

## ПРОФИЛИ УДАРНЫХ ВОЛН В РЕЛАКСИРУЮЩЕМ ГАЗЕ С ВНЕШНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ

© 2012 Д. А. Анчиков<sup>1</sup>, Р. Н. Галимов<sup>1</sup>, Д. И. Завершинский<sup>1</sup>, В. Г. Макарян<sup>1</sup>,  
Н. Е. Молевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup>Самарский филиал Учреждения Российской академии наук Физического института имени  
П.Н. Лебедева

В работе получены решения дифференциальных уравнений, описывающих стационарные профили ударноволновых структур в неравновесном релаксирующем газе с внешним источником энергии. Исследованы одномерные и двумерные (плоская и цилиндрическая) ударноволновые структуры.

*Ударные волны, неравновесный газ, устойчивость газодинамических структур, ударноволновые профили.*

### Введение

В последнее время большое количество экспериментальных работ свидетельствуют об аномальном поведении ударных волн в неравновесных средах. Например, в слабо-ионизированном газе наблюдается усиление ударной волны, распад фронта ударной волны и появление предвестника перед фронтом ударной волны [1-3]. Усиление и модификация слабых ударных волн могут быть вызваны новыми дисперсионно-вязкостными свойствами неравновесных сред. В [2-4] подробно рассмотрены принципиальные различия между акустикой равновесных сред и акустикой таких неравновесных сред как колебательно-возбужденный газ, неизотермическая плазма, химически активная смесь, среды с неравновесным фазовым составом и др. В таких средах коэффициент второй (объемной) вязкости  $\xi$  и дисперсия звука могут быть отрицательными:  $\xi < 0$  и  $c_0 > c_\infty$ . Здесь  $c_0$ ,  $c_\infty$  – равновесная (низкочастотная) и замороженная (высокочастотная) скорости звука, соответственно. Среда, имеющие отрицательную вязкость, могут быть акустически активными. Кроме того, низкочастотный коэффициент газодинамической нелинейности  $\Psi_0$  является сложной функцией от степени неравновесности. Только замороженный коэффициент газодинамической нелинейности имеет обычную

форму  $\Psi_\infty = (\gamma_\infty + 1) / 2$ . Существуют области степени неравновесности, в которых  $\Psi_0 < 0$ .

В работе исследуется влияние новых акустических свойств стационарно неравновесных сред с релаксационным процессом и источником энергии на структуру ударных волн в таких средах. Рассмотрены одномерные и двумерные (плоская и цилиндрическая) ударно-волновые структуры.

### Структура ударных волн в неравновесной среде. Бифуркационная диаграмма

Исходная система газодинамических уравнений для исследуемой модели среды имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} &= 0, \\ \rho \frac{dv}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial x}, \\ C_{V\infty} \frac{dT}{dt} + \frac{dE_v}{dt} - \frac{T}{\rho} \frac{d\rho}{dt} &= Q - I, \\ \frac{dE_v}{dt} &= \frac{E_e - E_v}{\tau_v(T, \rho)} + Q. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $E_v$  – энергия колебательных степеней свободы молекул;  $E_e$  – её равновесное значение;  $\tau_v$  – время колебательной релаксации;  $Q$  – мощность внешнего источника колебательной энергии (в частности, электрическая накачка в разряде, химическая или оптическая накачка), который поддерживает

степень неравновесности  
 $S = (E_{v_0} - E_{e_0}) / T_0 = Q\tau_v / T_0$ ;  $v$ ,  $T$ ,  $\rho$ ,  $P$  соответственно скорость, температура, плотность и давление,  $I = Q$  – теплоотвод и  $d/dt = \partial/\partial t + v\partial/\partial x$ .

Газ со стационарной неравновесностью и Ландау-Теллеровской зависимостью времени релаксации имеет пять областей степени неравновесности  $S$  с качественно различными свойствами.

**Область 1:**  $S < S_{thr} = C_v / (C_{v\infty} - \tau_T)$ , где  $C_v = dE_{e_0} / dT_0$ ,  $\tau_T = \partial \ln \tau_{v_0} / \partial \ln T_0$ . В этой области вторая вязкость положительна  $\xi > 0$ , дисперсия положительна  $c_0 < c_\infty$  и коэффициент нелинейности положительный:  $\Psi_0 \approx (\gamma_0 + 1) / 2$  подобно равновесным средам.

**Область 2:**  $S_{thr} < S < S_n$ . В этой области дисперсия и вторая вязкость отрицательные ( $\xi < 0, c_0 > c_\infty$ ). Низкочастотный коэффициент нелинейности положительный:  $\Psi_0 > 0$ . Здесь  $S_n$  является степенью неравновесности, при которой происходит смена знака низкочастотного коэффициента нелинейности, то есть определяется из уравнения  $\Psi_0(S_n) = 0$ , где

$$\Psi_0 = \left[ \frac{S_0 \tau_T (1 + S_0)}{C_{p_0} C_{v_0}} + \frac{1 + 2C_{v_0}}{2C_{v_0}} - \frac{S_0 (1 + S_0)^2}{2C_{p_0} C_{v_0}^2} \tau_{TT} \right],$$

$$\tau_{TT} = \frac{T_0^2}{\tau_{v_0}} \frac{\partial^2 \tau_{v_0}}{\partial T_0^2},$$

$C_{v_0} = C_{v\infty} + C_v + S_0 \tau_T$ ,  $C_{p_0} = C_{p\infty} + C_v + S_0(\tau_T + 1)$  - низкочастотные теплоёмкости при постоянном объёме и давлении в колебательно-возбужденном газе, соответственно.

**Область 3:**

$S_n < S < S_V = -(C_{v\infty} + C_v) / \tau_T$ . Здесь вторая вязкость отрицательная:  $\xi < 0$ , дисперсия также отрицательная:  $c_0 > c_\infty$ , низкочастотный коэффициент нелинейности отрицательный:  $\Psi_0 < 0$ .

**Область 4:**  $S_V < S < S_P$ , где  $S_P = -(C_{p\infty} + C_v) / (\tau_T + 1)$ . Здесь вторая вязкость отрицательная:  $\xi < 0$ ,  $\Psi_0 < 0$ , низкочастотные теплоёмкости имеют разные знаки:  $C_{v_0} < 0$ ,  $C_{p_0} > 0$ .

**Область 5:**  $S > S_P$ . В этой области  $\xi < 0$ ,  $c_0 < c_\infty$ ,  $\Psi_0 > 0$ ,  $C_{v_0} < 0$ ,  $C_{p_0} < 0$ .

Структура ударной волны за скачком фронта  $\rho_d = (\gamma_\infty + 1) D^2 \rho_0 / [(\gamma_\infty - 1) D^2 + 2c_\infty^2]$  была получена с помощью численного решения уравнения [5]:

$$\frac{d\rho}{dz} = - \frac{\rho \left[ \frac{E_e(\rho) - E_v(\rho)}{\tau_v(\rho)} + Q \right]}{\rho_0 D \left( \frac{dE_e}{d\rho} \right)} \equiv \frac{A(\rho)}{B(\rho)}, \quad (2)$$

$$E_v(\rho) = E_{v_0} + M \left\{ C_{p\infty} \frac{P_0}{\rho_0} + \frac{D^2}{2} - \frac{C_{p\infty}}{\rho} \left[ P_0 + \rho_0 D^2 \left( 1 - \frac{P_0}{\rho} \right) \right] - \frac{1}{2} \left( \frac{P_0 D}{\rho} \right)^2 \right\}$$

где  $z = x - Dt$  - автомодельная координата,  $D$  - скорость ударной волны.

Интегральные кривые и возможные стационарные волновые решения уравнения (2) были получены в [6]. Все результаты могут быть представлены на бифуркационной диаграмме (рис. 1).

Граница раздела областей 3 и 2  $D_{cr1}(S)$  бифуркационной диаграммы определяется после исключения плотностей из условий  $A(\rho, D_{cr1}, S) = 0$  и  $B(\rho, D_{cr1}) = 0$ ,  $D_f(S)$  - после исключения плотности из условий  $A(\rho, D_b, S) = 0$  и  $\partial A(\rho, D_b, S) / \partial \rho = 0$ , а граница раздела областей 1 и 2  $D_{cr2}(S)$  - из условия  $A(\rho_d(D_{cr1}), D_{cr1}, S) = 0$ .

В области 1 бифуркационной диаграммы ударные волны имеют профиль с медленным сжатием к конечному состоянию после ударного скачка уплотнения (рис. 1). В ударных волнах в области 2 за скачком уплотнения следует медленное разряжение к конечному состоянию. Стационарные ударные волны, параметры  $D$  и  $S$  которых соответствуют границе раздела  $D_{cr2}(S)$ , имеют профиль ступени. В третьей области решений в виде стационарных волн не существует.

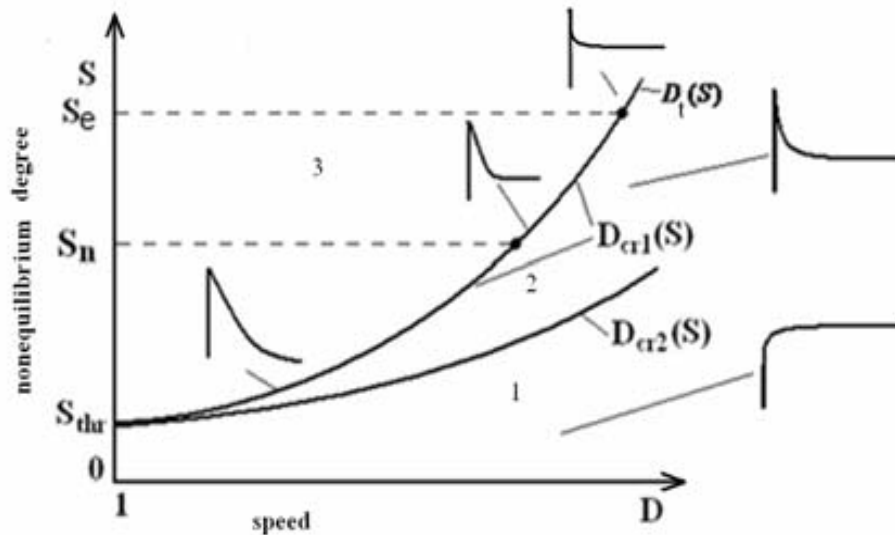


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма [6]

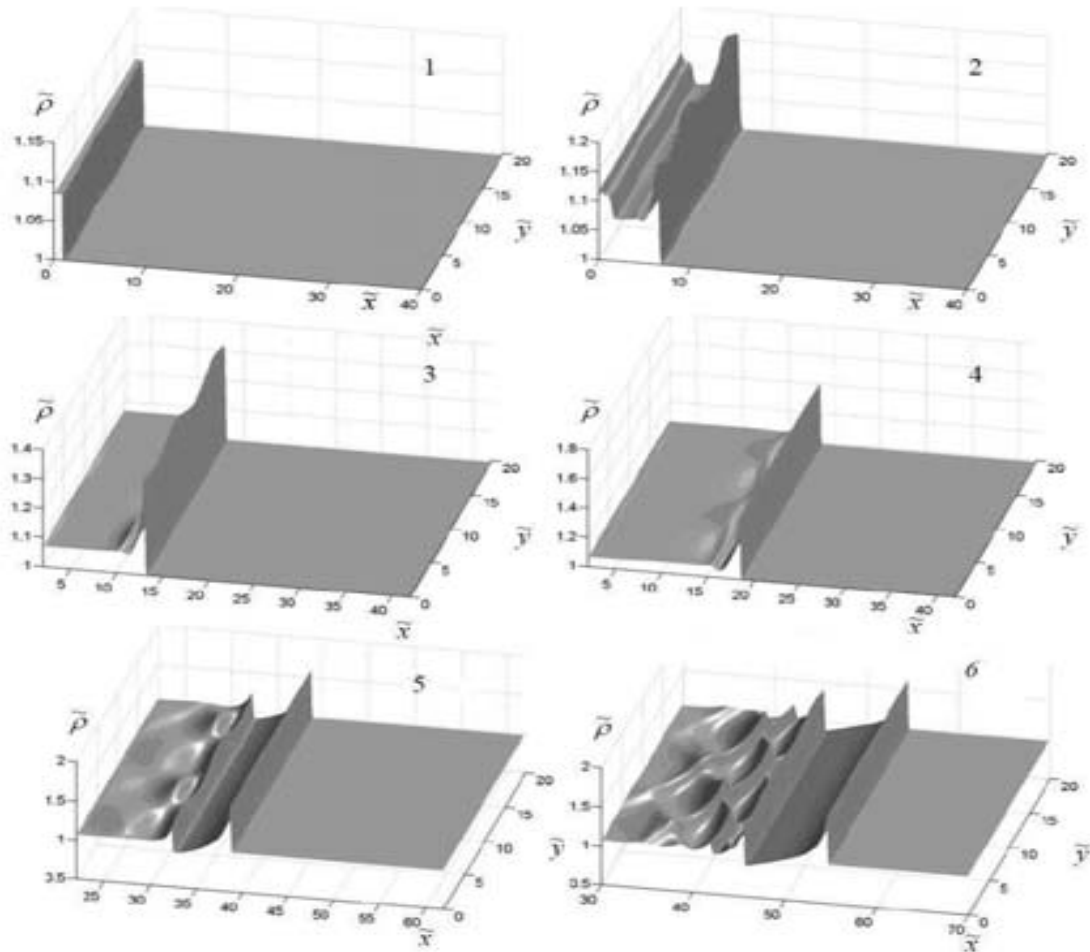
Как известно, ударная волна становится неустойчивой, если скорость распространения звука за фронтом волны меньше, чем скорость самой ударной волны. Для исследуемой модели среды это условие соответствует области 3 на бифуркационной диаграмме. Скорость  $D_t$  является аналогом скорости Жуге в теории детонации. Для  $D = D_{cr1}(S)$  или  $D = D_t$  стационарная волна имеет форму импульса с амплитудой  $\rho_d$  или волны с ненулевой асимптотой. Для малой степени неравновесности этот автоволновый импульс имеет ударноволновой фронт и экспоненциальный «хвост» [5]:

$$\rho(z) = \rho_d \exp\left(\frac{(x - x_0) C_{VU} \Psi_0}{2 \Psi_m C_{VU} C_m \Gamma_0}\right)$$

Для исследования эволюции ударных волн в стационарно неравновесной среде с релаксационным процессом и источником энергии численно промоделирована эволюция возмущения в виде ступеньки. Ударные волны в областях 1 и 2 бифуркационной диаграммы эволюционно устойчивы. В области 3  $S - D$  - диаграммы результатом эволюции ударных волн являлись автоволновые структуры двух типов: импульс или волна с ненулевой асимптотой. Их форма, амплитуда и скорость не зависят от амплитуды начального возмущения, а определяются только параметрами среды.

Для  $S_{thr} < S < S_n$  нестабильные волны при  $D < D_{cr1}$  распадаются на последовательность автоволновых импульсов одинаковой амплитуды, распространяющихся со скоростью  $D = D_{cr1}(S)$ . Для  $S_n < S < S_e$  нестабильные волны распадаются на последовательность автоволн с ненулевой асимптотой и подобной скоростью  $D = D_{cr1}(S)$  (рис. 2). Формирование последовательности автоволн при  $S_{thr} < S < S_e$  связано с акустической активностью, сохраняющейся за фронтом волны. Напротив, при  $S > S_e$  нестабильные волны трансформируются в одну автоволну, распространяющуюся со скоростью  $D = D_t(S)$ .

Также была исследована поперечная (гофрировочная) устойчивость автоволновых структур. На рис. 2 показана зависимость плотности газа в неустойчивой ударной волне от пространственных координат в различные моменты времени. Фронт начального возмущения, имеющего форму ступеньки, был синусоидально деформирован в направлении распространения волны (рис.2, 1). На начальном этапе эволюции (рис. 2, 3) поперечное искажение фронта переходило в поперечное искажение амплитуды на фронте волны. В дальнейшем это искажение быстро затухало, и оторвавшаяся от основной ударной волны автоволновая структура имела неискажённый плоский передний фронт (рис. 2).



*Рис. 2. Устойчивость плоского фронта автоволновой структуры для двухмерной геометрии. Начальное поперечное синусоидальное возмущение на меняет самоподдерживающуюся структуру*

Работа частично поддержана Минобрнауки РФ, государственное задание на выполнение работ на 2012-2014 годы, шифр 2.560.2011 и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг., ГК № 14.740.11.0999, 14.740.11.1140, 14.B37.21.0767, №14.132.21.1423, 14.132.21.1440 контракты, НИР №ГР 01201156352 и фондом «Династия».

### **Библиографический список**

1. Климов, А.И. Неизотермическое приближение в плазменной аэродинамике [Текст] / А.И. Климов, В. Битюрин, Ю. Серов // Paper AIAA.- 0348.- 2001.
2. Молевич, Н.Е. Акустические свойства неравновесных сред [Текст] / Н.Е. Молевич, // Paper AIA.- 020.- 2004.
3. Молевич, Н.Е. Влияние термодинамической неравновесности на акустические свойства газов [Текст] / Н.Е. Молевич, А.И.

Климов, В.Г. Макарян // Международный журнал аэроакустики.- 2005. - Вып. 4. - №3&4. - С. 345-355.

4. Макарян, В.Г. Стационарные ударные волны в неравновесной среде [Текст] / В.Г. Макарян, Н.Е. Молевич // Plasma Sources Sci. Technol.- 2007. - Т. 16.- С. 124-131.

5. Макарян, В.Г. Структура газодинамических возмущений в термодинамически неравновесной среде со степенной зависимостью времени релаксации [Текст] / В.Г. Макарян, Н.Е. Молевич // Механика жидкости и газа.- 2004.- Т. 39.- №5.- С. 836-845.

6. Галимов, Р.Н. Структура и бифуркации плоских ударных волн в колебательно-возбужденном газе с внешним источником энергии [Текст] / Р.Н. Галимов, Н.Е. Молевич // Механика жидкости и газа. - 2009.- Т. 44. - №1.- С. 158-169.

**SHOCK WAVE PROFILES IN RELAXING GAS WITH EXTERNAL ENERGY SOURCE**© 2012 D. A. Anchikov<sup>1</sup>, R. N. Galimov<sup>1</sup>, V. G. Makaryan<sup>1</sup>, N. E. Molevich<sup>2</sup><sup>1</sup>Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov  
(National Research University)<sup>2</sup>Lebedev Physical institute RAS, Samara branch

In this paper the shock wave profiles in nonequilibrium relaxing gas with the external energy source are investigated theoretically.

*Shock waves, nonequilibrium gas, stability of gas dynamic structures, shock wave profiles.*

**Информация об авторах**

**Анчиков Дмитрий Александрович**, аспирант, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: swadimaz@mail.ru. Область научных интересов: нелинейная динамика.

**Галимов Ринат Насихович**, аспирант, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: renrk@mail.ru. Область научных интересов: механика жидкости, газа и плазмы, акустика.

**Завершинский Дмитрий Игоревич**, аспирант, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: dimanzav@mail.ru. Область научных интересов: акустика.

**Макарян Владимир Георгиевич**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vmak@rambler.ru. Область научных интересов: механика жидкости, газа и плазмы, акустика.

**Молевич Нонна Евгеньевна**, профессор, доктор физико-математических наук, профессор, заведующая теоретическим сектором, Самарский филиал физического института имени П.Н. Лебедева РАН. E-mail: molevich@fian.smr.ru. Область научных интересов: механика жидкости, газа и плазмы, акустика.

**Anchikov Dmitrii Aleksandrovich**, post-graduate student, Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: swadimaz@mail.ru. Area of research: nonlinear dynamics.

**Galimov Rinat Nasikhovich**, post-graduate student, Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: renrk@mail.ru. Area of research: mechanics of liquid, gas and plasma, acoustics.

**Zavershinskii Dmitrii Igorevich**, post-graduate student, Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: dimanzav@mail.ru. Area of research: acoustics.

**Makaryan Vladimir Georgievich**, associate professor, Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: vmak@rambler.ru. Area of research: mechanics of liquid, gas and plasma, acoustics.

**Molevich Nonna Evgenievna**, doctor of sciences (physics), professor, head of theoretical sector, P.N. Lebedev Physical Institute RAS (Samara branch). E-mail: molevich@fian.smr.ru. Area of research: mechanics of liquid, gas and plasma, acoustics.