

ББК 65.40

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ТРАНСФЕРНОЙ СИСТЕМЫ АВИАПЕРЕВОЗОК В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

© 2012 В. А. Романенко

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

На основе нечётко-множественного подхода решена задача оптимизации расписания движения воздушных судов с учётом параметров технологических графиков наземного обслуживания для аэропорта, действующего в рамках трансферной системы авиаперевозок. При формировании нечётких исходных данных использованы методы экспертных оценок и статистической обработки материалов информационной системы аэропорта. Приведён пример решения задачи.

Узловой аэропорт, параметрическая оптимизация, нечёткое множество.

Введение

Объектом исследования является трансферная система пассажирских авиаперевозок, включающая в качестве основных элементов узловой аэропорт (хаб) и хабообразующую авиакомпанию. Для сокращения времени пребывания трансферных пассажиров в хабе его расписание строится по волновому принципу: массовые прибытия рейсов сменяются их массовыми отправлениями, между «волнами» прибытий-отправлений следуют паузы для обеспечения трансфера пассажиров между стыковочными рейсами.

Рассматривается задача оптимизации, предполагающая поиск совокупности плановых (по расписанию) моментов прилётов и вылетов воздушных судов (ВС) в пределах определённой волны, обеспечивающей максимум доходам хабообразующей авиакомпании от перевозки трансферных пассажиров, пересекающихся в хабе в течение рассматриваемой волны прилётов-вылетов. Решение задачи связано с наличием неопределённости в исходных данных. Так, выбранная в качестве критерия величина суммарных доходов зависит от величин тарифа и уровней пассажиропотока на трансферных авиасвязях, носящих неопределённый характер. Неопределённой и трудноформализуемой является степень привлека-

тельности времени пребывания в хабе с точки зрения трансферного пассажира, влияющая на уровень пассажиропотока. Неопределённый, вероятностный характер носят продолжительности наземного обслуживания ВС и пассажиров, а также отклонения прилётов и вылетов ВС от расписания. Представляется целесообразным представить все неопределённые величины в единой нечёткой форме. В этом случае задача оптимизации расписания сводится к задаче нечёткого математического программирования. Учёт неопределённости временных характеристик аэропортового обслуживания рейсов требует включения некоторых из них в состав оптимизируемых параметров наряду с параметрами расписания.

Постановка оптимизационной задачи

Пусть в течение отдельной волны прибытий-отправлений в хаб прилетают, проходят обслуживание и вылетают K ВС. Предположим, что перевозчик может по своему усмотрению задавать плановые моменты времени прибытия t_k^a и отправления t_k^d k -го ($k = 1, \dots, K$) ВС, а также интервал времени T_k^r от момента наступления готовности ВС к посадке пассажи-

ров до планового времени вылета. Используем также фактические (с учётом отклонения от расписания) нечёткие моменты времени прибытия \tilde{t}_k^a и отправления \tilde{t}_k^d k -го ВС.

Обозначим как ij трансферную авиасвязь, поддерживаемую двумя рейсами, первый из которых выполняет прилетающий ВС под номером $i = 1, \dots, K$, а второй - вылетающий ВС под номером $j = 1, \dots, K$. Предполагается, что экспертами для трансферных авиасвязей определены нечёткие величины тарифов \tilde{c}_{ij} ($i, j = 1, \dots, K$) и ёмкостей авиарынка \tilde{D}_{ij} ($i, j = 1, \dots, K$). Под \tilde{D}_{ij} понимается максимальное число потенциальных пассажиров, имеющих потребность и возможности совершить поездку на авиасвязи ij по установленному тарифу в течение рассматриваемой волны.

Необходимо учесть, что не все пассажиры, составляющие \tilde{D}_{ij} , принесут доход хабообразующей авиакомпании. Так, от её услуг, вероятно, откажутся пассажиры, которых не устраивает длительность пересадки в хабе. Также не принесут авиакомпании положительных коммерческих результатов пассажиры рейсов, отправленных с опозданием, или трансферные пассажиры, опоздавшие к посадке на ВС.

Введём величину \tilde{d}_{ij} , выражающую нечёткое число пассажиров, воспользовавшихся перевозкой на авиасвязи ij и при этом принёсших доход авиакомпании:

$$\tilde{d}_{ij} = \tilde{D}_{ij} k_{ij}^{\Pi} k_j^C k_{ij}^T, \quad i, j = 1, \dots, K,$$

где k_{ij}^{Π} - доля пассажиров, воспользовавшихся трансферной перевозкой на авиасвязи ij , от общего числа потенциальных пассажиров этой авиасвязи; k_j^C - доля вылетов j -х ВС, выполненных без нарушения расписания, от общего числа вылетов j -х ВС за некоторый интервал времени; k_{ij}^T - доля трансферных пассажиров

авиасвязи ij , своевременно прошедших предполётное обслуживание в хабе и не опоздавших к началу посадки, от общего числа трансферных пассажиров авиасвязи ij .

Учитывая зависимость введённых коэффициентов от параметров оптимизации, формулу нечёткой суммы доходов авиакомпании от перевозки трансферных пассажиров одной волны прилётов-вылетов рейсов в хабе \tilde{C} запишем в виде

$$\tilde{C} = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K \tilde{c}_{ij} \tilde{d}_{ij} (t_i^a, t_j^d, T_j^T), \quad i, j = 1, \dots, K. \quad (1)$$

При решении оптимизационной задачи необходимо учитывать ограничение на временной интервал между взлётно-посадочными операциями (ВПО). Для всех $m = 1, 2, \dots, (2K - 1)$ должно выполняться условие

$$Dt \leq (t_n^{ВПО} - t_m^{ВПО}), \quad n = (m + 1), \dots, 2K, \quad (2)$$

где Dt - минимально допустимый интервал между ВПО; $t_m^{ВПО}$ - момент времени выполнения m -й ВПО. Элементы множества моментов выполнения ВПО определяются как

$$t_m^{ВПО} = \begin{cases} t_i^a, & m = i, i = 1, \dots, K, \\ t_j^d, & m = K + j, j = 1, \dots, K. \end{cases}$$

Таким образом, рассматриваемая задача оптимизации состоит в определении переменных t_k^a , t_k^d и T_k^T ($k = 1, \dots, K$), обеспечивающих максимум целевой функции \tilde{C} (1) и удовлетворяющих ограничению (2).

Коэффициенты k^C и k^T , используемые при расчётах целевой функции \tilde{C} , зависят от фактической продолжительности процессов аэропортового обслуживания пассажиров и ВС. Поэтому, прежде чем перейти к описанию методики определения \tilde{C} , рассмотрим вопросы, связанные с технологией обслуживания перевозок в хабе.

Модельный технологический график наземного обслуживания ВС

С целью упрощения технологического графика наземного обслуживания ВС, включающего несколько десятков операций, объединим все операции в четыре работы.

Работа 1. Обслуживание ВС и пассажиров, выполняемое по прилёту.

Работа 2. Обслуживание ВС, выполняемое при отсутствии пассажиров на борту.

Работа 3. Обслуживание трансферных пассажиров в терминале, которое для

k -го ВС рассматривается как совокупность работ по обслуживанию групп пассажиров, пересеживающихся с ряда прилетевших i -х ВС ($i = 1, \dots, K$) на вылетающее k -е ВС.

Работа 4. Обслуживание ВС и пассажиров, выполняемое перед вылетом.

С учётом введённого группирования операций модельный технологический график принимает вид, представленный на рис. 1, где кружками обозначены события, а стрелками - следующие работы или интервалы времени.

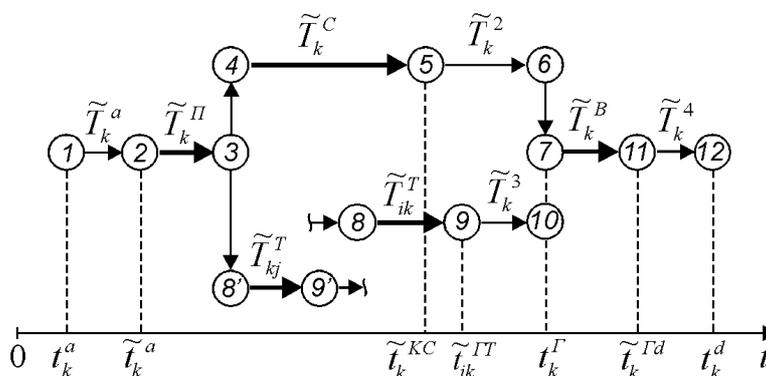


Рис. 1. Модельный технологический график обслуживания ВС

1-2 – интервал между плановым t_k^a и фактическим \tilde{t}_k^a моментами времени прилёта k -го ВС нечёткой продолжительностью $\tilde{T}_k^a = \tilde{t}_k^a - t_k^a$;

2-3 – работа 1 нечёткой фактической продолжительностью $\tilde{T}_k^П$;

4-5 – работа 2 нечёткой фактической продолжительностью \tilde{T}_k^C , начинающаяся сразу по окончании работы 1 и оканчивающаяся в нечёткий момент времени \tilde{t}_k^{KC} ;

5-6 – интервал времени простоя ВС в ожидании начала выполнения работы 4 нечёткой продолжительностью \tilde{T}_k^2 . Фиктивная работа 5-6 имеет место в случае, если выполнение работы 2 завершается раньше наступления планового момента готовности ВС к началу выполнения

работы 4: $t_k^Г = t_k^d - T_k^Г$, где $T_k^Г$ – интервал от начала выполнения работы 4 до вылета, задаваемый технологическим графиком;

7-11 – работа 4 нечёткой фактической продолжительностью \tilde{T}_k^B , начинающаяся, при соблюдении технологического графика, в момент $t_k^Г$ или, в случае отставания от графика, по окончании работы 2. Фактическое время окончания работы 4 совпадает с фактическим временем готовности ВС к вылету $\tilde{t}_k^{Гd}$;

11-12 – интервал нечёткой фактической продолжительностью \tilde{T}_k^4 между готовностью ВС к вылету $\tilde{t}_k^{Гd}$ и плановым временем вылета t_k^d ;

8'-9' – технологические операции нечёткой продолжительностью \tilde{T}_{kj}^T по обслуживанию группы трансферных пасса-

жиров, пересеживающихся с k -го на j -й ВС ($i = 1, \dots, K$). Они не входят в состав технологического графика обслуживания k -го ВС и поэтому обозначены штрихами и приводятся для справки;

8-9 – технологические операции нечёткой продолжительностью \tilde{T}_{ik}^T , входящие в состав работы 3, по обслуживанию группы трансферных пассажиров, пересеживающихся на k -е ВС с i -го ВС ($i = 1, \dots, K$). Предполагается, что на k -е ВС успевают только те группы трансферных пассажиров, пересеживающихся с i -х ВС ($i = 1, \dots, K$), для которых работа 8-9 завершается до начала выполнения работы 4 k -го ВС. Нечёткое время окончания работы 8-9 - \tilde{t}_{ik}^{TT} ;

9-10 – интервал времени нечёткой продолжительностью \tilde{T}_k^3 между окончанием обслуживания трансферных пассажиров и плановым временем готовности ВС к выполнению предполётных операций.

Определение целевой функции

Наличие нечёткости в параметрах целевой функции приводит к необходимости решения многокритериальной задачи оптимизации, которое отличается значительной трудоёмкостью и требует больших затрат машинного времени. При этом отсутствие единственного решения делают задачу с нечёткой целевой функцией малополезной для практики. Чтобы избежать многокритериальности, производится дефазификация нечёткого значения целевой функции в соответствии с одним из известных методов. При использовании дефазифицированной целевой функции решение рассматриваемой здесь задачи не предполагает особых затруднений и достигается с помощью известных методов оптимизации. Предварительно, однако, необходимо установить зависимость нечёткой целевой функции от параметров оптимизации.

Как следует из формул (1) и (2), влияние параметров t_k^a , t_k^d , T_k^T ($k = 1, \dots, K$)

на критерий \tilde{C} выражается посредством коэффициентов k_{ij}^T , k_j^C , k_{ij}^T ($i, j = 1, \dots, K$). Поэтому первым этапом определения \tilde{C} на каждом шаге оптимизационного алгоритма является определение указанных коэффициентов. Последующие этапы предполагают сначала вычисление \tilde{C} в соответствии с правилами нечёткой арифметики, а затем дефазификацию этой величины. Рассмотрим подробно первый этап, поскольку для расчётов на последующих этапах могут быть использованы известные методики [1,2].

Для определения коэффициента k_{ij}^T используем введённое выше допущение о его зависимости только от длительности времени пребывания трансферных пассажиров в хабе $T_{ij}^X = t_j^d - t_i^a$. Выразим предпочтение трансферных пассажиров в отношении T_{ij}^X посредством трапециевидальной функции желательности [3] $I_{T^X}(t)$ с четырьмя реперными точками $(t^{(1)}, t^{(2)}, t^{(3)}, t^{(4)})$ (рис. 2, а) и будем считать $k_{ij}^T(t) \equiv I_{T^X}(t)$.

Сочетания прибывших и отправляющихся рейсов со значениями $T_{ij}^X < t^{(1)}$ и $T_{ij}^X > t^{(4)}$ не рассматриваются ни одним из трансферных пассажиров в качестве возможных стыковок по причине, соответственно, слишком короткого и чрезмерно продолжительного времени, отводимого на пересадку. Наиболее комфортному времени пересадки отвечает интервал $[t^{(2)}, t^{(3)}]$. Согласно [4] выразим предпочтение трансферных авиапассажиров функцией желательности со следующими значениями параметров: $t^{(1)} = 45$ мин, $t^{(2)} = 75$ мин, $t^{(3)} = 90$ мин, $t^{(4)} = 360$ мин.

Прежде чем определять коэффициенты k_j^C и k_{ij}^T , определимся с типами используемых нечётких величин. Будем

считать \tilde{D}_{ij} и \tilde{c}_{ij} ($i, j=1, \dots, K$) нечёткими числами с треугольными функциями принадлежности. Следуя обозначениям, использованным на рис. 2, б, представим

их в виде: $\tilde{D}_{ij} = (D_{ij}^L, D_{ij}^M, D_{ij}^R)$ и $\tilde{c}_{ij} = (c_{ij}^L, c_{ij}^M, c_{ij}^R)$.

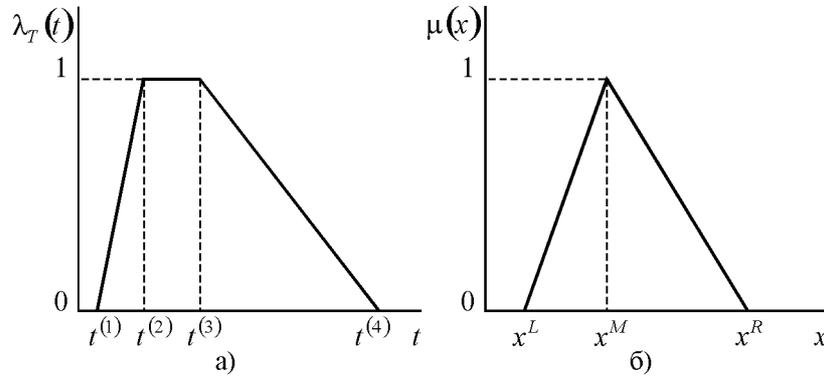


Рис. 2. Трапециевидальная функция желательности (а), треугольная функция принадлежности (б)

При описании временных характеристик аэропортовых процессов перейдём от простейшей треугольной модели представления нечётких величин к более сложной и адекватной модели. Предположим, что объём имеющихся статистических данных достаточен для формирования используемых в этой модели частотных распределений.

Пусть нечёткое число \tilde{T}^Z , характеризующее продолжительность некоторой работы Z , соответствует следующему нечёткому утверждению: «работа Z , начавшись в момент времени $t = 0$, закончится по достижении некоторого момента $T \in \mathbf{R}$ ».

По аналогии будем считать нечёткое отклонение времени прибытия \tilde{T}_k^a соответствующим нечёткому утверждению: «отклонение фактического времени прибытия в хаб k -го ВС от планового больше некоторого $T \in \mathbf{R}$ ».

Данная интерпретация позволяет рассматривать продолжительности работ и отклонения времени прибытия от расписания нечёткими числами с функцией принадлежности S -типа, что упрощает дальнейшие операции с нечёткими числами и придаёт им определённую наглядность.

При наличии частотной функции распределения $F(t)$ некоторой непрерывной случайной величины (СВ) T (продолжительности работы или отклонения от расписания) функцию принадлежности S -типа $m_{\tilde{T}}(t)$ соответствующего нечёткого числа \tilde{T} получим преобразованием $F(t)$ в $m_{\tilde{T}}(t)$. Разбив область значений функции $F(t)$ на M промежутков с границами $F_0, F_1, \dots, F_m, \dots, F_M$, соответствующими границам промежутков, значения квантилей $t_0, t_1, \dots, t_m, \dots, t_M$ найдём с использованием приёма обращения: $t_m = F^{-1}(F_m)$, $m = 0, 1, \dots, M$, а уровни принадлежности значений $t_0, t_1, \dots, t_m, \dots, t_M$ нечёткому множеству \tilde{T} определим как $m_{\tilde{T}}(t_m) = F_m$ ($m = 0, 1, \dots, M$).

Учитывая, что функции принадлежности нечётких временных характеристик являются отражением функций распределения и, несмотря на все связанные с фаификацией и последующими вычислениями потери, в определённой степени сохраняют исходную вероятностную информацию, используем их для определения коэффициентов k_j^C и k_{ij}^T . Процедуру решения данной задачи иллюстрирует рис. 3, где схематично отображены гра-

фики функций принадлежности основных временных характеристик, участвующих в расчётах.

Величину k_k^C будем трактовать как вероятность того, что фактическая готовность к вылету k -го ВС наступит раньше планового момента вылета t_k^d . При наличии функции распределения $F_k^{Gd}(t)$ случайного фактического времени готовно-

сти к вылету t_k^{Gd} искомым коэффициент может быть определён как $k_k^C = F_k^{Gd}(t_k^d)$. Рассматривая функцию принадлежности $m_k^{Gd}(t)$ нечёткого времени \tilde{t}_k^{Gd} как аналог функции распределения $F_k^{Gd}(t)$ случайного времени t_k^{Gd} , примем $k_k^C = m_k^{Gd}(t_k^d)$.

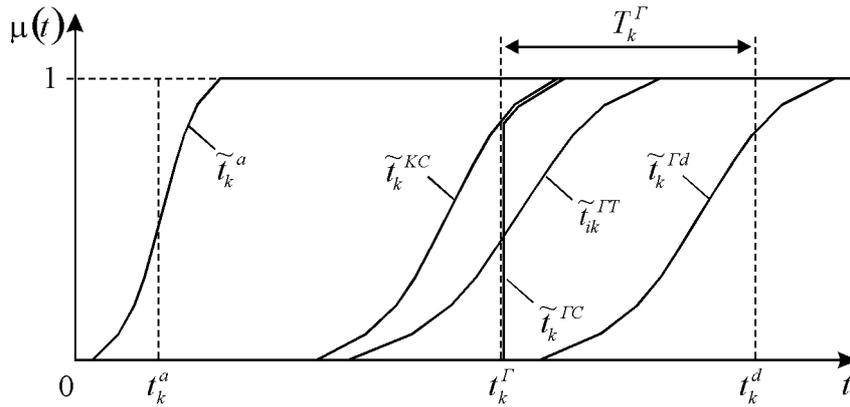


Рис. 3. К определению коэффициентов k_j^C и k_{ij}^T

Запишем формулы для определения \tilde{t}_k^{Gd} , в которых операции сложения и взятия максимума нечётких чисел выполняются с использованием уровнейных множеств [1]:

$$\begin{aligned} \tilde{t}_k^{Gd} &= \tilde{t}_k^{GC} + \tilde{T}_k^B, \\ \tilde{t}_k^{GC} &= \max(\tilde{t}_k^{KC}, t_k^G), \\ \tilde{t}_k^{KC} &= \tilde{t}_k^a + \tilde{T}_k^{\Pi} + \tilde{T}_k^C = t_k^a + \tilde{T}_k^a + \tilde{T}_k^{\Pi} + \tilde{T}_k^C, \end{aligned}$$

где \tilde{t}_k^{GC} - нечёткое фактическое время готовности ВС к выполнению работы 4.

Коэффициент k_{ik}^T интерпретируем как вероятность того, что готовность к посадке на k -е ВС трансферных пассажиров, пересаживающихся с i -го ВС, наступит раньше, чем начнутся операции, выполняемые перед вылетом k -го ВС, т.е. $k_{ik}^T = P(\tilde{t}_{ik}^{GT} < \tilde{t}_k^{GC})$.

Величина \tilde{t}_{ik}^{GT} определяется в результате нечёткого сложения по формуле:

$$\tilde{t}_{ik}^{GT} = \tilde{t}_k^a + \tilde{T}_k^{\Pi} + \tilde{T}_{ik}^T = t_k^a + \tilde{T}_k^a + \tilde{T}_k^{\Pi} + \tilde{T}_{ik}^T.$$

Примем, что \tilde{T}_{ik}^T зависит от числа

трансферных пассажиров и продолжительности выполнения наиболее трудоёмкой операции (в рассматриваемом случае регистрации) по их обслуживанию:

$$\tilde{T}_{ik}^T = \tilde{T}^{IT} \tilde{d}'_{ik},$$

где \tilde{T}^{IT} - продолжительность регистрации одного трансферного пассажира - положительное нечёткое число с функцией принадлежности S-типа, определяемое с использованием статистических данных; $\tilde{d}'_{ik} = \tilde{D}_{ik} k_{ik}^{\Pi}$ - число пассажиров, воспользовавшихся перевозкой через рассматриваемый хаб.

Поскольку k_{ik}^{Π} представляет собой чёткое число, а \tilde{D}_{ik} - треугольное нечёткое число, то \tilde{d}'_{ik} - также треугольное нечёткое число, которое может быть представлено в виде $\tilde{d}'_{ik} = (d'_{ik}{}^L, d'_{ik}{}^M, d'_{ik}{}^R)$.

Для обеспечения возможности перемножения нечётких чисел \tilde{T}^{IT} и \tilde{d}'_{ik} , относящихся к различным типам, пред-

ставим треугольное нечёткое число \tilde{d}'_{ik} в виде нечёткого числа \tilde{d}''_{ik} S-типа. В качестве допущения примем, что значения его функции принадлежности $m_{\tilde{d}'}(d)$ для трёх значений аргумента $d''_{ik}^{(1)} = d'^L_{ik}$, $d''_{ik}^{(2)} = d'^M_{ik}$ и $d''_{ik}^{(3)} = d'^R_{ik}$ равны соответственно: $m_{\tilde{d}'}(d''_{ik}^{(1)}) = 0$, $m_{\tilde{d}'}(d''_{ik}^{(2)}) = 0.5$, $m_{\tilde{d}'}(d''_{ik}^{(3)}) = 1$ (рис.4). Остальные уровневые значения d'' будем определять линейной интерполяцией.

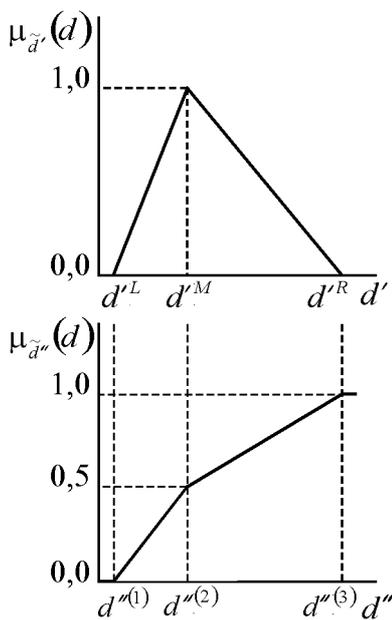


Рис. 4. Схема преобразования нечёткого числа

Изложенная выше методика совместно с формулами (1) и (2) позволяет определять нечёткое значение целевой функции \tilde{C} для заданных t_i^a, t_j^d, T_j^r . Дефазификация полученного нечёткого значения \tilde{C} производится методом центра тяжести [2].

Сравнение нечётких чисел

Применим следующий теоретико-вероятностный подход к вычислению чёткой вероятности доминирования одного нечёткого числа над другим, необходимой для определения коэффициентов k_{ij}^T ($i, j = 1, \dots, K$). Пусть \tilde{X} и \tilde{Y} - нечёт-

кие числа S-типа, полученные на базе вероятностных распределений, с функциями принадлежности $m_{\tilde{X}}(t)$ и $m_{\tilde{Y}}(t)$ соответственно. $P(\tilde{X} < \tilde{Y})$ - искомая вероятность доминирования \tilde{Y} над \tilde{X} .

Для определения $P(\tilde{X} < \tilde{Y})$ нечёткие числа представим в форме частотных распределений. В общем случае данное преобразование невозможно, поскольку полученные экспертным путём нечёткие числа не содержат необходимой количественной информации. Учтём, что сравниваемые нечёткие числа получены с использованием статистических выборок большого объёма, и введём допущение о возможности перехода в рассматриваемом случае от нечёткого числа к вероятностному распределению. Выше уже было рассмотрено преобразование вероятностного распределения в нечёткое число. Поэтому опустим подробное описание процедуры обратного перехода, отметив лишь, что её суть состоит в использовании границ уровневых интервалов нечёткого числа в качестве соответствующих квантилей частотного распределения.

Итак, предположим, что функции принадлежности $m_{\tilde{X}}(t)$ и $m_{\tilde{Y}}(t)$ нечётких чисел \tilde{X} и \tilde{Y} преобразованы в функции распределения $F^X(t)$ и $F^Y(t)$ СВ X и Y соответственно. Необходимо определить вероятность $P(X < Y)$ того, что произвольно взятое значение X будет меньше произвольно взятого значения Y .

Разобьём области значений функции распределения на N промежутков одинаковой ширины DF . Тогда $F_0, F_1, \dots, F_i, \dots, F_N$ - границы промежутков, а $x_0, x_1, \dots, x_i, \dots, x_N$ и $y_0, y_1, \dots, y_i, \dots, y_N$ - соответствующие им квантили СВ X и Y , определяемые с использованием приёма обращения как

$$x_i = F^{X^{-1}}(F_i), \quad y_i = F^{Y^{-1}}(F_i), \quad i = 0, 1, \dots, N.$$

Чтобы избежать неопределённостей, связанных со значениями $F(t) = 0$ и $F(t) = 1$, будем считать F_0 близким, но не

равным 0, и аналогично F_N - близким, но не равным 1. При этом длина отрезка DF определится как $DF = \frac{F_N - F_0}{N} \approx \frac{1}{N}$.

Поскольку промежутки $[F_{i-1}, F_i)$ ($i = 1, \dots, N$) имеют одинаковую ширину, то вероятности p попадания X в пределы каждого из промежутков $[x_{i-1}, x_i)$ ($i = 1, \dots, N$) будут иметь одинаковую величину, не зависящую от номера промежутка, равную $p = F_i - F_{i-1} = DF$ ($i = 1, \dots, N$). То же самое можно сказать о вероятностях попадания Y в пределы каждого из промежутков $[y_{i-1}, y_i)$ ($i = 1, 2, \dots, N$), также равных ΔF .

Событие $X < Y$ будем рассматривать как сумму ряда элементарных событий, каждое из которых состоит в том, что СВ X попадает в промежуток $[x_{i-1}, x_i)$, а СВ Y – в промежуток $[y_{j-1}, y_j)$ и при этом $j > i$. Вероятности a_{ij} этих элементарных событий определяются по формуле

$$a_{ij} = \begin{cases} q, & y_j > x_i, \\ 0, & x_i > y_j, \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, N,$$

где q – вероятность попадания X в промежуток $[x_{i-1}, x_i)$ при попадании Y в промежуток $[y_{j-1}, y_j)$. По теореме умножения вероятностей для независимых событий имеем $q = p^2$.

Искомая вероятность события $X < Y$ приближённо определяется с использованием теоремы сложения несовместных элементарных событий как

$$P(X < Y) \approx \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}. \quad (3)$$

Приближённый характер формулы связан с наличием вероятности распределения СВ X и Y по промежуткам с одинаковыми номерами ($x_i = y_j$, $x_{i-1} = y_{j-1}$, $i = j$), когда о соотношении X и Y сделать определённого вывода нельзя и определить a_{ij} невозможно. С увеличением N вероятность попадания X и Y в промежут-

ки с одинаковыми номерами снижается и, соответственно, возрастает точность рассматриваемого метода.

Нетрудно заметить, что величина $\sum_{i=1}^N a_{ij}$ для некоторого промежутка $[y_{j-1}, y_j)$ представляет собой суммарную вероятность того, что X будет меньше y_j , умноженную на p , или в формализованном виде:

$$\sum_{i=1}^N a_{ij} = P(X < y_j) \cdot p. \quad (4)$$

Первый множитель правой части (4) по определению представляет собой значение функции распределения $F^X(y_j)$ и значит

$$\sum_{i=1}^N a_{ij} = F^X(y_j) \cdot p. \quad (5)$$

Из выражений (3) и (5) получаем формулу для определения искомой вероятности:

$$\begin{aligned} P(X < Y) &\approx \sum_{j=1}^N (F^X(y_j) \cdot p) = \left(\sum_{j=1}^N F_j^X \right) \cdot p = \\ &= \left(\sum_{j=1}^N F_j^X \right) \cdot DF = \frac{\left(\sum_{j=1}^N F_j^X \right)}{N}. \end{aligned}$$

Пример решения оптимизационной задачи

Ниже описаны результаты решения задачи оптимизации параметров модельной трансферной системы перевозок на базе Международного аэропорта Курумоч (г. Самара). Рассмотрена волна прилётов-вылетов, формируемая 10 ВС. Оценки потенциального пассажиропотока и трансферных тарифов (последние выражены в некоторых условных единицах) приведены в табл.1. Прочерки соответствуют трансферным авиасвязям, на которых пассажиропоток отсутствует. Нечёткое суммарное число потенциальных трансферных пассажиров составило $\tilde{D} = (192; 558; 1238)$. В целях экономии

места в табл.1 приведены значения D_{ij}^M и c_{ij}^M , соответствующие ядрам нечётких множеств \tilde{D}_{ij} и \tilde{c}_{ij} . Следующие примеры позволяют оценить характер нечётких данных:

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{9;2} &= (1, 2, 4) \text{ пас.}, \\ \tilde{c}_{9;2} &= (20.5, 21.2, 21.8) \text{ у.е.}, \\ \tilde{D}_{1;1} &= (4, 16, 20) \text{ пас.}, \\ \tilde{c}_{1;1} &= (20.3, 21.0, 21.6) \text{ у.е.}, \\ \tilde{D}_{7;4} &= (8, 53, 125) \text{ пас.}, \\ \tilde{c}_{7;4} &= (15.0, 15.6, 16.2) \text{ у.е.} \end{aligned}$$

Заметен значительный разброс уровней возможного пассажиропотока и сравнительно малый разброс тарифов.

Все ВС, формирующие волну, разделены на две категории, различающиеся

пассажирами вместимостью и временными параметрами технологического графика. ВС первой категории, к которым отнесены последние три ВС ($k = 8-10$), считаются большими, требующими больших затрат на аэропортовое обслуживание. Графики функций распределения времени выполнения работ 1,2 и 4 для обеих категорий ВС, служащие исходным материалом для формирования нечётких чисел \tilde{T}_k^A , \tilde{T}_k^C , \tilde{T}_k^B , представлены на рис.5. На указанном рисунке приведён также пример вероятностного распределения отклонений времени прилёта одного из ВС в хаб. Источником исходной информации является статистика базы данных информационной системы аэропорта.

Таблица 1. Характеристики трансферных авиасвязей, D_{ij}^M , пас. / c_{ij}^M , у.е.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	16 / 21,0	-	-	-	-	4 / 14,2	-	-	-	-
2	-	-	-	-	6 / 13,8	-	18 / 13,9	-	2 / 13,8	3 / 13,7
3	-	-	26 / 18,4	9 / 16,4	-	-	-	2 / 24,8	-	-
4	-	-	-	18 / 12,2	-	-	-	-	16 / 21,2	19 / 21,5
5	-	-	48 / 17,6	-	-	-	-	6 / 24,0	-	-
6	-	11 / 13,8	-	-	-	21 / 13,8	5 / 13,7	-	19 / 13,9	-
7	-	-	-	53 / 15,6	-	-	-	-	-	-
8	-	24 / 12,8	-	-	3 / 12,7	10 / 12,8	2 / 12,9	-	-	82 / 12,8
9	-	2 / 21,2	-	-	-	-	11 / 21,2	-	3 / 21,2	-
10	-	35 / 14,8	-	-	-	-	45 / 14,8	4 / 14,2	35 / 14,8	-

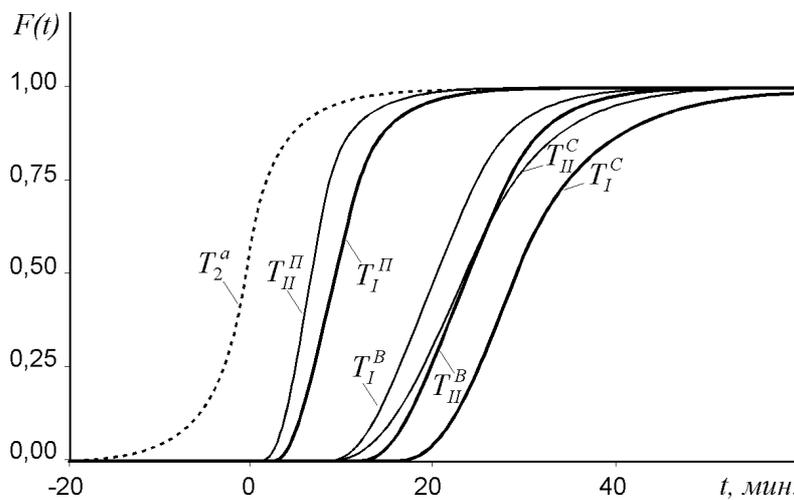


Рис. 5. Функции распределения временных характеристик

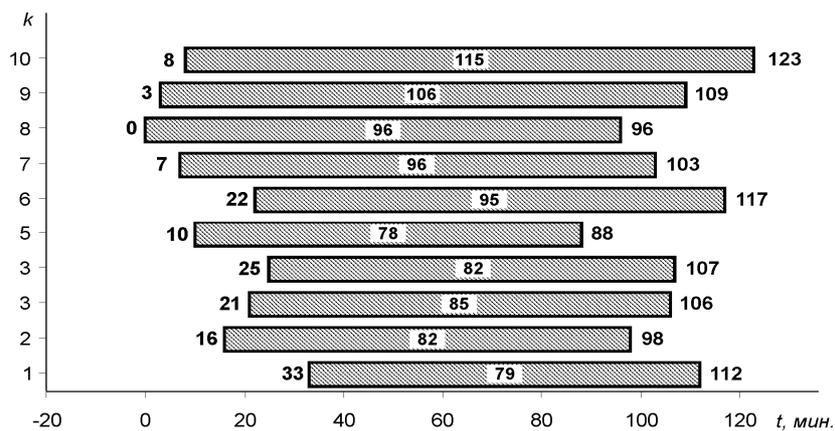


Рис. 6. Оптимальное расписание

Частотное распределение времени обслуживания одного трансферного пассажира со средним значением около 0,5 мин, использованное в примере, получено по результатам непосредственных наблюдений в ряде аэропортов. Минимальный интервал времени между ВПО принят равным $Dt=1$ мин, что в целом соответствует пропускной способности элементов лётной полосы рассматриваемого аэропорта.

Расписание прилётов и вылетов ВС в течение рассматриваемой волны, составляющее главный результат решения оптимизационной задачи, для наглядности представлено в виде линейчатой диаграммы на рис.6. Длина каждого прямоугольника и его смещение вдоль временной оси отражают временные характеристики пребывания соответствующего ВС в хабе. Числа слева и справа от прямоугольника означают, соответственно, время прибытия и время отправления, число внутри прямоугольника – продолжительность пребывания ВС в хабе.

Решение задачи было получено при наличии дополнительного ограничения, предполагающего равенство величин T_k^G для всех ВС одной категории. Оптимальные значения составляют $T_I^G = 36$ мин для ВС первой категории и $T_{II}^G = 33$ мин – для ВС второй категории, что вполне соответствует практике.

Оптимальное расписание наглядно отражает групповой характер движения ВС, являющийся одним из атрибутов хаба. ВС прибывают и отправляются

тесными группами с малыми интервалами между ВПО, что требует высокой пропускной способности элементов лётной полосы и технологических комплексов хаба. В среднем ВС первой категории прибывают раньше, чем ВС второй категории, и вылетают несколько позже, что объясняется большими временными затратами на их обслуживание.

Оптимизация расписания позволила в целом сохранить потенциальный трансферный пассажиропоток. Полученное нечёткое суммарное число трансферных пассажиров, принёсших доходы авиакомпании в течение волны, составившее $\tilde{d}_{opt} = (182; 493; 1101)$, всего на 11-12% меньше их потенциального числа.

Оптимальное решение обеспечило значение нечёткого критерия $\tilde{C}_{opt} = (1210; 7499; 17510)$ у.е. С целью оценки эффекта от оптимизации был произведён расчёт величины \tilde{C} для исходных данных, имитирующих традиционное расписание узлового аэропорта. Предполагалось, что описанные выше ВС прибывают в аэропорт в порядке возрастания номеров через каждые 5 мин, проходят обслуживание в течение 2 ч, а затем в той же последовательности через каждые 5 мин вылетают из аэропорта. Определённое в этом случае нечёткое значение целевой функции составило $\tilde{C} = (642; 4021; 9397)$ у.е., что почти в два раза ниже оптимального значения. Таким образом, хабообразующая авиакомпания имеет возможность существенно повы-

свои собственные доходы только за счёт оптимизации расписания без каких бы то ни было финансовых затрат.

При использовании современной персональной вычислительной техники решение рассмотренной задачи оптимизации для волны, включающей прилёты и вылеты нескольких десятков ВС, достигается практически мгновенно.

Заключение

Представленные результаты подтверждают правомерность постановки и работоспособность предложенного алгоритма решения задачи оптимизации параметров расписания и технологических графиков обслуживания ВС для аэропорта, действующего в рамках трансферной системы перевозок. Использование нечётко-множественного подхода позволяет на базе стандартной вычислительной техники быстро получать оптимальные решения, учитывающие неопределённость исходных данных, доступных в условиях

работы реальных аэропортовых и авиатранспортных предприятий.

Библиографический список

1. Дюбуа, Д. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике [Текст] / Д. Дюбуа, А. Прад. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.
2. Рутковская, Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечёткие системы [Текст] / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. – М.: Горячая линия – Телеком, 2006. – 452 с.
3. Адлер, Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий [Текст] / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, А. В. Грановский. – М.: Наука, 1976. – 279 с.
4. Danesi, A. Spatial concentration, temporal co-ordination and profitability of airline hub-and-spoke networks. Ph.D. thesis [Text] / A. Danesi. – Università di Bologna, 2006. – 143 p.

PARAMETRICAL OPTIMIZING OF A TRANSFER AIR TRANSPORTATION SYSTEM IN CONDITIONS OF UNCERTAINTY

© 2012 V. A. Romanenko

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov
(National Research University)

The problem of flight timetable optimization is solved on the basis of the fuzzy set approach taking account of the parameters of ground service technological schedules for an airport operating within the framework of the transfer system of air transportations. Methods of expert evaluation and statistical processing of the airport information system statistics are used in forming fuzzy input data. An example of a problem solution is given.

Parametrical optimization, fuzzy set, hub airport.

Информация об авторе

Романенко Владимир Алексеевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры организации и управления перевозками на транспорте, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vla_rom@mail.ru. Область научных интересов: оптимизация и моделирование системы обслуживания перевозок узлового аэропорта.

Romanenko Vladimir Alekseevich, candidate of technical science, associate professor, working for doctor's degree at the department of traffic organization and management in transport, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vla_rom@mail.ru. Area of research: optimization and simulation of the hub airport transportations service system.