

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЁМА И МАССЫ ОДНОСТУПЕНЧАТЫХ ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНЫХ ТУРБИН СВЕРХМАЛОЙ МОЩНОСТИ

© 2012 В. А. Григорьев, Д. С. Калабухов, В. М. Радько

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королёва
(национальный исследовательский университет)

Приведена методика аналитического определения объёма и массы центростремительных турбин сверхмалой мощности (ЦС ТСММ) на начальном этапе проектирования с привлечением методов математической статистики. Разработанные математические модели массы могут использоваться при решении задачи многокритериальной оптимизации параметров ЦС ТСММ, включающей в себя оптимизацию по массовым характеристикам турбоприводов сверхмалой мощности.

Турбина сверхмалой мощности, модель массы, влияющие факторы, проектирование.

Турбины сверхмалой мощности наряду с входным и выходным устройствами входят в состав турбоприводов сверхмалой мощности. Одним из основных путей повышения эффективности последних является оптимизация геометрических и режимных параметров ТСММ. В работе [1] показана необходимость решения задачи оптимизации в многокритериальной постановке, при этом в качестве одного из важнейших критериев оценки эффективности предлагается масса ТПСММ, которая во многих случаях является аналогом стоимостных показателей. В известной научно-технической литературе отсутствуют какие-либо сведения по математическим моделям массы ТПСММ.

В данной работе в качестве объекта исследования рассматривается привод с одноступенчатой центростремительной турбиной (ЦС ТСММ). Отметим, что многообразие вариантов конструктивного исполнения входных и выходных устройств, с одной стороны, и недостаточная изученность влияния параметров этих устройств на эффективность привода – с другой, затрудняет формирование математических моделей названных устройств, а значит, и турбопривода в целом. Поэтому в работе рассмотрение ограничено математической моделью объёма и массы только центростремительной турбины.

Математическая модель ЦС ТСММ. В работах [2,3] показана необходимость построения моделей критериев оценки эффек-

тивности в зависимости от десяти безразмерных влияющих факторов – геометрических и режимных параметров ТСММ. Перечислим эти факторы:

$Y_T = 0,1 \dots 0,58$ – параметр нагруженности турбины;

$\pi_T = 1,05 \dots 6$ – степень понижения давления в турбине;

$\frac{h_{CA}}{D_1} = 0,01 \dots 0,05$ – относительная высота

лопатки соплового аппарата (СА);

$\alpha_{1эф} = 9,2 \dots 25^\circ$ – эффективный угол выхода потока из СА;

$\varepsilon = 0,1 \dots 1$ – степень парциальности;

$\bar{D} = 0,4 \dots 0,9$ – отношение выходного диаметра D_2 рабочего колеса (РК) к его входному диаметру D_1 ;

$(b/t_{cp})_{РК} = 1,2 \dots 2,2$ – густота решётки РК;

$\beta_{2эф} = 15 \dots 60^\circ$ – эффективный угол выхода потока из РК;

$\bar{F}_{РК} = 0,975 \dots 2,625$ – отношение площади канала на выходе из РК к площади на входе в РК;

$\bar{D}_M = 0,4 \dots 1,6$ – фактор масштабности, учитывающий влияние отклонения величины диаметра D_1 ступени от величины диаметра испытываемой ступени турбины $D_{1исп} = 50$ мм на её эффективность.

На начальном этапе проектирования можно сформировать эскизный облик одно-

ступенчатой турбины, близкий к конструктивному.

На рис. 1 представлен такой схематический облик. Штрих-пунктирными линиями показаны контуры корпуса соплового аппарата, не учитывающиеся при формировании математической модели ввиду многообразия вариантов конструктивного исполнения.

Представляемая математическая модель массы одноступенчатой турбины базируется на предварительном определении её объёма.

Объём турбины складывается из следующих составляющих:

$$V_T = V_{лСА} + V_{\varepsilon СА} + V_{лРК} + V_{корСА} + V_{лРК}, \quad (1)$$

где $V_{лСА}$ – объём лопаток СА;

$V_{\varepsilon СА}$ – объём необлопаченной части СА парциальной турбины;

$V_{лРК}$ – объём лопаток РК;

$V_{корСА}$ – объём корпуса СА;

$V_{лРК}$ – объём дисковой части РК без учёта рабочих лопаток .

Объём лопаток СА:

$$V_{лСА} = z_{лСА} F_{лСА} h_{СА} = z_{лСА} F_{лСА} \frac{h_{СА}}{D_1} \times \times D_{1исп} \bar{D}_M, \quad (2)$$

где $z_{лСА}$ – число лопаток СА;

$F_{лСА}$ – площадь профиля лопатки СА (постоянная по высоте);

$h_{СА}$ – высота лопатки СА.

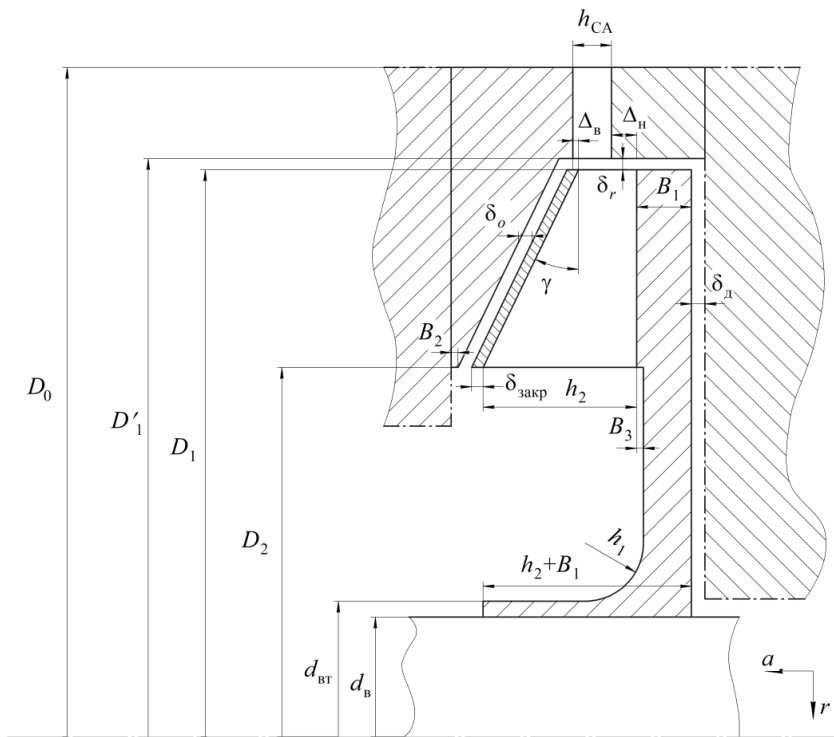


Рис. 1. Схема одноступенчатой ЦС ТСММ

Объём неактивного кольца СА парциальной турбины

$$V_{\varepsilon СА} = F_{\varepsilon СА} h_{СА}, \quad (3)$$

где $F_{\varepsilon СА} = \pi \left(\frac{D_0^2 - D_1^2}{4} \right) (1 - \varepsilon)$ – площадь непроходной части СА парциальной турбины.

Объём лопаток РК:

$$V_{лРК} = z_{лРК} F_{лРК} \frac{h_1 + h_2}{2} = z_{лРК} F_{лРК} \frac{h_{СА}}{D_1} D_{1исп} \times$$

$$\times \bar{D}_M (1 + \bar{\Delta}_н + \bar{\Delta}_в) \left(0,5 + \frac{\bar{F}_{РК}}{2\bar{D}} \right), \quad (4)$$

где $z_{лРК}$ – число лопаток РК;

$F_{лРК}$ – площадь профиля лопатки РК в сечении, соответствующем высоте трапеции, которую представляет лопатка РК в меридиональной плоскости (рис. 1);

$$h_1 = \frac{h_{СА}}{D_1} D_{1исп} \bar{D}_M (1 + \bar{\Delta}_н + \bar{\Delta}_в) - \text{высота}$$

лопатки РК на входе;

$$h_2 = h_1 \frac{\bar{F}_{\text{РК}}}{\bar{D}} - \text{высота лопатки РК на выходе};$$

где;

$\bar{\Delta}_H$ и $\bar{\Delta}_B$ – относительная величина нижней и верхней перекрыш.

Объём корпуса СА:

$$V_{\text{корСА}} = \pi \left(\frac{D_0^2 - D_1'^2}{4} \right) (\delta_d + \delta_0 + \delta_{\text{закр}} + h_2 - h_1 + B_1 + B_2 + \Delta_H + \Delta_B), \quad (5)$$

где $D_1' = D_1(1 + 2\bar{\delta}_r)$ – диаметр на выходе из СА;

$\bar{\delta}_r = 0,01$ – относительный радиальный зазор [3];

$$\delta_0 = (0,125 \dots 0,675) \frac{h_{\text{СА}}}{D_1} D_{1\text{исп}} \bar{D}_M - \text{осевой зазор [3];}$$

закр

$\delta_d = \delta_0$ – зазор между диском РК и корпусом СА;

$\delta_{\text{закр}} = (0,5 \dots 0,6) h_1$ – толщина покрывного диска закрытого РК (для полуоткрытого РК $\delta_{\text{закр}} = 0$);

$B_1 = (0,1 \dots 0,15) D_1 - h_1$ – ширина обода диска [4].

Диаметр на входе в СА D_0 определяется на этапе профилирования СА, но на начальном этапе проектирования его величину можно приблизительно оценить по формуле

$$D_0 = 4 \left(\frac{b}{t} \right)_{\text{СА}} a_{\text{ГСА}} + D_1', \quad (6)$$

где $\left(\frac{b}{t} \right)_{\text{СА}} = 1,2$ – густота решётки СА [3];

$a_{\text{ГСА}} = 0,036 D_1$ – минимальное сечение канала СА в радиальной плоскости [3].

Угол уширения можно представить в виде

$$\gamma = \arctg \left(2 \frac{h_2 - h_1}{D_2 - D_1} \right). \quad (7)$$

Объём рабочего колеса складывается из объёма неподвижной крышки РК и диска РК.

Объём неподвижной крышки РК:

$$V_{\text{крРК}} = \pi \frac{(D_1^2 - D_2^2)}{4} \left(\frac{2B_2 + h_2 - h_1 + \delta_r \text{tg} \gamma}{2} \right), \quad (8)$$

где $B_2 = 0,006 D_1$ – эффективная ширина уступа корпуса СА [4];

γ – меридиональный угол уширения лопатки.

Объём диска складывается из объёма цилиндрической части обода диска, объёма втулочной части диска РК и объёма крышки РК (для схемы турбины с закрытым РК):

$$V_{\text{лРК}} = \pi \left(\frac{D_1^2 - D_2^2}{4} \right) B_1 + \pi \left(\frac{D_2^2 - D_3^2}{4} \right) \times (B_1 - B_3) + \pi \left(\frac{D_3 + d_{\text{вт}}}{2} \right) [(h_1 + B_1 - B_3) \times \frac{D_3 - d_{\text{вт}}}{2} + \frac{\pi h_1^2}{4}] + \pi (h_2 + B_1) \left(\frac{d_{\text{вт}}^2 - d_B^2}{2} \right) + \pi \delta_{\text{закр}} \left(\frac{D_1^2 - D_2^2}{4} \right), \quad (9)$$

где $B_3 = 0,006 D_1$ – величина подрезки диска на выходе потока из РК [4];

$d_B = 0,2 D_1$ – диаметр вала турбины [4];

$d_{\text{вт}} = 0,24 D_1$ – диаметр втулочной части диска [4];

$$D_3 = d_{\text{вт}} + 2h_1.$$

Поскольку лопаточные венцы ТСММ, как правило, целиком выполняют из одного материала с плотностью ρ , то масса турбины $M_T = \rho V_T$.

Значения одной части исходных данных представленной аналитической модели задаются проектировщиком из указанных выше диапазонов значений. Большинство из них определяется через факторы \bar{D}_M и $\frac{h_{\text{СА}}}{D_1}$.

Другая часть исходных данных – площади лопаток $F_{\text{лСА}}$ и $F_{\text{лРК}}$ – зависят от нескольких влияющих факторов. Ввиду сложности определения величин образующих кривых лопаток в зависимости от основных параметров ТСММ и невозможности применения единого метода построения профилей лопаток РК, составление выражений для $F_{\text{лСА}}$ и $F_{\text{лРК}}$ целесообразно проводить не аналитическим путём, а с помощью привлечения статистических методов.

На рис. 2 показаны варианты профилей лопаток для четырёх из множества возможных комбинаций значений факторов.

Регрессионные выражения для определения $F_{\text{лСА}}$ и $F_{\text{лРК}}$. Для решения задачи определения выражений для площадей лопаток СА и РК были использованы методы планирования эксперимента, описанные в [2], и центральный композиционный план эксперимента, рассмотренный в [3].

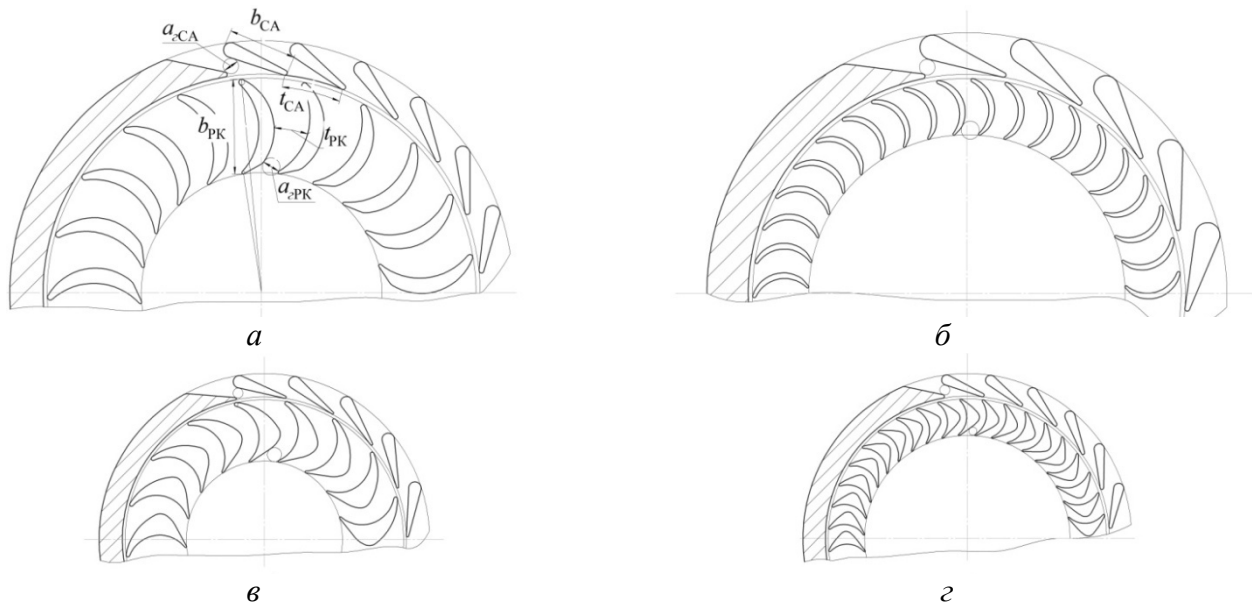


Рис. 2. Варианты профилей лопаточных венцов

Для 85 опытов, которым соответствовали уникальные комбинации уровней варьирования значений влияющих факторов, были спроектированы лопаточные венцы СА и РК. Далее с помощью ЭВМ вычислялись значения $F_{лСА}$ и $F_{лРК}$ для каждого опыта. Статистическая обработка результатов вычислительного эксперимента в программном пакете STATISTICA позволила получить следующие регрессионные выражения:

$$F_{лСА} = |7,89 - 3,49\alpha_{1эф} + 0,17\alpha_{1эф}^2 + 16,63\varepsilon + 58,07\bar{D}_M + 12,27\bar{D}_M^2 - 1,39\alpha_{1эф}\varepsilon - 3,58\alpha_{1эф}\bar{D}_M + 15,55\varepsilon\bar{D}_M|; \quad (10)$$

$$F_{лРК} = |66,23 - 214,34\bar{D} + 116,17\bar{D}^2 - 1,14\beta_{2эф} + 125,99\bar{D}_M + 12,81\bar{D}_M^2 + 7,42 Y_T \pi_T - 38,63 Y_T (b/t_{cp})_{РК} - 2,7\pi_T (b/t_{cp})_{РК} + 35,7(b/t_{cp})_{РК} \bar{D} + 0,922 Y_T \beta_{2эф} + 0,061\pi_T \beta_{2эф} + 1,42 \bar{D} \beta_{2эф} - 0,211\alpha_{1эф} \bar{D}_M - 124,61 \bar{D} \bar{D}_M - 10,81(b/t_{cp})_{РК} \bar{D} - 0,586 \beta_{2эф} \bar{D}_M|. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) удовлетворяют требованиям адекватности, предъявляемым к статистическим моделям. Например, обе модели имеют коэффициент детерминации $R^2 > 0,96$, а распределения вероятности погрешностей подчинены нормальному закону, т.е. все погрешности с вероятностью 99,7% являются случайными величинами.

Влияние геометрических и режимных параметров на массу ЦС ТСММ

Разработанная выше математическая модель массы была использована при проведении анализа влияния геометрических

и режимных параметров на массу турбины с закрытым рабочим колесом ($\rho = 2800 \text{ кг/м}^3$, материал деталей Д-16Т). Было выявлено, что увеличение значений параметров $\bar{D}_M, \bar{D}, \bar{F}_{РК}, (b/t_{cp})_{РК}$ приводит к росту M_T , а увеличение $\alpha_{1эф}$ и $\beta_{2эф}$ – к её менее значительному уменьшению. Характер протекания зависимости M_T от параметров $h_{CA}/D_1, \pi_T$ и ε может быть различным при определённых комбинациях значений некоторых параметров. Так, увеличение h_{CA}/D_1 при малых значениях $\bar{F}_{РК}$ и больших \bar{D} приводит к линейному убыванию M_T (рис. 3), а в противном случае – к возрастанию. Это связано с изменением вклада массы корпуса СА и массы РК в общую оценку массы турбины. Изменение π_T и ε неоднозначно влияет на M_T из-за сложных зависимостей оптимальных по КПД перекрыш от этих параметров.

Наиболее существенно влияющим на массу фактором являются диаметральный габариты, т.е. параметр \bar{D}_M . На рис. 3 показано влияние \bar{D} на M_T при фиксировании остальных параметров на оптимальных по условию минимума массы уровнях с учётом технологических ограничений [3], а также проиллюстрировано влияние h_{CA}/D_1 на M_T для трёх значений \bar{D}_M . Зависимость $M_{T \min}$ от \bar{D}_M аппроксимируется степенной функцией $M_{T \min} = 0,037 \bar{D}_M^{2,969}$. Качественно зависи-

мость M_T от \bar{D}_M совпадает с известными аналогичными зависимостями для радиальных агрегатных турбин [5], что подтверждает правильность составления математической модели массы ЦТСММ. На рис. 4 в логарифмической по оси ординат шкале показано относительное изменение M_T при последовательном увеличении \bar{D}_M на величины $\Delta \bar{D}_M = 0,01$, $\Delta \bar{D}_M = 0,05$ и $\Delta \bar{D}_M = \bar{D}_{Mi} - 0,4$.

Из неё h/D_{cp} (уег, $M_T, кг$ при $\Delta \bar{D}_M \bar{D}_M : \text{const}$ и значениях \bar{D}_M , близких к нижней границе его диапазона, весьма велико изменение M_T в относительном виде, в абсолютных же значениях величина M_T меняется на 1–2 грамма. Поэтому для принятия в дальнейшем рациональных решений по выбору параметров допустимо отступать от минимума M_T на величину $\delta M_T = 25 \dots 50 \%$.

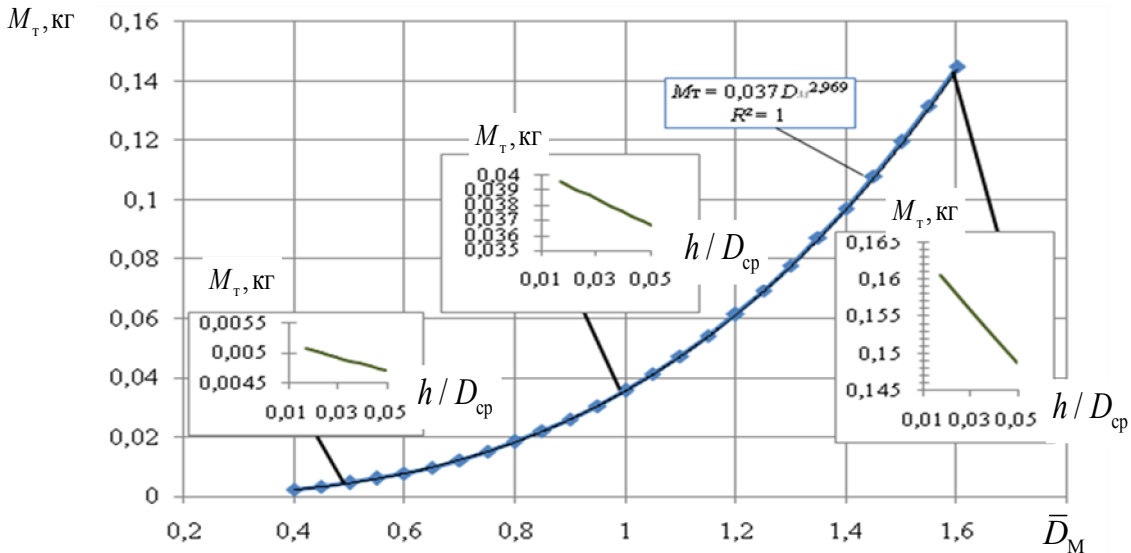


Рис. 3. Зависимость M_T от \bar{D}_M при значениях параметров $Y_T=0,3$; $\pi_T = 3,525$; $h_{CA}/D_1 = 0,017$; $\alpha_{1\phi} = 25^\circ$; $\varepsilon = 0,1$; $\bar{D} = 0,845$; $(b/t_{cp})_{PK} = 1,2$; $\beta_{2\phi} = 60^\circ$; $\bar{F}_{PK} = 0,975$

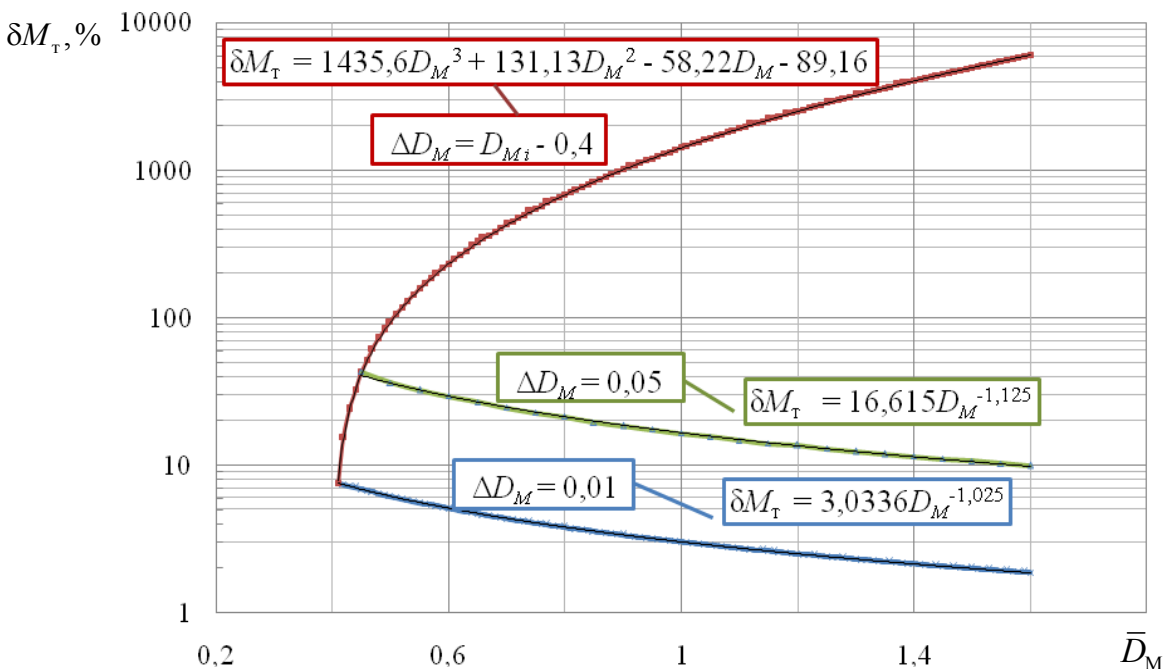


Рис. 4. Зависимость относительного изменения массы турбины от изменения \bar{D}_M

На рис. 5 показано влияние \bar{D} на M_T для двух комбинаций параметров h_{CA}/D_1 и \bar{F}_{PK} с минимально и максимально возмож-

ными значениями. Из него следует, что упомянутые факторы оказывают значительное совместное влияние на M_T . В случае отсутствия выходного устройства в турбоприводе

эффективным технологическим решением является увеличение диаметра неподвижной крышки РК до величины $D_{кр} = 0,95D_1$, что не влияет на уровень мощностного КПД [4]. В ходе вычислительного эксперимента выяв-

лено, что в этом случае с уменьшением фактора \bar{D} масса возрастает менее интенсивно (пунктирная линия на рис. 5).

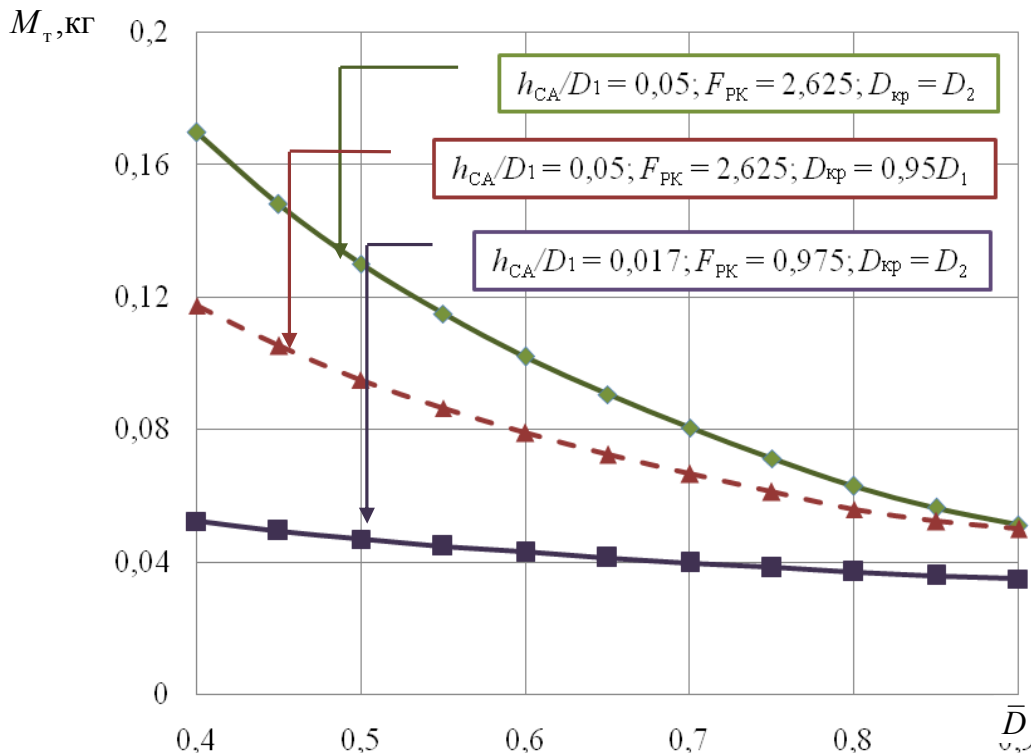


Рис. 5. Влияние параметров \bar{D} , h_{CA}/D_1 , $\bar{F}_{РК}$ и протяжённости неподвижной крышки РК на M_T
 $(\alpha_{1\phi} = 25^\circ; \varepsilon = 1; (b/t_{cp})_{РК} = 1,2; \beta_{2\phi} = 60^\circ; \bar{D}_M = 1)$

Предложенная аналитическая форма не всегда удобна как для проведения анализа воздействия одновременно нескольких параметров турбины, так и для последующей оптимизации этих параметров по массовым критериям. Поэтому путём статистической обработки значений V_T для 100 опытов плана эксперимента, рассчитанных по (1), были получены регрессионные выражения в виде квадратичных полиномов для турбин с полукрытыми и закрытыми РК. Низкая точность оценки критериев вблизи границ диапазона значений \bar{D}_M , вызванная существенным различием значений V_T и M_T в опытах с разными \bar{D}_M , обусловила необходимость разбиения диапазона варьирования фактора \bar{D}_M на пять частей с шагом варьирования $\Delta \bar{D}_M = 0,24$ и повторения вычислительных экспериментов по плану эксперимента [3]. В каждом эксперименте это позволило сократить разницу в значениях критериев при из-

менении \bar{D}_M относительно эксперимента по плану с полным диапазоном варьирования. В итоге было получено десять регрессионных выражений, адекватно оценивающих критерии с коэффициентами детерминации $R^2 > 0,97$. В статье они не приводятся из-за своей громоздкости. При расчёте V_T по формуле (1) были выбраны средние значения параметров δ_0 , δ_d и $\delta_{закр}$ из диапазонов их возможных значений при определенных значениях влияющих факторов, а значения $\bar{\Delta}_H$ и $\bar{\Delta}_B$ оптимальны по мощностному КПД [2]. Статистически значимыми оказались коэффициенты при факторах π_T , h_{CA}/D_1 , ε , \bar{D} , $\bar{F}_{РК}$, \bar{D}_M . Причём у ЦС ТСММ с закрытыми РК усилено влияние факторов \bar{D}_M , h_{CA}/D_1 и π_T , но ослаблено влияние $\bar{F}_{РК}$ и \bar{D} . Это связано с тем, что объём покрывного диска существенно зависит от параметров h_1 (следовательно, и от параметров h_{CA}/D_1 и π_T), D_1 и D_2 , но не зависит от h_2 .

Заключение

Представлена методика численно-аналитического определения объёма и массы ЦС ТСММ с двумя типами выполнения РК, справедливая в достаточно широких диапазонах варьирования важнейших параметров турбины. Проанализировано влияние параметров на массу и объём РК. Разработанные математические модели массы могут использоваться при решении задачи оптимизации в многокритериальной постановке.

Библиографический список

1. Григорьев, В.А. Выбор и обоснование критериев оценки эффективности турбоприводов сверхмалой мощности [Текст] / В.А. Григорьев, В.М. Радько, Д.С. Калабухов // Матер. докл. Междунар. науч.-техн. конф. «Проблемы и перспективы развития двигателестроения», Ч.1.– Самара.- 2011.– С. 42-43.
2. Григорьев, В.А. Планирование факторного эксперимента при испытаниях одноступенчатых турбин сверхмалой мощности

[Текст] / В.А. Григорьев, В.М. Радько, Д.С. Калабухов // Вестн. Самар. гос. аэрокосм. ун-та. – Самара.- 2011.– №6. – С. 81-91.

3. Григорьев, В.А. Выбор диапазонов и уровней варьирования факторов плана эксперимента при испытаниях одноступенчатых турбин сверхмалой мощности [Текст] / В.А. Григорьев, В.М. Радько, Д.С. Калабухов // Вестн. Самар. гос. аэрокосм. ун-та. – Самара.- 2011.– №6.– С. 92-106.

4. Матвеев, В.Н. Конструктивный способ улучшения технологичности рабочего лопаточного венца центростремительной микро-турбины [Текст] / В.Н. Матвеев, Д.В. Сивиркин, Н.Т. Тихонов // Актуальные проблемы производства. Технология, организация, управление. – Самара.- 1996.– С. 129-135.

5. Розенберг, Г.Ш. Центростремительные турбины судовых установок [Текст] / Г.Ш. Розенберг, Н.М. Ткачев, В.Ф. Кострыкин.– Л.: Судостроение, 1973.- 256 с.

VOLUME AND MASS MATHEMATICAL MODELS OF SINGLE-STAGE CENTRIPETAL ULTRALOW POWER TURBINES

© 2012 V. A. Grigoriev, D. S. Kalabukhov, V. M. Rad'ko

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov
(National Research University)

Method of numerical-analytical determination of centripetal ultralow power (CULPT) turbines volume and mass at the initial stage of the design are shown. The developed mathematical model of mass can be used to solve the problem of multicriteria optimization of CULPT parameters, which includes optimization of ultralow power turbodrives mass characteristics.

Ultralow power turbines, model of mass, influencing factors, design.

Информация об авторах

Григорьев Владимир Алексеевич, доктор технических наук, профессор кафедры теории двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: grig_va@ssau.ru. Область научных интересов: испытание авиационных двигателей, начальное проектирование газотурбинных двигателей.

Калабухов Дмитрий Сергеевич, младший научный сотрудник, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: dskalabuhov@gmail.com. Область научных интересов: рабочие процессы в турбинах сверхмалой мощности.

Радько Владислав Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры теории двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: zпов1969@gmail.com. Область научных интересов: рабочие процессы в турбинах сверхмалой мощности.

Grigoriev Vladimir Alekseevich, doctor of technical sciences, professor of the aircraft engine theory department, Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: grig_va@ssau.ru. Area of research: the choice of parameters and design of small gas turbine engines.

Kalabuhov Dmitry Sergeevich, junior researcher, Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: dskalabuhov@gmail.com. Area of research: working processes in ultralow power turbines.

Rad'ko Vladislav Mikhailovich, candidate of technical sciences, associate professor of the aircraft engine theory department, Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: zпов1969@gmail.com. Area of research: working processes in ultralow power turbines.