УДК 621.9.06-529

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПОГРЕШНОСТИ

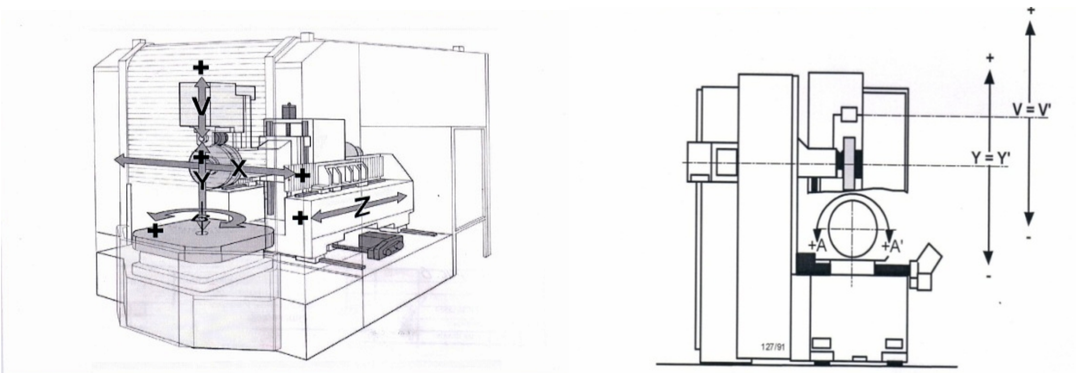
© 2012 Е. Ю. Исмайлова

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Рассмотрено влияние соотношения систематической и случайной погрешностей на характер распределения вероятности угловой производственной погрешности.

Угловая погрешность, случайная погрешность, систематическая погрешность, закон распределения, кривые распределения, вероятность распределения.

Для механической обработки деталей машин на современных машиностроительных предприятиях широко применяются станки с числовым программным управлением. Их доля в общем парке применяемых станков увеличивается с каждым годом. Это обусловлено рядом преимуществ использования станков с ЧПУ, одним из которых является возможность обработки в автоматическом режиме сложных фасонных поверхностей с управлением по трём и более координатам. Формообразование на многокоординатных станках с ЧПУ обеспечивается управлением тремя линейными координатами – перемещением вдоль осей X, Y, Z и тремя поворотами A, B, C. Например, на рис. 1 представлена схема расположения пяти программируемых осей координат плоскошлифовального станка с поворотным столом BLOHM Profimat MC.



а *б*

Рис. 1. Программируемые оси координат станка BLOHM Profimat MC

Последовательность размерных связей при этом можно выразить схемой (рис. 2).

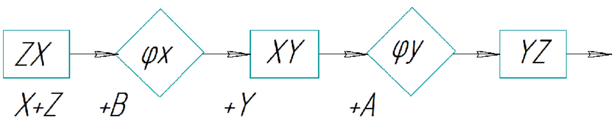


Рис. 2. Размерные связи для станка BLOHM Profimat MC

Размерные связи обрабатываемой заготовки описываются размерными цепями. Сложная объёмная обработка приводит к образованию многомерных размерных цепей, которые учитывают и обеспечивают взаимное расположение геометрических элементов заготовки между собой (их можно назвать внутренними связями), а также взаимное расположение геометрических элементов обрабатываемой заготовки по отношению к геометрическим элементам станка, крепежного приспособления и режущего инструмента (внешние связи). Это взаимное расположение характеризуется как линейными расстояниями между элементами, так и взаимными угловыми поворотами между ними. Отсюда следует, что составляющие звенья размерной цепи представляют собой геометрические векторы.

Реальная природа формирования погрешностей обработки на многокоординатных станках с ЧПУ является функцией взаимосвязи векторов – составляющих звеньев пространственной размерной цепи. Множество случайных величин пространственных размерных связей образуют систему величин, распределяющихся как по модулям составляющих векторов, так и по направлениям расположения этих векторов.

В связи с этим представляет интерес определение и исследование законов распределения производственных угловых погрешностей, которые определяются систематической и случайной составляющими.

Таким образом, вектор, характеризующий угловую погрешность, может быть представлен в виде суммы двух векторных погрешностей: вектора систематической погрешности $\vec{a}$ и вектора случайной погрешности $\vec{r}$.

$$\vec{\Delta} = \vec{a} + \vec{r}. \qquad (1)$$

Угловая погрешность Δφ (рис. 3) характеризует возможное положение суммарного вектора $\vec{\Delta}$ относительно системы координат станка, начало которой расположено в точке *O*. Задачей является изучение закона распределения случайного угла φ.

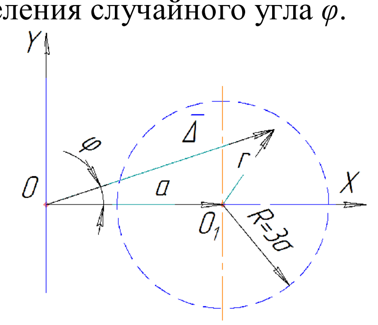


Рис. 3. Схема формирования угловой производственной погрешности

Случайную погрешность $\vec{r}$ можно представить отклонениями точек плоскости от точки O_1 – центра группирования случайной погрешности. Распределение точек на плоскости подчиняется закону Гаусса с зоной практического рассеяния в пределах круга с радиусом $R = 3\sigma$ (рис. 3). Систематическая погрешность a представляет расстояние центра этого круга O_1 от начала отсчёта O суммарной погрешности $\vec{\Delta}$.

В производстве возможны различные варианты соотношения систематических и случайных погрешностей, что накладывает условия на анализ угловой погрешности. Эти соотношения могут изменяться в пределах

$$0 \le \frac{|\vec{a}|}{R} \le \infty. \qquad (2)$$

Если систематическая погрешность $|\vec{a}|=0$, то центр O_1 круга совпадет с началом отсчёта O и с вероятностью 0,9973 величины суммарного вектора угловой погрешности $|\vec{\Delta}|$ будут заключены в интервале:

$$0 \le |\vec{\Delta}| \le R. \qquad (3)$$

Угол φ наклона вектора $\vec{\Delta}$ к некоторой оси координат будет принимать равновероятные значения в пределах (рис.4)

$$0 \le \varphi \le 2\pi. \qquad (4)$$

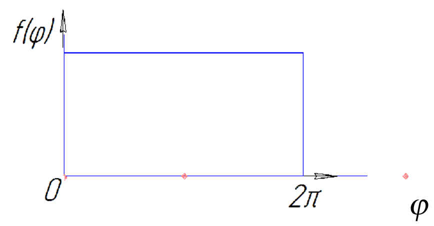


Рис. 4. График распределения угловой погрешности при систематической составляющей a=0

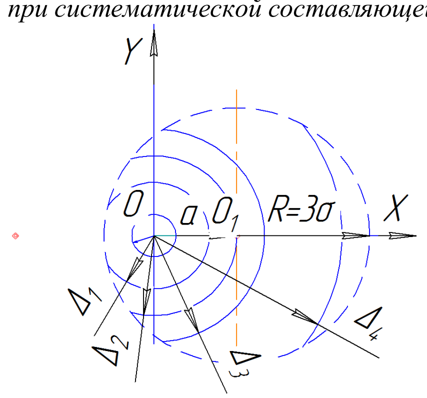


Рис. 5. Широта распределения угловой погрешности при появлении систематической составляющей a<R

С появлением систематической погрешности a распределение углов наклона φ не будет равновероятным. Вероятность получения погрешностей $\vec{\Delta}$, направленных в сторону вектора $\vec{a}$, будет большей, чем вероятность противоположного направления (рис. 5, 6).

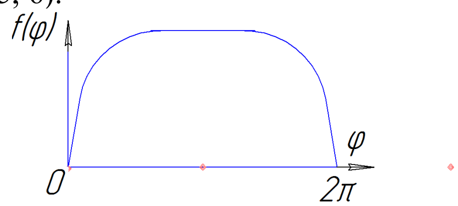


Рис. 6. График распределения угловой погрешности при систематической составляющей a<R

При $|\vec{a}| = R$ широта распределения вектора $\vec{\Delta}$ может достигнуть наибольшего значения, равного 2R (рис.7).

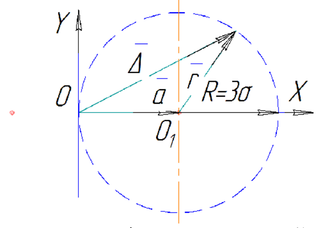


Рис. 7. Широта распределения угловой погрешности при появлении систематической составляющей a=R

Закон распределения угловой погрешности при $|\vec{a}| = R$ будет стремиться к нормальному (рис. 8).

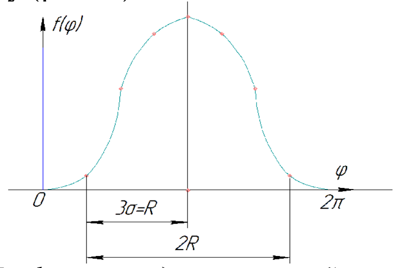


Рис. 8. График распределения угловой погрешности при систематической составляющей a=R

При $|\vec{a}| > R$ погрешности $\vec{\Delta}$ будут располагаться внутри угла, образованного касательными, проведёнными из точки *O* к окружности (рис. 9). Из рис. 9 видно, что угол φ будет находиться в пределах:

$$-\arcsin\frac{R}{a} \le \varphi \le \arcsin\frac{R}{a}. \qquad (5)$$

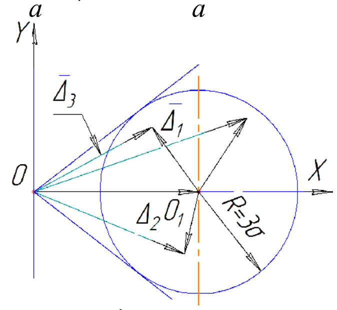


Рис. 9. Схема распределения углов наклона вектора производственной погрешности при a>R

Тогда область распределения угловой погрешности сузится и кривая распределения примет вид (рис. 10).

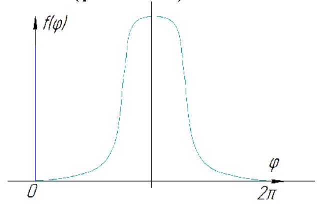


Рис. 10. График распределения угловой погрешности при систематической составляющей a>R

Случайный угол φ можно представить как функцию двух случайных величин *φ(x;y)* и определить его значения в интервале (-π,π):

$$\varphi = \begin{cases} \mathrm{arctg}\dfrac{y}{x} - \pi, & \text{если } -\pi \le \varphi < -\dfrac{\pi}{2}; \\ \mathrm{arctg}\dfrac{y}{x}, & \text{если } -\dfrac{\pi}{2} \le \varphi < \dfrac{\pi}{2}; \\ \mathrm{arctg}\dfrac{y}{x} + \pi, & \text{если } \dfrac{\pi}{2} \le \varphi \le \pi. \end{cases} \qquad 6)$$

Функцией распределения $F(\Delta\varphi)$ случайного угла φ, согласно теории вероятностей, является вероятность того, что он примет значение меньшее, чем аргумент функции Δφ:

$$F(\Delta\varphi)=P(\varphi<\Delta\varphi)=\begin{cases} 0, \text{ если } \Delta\varphi \le \ \pi; \\ P(-\pi < \mathrm{arctg}\frac{y}{x} - \pi < \Delta\varphi), \\ \text{если } -\pi < \Delta\varphi \le \ \frac{\pi}{2} \\ P(\ \frac{\pi}{2} < \mathrm{arctg}\frac{y}{x} < \Delta\varphi)+P(\ \pi \quad \varphi \quad \frac{\pi}{2}, \\ \text{если } \ \frac{\pi}{2} < \Delta\varphi \le \frac{\pi}{2} \\ P(\frac{\pi}{2} < \mathrm{arctg}\frac{y}{x} + \pi < \Delta\varphi)+P(\ \pi \quad \varphi \quad \frac{\pi}{2}, \\ \text{если } \frac{\pi}{2} < \Delta\varphi < \pi \\ \quad \text{если } \Delta\varphi > \pi. \end{cases} \qquad (7)$$

$$F(\Delta\varphi) = \begin{cases} 0, \text{ если } \Delta\varphi \le \ \pi; \\ P(0 < \ \mathrm{arctg}\frac{y}{x} \ < \Delta\varphi + \pi), \\ \text{если } -\pi < \Delta\varphi \le \ \frac{\pi}{2} \\ P(\ \frac{\pi}{2} < \mathrm{arctg}\frac{y}{x} \ < \Delta\varphi) + K_1, \\ \text{если } \ \frac{\pi}{2} < \Delta\varphi < \frac{\pi}{2} \\ P(-\frac{\pi}{2} < \mathrm{arctg}\frac{y}{x} \ < \Delta\varphi \quad \pi) + K_2, \\ \text{если } \frac{\pi}{2} < \Delta\varphi < \pi \\ \quad \text{если } \Delta\varphi > \pi, \end{cases} \qquad (8)$$

где $K_1 = P(\ \pi \quad \varphi \quad \frac{\pi}{2}$, $K_2 = P(\ \pi \quad \varphi \quad \frac{\pi}{2}$.

Плотность распределения вероятностей $f(\Delta\varphi)$ для случайного угла φ находится как производная от функции распределения:

$$f(\Delta\varphi) = F'(\Delta\varphi) = (\iint\limits_D f(x,y)dxdy)'\Delta\varphi \ . \qquad (9)$$

В результате решения получено выражение для плотности распределения $f(\Delta\varphi)$:

$$f(\Delta\varphi)=\begin{cases} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2}} + \frac{a}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma} e^{-\frac{a^2\cdot\sin^2\Delta\varphi}{2\sigma^2}} \cos\Delta\varphi\cdot\Phi(\frac{a}{\sigma}\cos\Delta\varphi), \\ \qquad \text{если } \Delta\varphi \ (-\pi, \pi); \\ 0, \quad \text{если } \Delta\varphi \ (-\pi, \pi), \end{cases}$$

$$\text{где } \Phi(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} e^{\frac{-t^2}{2}} dt\,. \qquad 10)$$

При малых значениях систематической составляющей угловой производственной погрешности, т.е. при a/σ << 1, разложение правой части выражения (10) в степенной ряд по a/σ приведёт к выражению, ограниченному членами второго порядка:

$$f(\Delta\varphi) \approx \frac{1}{2\pi} + \frac{a}{2\sigma\sqrt{2\pi}}\cos(\Delta\varphi) + \frac{a^2}{4\pi\sigma^2}\cos 2(\Delta\varphi). \quad (11)$$

Из (11) следует, что плотность распределения угловой производственной погрешности представляет косинусоиду с амплитудой $\frac{a}{2\sigma\sqrt{2\pi}}$.

Сравнительный характер кривых распределения вероятностей угловых производственных погрешностей при различных соотношениях систематической и случайной погрешности представлен на рис.11.

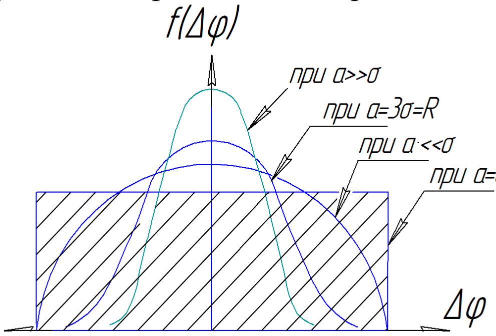


Рис. 11. Характер кривых распределения угловой погрешности при различных соотношениях систематической и случайной погрешности

Чтобы установить нормативные значения соотношения a/σ для оценки точности различных вариантов технологических процессов, необходимо исследование соотношения a/σ в действующем производстве методом статистического анализа.

Библиографический список

1. Дёмин, Ф.И. Расчёты точности геометрических систем и моделей [Текст] / Ф.И. Дёмин // Основы теории точности машин и приборов - СПб: Наука/РАН/Институт проблем машиноведения, 1993. - С.87-125.
2. Федорченко, Г.П. Суммирование векторных погрешностей. [Текст] / Г.П. Федорченко // Изв. высш. учеб. заведений. Сер. «Авиационная техника».- 1962. -№1. - С.105-109.
3. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учеб. / Е.С. Вентцель – 5-е изд. – М.: Высш.шк. 1999. – 576 с.
4. Программная документация SIEMENS 810D/840D-MMC 103/PCU 50/BLOHM. Schleifring-Grupp.

THE STUDY OF THE LAWS OF DISTRIBUTION OF THE ANGULAR ERRORS IN PRODUCTION

© 2012 E. Yu. Ismaylova

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov
(National Research University)

The influence of the ratio of systematic and random errors on the nature of the probability distribution of the angular error in production.

Angular error, random error, systematic error, distribution law, curves of the probability distribution.

Информация об авторах

Исмайлова Елена Юрьевна, заведующая отделением «Технология машиностроения» авиационного техникума, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: iselena-U@yandex.ru. Область научных интересов: точность обработки сложных поверхностей на станках с числовым программным управлением.

Ismaylova Elena Yuryevna, Managing branch «Technology of mechanical engineering» of Aerospace technical school Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: iselena-U@yandex.ru. Area of research: the study of the laws of distribution of the angular errors in production.