений. Такого рода неоднозначность обусловила наличие двух подходов многокритериальной оптимизации: первый состоит в формировании определенного тем или иным образом (эффективность по Парето, эффективность по Слейтеру) множества решений; второй заключается в нахождении единственного решения (как правило, из указанного выше множества) из условия оптимальности некоторого введённого в процессе решения лицом, принимающим решения (ЛПР), критерия (метакритерия). Второй подход,

как правило, выражается в агрегировании исходных критериев модели, поскольку метакритерий образуется путём каких-либо преобразований этих критериев.

Далее рассматриваются принципы формирования множеств Парето и Слейтера. К множеству Парето ( $\Pi$ ) относятся [31, 32] такие варианты (не улучшаемые по Парето) решений многокритериальной задачи  $u^*$ , которые не доминируются другими вариантами с точки зрения всей совокупности критериев, то есть

$$\Pi = \left\{ u^* \in U \mid \nexists u \in U : \begin{matrix} R_k[u] \geq R_k[u^*], k \in K, u \neq u^* \end{matrix} \right\}, \quad (1)$$

где  $u$  – вектор управления организационно-экономической системой;  $U$  – допустимая область управлений;  $R_k[u]$ ,  $k = 1, \dots, K$  – вектор критериев оптимальности. Множество Слейтера ( $C$ ) включает в себя значения вектора управлений, которые не доминируются другими вариантами решения задачи, а также равноценные по совокупности критериев векторы:

$$C = \left\{ u^* \in U \mid \nexists u \in U : \begin{matrix} R_k[u] > R_k[u^*], k \in K, u \neq u^* \end{matrix} \right\}. \quad (2)$$

Множество Парето есть сужение множества Слейтера и, кроме того, более строго выражает принцип предпочтительности входящего в него вектора управления по сравнению с другими. Поэтому, как правило, (1) является при данном подходе основным принципом решения многокритериальной задачи.

Формирование множества Парето осуществлялось приближёнными методами, исторически первым из которых был предложен анализ “стоимость - эффективность” [45]. На основе объективных моделей стоимости и эффективности рассматриваемой организационно-экономической системы определяют вектор управления, либо минимизирующий стоимость при фиксированной эффективности, либо максимизирующий эффективность при фиксированной стоимости. Современные варианты этого подхода вы-

ступают в форме методов [25, 34, 40, 41] последовательных уступок, последовательного игнорирования, ведущего критерия. Общий принцип заключается в том, что один из частных критериев фигурирует в виде ограничения, то есть, как таковой многокритериальный выбор не производится. Численная реализация этого подхода приводит к итерационной процедуре [43, 49], дискретизирующей даже модели с непрерывными критериальными функциями.

Однако анализ множества Парето есть лишь первый этап на пути поиска решения [1, 32], поскольку практически проблема управления организационно-экономическими системами заключается в выборе единственного варианта функционирования, причём на основе объективной информации.

Далее анализируются принципы агрегирования исходных критериев модели в виде метакритерия, приводящего к выбору единственного решения. Теоретическое обоснование агрегирования критериев сформировалось в многокритериальной теории полезности [17, 26, 35, 36, 38, 44, 48], в рамках которой совокупная полезность определяется как взвешенная сумма (агрегированный критерий) полезностей отдельных агентов (частных полезностей):

$$R = \sum_{k=1}^K u_k R_k(u) \text{ при } \sum_{k=1}^K u_k = 1,$$

где  $u_k$  – весовые коэффициенты критериев ( $0 < u_k < 1$ ). Обосновано существование функции полезности при условии соответствия системы приоритетов экономических субъектов аксиомам рефлексивности, связности, транзитивности и некоторым другим.

Разработаны также другие, преимущественно эмпирические, варианты формирования агрегированных критериев [3, 13, 16, 23, 33]: метод главного критерия, в котором в качестве метакритерия фигурирует критерий одного агента; стимулирующие комплексные критерии, в которых более значимый частный критерий оказывает большее влияние на комплексный

критерий; штрафующие комплексные критерии, в которых более значимый частный критерий более существенно лимитирует комплексный критерий; степенные (мультипликативные) комплексные критерии, в которых предполагается зависимость результатов выбора по одному частному критерию от результатов выбора по другому критерию и др. Сравнительный анализ взвешенных аддитивных и мультипликативных агрегированных критериев проведён в [47, 50]. Существуют человеко-машинные варианты этого подхода в виде процедуры Дайера-Джиофириона [10], при которой ЛПР определяет градиент метакритерия, и метода Зайонца-Валлениуса [41], основанного на сужении множества значений вектора весовых коэффициентов также с учетом предпочтений ЛПР. Обзор современного состояния человеко-машинных процедур представлен в [19].

Особый класс методов агрегирования, развивающих штрафующе-стимулирующие подходы, основан на применении метакритерия в виде расстояния (в некоторой метрике) между Парето-оптимальными значениями критериев и предопределённым ЛПР значением вектора критериев: метод «идеальной точки» [37, 46], предполагающий минимизацию суммы квадратов отклонений компонентов вектора критериев от заданного ЛПР «идеального» значения вектора; выбор «по образцу» [24], при котором минимизируются нормированные отклонения от заданных значений критериев.

Также развитием штрафующе-стимулирующих подходов является метакритерий в виде максимина (минимакса), на основе которого выбирается управление [21, 22]

$$u = \arg \max_{u \in \bar{U}} \min_{k \in K} R_k[u]. \quad (3)$$

Критерий (3) предложен в [8] и наиболее глубоко исследован: для управлений, сформированных на основе (3) обоснована [32] оптимальность по Слейтеру в случае положительных и непрерывных критериальных функций, а если получаемое решение единственно – Парето-

то-оптимальность. Также доказано [39], что если частные критерии нормализованы

$$\bar{R}_k[u] = \frac{R_k[u]}{R_k^*}, k \in K,$$

$$R_k^* = \max_{u \in U} R_k[u], \quad (4)$$

то выбранное по условию (3) управление для положительных и непрерывных критериальных функций обеспечивает:

$$\bar{R}_i[u] = \bar{R}_j[u], i, j \in K, \quad (5)$$

что позволило определить условие (3) как принцип равной эффективности.

Таким образом, принципы агрегирования сводят многокритериальный выбор к оценке результатов функционирования организационно-экономических систем по некоторому комплексному критерию (метакритерию). Однако лишь в исключительных случаях для реально существующих мультиагентных систем возможно существование такого критерия. Вторым недостатком такого подхода является, как правило, отсутствие объективной информации о значимости частных критериев в организационно-экономических системах [51].

Поэтому актуальным является анализ конкретных типов систем и синтез метакритерия, адекватно учитывающего их особенности.

### Дискретная модель оптимизации управления иерархическими системами

Непосредственное применение метакритерия (3) сопряжено с рядом вычислительных трудностей [7]. В случае непрерывных функций  $R_k[u]$  функционал (3) не является непрерывно-дифференцируемым; в дискретном случае управление, удовлетворяющее (3), может быть найдено только численно, причём с увеличением количества критериев  $K$  и количества элементов множества  $U$  сложность решения [9], пропорциональная  $U^3 + U \cdot K$ , резко возрастает.

Далее формируется дискретная модель метакритерия (3), для чего на первом этапе определяется опорное множество управлений в соответствии с условиями

(4), (5):

$$U^* = \bar{U}^* \cup \overline{\bar{U}}^*,$$

$$\bar{U}^* = \left\{ u^* \in U \left| \begin{array}{l} u_k^* = \arg \max_{u \in U} R_k[u], \\ k \in K \end{array} \right. \right\},$$

$$\overline{\bar{U}}^* = \left\{ u^* \in U \left| \begin{array}{l} \bar{R}_i[u_k^*] = \bar{R}_j[u_k^*], \\ i \neq j, i, j, k \in K \end{array} \right. \right\}.$$

Подмножество  $\bar{U}^*$  включает в себя крайние точки выпуклого множества Парето в случае  $\Pi \neq \emptyset$  согласно (4), в противном случае  $\bar{U}^* = \emptyset$ . Подмножество  $\overline{\bar{U}}^*$  включает в себя согласованные управления (5), поэтому  $\overline{\bar{U}}^* \neq \emptyset$  даже в случае  $\Pi \neq \emptyset$ .

На втором этапе проводится сравнительный анализ управлений  $u_k^* \in U^*, k \in K$ . Векторную характеристику перехода от управления  $u_n^*$  к управлению  $u_m^*$  можно обозначить как  $S^{nm}$  и выразить через нормализованные значения критериев:

$$S^{nm} = \sum_{k=1}^K \frac{R_k[u_m^*] - R_k[u_n^*]}{R_k^*} = \quad (6)$$

$$= \sum_{k=1}^K (\bar{R}_k[u_m^*] - \bar{R}_k[u_n^*]), n, m \in K.$$

При  $S^{nm} > 0$  управление  $u_m^*$  является более предпочтительным по векторному критерию, чем управление  $u_n^*$ , так как суммарный прирост эффективности превышает суммарные потери эффективности без учета относительной значимости критериев.

В случае неравнозначности критериев, определяемой вектором коэффициентов значимости  $u_k, k = 1, \dots, K$ , соответствующее выражение примет вид:

$$S^{nm} = \sum_{k=1}^K u_k (\bar{R}_k[u_m^*] - \bar{R}_k[u_n^*]), n, m \in K. \quad (7)$$

Некоторый вектор управления  $u_m^*$  комплексно оценивается суммой относительных изменений критериев системы при переходе к управлению  $u_m^*$  от других

$$\begin{aligned}
 & u_k^* \in U^*, k \in K : \\
 T^m &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^K S^{jm} = \\
 &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^K \sum_{k=1}^K (\bar{R}_k [u_m^*] - \bar{R}_k [u_j^*]) = \\
 &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^K \sum_{k=1}^K \bar{R}_k [u_m^*] - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^K \sum_{k=1}^K \bar{R}_k [u_j^*] = \\
 &= (K-1) \sum_{k=1}^K \bar{R}_k [u_m^*] - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^K \sum_{k=1}^K \bar{R}_k [u_j^*],
 \end{aligned} \tag{8}$$

$m \in K$ .

При неравнозначности критериев выражение примет вид:

$$T^m = (K-1) \sum_{k=1}^K u_k \bar{R}_k [u_m^*] - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^K \sum_{k=1}^K u_k \bar{R}_k [u_j^*]. \tag{9}$$

Параметр  $T^m$  является количественной характеристикой относительной предпочтительности управления  $u_m^*$  по сравнению с другими управлениями  $u_k^*$ ,  $k \neq m, k \in K$ . Поэтому параметр  $T^m$  может использоваться в качестве метакритерия выбора согласованного управления.

На третьем этапе выбирается управление, минимизирующее максимальные потери агентов системы:

$$u = \arg \max_{m \in K} T^m [u]. \tag{10}$$

Предлагаемая многокритериальная модель выбора управления сводит непрерывную задачу (1), (6) к дискретной задаче размерности  $2K-1$ . Причём, если среди опорных управлений  $U^*$  существует управление, удовлетворяющее принципу максимина, то метакритерий  $T$  достигает максимума при этом управлении; если ни одно из опорных управлений не соответствует принципу максимина, в том числе при  $\Pi \neq \emptyset$ , то критерий  $T$  минимизирует отклонение:

$$u = \arg \min_{u \in U} \left( \max_{m \in K} T^m - \max_{u \in U} \min_{k \in K} \bar{R}_k [u] \right).$$

### Модели выбора коэффициентов значимости

Выбор коэффициентов значимости оказывает существенное влияние на результат решения задачи (10). Информация о значимости критериев формируется либо путём ретроспективного анализа функционирования организационно-экономической системы, либо на основе выбора новых целей системы с позиций сбалансированного изменения критериев [31]. Если в качестве критериев системы фигурируют прибыли агентов, то формализовать первый и второй подходы можно на основе баланса рентабельностей подразделений системы. Определим рентабельность в виде:

$$r_i (u^j) = \frac{R_i (u^j)}{C_i}, \quad i = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, K,$$

где  $C_i$  – издержки  $i$ -го агента.

Ранее широко использовался принцип равных рентабельностей агентов [27-30, 42]. Было доказано [20], что такой подход обеспечивает согласованное распределение дохода между агентами организационно-экономической системы. Формально принцип равных рентабельностей для определения коэффициентов значимости выражается следующим соотношением:

$$\frac{r_i}{r_j} = \frac{u_i}{u_j} = 1, \quad i = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, K,$$

откуда следует

$$r_i u_j = r_j u_i, \quad i = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, K. \tag{11}$$

Обеспечивая целенаправленное воздействие вектора коэффициентов значимости на развитие организационно-экономической системы, можно усовершенствовать модель (11). Подход адаптирующих рентабельностей

$$r_i u_j = a_{ij} r_j u_i, \quad i = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, K \tag{12}$$

позволяет обеспечить возрастание показателей рентабельности последующего подразделения в цепи вертикально-интегрированной системы при

$$a_{ij} > 1, \quad i = 1, \dots, K, \quad j = 1, \dots, K \tag{13}$$

или убывание этих показателей при  $a_{ij} < 1$ ,  $i = 1, \dots, K$ ,  $j = 1, \dots, K$ . (14)

Параметр  $\alpha$  предлагается называть коэффициентом стимулирования, так как в соответствии с условием (12) этот показатель характеризует отклонение формируемого решения многокритериальной задачи от принципа равных рентабельностей. Например, при вертикальной интеграции в системе «производственный сектор – сектор оптовых продаж – сектор розничных продаж» при условии (13) коэффициенты значимости из системы (12) будут назначаться таким способом, что рентабельность производственного сектора будет ниже рентабельности сектора оптовых продаж, а рентабельность оптовых продаж – ниже, чем розничных. Этот механизм позволит повысить рентабельность и соответственно прибыль розничной сети холдинга, поскольку будет стимулировать такие процессы, как снижение издержек на реализацию, повышение продаж. При условии (14) объектом стимулирования является производственное предприятие, повышение рентабельности которого обеспечивается снижением издержек, внедрением новых ресурсосберегающих технологий, оптимизацией планов производства, оптимизацией организационной структуры производственного предприятия.

#### Моделирование многокритериального управления в вертикально-интегрированной корпоративной системе

Далее рассматривается вертикально-интегрированная система предприятий по производству и реализации оконного профиля ОАО «Группа компаний «СОК», г. Самара, структурированная по принципу: «производственный сектор – сектор оптовых продаж – сектор розничных продаж». Критерии оптимальности секторов выражают их прибыль и имеют вид:

$$\begin{aligned} \max R_1 &= Q_1(Q_2)p_1 - (x_1(Q_1)p_{11} + \\ &+ x_2(Q_1)p_{12} + CF_1), \\ \max R_2 &= Q_2(Q_3)p_2 - Q_2(Q_3)p_1 - CF_2, \\ \max R_3 &= Q_3(p_3)p_3 - Q_3(p_3)p_2 - CF_3, \end{aligned}$$

где  $p_k, k = 1, 2$  – вектор внутрикорпоративных цен, являющийся параметром управления;  $p_3$  – цена спроса на конечную продукцию;  $Q_3(p_3)$  – функция конечного спроса;  $Q_2(Q_3)$  – функция заказа или производного спроса, совпадающая для оптового и производственного сектора  $Q_2(Q_3) \equiv Q_1$  при условии отсутствия складских остатков;  $x_1(Q_1), x_2(Q_1)$  – функции спроса на производственные ресурсы: пластиковое сырьё и электроэнергию;  $p_{11}, p_{12}$  – закупочные цены сырья и электроэнергии;  $CF_k, k = 1, 2, 3$  – вектор фиксированных издержек агентов.

Ограничения на вектор управления имеют вид:

$$\left\{ \begin{aligned} p_1 &\geq (r_1 + 1) \frac{(p_{11}x_1(Q_1) + p_{12}x_2(Q_1) + CF_1)}{Q_1(Q_2)}, \\ p_1 &\leq \frac{p_2}{r_2 + 1} - \frac{CF_2}{Q_2(Q_3)}, \\ p_2 &\geq (r_2 + 1) \left( p_1 + \frac{CF_2}{Q_2(Q_3)} \right) \\ p_2 &\leq \frac{p_3}{r_3 + 1} - \frac{CF_3}{Q_3(p_3)}, \end{aligned} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{aligned} x_1(Q_1) &= Q_1, \\ x_2(Q_1) &= \sqrt{\frac{Q_1 - 0,999999996 - 4,94 \times 10^{-8}}{10,34 \times 10^{-11}}} \end{aligned} \right. \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{aligned} Q_1(Q_2) &= 55,36 \times 10^9 Q_2^2 + 30,85 \times 10^{15} Q_2, \\ Q_2(Q_3) &= Q_3, \end{aligned} \right. \quad (17)$$

$$Q_3(p_3) = -221501,5 p_3 + 37167953 \quad (18)$$

где  $r_k, k = 1, 2, 3$  – коэффициенты рентабельности секторов в предшествующем периоде. Ограничения (15) выражают требование рентабельного функционирования всех секторов; функции спроса на ресурсы (16), функции заказа (17) и функция конечного спроса (18) определены стати-

стически по данным предшествующих периодов.

На первом этапе определяются для нескольких вариантов цены спроса ( $p_3 = 85$  руб./м – цена, сложившаяся в 2011 г.,  $p'_3 = 83,9$  руб./м,  $p''_3 = 87$  руб./м – возможные изменения цены в соответствии с колебаниями спроса, имевшими место в 2008-2010 гг.); векторы управления  $u_k^*, k = 1, 2, 3$ , оптимальные по каждому из критериев в отдельности; рассчитываются значения прибыли секторов  $R_k(u_k^*), k = 1, 2, 3$  и холдинга в целом  $R_\Sigma(u_k^*), k = 1, 2, 3$  при таких векторах управления; определяются нормированные значения прибыли секторов  $\bar{R}_k(u_k^*), k = 1, 2, 3$  и коэффициенты рентабельности (табл. 1).

Анализ табл. 1 показывает, что оптимальные решения принимают граничные значения в соответствии с линейным характером изменения целевых функций агентов системы; общая прибыль холдинга не зависит от изменения выбранного управления; каждый сектор вертикально-интегрированной системы достигает максимума прибыли при управлении, полученном при максимизации соответствующего критерия; рентабельность секторов снижается при переходе от управления, оптимального для данного сектора, к другим управлениям и возрастает с увеличением рыночной стоимости продукции.

Второй этап заключается в выборе коэффициентов значимости путём варьирования коэффициента стимулирования  $\alpha$ , а на третьем этапе формируются оптимальные решения для различных значений этого коэффициента.

Таблица 1. Результаты первого этапа решения многокритериальной задачи

Параметр	Рыночная цена продукции, руб./м								
	83,90			85,00			87,00		
	$u_1^*$	$u_2^*$	$u_3^*$	$u_1^*$	$u_2^*$	$u_3^*$	$u_1^*$	$u_2^*$	$u_3^*$
Вектор параметров управления – внутрикорпоративных цен, руб.									
$p_1(u_k^*)$	73,28	69,92	69,92	74,24	69,26	69,26	75,97	68,06	68,06
$p_2(u_k^*)$	79,12	79,12	75,76	80,16	80,16	75,17	82,04	82,04	74,12
Прибыль секторов и холдинга, млн. руб.									
$R_1(u_k^*)$	113,35	50,80	50,80	141,09	49,66	49,66	189,27	47,62	47,62
$R_2(u_k^*)$	19,76	82,32	19,76	19,76	111,20	19,76	19,76	161,41	19,76
$R_3(u_k^*)$	10,70	10,70	73,25	10,70	10,70	102,13	10,70	10,70	152,34
$R_\Sigma(u_k^*)$	143,81	143,81	143,81	171,55	171,55	171,55	219,73	219,73	219,73
Нормированная прибыль секторов									
$\bar{R}_1(u_k^*)$	1,00	0,62	0,69	1,00	0,45	0,49	1,00	0,30	0,31
$\bar{R}_2(u_k^*)$	0,17	1,00	0,27	0,14	1,00	0,19	0,10	1,00	0,13
$\bar{R}_3(u_k^*)$	0,09	0,13	1,00	0,08	0,10	1,00	0,06	0,07	1,00
Коэффициент рентабельности секторов									
$r_1(u_k^*)$	0,0908	0,0407	0,0407	0,1156	0,0407	0,0407	0,1617	0,0407	0,0407
$r_2(u_k^*)$	0,0136	0,0593	0,0142	0,0136	0,0818	0,0145	0,0136	0,1235	0,0151
$r_3(u_k^*)$	0,0069	0,0069	0,0493	0,0069	0,0069	0,0701	0,0069	0,0069	0,1084

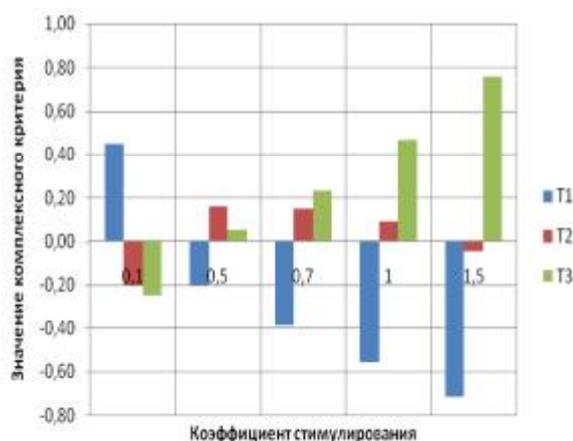


Рис. 1. Значения комплексных критериев

На рис. 1 показаны значения комплексных критериев при различных коэффициентах стимулирования. Как видно, при  $0 \leq a < 0,5$  цели вертикально-интегрированной системы наилучшим образом отражает управление (вектор цен), оптимальное по критерию производственного сектора; при  $a = 0,5$  будет сформировано управление, оптимальное по критерию сектора оптовых продаж; при  $a > 0,5$  – по критерию розничных продаж.

### Заключение

Таким образом, предложен приближённый метод решения многокритериальных задач формирования управления в иерархических системах, имеющий следующие преимущества.

Принцип максимина, на котором основан метод, при непосредственном при-

менении приводит к итерационной процедуре, которая в случае большого количества критериев усложняет алгоритмизацию решения задачи; указанная процедура сводится к алгебраическому сравнению скалярных метакритериев  $T$ , вычисленных для Парето-оптимальных управлений.

Предложенный метакритерий имеет определенную экономическую интерпретацию и является экономически обоснованным для иерархических организационно-экономических систем; этот критерий является комплексной количественной характеристикой относительной предпочтительности компромиссно-оптимального управления по сравнению с другими Парето-оптимальными управлениями. Следовательно, метакритерий выражает цели иерархической системы более объективно, чем принятые для подобных задач аддитивные критерии.

Кроме того, в реальных задачах оптимизации управления в организационно-экономических системах могут возникать случаи, когда ни одно из найденных Парето-оптимальных управлений не является компромиссно-оптимальным с точки зрения принципа максимина. При этом практически значимым будет управление, наиболее близкое к компромиссно-оптимальному по принципу максимина, и метакритерий является действенным инструментом выбора такого управления.

### Библиографический список

1. Айзерман, М.А. Выбор вариантов (основы теории) [Текст]/ М.А. Айзерман, Ф.Т. Алескеров. – М.: Наука, 1990.
2. Баркалов, П.С. Задачи распределения ресурсов в управлении проектами [Текст]/ П.С. Баркалов, И.В. Буркова, А.В. Глаголев/ [и др.]. – М.: ИПУ РАН, 2002.
3. Брахман, Т.Р. Многокритериальность и выбор альтернатив [Текст]/ Т.Р. Брахман. – М.: Радио и связь, 1984.
4. Бурков, В.Н. Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике [Текст]/ В.Н.Бурков, И.А. Горгидзе, Д.А.Новиков, Б.С. Юсупов. – М.: ИПУ РАН, 1997.
5. Бурков, В.Н. О противозатратных критериях функционирования систем [Текст]/ В.Н. Бурков, С.М. Кулаков, А.Г. Дьячко // Изв. вузов. Черная металлургия. - 1989. - № 8. - С. 4-11.
6. Вилкова, Н.Н. Противозатратный механизм внутрифирменного ценообразования [Текст]/ Н.Н. Вилкова, А.Р. Кашенков, М.Н. Трапезова // Управление

большими системами. - 2000. - №2. - С. 16-18.

7. Гераськин, М.И. Модели оптимизации управления неиерархическими системами корпораций при межкорпоративных взаимодействиях [Текст]/ М.И. Гераськин // Проблемы управления. - 2010. - №5. - С. 28-38.

8. Гермейер, Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами [Текст]/ Ю.Б. Гермейер. - М.: Наука, 1976.

9. Гилл, Ф. Численные методы условной оптимизации [Текст]/ Ф. Гилл, У. Мюррей. - М.: Мир, 1977.

10. Дайер, Дж. Многоцелевое программирование с использованием человеко-машинных процедур [Текст]/ Дж. Дайер // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. - М.: Мир, 1976. - С. 28-44.

11. Дементьев, В.Е. Интеграция предприятий и экономическое развитие [Текст]/ В.Е. Дементьев. - М.: ЦЭМИ РАН, 1998.

12. Дементьев, В.Е. Становление ФПГ и ТФПГ в российской экономике [Текст]/ В.Е. Дементьев. - М.: ЦЭМИ РАН, 1998.

13. Дубов, В.А. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем [Текст]/ В.А. Дубов, С.И. Травкин, В.Н. Якимец. - М.: Наука, 1986.

14. Заложнев, А.Ю. Внутрифирменное управление. Оптимизация процедур функционирования / А.Ю. Заложнев. - М.: ПМСОФТ, 2005.

15. Заложнев, А.Ю. О распределении финансового результата между центром затрат и центрами прибыли [Текст]/ А.Ю. Заложнев, А.Ю. Клыков // Управление большими системами. - 2005. - №11. - С.51-52.

16. Карлин, С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике [Текст]/ С. Карлин. - М.: Мир, 1964.

17. Кини, Р.Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения [Текст]/ Р.Л. Кини, Х. Райфа. - М.: Радио и связь, 1981.

18. Ларичев, О.И. Объективные модели и субъективные решения [Текст]/ О.И. Ларичев. - М.: Наука, 1987.

19. Ларичев, О.И. Теория и методы принятия решений [Текст]/ О.И. Ларичев. - М.: Университетская книга, Логос, 2006.

20. Лысаков, А.В. Договорные отношения в управлении проектами [Текст]/ А.В. Лысаков, Д.А. Новиков. - М.: ИПУ РАН, 2004.

21. Машунин, Ю. К. Моделирование производственных и региональных систем на основе векторной оптимизации [Текст]/ Ю. К. Машунин. - Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2010.

22. Машунин, Ю.К. Методы и модели векторной оптимизации [Текст]/ Ю.К. Машунин - М.: Наука, 1986.

23. Меркурьев, В.В. Семейство сверток векторного критерия для нахождения точек множества Парето [Текст]/ В.В. Меркурьев, В.А. Молдавский // Автоматика и телемеханика. - 1979. - №1. - С.110-122.

24. Микони, С.В. Многокритериальный выбор на конечном множестве альтернатив. [Текст]/ С.В. Микони. - СПб.: Издательство Лань, 2009.

25. Михалевич, В.С. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем [Текст]/ В.С. Михалевич, В.Л. Волкович. - М.: Наука, 1982.

26. Нейман, Дж. Теория игр и экономическое поведение [Текст]/ Дж. Нейман, О. Моргенштерн. - М.: Наука, 1970.

27. Новиков, Д.А. Институциональное управление организационными системами [Текст]/ Д.А. Новиков. - М.: ИПУ РАН, 2004.

28. Новиков, Д.А. Курс теории активных систем. Сер. Информатизация России на пороге XXI века [Текст]/ Д.А. Новиков, С.Н. Петраков. - М.: СИНТЕГ, 1999.

29. Новиков, Д.А. Математические модели формирования и функционирования команд [Текст]/ Д.А. Новиков. - М.: Изд-во ФИЗМАТЛИТ, 2008.

30. Новиков, Д.А. Теория управления организационными системами [Текст]

/ Д.А. Новиков. – М.: Изд-во Московского психолого-социального института, 2005.

31. Ногин, В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход [Текст]/ В. Д. Ногин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

32. Подиновский, В.В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач [Текст]/ В.В. Подиновский, В.Д. Ногин. – М.: Наука, 1982.

33. Полищук, Л.И. Об обобщенных критериях с коэффициентами важности в задачах векторной оптимизации [Текст]/ Л.И. Полищук // Автоматика и телемеханика. - 1982. - №2. - С.55-60.

34. Руа, Б. Проблемы и методы принятия решений в задачах с многими целевыми функциями [Текст]/ Б.Руа // Вопросы анализа принятия решения. – М.: Мир. 1976. - С. 21-58.

35. Саати, Т. Аналитическое планирование. Организация систем [Текст]/ Т. Саати, К. Керне. – М.: Радио и связь, 1991.

36. Саати, Т. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети [Текст]/ Т. Саати. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008.

37. Салуквадзе, М.Е. О задаче линейного программирования с векторным критерием качества / М.Е. Салуквадзе // Автоматика и телемеханика. - 1972. - №5. - С. 99-105.

38. Фишхоф, В.Г. Субъективная ожидаемая полезность: модель принятия решений [Текст]/ В.Г. Фишхоф, Б.Г. Гольтейн, З.Р. Шапиро // Процедуры оценивания многокритериальных объектов. – М.: ВПИИСИ, 1984. С. 24-46.

39. Хоменюк, В.В. Элементы теории многоцелевой оптимизации [Текст]/ В.В. Хоменюк. – М.: Наука, 1983.

40. Черноруцкий, И.Г. Методы принятия решений [Текст]/ И.Г. Черноруцкий. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.

41. Штойер, Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения [Текст]/ Р.Штойер. – М.: Радио и связь, 1992.

42. Щепкин, А.В. Внутрифирменное управление (модели и методы) [Текст]/ А.В. Щепкин. – М.: ИПУ РАН, 2001.

43. Arman, R. Solving multi-objective programming problems by discrete representation [Text]/ R.Arman // Optimization. - 1989. - №4. - P. 483-492.

44. Day, R.H. Rational choice of economic behavior [Text]/ R.H. Day // Theory of decision. - 1997. - №1. - P. 47-58.

45. Houston, M.C. Observations on the theoretic bases of costeffectiveness [Text]/ M.C. Houston, G. Ogawa // Operations Research. - 1966. - V. 14. - № 2. - P. 20-32.

46. Khanh, P.Q. Optimality conditions via norm scalarization in vector optimization [Text]/ P.Q. Khanh // SIAM Journal Control and optimization. 1993. №3. P. 646-658.

47. Köksalan, M. Multiple Criteria Decision Making: From Early History to the 21st Century [Text]/ M. Köksalan, J. Wallenius, S. Zionts. – Singapore: World Scientific, 2011.

48. Smith, G.R. Logical decision: multi-measure decision analysis software [Text]/ G.R. Smith, F. Speiser. – CO: PDQ Printing, 1991.

49. Tarvainen, K. Generating Pareto-optimal alternatives by a nonfeasible hierarchical method [Text]/ K. Tarvainen // Journal Optimization: theory and applications. - 1994. - №1. - P. 181-185.

50. Triantaphyllou, E. Multi-criteria Decision-Making Methods: A Comparative Study [Text]/ E. Triantaphyllou // Applied Optimization series. - 2000. - №44. - P. 289.

51. Vari, A. Selecting Decision Support Methods in Organizations [Text]/ A. Vari // Journal of Applied Systems Analysis. - 1994. - V. II. - P. 23-36.

## **MODELS OF DISCRETE MULTYCRITERION OPTIMIZATION FOR HIERARCHICAL SYSTEMS OF CORPORATIONS**

© 2012 M. I. Geraskin

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov  
(National Research University)

The paper presents a method of modeling discrete choice of the control vector on the basis of an aggregate criterion (metacriterion), which is the minimum of aggregate relative losses of the agents of hierarchical organizational-economic systems of the vertical-integrated type. Models of criteria priority account based on comparative analysis of the system agents' profitability are developed.

*Hierarchical vertical-integrated system, multicriterion optimization, Pareto set, metacriterion, max-min principle, profitability.*

### **Сведения об авторе**

**Гераськин Михаил Иванович**, доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой математических методов в экономике, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: [innovation@ssau.ru](mailto:innovation@ssau.ru). Область научных интересов: анализ экономико-математических моделей и методов корпоративного управления.

**Geraskin Mikhail Ivanovich**, doctor of economics (PhD), professor, head of the department of mathematical methods in economics (Samara State Aerospace University). E-mail: [innovation@ssau.ru](mailto:innovation@ssau.ru). Area of research: analysis of economic-mathematical models and methods of corporate management.