

УДК 534.2

## РАСЧЁТ ОПТИМАЛЬНОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ ТЕРМОАКУСТИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРОГЕНЕРАТОРА С ГОТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЧАСТЬЮ И ЗАДАННОЙ НАГРУЗКОЙ

© 2012 Г. В. Воротников, А. Н. Крючков

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Рассмотрен термоакустический генератор, состоящий из термоакустического двигателя на основе бегущей волны и линейного электрогенератора 1S102MA с резистивной нагрузкой 80 Ом. С использованием метода электромеханических аналогий определена частота рабочей точки при максимальной электрической мощности и различной амплитуде давления. Результаты вычислений сопоставлены с расчётами специализированной программы DeltaE.

*Термоакустика, термоакустический двигатель, термоакустический электрогенератор, электромеханическая аналогия.*

Термоакустические устройства привлекательны тем, что имеют минимум подвижных механических частей (или вообще их не имеют), что увеличивает технологичность их производства, срок эксплуатации и снижает затраты на изготовление по сравнению с механическими аналогами. В двигателе на основе бегущей волны часть рабочего газа претерпевает термодинамический цикл, близкий к циклу Стирлинга, что свидетельствует о высокой обратимости такой системы и в будущем позволит занять нишу в семействе тепловых двигателей.

Между тем производство таких систем, несмотря на кажущуюся простоту устройства, связано с рядом трудностей. Первые сложности возникают на этапе проектирования установки. Акустическая цепь обладает рядом взаимовлияющих параметров, так что проектировщику очень сложно определить оптимальные рабочие характеристики и соответствующую им геометрию установки. Но даже после того, как всё рассчитано, построенная экспериментальная установка часто оказывается далёкой от проектных параметров. Это объясняется тем, что как любая околорезонансная система, термоакустическая установка обладает узким диапазоном изменения рабочих параметров, в котором она может эффективно функционировать. В таких случаях особенно важно качественно представлять, как влияет на систему изменение того или иного параметра и предусмотреть эффективные методы настройки уста-

новки.

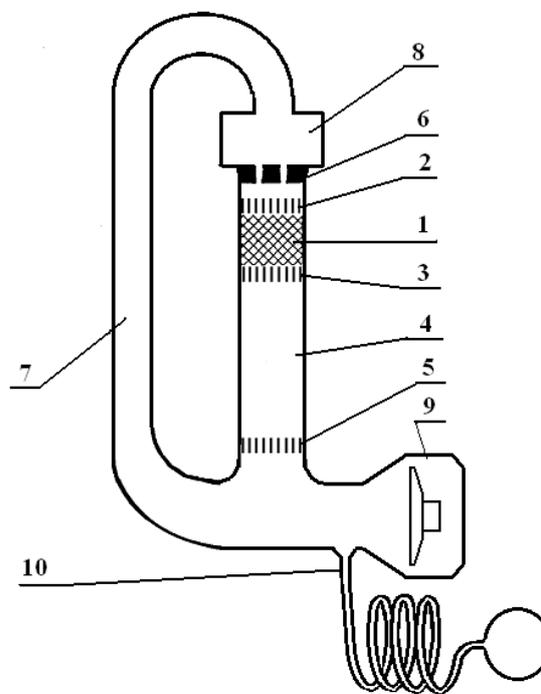


Рис. 1. Схема термоакустического электрогенератора. 1 – регенератор; 2 – холодный теплообменник; 3 – горячий теплообменник; 4 – термическая буферная трубка; 5 – вспомогательный холодный теплообменник; 6 – струйные диоды, 7 – инерционная трубка; 8 – податливость, 9 – узел альтернатора, 10 – согласующая цепь

В данной работе для определения оптимальной рабочей частоты проектируемого термоакустического электрогенератора используется метод электромеханической аналогии. В публикациях анализ термоакустических систем строится на основе вычислений, выполненных пакетом DeltaE,

который разработан в Лос-Аламосской Национальной лаборатории (США). DeltaE обладает более высокой точностью по сравнению с методом электромеханических аналогий, но не всегда позволяет реально оценить степень воздействия определяющих параметров на поведение системы. Это связано с использованием в программе метода стрельбы, который, как и все итерационные методы, при наличии в системе нескольких параметров имеет плохую сходимость.

### 1. Установка

Термоакустический генератор состоит из двух основных узлов: термоакустического двигателя и линейного электродинамического генератора переменного тока (альтернатора) (рис. 1). Термоакустический двигатель представляет собой замкнутый канал круглого сечения, в котором последовательно размещены: холодный теплообменник, регене-

ратор, горячий теплообменник и буферная трубка с вспомогательным холодным теплообменником. Петля замыкается узкой “инерционной трубкой”, которая постепенно переходит в широкую трубку с большой акустической податливостью. В качестве альтернатора был выбран 1S102MA производства CFIC Inc. Он снабжён поршнем, который имеет со стенкой зазор в 15мкм.

Поскольку термоакустический двигатель способен эффективно функционировать лишь в узком интервале нагрузок, определение характеристик установки выполнялось при наличии внешней электрической нагрузки. В качестве нагрузки использовался резистор  $R_H = 80$  Ом, который мог рассеивать мощность, превышающую допустимую для альтернатора.

Таблица 1. Характеристики 1S102MA

Площадь поршня	A	2.17e-3	м <sup>2</sup>
Предельная амплитуда перемещения поршня	$\xi$	5.e-3	м
Подвижная масса	M	0.5	кг
Механическое трение	Rm	3.5	Н·с/м
Жёсткость подвески	K	4.2e+4	Н/м
Внутренняя электрорезистивность	R <sub>e</sub>	7	Ом
Индуктивность катушки	L	0.11	Гн
Коэффициент электромеханической связи	Bl	60	Тл·м

Таблица 2. Характеристики термоакустического двигателя (рис. 1)

Приведённая длина трубки 7	0.43	м
Площадь поперечного сечения трубки 7	7,85e-5 – 1.6e-3	м <sup>2</sup>
Приведённая длина трубки 8	0.07	м
Площадь поперечного сечения трубки 8	1.6e-3 – 7.85e-3	м <sup>2</sup>
Площадь поперечного сечения трубки 4	1.52e-3	м <sup>2</sup>
Длина трубки 4	0.15	м
Среднее давление	3.0e+6	Па
Резистивность теплообменного узла с диодами	9.e+6	Па·с/м <sup>3</sup>

Задача сводилась к определению рабочей частоты и амплитуды давления, при которых электродинамический преобразователь с нагрузкой будет рассеивать максимальную электрическую мощность без ущерба для альтернатора. При этом КПД установки должен быть достаточно высоким.

Ещё одним условием метода должна быть максимальная простота расчётных схем, чтобы использовать его для предпроектной проработки аналогичных установок. Геометрия теплообменного узла (1-3 рис. 1) и буферной трубки 4 определена согласно рекомендациям [1]. Из конструктивных

соображений заданы длины инерционной трубки 7 и податливости 8. Поэтому основными переменными для оптимизации выступали диаметры трубок 7 и 8, и импеданс цепи 10.

### 2. Моделирование

Прибегая к определённым упрощениям и используя принципы электромеханической аналогии, термоакустический электрогенератор можно представить в виде схемы сосредоточенных элементов (рис. 2).

Здесь символом R обозначены резистивные элементы, C – податливости, L – инерционности, Z – сложные импедансы. Таким образом, термоакустический двигатель на схеме представлен инерционностью  $L_A$  инерционной трубки 7 (рис. 1), податливостью  $C_A$  широкого участка 8, податливостью  $C_{bt}$  буферной трубки 4, резистивностью  $R_A$  и источником для теплообменного блока 1-3.

Поскольку податливость трубки 8 при такой геометрии сопоставима с податливостью прилегающих к ней элементов, для отражения истинной картины в  $C_A$  были включены податливость трубки 7 и регенератора 1.

Акустическая податливость и инерционность определяются следующими выражениями

$$C = \frac{V}{\rho_m}, \quad (1)$$

$$L = \frac{\rho_m l}{A}, \quad (2)$$

где  $p_m$  и  $\rho_m$  - давление и плотность газа в отсутствие колебаний,  $\gamma$  - показатель адиабаты,  $V$  – объём податливости,  $l$  и  $A$  – длина и площадь сечения трубки.

Резистивность регенератора представлена упрощённым выражением, полученным на основании формулы Бакхауса-Свифта [2]:

$$R_A = \frac{6\mu_x l}{Ar_h^2} \cdot \frac{1}{b+2} \cdot \frac{\theta^{b+2} - 1}{\theta - 1}, \quad (3)$$

где  $\mu_x$  - вязкость газа на холодном конце регенератора,  $\theta$  - отношение температур газа на горячем и холодном концах,  $r_h$  - гидравлический радиус,  $b$  - показатель степени из формулы вязкости  $\mu(T) = \mu_x (T/T_x)^b$  (для гелия равен 0,68).

Резистивность щели рассчитывалась на основании выражения для малых чисел Рейнольдса

$$R_B = \frac{6\mu l}{Ar_h^2}. \quad (6)$$

Узел альтернатора 9 представлен акустическим импедансом  $Z_D$  электродинамика, сопротивлением щели  $R_B$  между поршнем и корпусом и податливостью  $C_B$  объёма, расположенного за поршнем.

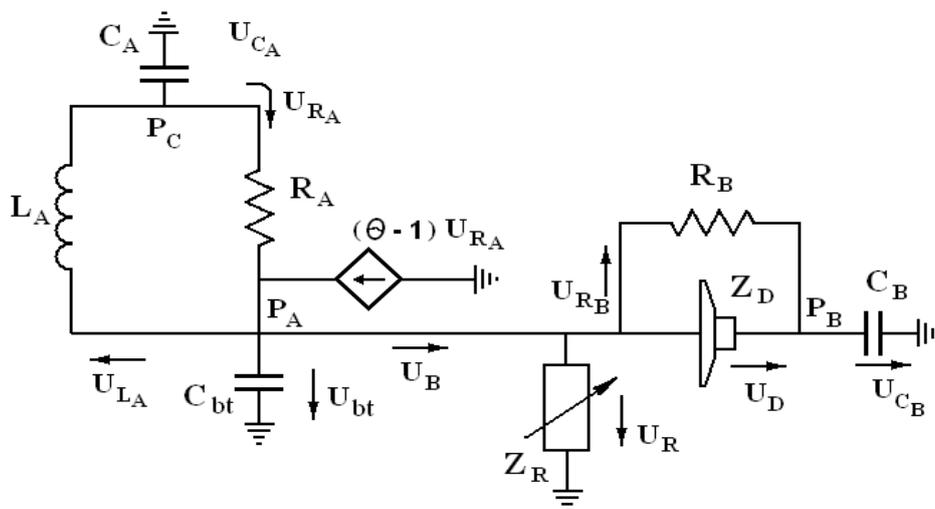


Рис. 2. Схематическое представление термоакустического электрогенератора в четырёхполюсниках

Если представить электродинамик с электрической нагрузкой  $Z_H$  в качестве четырёхполюсника, то его акустический импеданс определяется выражением

$$Z_D = Z_m + \frac{1}{A^2} \frac{Bl^2}{Z_e + Z_H}, \quad (5)$$

где механическая составляющая

$$Z_m = \frac{1}{A^2} \left[ R_m + i \left( \omega M - \frac{K}{\omega} \right) \right]. \quad (6)$$

Собственный электрический импеданс электродинамического преобразователя складывается из электрической резистивности  $R_e$  и индуктивного сопротивления катушки  $L$ :

$$Z_e = R_e + i\omega L. \quad (7)$$

Величины  $A$ ,  $R_m$ ,  $M$ ,  $K$ ,  $R_e$ ,  $L$  являются паспортными данными альтернатора (табл. 1),  $\omega$  - циклическая частота. Если предположить, что максимально допустимая акустическая мощность, поглощаемая электродинамиком, достигается при смещениях поршня, близких к предельным, то выражение для такой мощности можно записать в виде

$$E_D = \frac{1}{2} |U_D|^2 \operatorname{Re}[Z_D] = \frac{1}{2} \xi^2 \omega^2 A^2 \operatorname{Re}[Z_D], \quad (8)$$

где  $\xi$  - предельное смещение поршня,  $\operatorname{Re}$  означает вещественную часть комплексной величины.

Выражение для внутреннего КПД электродинамика с нагрузкой имеет вид

$$\frac{E_{el}}{E_D} = \frac{|V|^2 \operatorname{Re}[1/Z_H]}{|U|^2 \operatorname{Re}[Z_D]} = \frac{Bl^2}{A^2} \frac{\operatorname{Re}[Z_H]}{[Z_H + Z_e]^2 \operatorname{Re}[Z_H]}, \quad (9)$$

где  $|V|$  - амплитуда электрического напряжения.

На рис. 3,4 приведены графики, построенные согласно (8) и (9). Графики дают представление о верхних пределах мощности и внутреннего КПД электродинамика с нагрузкой на предполагаемом частотном диапазоне. Из рис. 3 следует, что на частотах свыше 90 Гц предельные мощности уже должны ограничиваться не максимальным

ходом поршня, а максимальной электрической мощностью альтернатора.

В действительности выражение (8) показывает максимально допустимую акустическую мощность на альтернаторе, которую термоакустический двигатель не всегда способен обеспечить.

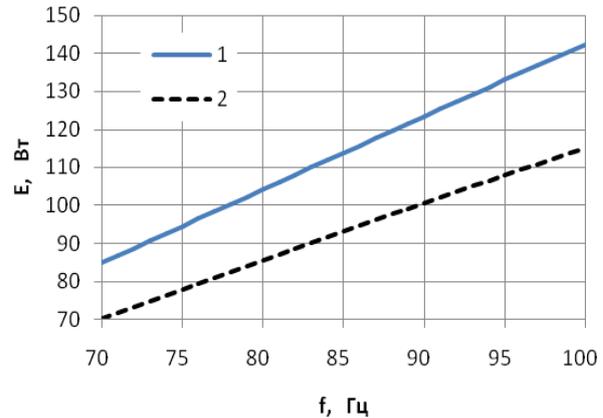


Рис. 3. Мощность, как функция частоты при постоянной электрической нагрузке в 80 Ом. 1 - акустическая мощность  $E_D$ , поглощаемая электродинамиком, 2 - электрическая мощность  $E_{el}$ , рассеиваемая нагрузкой

В случае реальной конструкции правая часть графиков рис.3 пойдёт менее круто, а затем и вовсе на убыль из-за резкого уменьшения акустической мощности, достигающей альтернатора при отдалении от резонанса.

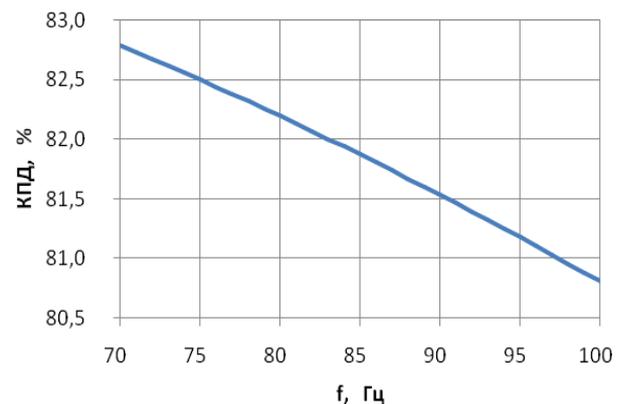


Рис. 4. КПД =  $E_{el} / E_D$  как функция частоты при постоянной электрической нагрузке в 80 Ом

Исходя из схемы сосредоточенных элементов (рис. 2) на основании уравнений Кирхгофа можно составить систему уравнения для определения неизвестных локальных параметров  $P$  и  $U$ .

Мощность, достигающая альтернатора, определяется геометрией волноводов:

$$E_D = \frac{1}{2} |P_A - P_B|^2 = \frac{1}{2} |P_c|^2 \left| \frac{\frac{1}{Z_{C_B}}}{\frac{1}{Z_{R_B}} + \frac{1}{Z_{C_B}} + \frac{1}{Z_D}} \frac{\frac{1}{Z_{R_A}} + \frac{1}{Z_{L_A}} + \frac{1}{Z_{C_A}}}{\frac{1}{Z_{R_A}} + \frac{1}{Z_{L_A}}} \right| \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{Z_D} \right]. \quad (10)$$

Поскольку при такой грубой дискретизации схемы двигателя трудно рассчитывать на приемлемую точность локальных импедансов, выражение (10) можно использовать лишь для определения возможности существования установки с такой геометрией.

Таким образом, методика расчёта сводится к следующему:

1. На основании (8) для заданной частоты определяем  $E_D$  при максимальном ходе поршня.
2. Для заданной частоты и  $E_D$  на основании (10) при фиксированном  $P_C$ , сканируя весь диапазон переменной  $Z_{C_A}$ , определяем значения  $Z_{L_A}$ , которые имеют реальный физический смысл (мнимая и вещественная части положительны).
3. Повторяем пп.1, 2 для всего диапазона частот и значений  $P_C$ .
4. Выбираем для каждого  $P_C$  минимальные значения частоты, для которых существует  $Z_{L_A}$ .

В заключении остаётся проверить, существует ли для выбранного диапазона цепь настройки ( $\operatorname{Re}[Z_R] > 0$ ) согласно выбранной схеме:

$$\frac{1}{Z_R} = \frac{1}{Z_B} - \frac{1}{Z_{alt}}. \quad (11)$$

Здесь импеданс альтернатора

$$Z_{alt} = \frac{Z_{R_B} Z_D}{Z_{R_B} + Z_D} + Z_{C_B}, \quad (12)$$

импеданс части установки без двигателя

$$Z_B = - \frac{\frac{1}{Z_{L_A}} + \frac{1}{Z_{R_A}} + \frac{1}{Z_{C_A}}}{\frac{1}{Z_{L_A} Z_{bt}} + \frac{1}{Z_{R_A} Z_{bt}} + \frac{1}{Z_{L_A} Z_{C_A}} + \frac{\theta}{Z_{R_A} Z_{C_A}} + \frac{1}{Z_{C_A} Z_{bt}}}, \quad (13)$$

где  $\theta$  - коэффициент усиления скорости на регенераторе (для бегущей волны примерно равен отношению горячей и холодной температур на концах регенератора)

### 3. Сравнение результатов

Результаты оценки оптимальной рабочей точки сравнивались с результатами расчётов в DeltaE. Расчётная модель в DeltaE, кроме распределённых резистивностей, содержала различные местные потери: на поворот потока, на струйных диодах, из-за изменения поперечного сечения волновода.

Для обеспечения сходимости при параметрических исследованиях в DeltaE была поставлена задача по достижению наибольшей электрической мощности на произвольной нагрузке без превышения допустимого хода поршня электродинамика. В качестве переменных для такой оптимизации выбирались диаметры трубок 7 и 8 (рис.1) и длина трубки согласующей цепи 10. При этом площадь её поперечного сечения составляла 3,37 см<sup>2</sup>, а объём податливости на конце трубки составлял 1 л. По мере получения решений отобраны те, которые соответствуют электрической нагрузке в 80 Ом. Полученные в DeltaE зависимости максимальной мощности от частоты приведены на рис. 5.

Существенным фактором, ограничивающим возможности установки, является верхний температурный предел на горячем конце регенератора.

С одной стороны, чем больше отношение температур  $T_r/T_x$ , тем большее КПД установки можно получить. С другой стороны, это связано с вопросами ползучести материалов корпуса и теплообменников. Поэтому в DeltaE ограничен диапазон отношения температур 3 – 3,3. При температуре холодного конца в 325 К это соответствует диапазону горячих температур 975 – 1073 К.

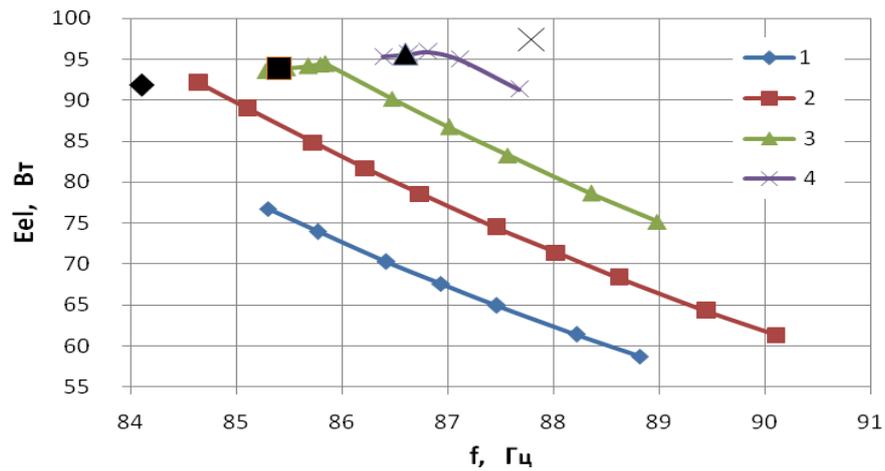


Рис. 5. Максимальная электрическая мощность электродинамика, как функция частоты при различных значениях амплитуды давления на входе в теплообменный узел. 1 -  $P_C = 0.13$  МПа. 2 -  $P_C = 0.14$  МПа. 3 -  $P_C = 0.15$  МПа. 4 -  $P_C = 0.16$  МПа. Отдельными соответствующими чёрными значками обозначены результаты расчёта по представляемой методике

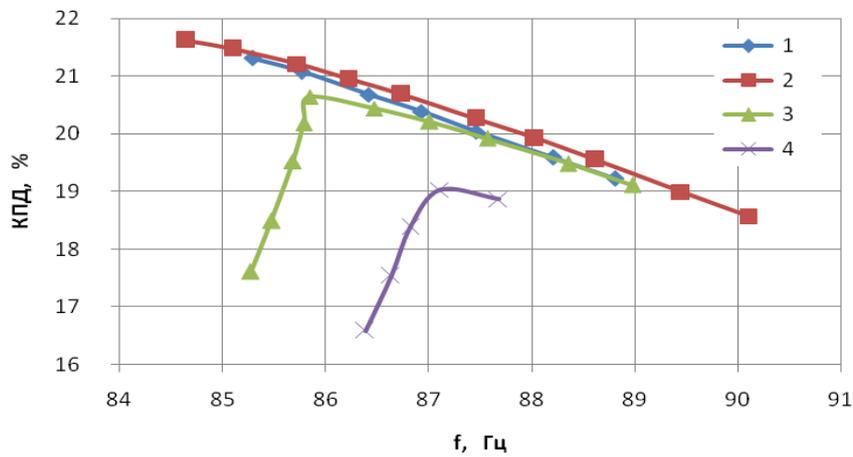


Рис. 6. КПД термоакустического электрогенератора с нагрузкой 80 Ом при максимальной электрической мощности на электродинамике, как функция частоты, при различных значениях амплитуды давления на входе в теплообменный узел. 1 -  $P_C = 0.13$  МПа. 2 -  $P_C = 0.14$  МПа. 3 -  $P_C = 0.15$  МПа. 4 -  $P_C = 0.16$  МПа

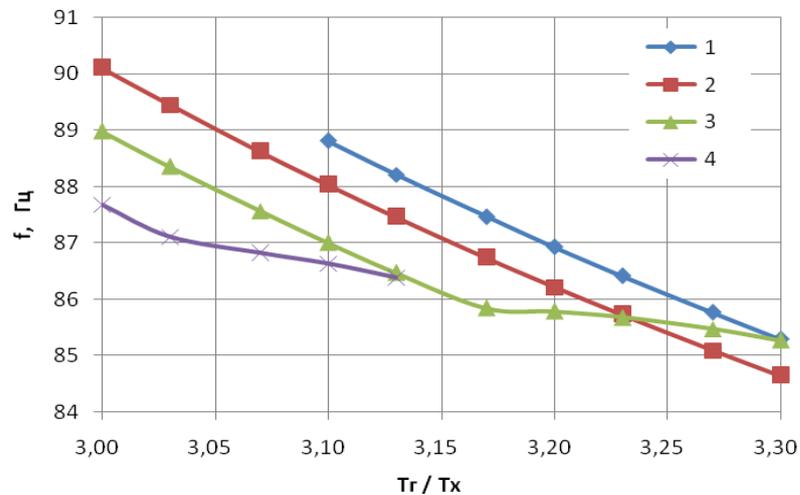


Рис. 7. Зависимость частоты от отношения температур на концах регенератора в случае максимальной электрической мощности электродинамика. 1 -  $P_C = 0.13$  МПа. 2 -  $P_C = 0.14$  МПа. 3 -  $P_C = 0.15$  МПа. 4 -  $P_C = 0.16$  МПа

Из зависимости частоты от отношения температур (рис. 7) следует, что графики на рис. 5, 6 ограничены слева высокой температурой. Графики для  $P_C = 0.13 - 0.14$  МПа в правых крайних точках ограничены минимальным сечением трубки 8. Резкие изломы на графиках  $P_C = 0.15 - 0.16$  МПа вызваны тем, что свыше некоторого значения частоты вступает в действие ограничение по подводимой к динамике мощности. Для графика  $P_C = 0.13$  МПа точка излома лежит гораздо левее и не попадает в рассматриваемую область, тогда как для графика  $P_C = 0.14$  МПа она расположена на границе области.

На рис. 5 отдельными соответствующими значками представлены результаты расчёта по упрощённой методике. Как следует из рисунка, эта методика примерно на 1 Гц завышает оптимальную рабочую частоту и менее чем на 2% - электрическую мощность на нагрузке для  $P_C = 0.14 - 0.16$  МПа. Для  $P_C < 0.13$  МПа методика уже не применима.

#### **Выводы**

Предложенная методика расчёта параметров рабочей точки на максимальной нагрузке основывается на предположении, что на этом режиме перемещение поршня близко к максимально допустимому. Приемлемая точность результата относительно DeltaE позволяет использовать её для самостоятельной предварительной оценки. Для получения с нужной точностью геометрических размеров волноводов, необходимо значительно увеличивать количество сосредоточенных элементов схемы и вводить резистивную составляющую для акустических волноводов.

Хотя данная методика не позволяет оценить КПД установки, однако, как следует из рисунков 5 и 6, при данной постановке задачи точка с максимальным КПД лежит в непосредственной близости от выбранной рабочей точки.

К существенным недостаткам следует отнести тот факт, что данная методика не позволяет определить тепловые характеристики установки (тепловую мощность и температуру). Однако для правильно спроектированного теплообменного узла систем на основе бегущей волны существуют примерные зависимости КПД трансформации тепловой мощности в акустическую в зависимости от соотношения горячей и холодной температур на концах регенератора, как показано в работе [1]. Подобной зависимости достаточно для проведения проектных расчётов.

Авторы выражают благодарность теплофизической группе Лос-Аламосской национальной лаборатории (США) за предоставление DeltaE для проведения некоммерческих исследований.

#### **Библиографический список**

1. Зиновьев, Е.А. Режимно-параметрический анализ работы термоакустического двигателя с внешним подводом тепла. [Текст] / Е. А. Зиновьев, Г. В. Воротников, А. И. Довгялло // Вестник СГАУ, - 2010. - №4. - С. 146-154.
2. Backhaus, S. A thermoacoustic-Stirling heat engine: Detailed study [Text] / S. Backhaus, G. W. Swift // J. Acoust. Soc. Am., 2000. - p. 3148-3166.

### **THE CALCULATION OF OPTIMUM WORKER FREQUENCIES OF THE THERMOACOUSTIC ELECTRIC GENERATOR WITH INCLUDING READY ELECTRODYNAMIC UNIT AND GIVEN LOAD**

© 2012 G. V. Vorotnikov, A. N. Kruchkov

Samara state aerospace university named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

Thermoacoustic generator, consisting of a thermoacoustic travelling-wave engine and linear alternator 1S102MA with electrical load of 80 Ohm, is being considered. Under considerations of maximum electric power and different pressure amplitudes the frequency of operating point was determined by electroacoustic analogy approach. The calculation results were compared with the results of calculation in program code DeltaE.

*Thermoacoustics, thermoacoustic heat engine, thermoacoustic alternator, electromechanical analogy.*

### **Информация об авторах**

**Крючков Александр Николаевич**, доктор технических наук, доцент кафедры автоматизированных систем энергетических установок, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: [kan@ssau.ru](mailto:kan@ssau.ru). Область научных интересов: виброакустика машин.

**Воротников Геннадий Викторович**, аспирант, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: [vorotnikov.g.v@mail.ru](mailto:vorotnikov.g.v@mail.ru). Область научных интересов: рабочие процессы термоакустических двигателей и холодильных машин.

**Kruchkov Aleksandr Nikolaevich**, doctor of technical science, associate professor of department automation technology of power plants, Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: [kan@mail.ru](mailto:kan@mail.ru). Area of research: the machine vibroacoustics.

**Vorotnikov Gennadiy Viktorovich**, post-graduate student, Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: [vorotnikov.g.v@mail.ru](mailto:vorotnikov.g.v@mail.ru). Area of research: work processes of thermoacoustic heat engines and refrigerators, power efficient heat engines and prime movers.