

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УПЛОТНЕНИЙ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫСОКОБОРОТНОГО РОТОРА

© 2012 А. В. Иванов

Воронежский государственный технический университет

Рассмотрено влияние параметров уплотнения на динамические характеристики ротора.

Ротор, уплотнение, критическая частота вращения, демпфирование, амплитуда, зазор.

При создании высокооборотных роторов турбомашин возникает ряд проблем, связанных с обеспечением виброустойчивой работы ротора. Часто роторы таких агрегатов являются гибкими, и одна из основных задач состоит в том, чтобы не допустить опасных поперечных колебаний как при сравнительно медленном переходе ротора через критическую скорость вращения, так и при работе ротора за критической скоростью. Теория гибкого ротора достаточно хорошо разработана. Следует только отметить, что гибкие валы часто имеют тенденцию к самовозбуждающимся поперечным колебаниям при скоростях, отличных от критических. Эти колебания могут быть связаны с влиянием эффектов, обусловленных наличием на роторе щелевых уплотнений, предназначенных для уменьшения утечек рабочего тела.

Представляет интерес изучение влияния перепада давления, плотности рабочего тела и других параметров уплотнения на величину критической скорости и амплитуду колебаний при резонансе, а также на характер развития амплитуд автоколебаний в области неустойчивости.

Остановимся на определении гидродинамических сил, возникающих в уплотнениях ротора [1]. Предположим, что в щели уплотнения имеет место автомодельный турбулентный поток жидкости. В этом случае при эксцентричном положении ротора и при наличии перепада давления на уплотнении Δp на ротор со стороны уплотнения действует квазиупругая гидродинамическая сила, компоненты которой можно представить в виде

$$F_{px} = k_p \cdot \varphi_p(\varepsilon) \cdot u, \quad F_{py} = k_p \cdot \varphi_p(\varepsilon) \cdot v,$$

$$\text{где } k_p = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \Delta p \cdot (1 - \chi) \cdot \chi \cdot \frac{R \cdot l}{\delta};$$

$$\chi = \frac{1 + \xi}{1 + \xi + \lambda \cdot \frac{l}{2 \cdot \delta}};$$

R, l, δ – радиус, длина и радиальный зазор уплотнения;

ξ – коэффициент входного сопротивления;

λ – коэффициент трения ($\lambda \approx 0,0 - 0,06$);

u, v – проекции перемещения центра ротора на оси x, y ;

$\varphi_p(\varepsilon) = 1 + \frac{3}{4} \cdot \chi^2 \cdot \varepsilon^2$ – нелинейная функция;

$\varepsilon = \frac{A}{\delta}$ – относительная амплитуда перемещения центра ротора (относительный эксцентриситет);

$A = \sqrt{u^2 + v^2}$ – перемещение центра ротора.

Сила F_p направлена в сторону, противоположную перемещению ротора, и стремится восстановить его концентричное положение.

Помимо гидродинамической силы F_p при вращении ротора возникает сила, направленная перпендикулярно перемещению и при определенных условиях способствующая прецессированию ротора. Эта сила связана с гидродинамикой турбулентного слоя в зазоре уплотнения и реализуется за счёт эффекта «масляного клина» [1].

Компоненты указанной силы представим в виде

$$F_{\omega x} = k_{\omega} \cdot \varphi_{\omega}(\varepsilon) \cdot v, \quad F_{\omega y} = -k_{\omega} \cdot \varphi_{\omega}(\varepsilon) \cdot u,$$

$$\text{где } k_{\omega} = \frac{\pi}{24} \cdot \left[\frac{p \cdot (1 - \chi) \cdot \lambda \cdot \rho \cdot l}{\delta} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{R \cdot l^2}{\delta} \cdot \omega,$$

$$\varphi_{\omega}(\varepsilon) \cong 1 + \frac{15}{32} \cdot \left(1 + \frac{2}{5} \cdot \chi + \frac{1}{5} \cdot \chi^2 \right) \cdot \varepsilon^2.$$

На ротор со стороны жидкости в зазоре уплотнения действует также гидродинамическая сила, пропорциональная скорости центра

ротора. Эта сила является обычной демпфирующей силой, которая практически не изменяет частоту собственных колебаний системы, но зато существенно уменьшает амплитуду колебаний при резонансе.

Представим компоненты демпфирующей силы в виде

$$F_{gx} = k_g \cdot \varphi_g(\varepsilon) \cdot \dot{u}, \quad F_{gy} = k_g \cdot \varphi_g(\varepsilon) \cdot \dot{v},$$

где $k_g = \frac{2 \cdot k_\omega}{\omega}$; $\varphi_g(\varepsilon) = \varphi_\omega(\varepsilon)$.

Наряду с гидродинамическими силами введём в рассмотрение силы внешнего и внутреннего трения. При изучении колебаний валов с учётом сил трения обычно вводятся величины относительного рассеяния энергии за период колебаний за счёт сил внешнего и внутреннего трения:

$$\psi_e = \frac{\Delta W_e}{W}, \quad \psi_i = \frac{\Delta W_i}{W}.$$

Здесь ΔW_e , ΔW_i – рассеяние энергии за период силами внешнего и внутреннего трения, соответственно; W – полная энергия цикла.

Внешнее трение в гидроагрегате реализуется за счёт контакта вращающегося ротора с неподвижными деталями (уплотнения, опоры). Для роторов гидроагрегатов, вращающихся в подшипниках качения, относительное рассеивание энергии может быть представлено в виде

$$\psi_e(\varepsilon) \cong \psi_e^{(0)} \cdot (1 + k \cdot \varepsilon^m), \quad (1)$$

где $\psi_e^{(0)} \cong 0,04 \div 0,10$, $k \cong 2,0 \div 1,5$, $m \cong 1,5 \div 2,5$.

Зависимость (1) является нелинейной.

Внутреннее трение в роторах гидроагрегатов определяется необратимыми процессами, связанными с микроскопической тепловой диффузией и с потерями энергии вследствие упругого гистерезиса. Ту же роль, что и силы внутреннего трения, играют силы трения, возникающие на контактной поверхности диска и вала.

Внутреннее трение зависит от частоты вибраций во вращающейся системе координат $(\omega - \nu)$, где ω – частота вращения ротора, ν – частота колебаний. Поэтому в общем виде функцию ψ можно представить следующим образом:

$$\psi_i = \psi_i(\varepsilon, |\omega - \nu|).$$

В качестве простейшей колебательной системы в дальнейшем рассмотрим невесомый двухопорный вал с несбалансированным диском, расположенным между опорами. Исключаем из рассмотрения влияние сил тяжести и гироскопический эффект.

Пусть $A(u, v)$, $\dot{A}(\dot{u}, \dot{v})$ – векторы перемещения и скорости центра ротора, m – масса диска, C – коэффициент жёсткости системы «вал–опоры–корпус» в месте посадки диска. В проекциях на неподвижные оси координат OX в OY уравнения нелинейной задачи можно представить в виде

$$\begin{aligned} \ddot{u} + \Psi(\varepsilon)\dot{u} + \omega_0^2(\varepsilon)u + \xi(\varepsilon)v &= e\omega^2 \cos(\omega t), \\ \ddot{v} + \Psi(\varepsilon)\dot{v} + \omega_0^2(\varepsilon)v - \xi(\varepsilon)u &= e\omega^2 \sin(\omega t). \end{aligned} \quad (2)$$

В этих уравнениях

$$\Psi(\varepsilon) = \frac{\omega_{os}^2}{2\pi} \left[\frac{\psi_e(\varepsilon)}{p} + \frac{\psi_i(\varepsilon, |\omega - \nu|)}{|\omega - \nu|} \right] + \frac{k_g}{m} \varphi_g(\varepsilon);$$

$$\xi(\varepsilon) = \frac{\omega_{os}^2 \cdot \omega \cdot \psi_i(\varepsilon, |\omega - \nu|)}{2 \cdot \pi \cdot |\omega - \nu|} + \frac{k_\omega}{m} \cdot \varphi_\omega(\varepsilon);$$

$$\omega_0^2(\varepsilon) = \omega_{os}^2 + \frac{k_p}{m} \cdot \varphi_p(\varepsilon); \quad \omega_{os}^2 = \frac{C}{m};$$

e – эксцентриситет диска.

В уравнениях (2) члены, содержащие ψ_i , вводятся с учётом частоты колебаний во вращающейся системе координат $|\omega - \nu|$.

В общем случае асинхронной прецессии решения, наряду с периодическими числами с неизвестной частотой $\nu \neq \omega$, должны содержать члены с частотой ω , а также гармоники и комбинационные члены [2]. Построение решения для этого случая представляет большие трудности. Как показывают эксперименты, решение, соответствующее синхронной процессии, устойчиво в широком диапазоне скоростей вблизи $\omega = \omega_0$. Поэтому анализ такого решения, позволяющий выявить основные особенности колебательного режима ротора со щелевыми уплотнениями, имеет смысл, хотя случай установившейся синхронной процессии ротора даёт одно из возможных решений, но не единственное.

Найдём решение задачи о нелинейных вынужденных колебаниях для случая установившейся синхронной прецессии с посто-

янной амплитудой A и частотой $\nu = \omega$:

$$\begin{aligned} u &= a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) = A \cos(\omega t - \alpha), \\ v &= a \cos(\omega t) - b \sin(\omega t) = A \sin(\omega t - \alpha). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь A и α – амплитуда и фаза прецессии, $A = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\alpha = \arctan \frac{b}{a}$; a и b – проекции перемещения центра ротора на оси во вращающейся системе координат.

Подстановка (3) в систему уравнений (2) приводит к формуле для относительной амплитуды вынужденных колебаний:

$$\varepsilon = \frac{e\omega^2 \sqrt{[\omega_0^2(\varepsilon) - \omega^2 - \zeta(\varepsilon)]^2 + \omega^2 \Psi^2(\varepsilon)}}{\delta \sqrt{[\omega_0^2(\varepsilon) - \omega^2]^2 + \omega^2 \Psi^2(\varepsilon) - \zeta^2(\varepsilon)}}. \quad (4)$$

С помощью этой формулы можно построить амплитудно-частотную характеристику ротора при вынужденных колебаниях, причём значение амплитуды находится из (4) последовательными приближениями.

$\psi(\varepsilon)$ и $\zeta(\varepsilon)$ в (4) определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \Psi(\varepsilon) &= \frac{\omega_{os}^2 \Psi_e(\varepsilon)}{2\pi\omega} + \frac{k_g}{m} \varphi_g(\varepsilon), \\ \zeta(\varepsilon) &= \frac{k_\omega}{m} \cdot \varphi_\omega(\varepsilon). \end{aligned}$$

Члены, содержащие ψ_i , в полученное решение не вошли. Объясняется это тем, что для изогнутого и вращающегося с угловой скоростью ω ротора частота колебаний во вращающейся системе координат равна нулю и зависящее от этой частоты внутреннее трение не оказывает влияния на колебания ротора. Расчёты, выполненные по формуле (4), указывают на то, что внешнее трение очень слабо влияет на поведение амплитудно-частотной характеристики ротора, особенно в окрестности резонансного режима. Это даёт основание представить выражение для $\psi(\varepsilon)$ и $\zeta(\varepsilon)$ в следующем виде:

$$\psi(\varepsilon) = \frac{k_g}{m} \cdot \varphi_g(\varepsilon), \quad \zeta(\varepsilon) = \frac{k_\omega}{m} \cdot \varphi_\omega(\varepsilon). \quad (5)$$

Выражений (5), учитывающих только гидродинамические силы в уплотнениях и не учитывающих внешнее трение, оказывается вполне достаточно для определения амплитудно-частотной характеристики ротора по формуле (4).

Во многих случаях наибольший инте-

рес представляет не сама амплитудно-частотная характеристика ротора, а максимальное значение амплитуды колебаний при резонансе. Именно максимальная амплитуда колебаний определяет динамическую напряжённость ротора и его надёжную работу при эксплуатации агрегата, зазор в уплотнении, обеспечивающий бесконтактную работу. Снижение максимальной амплитуды колебаний является одной из основных задач, которую приходится решать в рамках проблемы обеспечения виброустойчивой работы ротора.

Уравнение для определения значения максимальной амплитуды колебаний получим из (4). Поскольку функция $\omega_0(\varepsilon)$ обладает слабой нелинейностью, примем $\omega_0^2(\varepsilon) \cong \omega_0^2$. Полагая в (4) $\omega = \omega_0$ и принимая во внимание (5), находим

$$\varepsilon_m = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{e \cdot m \cdot \omega_0}{k_g \cdot \delta \cdot \varphi_g(\varepsilon_m)}.$$

После некоторых преобразований получаем

$$\varepsilon_m = \frac{8\sqrt{5}}{\pi} \frac{e \sqrt{m \left[1 + z \frac{\pi}{2} (1 - \chi) \chi q \right]}}{z l^2 \varphi_g(\varepsilon_m) \sqrt{(1 - \chi) \lambda \rho R q}}, \quad (6)$$

где $q = \frac{\Delta p \cdot R \cdot l}{\delta \cdot C}$.

Из (6) значение максимальной относительной амплитуды $\varepsilon_m = \frac{A_m}{\delta}$ находится путём решения кубического уравнения или последовательными приближениями. В первом приближении следует принять $\varphi_g(\varepsilon_m) = 1$.

Формула (6) удобна тем, что позволяет проанализировать влияние отдельных параметров уплотнения на величину максимальной амплитуды колебаний. Из (6) следует

$$A = \frac{m e \omega_0 \sqrt{\delta^3}}{z R \sqrt{\rho \Delta p l^5}}.$$

Максимальная амплитуда колебаний убывает с уменьшением зазора и увеличением длины, радиуса, перепада давления и плотности перекачиваемой жидкости. Следует иметь в виду, что ω_0 также зависит от перечисленных параметров. Однако эта зависимость проявляется несколько слабее, чем для максимальной амплитуды колеба-

ний.

Максимальная амплитуда вибрации определена при значении угловой скорости вращения $\omega = \omega_o$, причём скорость ω_o принималась величиной постоянной в силу слабостью нелинейности функции $\omega_o(\varepsilon)$. Полагая в выражении для $\omega_o(\varepsilon)$ в случае линейной задачи $\varphi_p(0) = 1$, получим формулу для определения критической скорости однодискового ротора с z одинаковыми уплотнениями в центре ротора:

$$\omega_o = \omega_{os} \cdot \left[1 + z \cdot \frac{\pi}{2} \cdot (1 - \chi) \cdot \chi \cdot q \right]^{0,5}.$$

Значение ω_{os} представляет собой обычное значение критической скорости (без учёта влияния уплотнений – в вакууме).

Гибкие роторы часто обнаруживают тенденцию к самовозбуждающим колебаниям при скоростях, отличных от критической. Эти колебания могут быть обусловлены силами внутреннего трения (и родственные им), а также гидродинамическими силами в щелевом уплотнении.

Анализ однородной системы уравнений, соответствующей (2), показывает, что возможность самовозбуждения колебаний определяется наличием членов с перемещениями, коэффициенты при которых образуют антисимметричную матрицу.

Среди решений однородной системы, соответствующей (2), рассмотрим решения, соответствующие установившейся асинхронной прецессии [2], то есть круговому движению центра ротора с постоянной амплитудой и угловой скоростью, которая не совпадает со скоростью вращения ротора. Пусть A – амплитуда, ν – частота колебаний. Тогда решения запишутся в виде

$$\begin{aligned} u &= A \cos(pt), \\ v &= A \sin(pt). \end{aligned} \quad (7)$$

Подстановка (7) в первое (однородное) уравнение (6) даёт

$$\omega_o^2(\varepsilon) - \nu^2 = 0, \quad -\nu \cdot \psi(\varepsilon) + \zeta(\varepsilon) = 0. \quad (8)$$

Подстановка во второе уравнение (2) приводит к тем же результатам, поскольку уравнения (2) симметричны относительно u и v и решения (7) не зависят от начальных условий.

Из первого уравнения (8) вытекает, что $\nu = \omega_o(\varepsilon)$ – на границе области неустойчивости колебания происходят с собственной частотой, которая зависит от амплитуды.

Второе уравнение (8) с учётом (2) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} &\frac{C}{2\pi} [\Psi_e(\varepsilon) - \Psi_i(\varepsilon_i, |\omega - \nu|) \sin(\omega - \nu)] + \\ &+ k_g \varphi_g(\varepsilon) \left(\nu - \frac{\omega}{2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Это выражение совместно с соотношением $\nu = \omega_o(\varepsilon)$ устанавливает в плоскости параметров ω, ε границу области неустойчивости.

Для определения этой границы следует конкретизировать вид функции $\psi_e(\varepsilon)$ и $\psi_i(\varepsilon_i, |\omega - \nu|)$.

Анализ показывает, что внешнее и внутреннее трение практически не влияет на положение границы области неустойчивости, которая определяется в основном гидродинамическими силами в щелевом уплотнении. Полагая в (9) $\psi_e = \psi_i = 0$, находим

$$\omega = 2 \cdot \omega_o(\varepsilon).$$

Это соотношение, определяющее границу области неустойчивости с учётом только гидродинамических сил в уплотнении, позволяет оценить величину амплитуд автоколебаний в области неустойчивости при установившейся асинхронной прецессии.

Из него следует

$$\begin{aligned} \omega &= 2 \cdot \omega_{os} \cdot \left[1 + k \cdot q \cdot \left(1 + \frac{3}{4} \cdot \chi^2 \cdot \varepsilon^2 \right) \cdot \chi \cdot q \right]^{0,5}, \\ k &= z \cdot \frac{\pi}{2} \cdot (1 - \chi) \cdot \chi. \end{aligned}$$

Получаем оценку для амплитуды

$$A = \frac{2 \cdot \delta}{\sqrt{3 \cdot k \cdot q \cdot \chi}} \cdot \sqrt{\omega^2 - (1 + k \cdot q) \cdot \omega_{os}^2}. \quad (10)$$

Выражение (10) указывает на то, что амплитуда вибраций при неустойчивости вследствие влияния гидродинамических сил в уплотнении меняется от очень большой величины (если гидродинамические силы отсутствуют и $q = 0$) до величины порядка зазора уплотнения (при $q \neq 0$). При этом увеличение перепада давления на уплотнении приводит к

смещению границы области неустойчивости в сторону больших оборотов и уменьшению амплитуды автоколебаний при фиксированных значениях ω .

На рис. 1 – 4 приведены зависимости относительной амплитуды от относительной частоты вращения ротора с учётом влияния различных факторов. На рис. 1 плотность воздуха взята по среднему значению в уплотнительном зазоре. Из рисунков видно, что повышение плотности, перепада давления, снижение зазора, увеличение длины уплотнения ведут к снижению амплитуды колебаний ротора и смещению критической частоты вращения ротора.

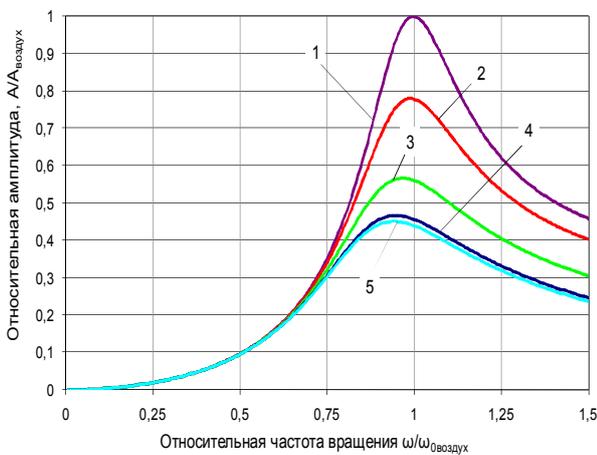


Рис. 1. Зависимость относительной амплитуды от относительной частоты вращения в зависимости от плотности рабочего тела:
1 – воздух; 2 – водород; 3 – метан; 4 – вода; 5 – ксенолор ($\Delta p=10$ МПа; $R=45$ мм; $L=10$ мм; $\delta=0,15$ мм)

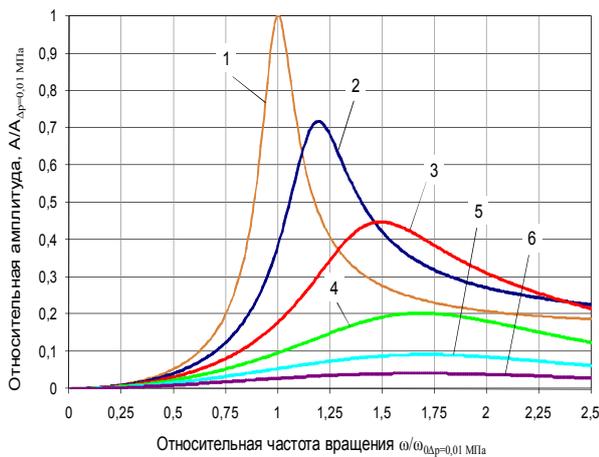


Рис. 2. Зависимость относительной амплитуды от относительной частоты вращения в зависимости от перепада давления на уплотнении:
1 – 0,01 МПа; 2 – 5 МПа; 3 – 10 МПа; 4 – 15 МПа; 5 – 20 МПа; 6 – 25 МПа (вода, $R=45$ мм; $L=10$ мм; $\delta=0,15$ мм)

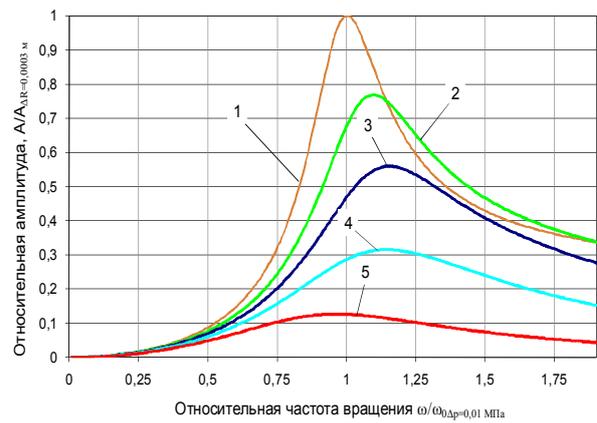


Рис. 3. Зависимость относительной амплитуды от относительной частоты вращения в зависимости от радиального зазора в уплотнении:
1 – 0,3 мм; 2 – 0,2 мм; 3 – 0,15 мм; 4 – 0,1 мм; 5 – 0,05 мм (вода, $\Delta p=10$ МПа; $R=45$ мм; $L=10$ мм)

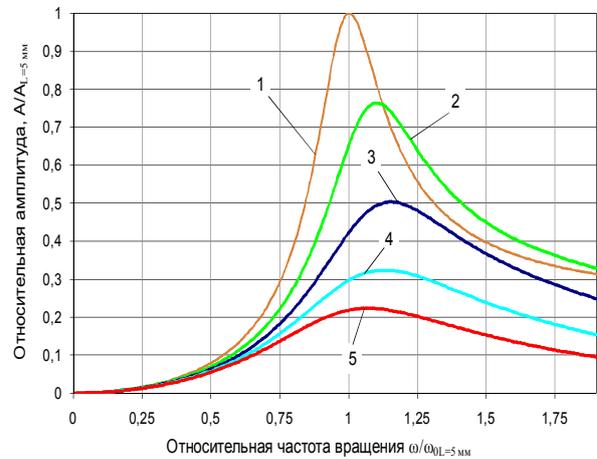


Рис. 4. Зависимость относительной амплитуды от относительной частоты вращения в зависимости от длины уплотнения:
1 – 5 мм; 2 – 7,5 мм; 3 – 10 мм; 4 – 12,5 мм; 5 – 15 мм (вода, $\Delta p=10$ МПа; $R=45$ мм; $\delta=0,15$ мм)

Особо отметим влияние плотности перекачиваемой жидкости на величину максимальной амплитуды колебаний. Учёт этого влияния указанных факторов имеет практическое значение, поскольку во многих случаях экспериментальная отработка насосов и турбин высокооборотных турбомашин производится на одном рабочем теле на модельных режимах, а последующий переход на рабочее тело с другой плотностью, другими значениями перепада давления и зазора в уплотнении может значительно изменить характер колебаний ротора вблизи резонанса.

В данной работе приведены результаты исследований, из которых видно, что уплотнения оказывают существенное влияние на динамические характеристики высокообо-

ротных сверхкритических роторов. Дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования проблемы динамики гибких роторов высокооборотных турбомашин позволили бы более полно выявить влияние параметров уплотнений, особенно работающих при высоких – до 50 МПа перепадах давления, на характер колебаний ротора.

Библиографический список

1. Марцинковский, В.А. Щелевые уплотнения: теория и практика [Текст] / В.А. Марцинковский. – Сумы: Изд-во СумДУ, 2005. – 416 с.
2. Болотин, В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости [Текст] / В.В. Болотин. – М.: Физматгиз, 1961. – 218 с.

STUDY OF SEALS INFLUENCE TO SUPERCRITICAL ROTOR CHARACTERISTIC

© 2012 A. V. Ivanov

Voronezh State Technical University

This article dedicated to some questions of seals to rotor dynamical characteristics.

Rotor, seal, critical speed, damping, amplitude, gap.

Информация об авторах

Иванов Андрей Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Ракетные двигатели», Воронежский государственный технический университет. E-mail: iav308@inbox.ru. Область научных интересов: турбонасосные агрегаты, динамика роторов, уплотнения проточной части.

Ivanov Andrey Vladimirovich, Candidate of Technical Sciences, associate professor of "Rocket Engines" chair. Voronezh State Technical University. E-mail: iav308@inbox.ru. Area of research: turbopumps, rotor dynamics, flow path seals.