

## УПРАВЛЯЕМЫЕ ВИБРОЗАЩИТНЫЕ СИСТЕМЫ: ОПТИМИЗАЦИЯ И ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТЬ

© 2023

**В. И. Чернышев** доктор технических наук, профессор;  
Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева;  
[chernyshev\\_46@mail.ru](mailto:chernyshev_46@mail.ru)

**Р. Н. Поляков** доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой мехатроники,  
механики и робототехники;  
Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева;  
[romanpolak@mail.ru](mailto:romanpolak@mail.ru)

**О. В. Фомина** кандидат технических наук, доцент;  
Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева;  
[garil@list.ru](mailto:garil@list.ru)

Энергоэффективность управляемых виброзащитных систем определяется как отношение достигаемого ими показателя вибрационной безопасности к затратам энергетических ресурсов, необходимых для достижения искомого показателя. В работе для решения оптимизационных задач управляемой виброзащиты использовалось достаточное условие оптимальности принятого функционала и, соответственно, принцип минимума, пошаговая реализация которого в ходе численного интегрирования исходных уравнений состояния системы позволяет воспроизводить оптимальные числовые массивы управления и соответствующие компоненты состояния системы. Алгоритм пошаговой процедуры принципа минимума был использован для оптимизации динамических процессов в системе виброзащиты с непрямым управлением демпфером вязкого сопротивления и рекуператором потенциальной энергии. Установлено, что оптимальные управления, которые позволяют устранить резонансные явления в этих системах, – это позиционные функции сингулярного типа, релейные переключения которых в системах виброзащиты с управляемым демпфером и рекуператором связаны со сменой знака абсолютной и относительной скорости объекта и со сменой знака скорости и относительного смещения объекта.

*Виброзащитные системы; оптимальное управление; прерывистое демпфирование; рекуператор потенциальной энергии*

---

*Цитирование:* Чернышев В.И., Поляков Р.Н., Фомина О.В. Управляемые виброзащитные системы: оптимизация и энергоэффективность // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2023. Т. 22, № 2. С. 116-126. DOI: 10.18287/2541-7533-2023-22-2-116-126

### Введение

Надёжность эксплуатации машин и оборудования при интенсивных динамических и вибрационных воздействиях непосредственно зависит от эффективности используемых для этих целей управляемых виброзащитных систем [1 – 4]. Подразумевается, что при оптимальном управлении данные системы формируют компенсационные воздействия, которые позволяют обеспечить нормативные показатели вибрационного состояния в различных зонах технического объекта.

Управляемые виброзащитные системы – это сложные мехатронные устройства, которые по принятой классификации подразделяются на системы с прямым (активным) и непрямым управлением [5 – 7]. В активных системах прямое управление отождествляется с компенсационным воздействием, для формирования которого необходимо иметь в составе системы мощный внешний источник энергии, то есть существенно повышается энергоёмкость и соответственно снижается энергоэффективность процесса управляемой виброзащиты. В системах с непрямым управлением компенсационные воздействия формируются опосредствовано за счёт периодических возбуждений суще-

ственно-нелинейных проявлений в упругих, демпфирующих и инерционных звеньях, что позволяет с минимальными затратами энергии обеспечить программируемые переключения параметров и структур, при которых восстанавливающие, диссипативные и инерционные силы формируются по принципу активного воздействия [8].

Нахождение оптимальных алгоритмов управления в данных системах сводится в конечном итоге к оптимизации компенсационных воздействий. В теоретическом плане модели активных виброзащитных систем с оптимальным (прямым) управлением рассматриваются как эталонные. Естественно, что при имеющихся место ограничениях мощности внешнего источника энергии нахождение оптимального управления производится в соответствующей данным ограничениям допустимой области. Наиболее изученными являются эталонные модели с оптимальным управлением релейного типа [9]. Поскольку эталонные модели обеспечивают предельные возможности виброзащиты, то они рассматриваются как прообразы лучших (перспективных) моделей виброзащитных систем с непрямым управлением. В этом плане первостепенное значение уделяется виброзащитным системам с управляемыми демпферами вязкого сопротивления и сухого трения, для которых прерывистый характер изменений диссипативных сил (формируемых компенсационных воздействий) является необходимым условием оптимальности процесса демпфирования [10; 11]. Отмечается, что наблюдаемые скольльзящие режимы переключений демпфирования (многократные переключения за короткие промежутки времени) могут существенно улучшить показатели вибрационной безопасности защищаемого объекта. Однако их воспроизведение в реальных установках затруднено из-за резкого повышения инерционности процесса переключений и усложнения систем управления. В этой связи ставится задача по устранению скольльзящих режимов как нежелательных. Данная задача может быть решена, если предварительно найти оптимальное управление в виде позиционной функции компонент состояния системы, а затем осуществить соответствующую корректировку этой функции.

Качественно новые возможности и перспективы практического использования имеют виброзащитные системы с управляемым рекуператором механической энергии как периодически подзаряжаемым источником энергии [12 – 15]. Теоретические предпосылки для обоснования управляемого процесса рекуперации связаны с тем, что функционирование данных систем носит циклический характер. Так, например, потенциальную энергию упругих звеньев можно рассматривать как положительную периодически возрастающую и убывающую функцию относительно нулевого уровня, задаваемого предварительной деформацией. Следовательно, если осуществить чередование двух комбинаций встречных подключений упругого звена между объектом и подвижным основанием, реализуя тем самым циклические процессы накопления энергии и возвращения этой энергии для повторного использования в системе, то формируемые при этом компенсационные воздействия (восстанавливающие силы) будут обеспечивать активный режим виброзащиты объекта. Причём, чтобы положительный эффект виброзащиты был сопоставим с тем, который достигается активными системами в аналогичных условиях эксплуатации, требуется, учитывая предварительную деформацию упругого звена, найти оптимальный алгоритм переключения энергетических циклов в виде позиционной функции управления процессом рекуперации, при котором обеспечиваются наилучшие показатели вибрационной безопасности защищаемого объекта в соответствии с принятым критерием качества.

### **Элементы теории оптимального управления**

При решении задач управления динамическими объектами особое внимание уделяется методам нахождения оптимального управления в виде функции компонент состояния системы (синтезирующей или позиционной функции управления). Однако в

математическом отношении синтезировать управление часто оказывается более сложно, чем строить программное управление в виде функции времени. Поэтому, используя классические методы Эйлера – Лагранжа – Понтрягина, вначале находят программное управление, а далее на основе полученной информации решают задачу синтеза [7; 9].

Известно, что введение присоединённого вектора вдвое увеличивает размерность «отображающей» модели динамического объекта и усложняет её анализ, а сведение оптимизационной задачи управления к аналогу краевой задачи предопределяет использование достаточно сложных и не всегда дающих однозначный ответ методов нахождения недостающих начальных условий. Применительно к системам виброзащиты существует потребность в разработке новых алгоритмов нахождения оптимального управления, которые не связаны непосредственно с решением краевой задачи. Но это возможно только тогда, когда отпадает необходимость в использовании компонент присоединённого вектора и соответствующих дополнительных дифференциальных уравнений.

Рассмотрим задачу оптимального управления в следующей постановке:

$$J = \int_0^T F(x, u, t) dt \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad (x, u) \in V, \quad (2)$$

где  $x$  – вектор состояния;  $u$  – вектор управления;  $t$  – время;  $T$  – время работы управляемого динамического объекта (2);  $F$  – функция, определяющая физический смысл показателя вибрационной безопасности;  $V$  – область допустимых значений.

Требуется найти оптимальное управление  $\tilde{u}$ , которое минимизирует функционал (1) при наличии внешних дифференциальных связей и заданных ограничений (2). Достаточное условие оптимальности получим, преобразуя подынтегральное выражение с использованием присоединённого вектора  $p(t)$ :

$$\begin{aligned} J &= \int_0^T \{F(x, u, t) - p(t)[\dot{x} - f(x, u, t)]\} dt = \\ &= \int_0^T [F(x, u, t) - p(t)f(x, u, t) - \dot{p}(t)x] dt + p(T)x(T) - p(0)x(0) \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (3)$$

Отсюда следует, что поставленная задача будет решена, если при выполнении совместной оптимизации вектора управления  $u(t)$ , вектора состояния  $x(t)$  и присоединённого вектора  $p(t)$  объект переводится из начального состояния в конечное состояние за определённое время.

**Замечание 1.** Виброзащитные системы относятся к классу динамических объектов, которые совершают колебательные движения, и поэтому, не нарушая общности решения оптимизационной задачи, можно принять, что  $x(0) = x(T)$ . Но тогда отпадает необходимость в минимизации неинтегральных слагаемых в (3) и нахождении конечных значений компонент присоединённого вектора  $p(0)$  и  $p(T)$ .

**Замечание 2.** Формально присоединённый вектор может быть задан в виде произвольной функции. Если определить его зависящим от компонент состояния системы и управления, то это позволит достаточно просто на каждом шаге интегрирования системы (2) находить оптимальное управление, при котором подынтегральное выражение в

формуле (3)  $F(x, u, t) - p(x, u, t)f(x, u, t)$  в данный конкретный момент времени достигает локального минимума. Полученное таким образом оптимальное управление фиксируется в виде числового массива.

В соответствии с замечанием 2 имеем соотношение:

$$\min_u [F(x, u, t) - p(x, u, t)f(x, u, t)] = F(\tilde{x}, \tilde{u}, t) - p(\tilde{x}, \tilde{u}, t)f(\tilde{x}, \tilde{u}, t), \quad (4)$$

которое определяет принцип минимума для исходной оптимизационной задачи.

Представим компоненты присоединённого вектора в следующем виде:

$$p_i(t) = p_i(x, u, t) - (nf)_i^{-1} \prod_{i=1}^n f_i,$$

где  $n$  – порядок системы (2). Тогда

$$\min_u [p(x, u, t)f(x, u, t)] = \min_u \sum_{i=1}^n p_i(x, u, t)f_i = -\min_u \prod_{i=1}^n f_i,$$

и окончательная форма принципа минимума (4) отображается соотношением:

$$\min_u \left[ F(x, u, t) + \min_u \prod_{i=1}^n f_i(x, u, t) \right]. \quad (5)$$

Принцип минимума (5) позволяет реализовать прямой метод последовательного (пошагового) решения оптимизационной задачи при численном интегрировании уравнений состояния системы (2) и, тем самым, предопределяет прямой метод оптимизационного синтеза.

Применение пошаговой процедуры принципа минимума гарантирует, что при найденном оптимальном управлении  $\tilde{u}$  интегральный показатель вибрационной безопасности – функционал (1) принимает наименьшее значение по сравнению с возможными его значениями при других допустимых управлениях  $u$ .

Таким образом, обоснован локальный алгоритм прямого метода интегрирования уравнений состояния системы, который позволяет непосредственно, на каждом шаге интегрирования, находить значения компонент вектора оптимального управления в виде числового массива. Причём, придерживаясь пошаговой процедуры принципа минимума, можно установить связь между функционалом (1) и оптимальным управлением с учётом внешних ограничений (2). В конечном итоге это позволяет выразить оптимальное управление в виде позиционной функции компонент состояния системы  $\tilde{u} = u(\tilde{x})$ .

### Виброзащитная система с управляемым демпфером

Рассматривается базовая модель виброзащитной системы с управляемым демпфером вязкого сопротивления:

$$m\ddot{x} + b(\dot{x} - \dot{y}) + b(t)(\dot{x} - \dot{y}) + c(x - y) = 0, \quad (0 \leq b(t) \leq b_0), \quad (6)$$

которая предназначена для защиты объекта массой  $m$  от кинематического воздействия, изменяющегося по гармоническому закону с амплитудой  $y_0$  и частотой  $\omega$ :

$$y = y_0 \sin \omega t.$$

Заметим, что базовая модель (6) позволяет учесть влияние на процесс виброзащиты не только жёсткости  $c$  несущего упругого звена и вязкого сопротивления  $b(t)$  управляемого демпфера, но также и фоновую диссипацию посредством имитации работы демпфера с постоянным вязким сопротивлением  $b$ . Отождествляя вязкое сопротивление с управлением и преобразуя базовую модель (6) к безразмерному каноническому виду, получим:

$$\dot{x}_0 = x_1, \quad \dot{x}_1 = -\varepsilon\eta^{-1}(x_1 - \cos \tau) - \eta^{-2}(x_0 - \sin \tau) - u\eta^{-1}(x_1 - \cos \tau), \quad (7)$$

где  $\eta = \omega k^{-1}$  – безразмерная частота ( $k = (cm^{-1})^{1/2}$  – собственная частота системы);  $\varepsilon = b(mk)^{-1}$  – относительное демпфирование;  $\tau = \omega t$  – безразмерное время;  $u = b(t)(mk)^{-1}$  – управление ( $0 \leq u \leq u_0$ ):  $u_0 = b_0(mk)^{-1}$ ;  $x_0 = x(y_0)^{-1}$ ,  $x_1 = \dot{x}(y_0\omega)^{-1}$  – безразмерные переменные (перемещение и скорость).

Решалась задача нахождения оптимального управления  $\tilde{u}$  с использованием базовой модели (7), при котором функционал

$$J = \int_0^T x_1^2 dt \rightarrow \min \quad (8)$$

принимает минимальное значение. Для этой цели был использован локальный алгоритм принципа минимума (5), позволивший путём прямого интегрирования уравнений (7) получить оптимальные числовые массивы компонент состояния системы и управления.

В результате всестороннего моделирования было установлено, что оптимальный процесс демпфирования является прерывистым. Соответственно оптимальное управление  $\tilde{u}$  – это прерывистая ступенчатая функция с элементами флуктуаций на ниспадающих участках, которые неизбежно возникают при увеличении области допустимого значения управления. По принятой терминологии это скользящие режимы управления. В случае, когда флуктуации не возникают, оптимальное управление описывается позиционной функцией сингулярного вида:

$$\tilde{u} = u_0 \cdot \text{if} [\dot{x}(x - y) > 0, 1, 0]. \quad (9)$$

Чтобы исключить возникновения скользящих режимов управления как нежелательных, было предложено ввести функциональное ограничение на управление в виде параметра  $\Delta$ , который позволяет имитировать задержки переключений демпфирования, связанные со сменой знака скорости защищаемого объекта. В этом случае имеем скорректированное (субоптимальное) управление

$$\tilde{u} = u_0 \cdot \text{if} \{ \dot{x} < \Delta, 1, \text{if} [\dot{x}(x - y) > 0, 1, 0] \}. \quad (10)$$

На рис. 1 приведены выборочные результаты моделирования колебаний базовой модели (7) при резонансной частоте  $\eta = 1$ , верхней границе управления  $u_0 = 3$ , относительном демпфировании  $\varepsilon = 0,2$  и нулевых начальных условиях.

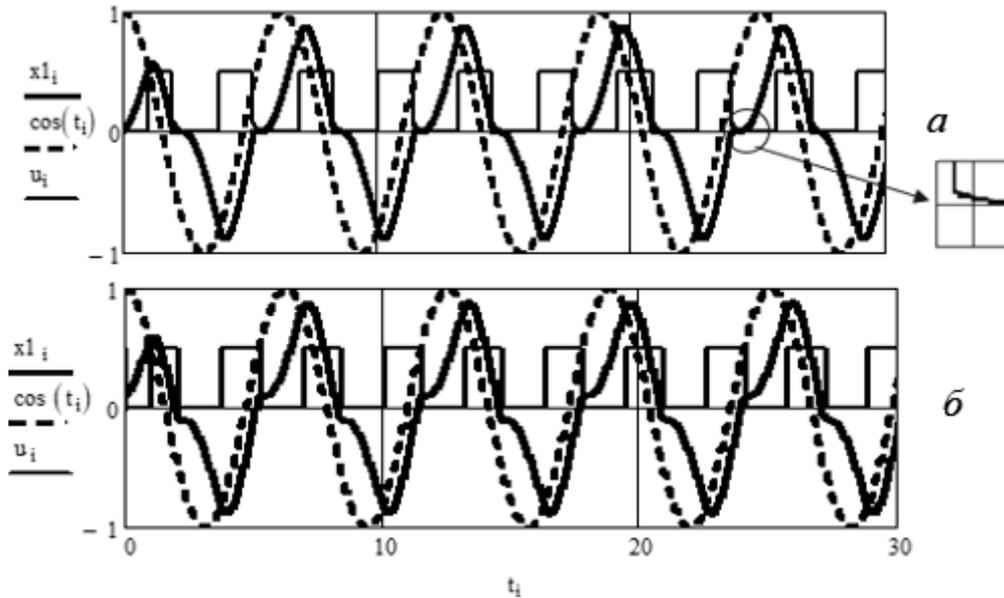


Рис. 1. Графики скоростей объекта  $x1_i \rightarrow x_1$  и подвижного основания  $\cos(t_i) \rightarrow \cos \tau$ , а также оптимальных управлений  $u_i \rightarrow \tilde{u}$ : а – при позиционной функции (9); б – при позиционной функции (10)

Результат моделирования, при котором непосредственно была реализована пошаговая процедура принципа минимума, продемонстрирован на рис. 1, а. В данном случае, рассчитывая значение функционала (8) в пределах одного периода установившихся колебаний, получили  $j = 1,585$ .

Аналогичные результаты моделирования, полученные при субоптимальном управлении (10), представлены на рис. 1, б. Здесь при задержке  $\Delta = 0,1$  соответствующее значение функционала  $j = 1,694$ .

Таким образом, прерывистое демпфирование, реализуемое при оптимальном управлении (9), позволяет устранить резонансные явления.

### Виброзащитная система с управляемым рекуператором потенциальной энергии

В качестве аналога активной системы виброзащиты рассматривается базовая модель с периодически подзаряжаемым источником энергии рекуперативного типа, а именно с рекуператором потенциальной энергии [13]:

$$m\ddot{x} + b(\dot{x} - \dot{y}) + c(x - y) = -u_c cr(x - y). \quad (11)$$

Здесь приняты следующие специальные обозначения:  $u_c$  – управление (сингулярная функция, принимающая значения +1 или -1);  $cr$  – приведённая жёсткость упругого элемента рекуператора.

Преобразуем базовую модель (11) к безразмерному каноническому виду, полагая, что  $y = y_0 \sin \omega t$ :

$$\dot{x}_0 = x_1, \quad \dot{x}_1 = -\varepsilon \eta^{-1}(x_1 - \cos \tau) - \eta^{-2}(x_0 - \sin \tau) - u_c \lambda \eta^{-2}(x_0 - \sin \tau). \quad (12)$$

Здесь сохранены те же безразмерные параметры и переменные, которые были приняты в уравнениях (7). Дополнительно введён коэффициент  $\lambda = crc^{-1}$ , который равен отношению приведённой жёсткости упругого элемента рекуператора к жёсткости несущего элемента. Формируемое рекуператором компенсационное воздействие:

$$Q = -u_c \lambda \eta^{-2} (x_0 - \sin \tau). \quad (13)$$

На рис. 2 приведены результаты моделирования циклических (колебательных) процессов, которые были получены в ходе реализации пошаговой процедуры принципа минимума (5) при интегрировании базовой модели – системы уравнений (12). Воспроизводились процессы установившихся колебаний на резонансной частоте  $\eta = 1$ . При этом принимали, что безразмерный коэффициент  $\lambda = 0,7$ ; относительное демпфирование  $\varepsilon = 0,2$ ; начальные условия  $x_0(0) = 0, x_1(0) = 0$ .

Из анализа графических зависимостей, отображающих абсолютную скорость, относительное смещение объекта и управление (рис. 2, а), легко установить, что оптимальное управление можно представить в виде следующей позиционной функции сингулярного типа:

$$\tilde{u}_c = \text{sign}[x_1(x_0 - \sin \tau)]. \quad (14)$$

Отмечается, что формируемое компенсационное воздействие (13) противодействует возрастанию скорости защищаемого объекта (рис. 2, б) – соответствующие графические зависимости находятся в противофазе. При этом различаются две характерные периодически чередующиеся фазы рекуперации энергии: короткая фаза – накопления энергии и длинная фаза – возвращения энергии в систему с положительным эффектом. Смены фаз происходят в моменты сингулярных (знаковых) переключений управления.

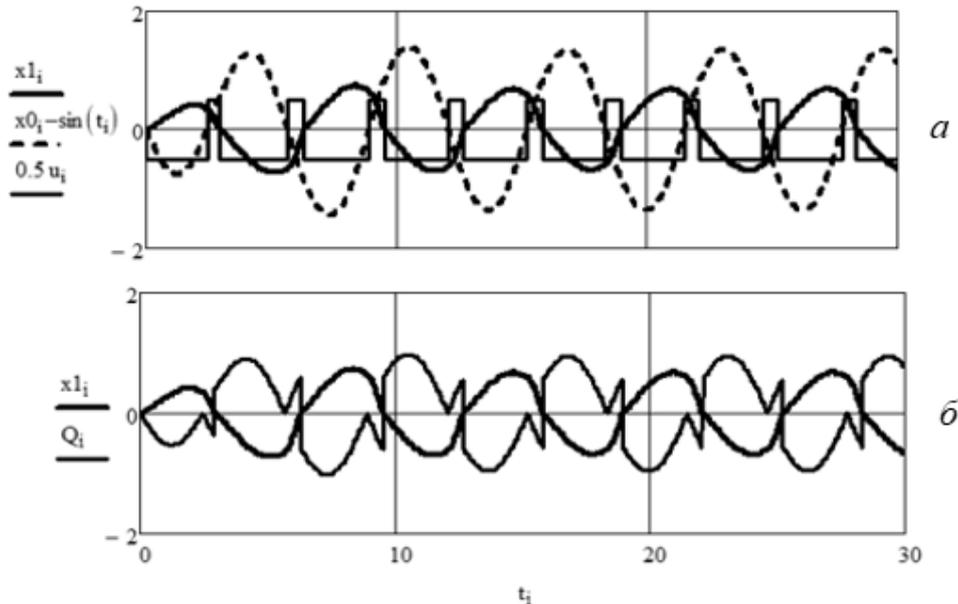


Рис. 2. Результаты моделирования базовой модели (12):  
 а – графики скорости  $x1_i \rightarrow x_1$  и относительного смещения объекта  $x0_i - \sin(t_i) \rightarrow x_0 - \sin \tau$ ,  
 а также оптимального управления  $u_i \rightarrow \tilde{u}_c$ ;  
 б – графики скорости объекта  $x1_i \rightarrow x_1$  и компенсационного воздействия  $Q_i \rightarrow Q$

Рекуператор потенциальной энергии может быть выполнен в двух модификациях – с упругим элементом без предварительного натяга или поджатия, как это отображено в модели (12), или с предварительно растянутым или сжатым упругим элементом. В последнем варианте исполнения рекуператор формирует компенсационное воздействие

$$Q = -u_c \lambda \eta^{-2} (\delta + x_0 - \sin \tau),$$

где  $\delta$  – параметр, характеризующий предварительный натяг или поджатие упругого элемента.

Из приведённых результатов следует, что базовая модель с рекуператором потенциальной энергии позволяет устранить резонансные явления. При этом рассчитанное в пределах одного периода установившихся колебаний значение функционала (8)  $j = 1,53$ . Установлено также, что предварительный натяг или поджатие упругого элемента улучшает динамические свойства базовой модели. Так, если параметр  $\delta = 0,2$ , то значение функционала (1)  $j = 1,364$ .

### Заключение

Энергоэффективность управляемых виброзащитных систем можно определить как характеристику, которая отражает отношение достигаемого показателя вибрационной безопасности к затратам энергетических ресурсов, необходимых для достижения искомого показателя. В этой связи виброзащитные системы с непрямым управлением являются более перспективными, чем активные виброзащитные системы. Однако в практическом плане необходимо доказать, что их показатели вибрационной безопасности при оптимальном управлении сопоставимы. С этой целью был предложен и обоснован метод оптимизационного синтеза управляемых виброзащитных систем. Показано, что достаточное условие оптимальности принятого функционала определяет принцип минимума, пошаговая реализация которого в ходе численного интегрирования исходных уравнений состояния системы позволяет воспроизводить оптимальные числовые массивы управления и, соответственно, компонент состояния системы. При этом принятый функционал, как интегральный показатель вибрационной безопасности, принимает наименьшее значение по сравнению с возможными его значениями при других сопоставляемых управлениях.

Алгоритм пошаговой процедуры принципа минимума был использован для решения ряда задач по оптимизации динамических процессов в системах виброзащиты с непрямым управлением. Исследовались виброзащитные системы с управляемым демпфером вязкого сопротивления и управляемым рекуператором потенциальной энергии. Проводился сопоставительный анализ динамических характеристик данных систем при моделировании резонансных режимов колебаний. Установлено, что оптимальные управления, которые позволяют устранить резонансные явления в этих системах – это позиционные функции сингулярного типа, релейные переключения которых происходят при смене знака определённой совокупности компонент состояния системы. Эти переключения для виброзащитной системы с управляемым демпфером связаны со сменой знака абсолютной и относительной скорости объекта, а для виброзащитной системы с рекуператором – со сменой знака скорости и относительного смещения объекта. Установлено, что оптимальные компенсационные воздействия, которые формируются диссипативными и восстанавливающими силами, всегда находятся в противофазе скорости объекта. Так виброзащитная система с управляемым демпфером реализует прерывистый процесс демпфирования – демпфер включается в работу при смене знака от-

носительной скорости объекта и выключается из работы при смене знака абсолютной скорости объекта. Виброзащитная система с управляемым рекуператором обеспечивает чередование двух комбинаций встречных подключений упругого элемента между объектом и подвижным основанием: при смене знака относительного смещения объекта упругий элемент накапливает энергию, а при смене знака скорости объекта накопления энергии возвращается в систему с положительным эффектом.

### **Библиографический список**

1. Генкин М.Д., Яблонский В.В. Виброизолирующие системы в машинах и механизмах. М.: Наука, 1977. 116 с.
2. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами. М.: Наука, 1976. 320 с.
3. Рыбак Л.А., Чичварин А.В., Плигузов А.Н. Основы управления виброзащитными системами. Белгород: БГТУ, 2007. 171 с.
4. Хоменко А.П. Динамика и управление в задачах виброзащиты и виброизоляции подвижных объектов. Иркутск: ИГУ, 2000. 293 с.
5. Чернышев В.И., Савин Л.А., Фоминова О.В. Непрямое управление колебаниями: элементы теории // Труды СПИИРАН. 2019. № 18. С. 148-175. DOI: 10.15622/sp.18.1.148-175
6. Дыхта В.А., Самсонюк О.Н. Оптимальное импульсное управление с приложениями. М.: Физматлит, 2000. 256 с.
7. Фоминова О.В., Степанов Ю.С., Чернышев В.И. Экстремальные задачи и оптимизация: введение в теорию непрямого импульсного управления процессами колебаний. М.: Спектр, 2011. 217 с.
8. Фоминова О.В., Савин Л.А., Чернышев В.И. Теоретические аспекты формирования оптимальных управляемых процессов виброзащиты // Известия Юго-западного государственного университета. Серия: Техника и технологии. 2013. № 3. С. 44-50.
9. Троицкий В.А. Оптимальные процессы колебаний механических систем. Л.: Машиностроение, 1976. 248 с.
10. Фоминова О.В. Прерывистое демпфирование в системах виброзащиты: основы теории, приложения. М.: Машиностроение-1, 2005. 256 с.
11. Рандин Д.Г. Исследование динамических характеристик управляемого демпфера // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2013. № 2 (38). С. 64-70.
12. Фоминова О.В., Савин Л.А., Чернышев В.И. Рекуператор: патент РФ № 2734268; опубл. 14.10.20; бюл. № 29.
13. Фоминова О.В. Виброзащитные системы с рекуператорами механической энергии // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2018. № 5 (331). С. 96-104.
14. Посметьев В.И., Драпалюк М.В., Зеликов В.А. Оценка эффективности применения системы рекуперации энергии в подвеске автомобиля // Научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2012. № 76 (02). С. 559-573.
15. Стыров А.Е. Подход к использованию рекуперации энергии в электромеханической активной подвеске транспортного средства // Сборник научных трудов НГТУ. 2015. № 2 (80). С. 106-115. DOI: 10.17212/2307-6879-2015-2-106-115

## CONTROLLED VIBRATION PROTECTION SYSTEMS: OPTIMIZATION AND ENERGY EFFICIENCY

© 2023

- V. I. Chernyshev** Doctor of Science (Engineering), Professor;  
Orel State University named after I.S. Turgenev, Orel, Russian Federation;  
[chernyshev\\_46@mail.ru](mailto:chernyshev_46@mail.ru)
- R. N. Polyakov** Doctor of Science (Engineering), Associate Professor, Head of the Department  
of Mechatronics, Mechanics and Robotics;  
Orel State University named after I.S. Turgenev, Orel, Russian Federation;  
[romanpolak@mail.ru](mailto:romanpolak@mail.ru)
- O. V. Fominova** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor;  
Orel State University named after I.S. Turgenev, Orel, Russian Federation;  
[garil@list.ru](mailto:garil@list.ru)

The energy efficiency of controlled vibration protection systems is defined as the ratio of the vibration safety indicator they achieve to the cost of energy resources necessary to achieve the desired indicator. To solve the optimization problems of controlled vibration protection, a sufficient condition for the optimality of the accepted functional and, accordingly, the minimum principle, was used, the step-by-step implementation of which, in the course of numerical integration of the initial equations of the state of the system, makes it possible to reproduce the optimal control numeric arrays and the related components of the system state. The algorithm of the step-by-step procedure of the minimum principle was used to optimize the dynamic processes in the vibration protection system with indirect control of the viscous resistance damper and the potential energy recuperator. It has been established that the optimal controls that allow eliminating resonant phenomena in these systems are positional functions of a singular type, the relay switching of which in vibration protection systems with a controlled damper and recuperator is associated with a change in the sign of the absolute and relative velocity of the object and with a change in the sign of the velocity and relative displacement of the object.

*Vibration protection systems; optimal control; intermittent damping; potential energy recuperator*

---

*Citation:* Chernyshev V.I., Polyakov R.N., Fominova O.V. Controlled vibration protection systems: optimization and energy efficiency. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2023. V. 22, no. 2. P. 116-126. DOI: 10.18287/2541-7533-2023-22-2-116-126

### References

1. Genkin M.D., Yablonskiy V.V. *Vibroizoliruyushchie sistemy v mashinakh i mekhanizmaxh* [Vibration isolation systems in machines and mechanisms]. Moscow: Nauka Publ., 1977. 116 p.
2. Kolovskiy M.Z. *Avtomaticheskoe upravlenie vibrozashchitnymi sistemami* [Automatic control of vibration protection systems]. Moscow: Nauka Publ., 1976. 320 p.
3. Rybak L.A., Chichvarin A.V., Pliguzov A.N. *Osnovy upravleniya vibrozashchitnymi sistemami* [Fundamentals of control of vibration protection systems]. Belgorod: Belgorod State Technical University Publ., 2007. 171 p.
4. Khomenko A.P. *Dinamika i upravlenie v zadachakh vibrozashchity i vibroizolyatsii podvizhnykh ob"ektov* [Dynamics and control in problems of vibration protection and vibration isolation of mobile objects]. Irkutsk: Irkutsk State University Publ., 2000. 293 p.
5. Chernyshev V.I., Savin L.A., Fominova O.V. Indirect control of oscillations: elements of theory. *SPIIRAS Proceedings*. 2019. No. 18. P. 148-175. (In Russ.). DOI: 10.15622/sp.18.1.148-175
6. Dykhta V.A., Samsonyuk O.N. *Optimal'noe impul'snoe upravlenie s prilozheniyami* [Optimal impulse control with applications]. Moscow: Fizmatlit Publ., 2000. 256 p.
7. Fominova O.V., Stepanov Yu.S., Chernyshev V.I. *Ekstremal'nye zadachi i optimizatsiya: vvedenie v teoriyu nepryamogo impul'snogo upravleniya protsessami kolebaniy*

[Extremal problems and optimization: introduction to the theory of indirect impulse control of oscillation processes]. Moscow: Spektr Publ., 2011. 217 p.

8. Fominova O.V., Savin L.A., Chernyshev V.I. Theoretical aspects of the optimal controllable vibroprotection processes synthesis. *Proceedings of the Southwest State University. Series: Engineering and Technology*. 2013. No. 3. P. 44-50. (In Russ.)

9. Troitskiy V.A. *Optimal'nye protsessy kolebaniy mekhanicheskikh system* [Optimal processes of oscillations of mechanical systems]. Leningrad: Mashinostroenie Publ., 1976. 248 p.

10. Fominova O.V. *Preryvistoe dempfirovanie v sistemakh vibrozashchity: osnovy teorii, prilozheniya* [Intermittent damping in vibration protection systems: fundamentals of theory, applications]. Moscow: Mashinostroenie-1 Publ., 2005. 256 p.

11. Randin D.G. Research of dynamic characteristics of controlled damper. *Vestnik of Samara State Technical University. Technical Sciences Series*. 2013. No. 2 (38). P. 64-70. (In Russ.)

12. Fominova O.V., Savin L.A., Chernyshev V.I. *Rekuperator* [Recuperator]. Patent RF, no. 2734268, 2020. (Publ. 14.10.2020, bull. no. 29)

13. Fominova O.V. Vibrotective systems with recruiters mechanical energy. *Fundamental and Applied Problems of Technics and Technology*. 2018. No. 5 (331). P. 96-104. (In Russ.)

14. Posmetyev V.I., Drapalyuk M.V., Zelikov V.A. Estimation of efficiency of application of system recovery of energy in car suspender. *Scientific Journal of KubSAU*. 2012. No. 76 (02). P. 559-573. (In Russ.)

15. Styrov A.E. Approach to the use of energy recovery in electromechanical active vehicle suspension. *Transaction of Scientific Papers of the Novosibirsk State Technical University*. 2015. No. 2 (80). P. 106-115. (In Russ.). DOI: 10.17212/2307-6879-2015-2-106-115