

## МОДЕЛЬ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ КРЕДИТОРА И ДОПУСТИМЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТА С УЧЕТОМ ПЛАТЕЖЕСПОСОБНОСТИ ЗАЕМЩИКА

© 2005 Д. З. Вагапова

Самарский государственный аэрокосмический университет

Сформирована модель целевой функции и модель ограничений на финансовые потоки, позволяющие в совокупности обосновать выбор параметров ипотечного кредита и обеспечить его возвратность и эффективность.

Рассмотрим модель, формализующую операцию погашения кредита потоками платежей. Для обоснованности принимаемых кредитором решений сформируем модель целевой функции и модель ограничений на финансовые потоки.

Совместное задание целевой функции и модели ограничений на финансовые потоки будем называть моделью механизма выбора решений кредитором, описывающей его поведение на ипотечном рынке [1].

Задача кредитора состоит в том, чтобы при заданном совокупном доходе заемщика и заданной структуре его обязательств, включая выплаты по ипотечному кредиту, выбрать параметры финансовых потоков ипотечного кредитного процесса (срок погашения кредита, уровень процентной ставки, сумму кредита) и план его погашения, чтобы обеспечить возвратность и получить максимальное значение целевой функции от его реализации. Целевой функцией или экономическим интересом кредитора в реализации сформулированной задачи является сумма процентного дохода, получаемого кредитором за весь срок кредита.

Сформируем модель целевой функции кредитора, характеризующей конечный результат реализации кредитного процесса. Для этого предположим, что реализуется определенный вид кредита, например традиционный ипотечный кредит с постоянными во времени выплатами (постоянный ипотечный кредит). Для заданной процедуры погашения задолженности уравнение для определения процентных платежей, выплачиваемых заем-

щиком в конце каждого  $k$ -го периода, имеет вид

$$J_k = (D - W_{k-1})i = D_{k-1} i = (V - R_k),$$

$$k = 1, \dots, n, J_1 = Di. \quad (1)$$

Здесь  $D$  – сумма кредита;  $n$  – срок кредита;  $V$  – расходы на погашение кредита;  $W_k$  – размер погашенной задолженности на конец года  $k$ ;  $D_k$  – величина непогашенного долга на конец года  $k$ ;  $R_k$  – часть  $k$ -й выплаты, направляемой на погашение долга;  $i$  – процентная ставка.

Обозначим через  $J_\Sigma$  сумму процентного дохода, получаемого кредитором за срок кредита по его реализации. Тогда с учетом (1) целевая функция кредитора, представляющая собой процентный доход, будет иметь вид

$$J_\Sigma(D, n, i) = \sum_{k=1}^n J_k(D, n, i) =$$

$$= \sum_{k=1}^n (V(D, n, i) - R_k) = nV(D, n, i) - D. \quad (2)$$

В общем случае процентный доход зависит от суммы кредита  $D$ , его срока  $n$  и процентной ставки  $i$ . Однако следует учитывать, что на рынке ипотечных кредитов рыночные процентные ставки определяются совокупным спросом и предложением всех кредиторов. В связи с этим кредитор воспринимает процентные ставки как заданные из внешней среды, и его решение сводится к выбору суммы кредита и его срока. Сказанное не означает, что рыночные процентные ставки не

изменяются. Например, в связи со стабилизацией экономики, повышением доходов населения и на этой основе снижением уровня рисков в настоящее время наблюдается тенденция к снижению процентных ставок.

Таким образом, при заданной процентной ставке  $i$  выражение (2) будет представлять собой функцию двух переменных: объема кредита  $D$ , выдаваемого кредитором заемщику, и срока кредита  $n$ :

$$J_{\Sigma}(D, n) = nV(D, n) - D. \quad (3)$$

Исследуем влияние переменных  $D$  и  $n$  на величину процентного дохода.

В (3) размер периодических постоянных выплат  $V(D, n)$  определяется в соответствии с уравнением [1]:

$$V(D, n) = D / \sum_{k=1}^n (1+i)^{-k} = D / a_{n,i}, \quad (4)$$

где  $a_{n,i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$  – коэффициент приведения годовой ренты.

В соответствии с (4) на рис. 1 построены графики в зависимости от изменения процентной ставки, срока кредита и его объема.

На рис. 1 проведены горизонтальные прямые  $V_{max}$ ,  $V$ ,  $V_{min}$ .

Величина  $V_{max}$  представляет собой предельные финансовые возможности заемщика, при нарушении которых он становится неплатежеспособным, т. е. возвратность кредита не обеспечивается. Величина выплат  $V$  определена по формуле (4).

Прямая  $V_{min}$  характеризует нижнюю границу величины выплат, равной процентам с суммы кредита, выплачиваемым в первый год и определяемым по уравнению:  $J = Di$ .

Верхнее  $V_{max}$  и нижнее  $V_{min}$  предельные значения образуют область допустимых значений величины выплаты. Это означает, что, если величина периодических выплат находится внутри или на границе допустимой области, то обеспечивается возвратность кредита заемщиком. Периодическая постоянная выплата  $V$  должна удовлетворять неравенству

$$V_{min} \leq V \leq V_{max}. \quad (5)$$

Кредитор, таким образом, изменяя сумму кредита, процентную ставку и срок погашения ипотечного кредита, выбирает такую величину периодических выплат  $V$ , которая удовлетворяет неравенству (5), что позволяет обеспечивать возвратность кредита.

На рис. 2 приведены значения процентного дохода при различных объемах кредита  $J_{\Sigma}(D)$ , сроках кредита  $J_{\Sigma}(n)$  и процентных ставках  $J_{\Sigma}(i)$ .

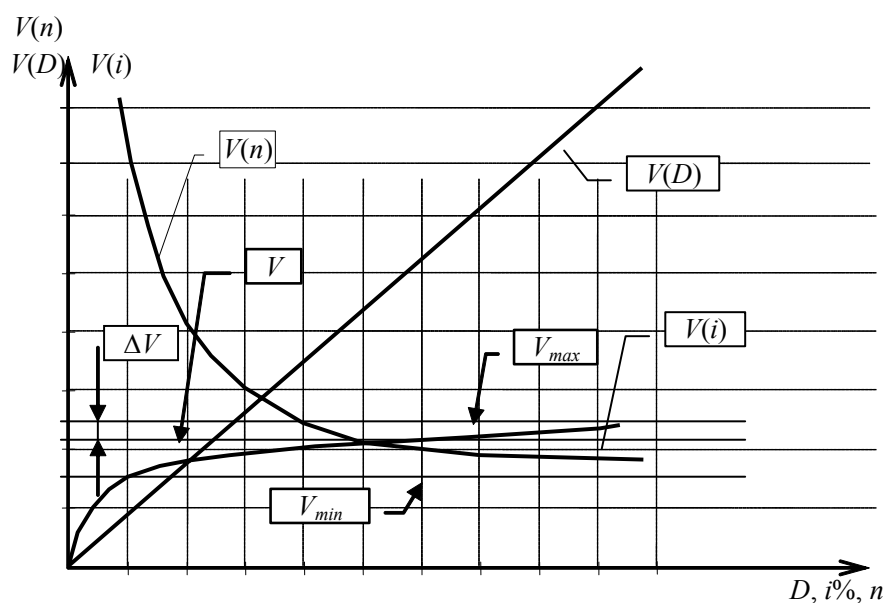


Рис. 1. Изменение значений периодических постоянных выплат в зависимости от срока кредита, процентной ставки и суммы кредита

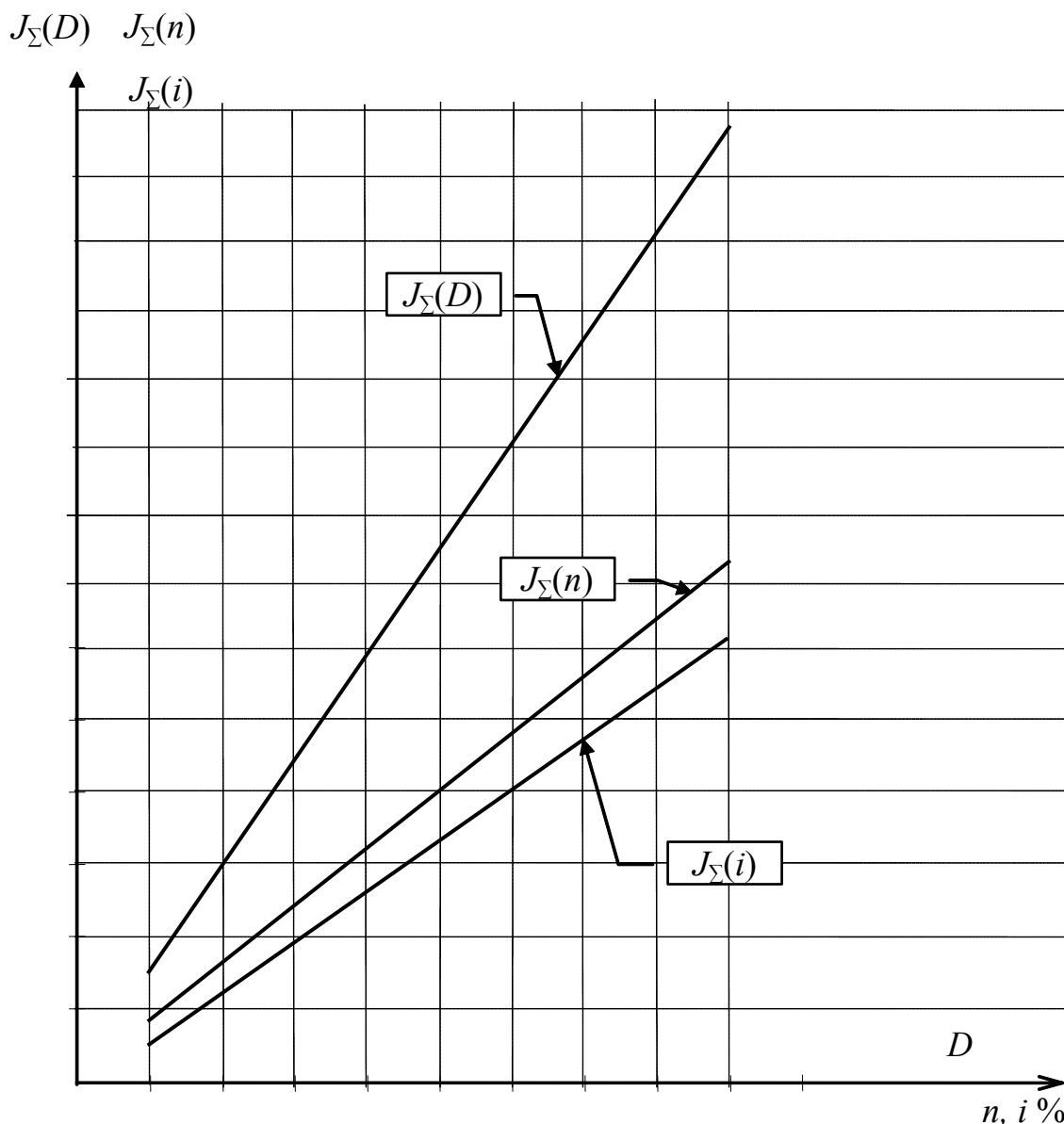


Рис. 2. Зависимость процентного дохода от объема кредита, его срока и процентной ставки

Определение процентного дохода  $J_\Sigma(D)$  от изменения суммы кредита осуществлялось при постоянной процентной ставке  $i$  годовых и сроке погашения кредита  $n$ . Расчеты значений  $J_\Sigma(n)$  от изменения срока кредита проводились при постоянном объеме кредита  $V$  и постоянной процентной ставке  $i$ , а расчеты значений процентного дохода  $J_\Sigma(i)$  от изменения процентной ставки проведены при условии постоянной суммы кредита  $D$  и постоянном сроке кредита  $n$ .

Из рис. 2 следует, что с ростом объема кредита, увеличением срока его погашения и процентной ставки процентный доход также увеличивается. График уравнения  $J_\Sigma(D)$  представляет собой прямую, а зависимости  $J_\Sigma(n)$ ,  $J_\Sigma(i)$  имеют слабую нелинейность. Та-

ким образом, с позиции целевой функции (3) кредитору выгодно увеличивать объем ипотечного кредита, срок его погашения и процентную ставку.

Однако, если учитывать существующие риски при реализации долгосрочных ипотечных кредитов (кредитный, процентный риск, риск ликвидности и др.), то кредитор на практике стремится выдавать кредиты большому числу заемщиков, но небольшими суммами на возможно меньший срок при сложившейся на рынке процентной ставке. Такая стратегия кредитора снижает риски и повышает финансовую надежность его функционирования.

В связи с этим кредитора в первую очередь интересует проблема финансовой на-

дежности, а затем уже повышение доходности при выполнении требований к уровню риска [2].

Для сравнения влияния на операционный доход изменений параметров  $D, n, i$  определены значения коэффициентов эластичности операционного дохода к изменению объема кредита, срока кредита и процентной ставки:

$$\mathcal{E}_D^J = \frac{\partial J_{\Sigma}}{\partial D} \frac{D}{J}, \quad \mathcal{E}_n^J = \frac{\partial J_{\Sigma}}{\partial n} \frac{n}{J}, \quad \mathcal{E}_i^J = \frac{\partial J_{\Sigma}}{\partial i} \frac{i}{J}.$$

Сравнивая между собой значения коэффициентов эластичности, можно определить, какой из параметров оказывает наибольшее и наименьшее влияние на операционный доход.

Выбор кредитором параметров финансовых потоков определяется не только его целевой функцией, но и ограничениями на значения финансовых потоков. Сформируем модель ограничений, которую должен учитывать кредитор при принятии решений в процессе выдачи ипотечного кредита.

Кредитор задает величину основной суммы кредита, которая должна превышать установленную долю от стоимости собственности, т. е. объем кредита должен удовлетворять следующему неравенству:

$$D \leq KИЗ \cdot C, \tag{6}$$

где  $KИЗ$  – коэффициент ипотечной задолженности, характеризующий долю стоимости собственности, взятую заемщиком в кредит;  $C$  – стоимость собственности (оценка собственности), покупаемой заемщиком.

При установлении кредитором коэффициента ипотечной задолженности сумма первоначального взноса

$$B = (1 - KИЗ) C. \tag{7}$$

Обозначим в (7) разность  $(1 - KИЗ)$  через  $KС$  и назовем ее коэффициентом собственности, характеризующим долю собственности заемщика в цене покупаемой квартиры.

Тогда неравенство (6) можно записать в виде

$$D \leq (1 - KС) C. \tag{8}$$

Заемщик, увеличивая первоначальный взнос, увеличивает свой коэффициент собственности в соответствии с зависимостью

$$KС = B / C$$

и одновременно уменьшает коэффициент ипотечной задолженности, что является для кредитора предпочтительным.

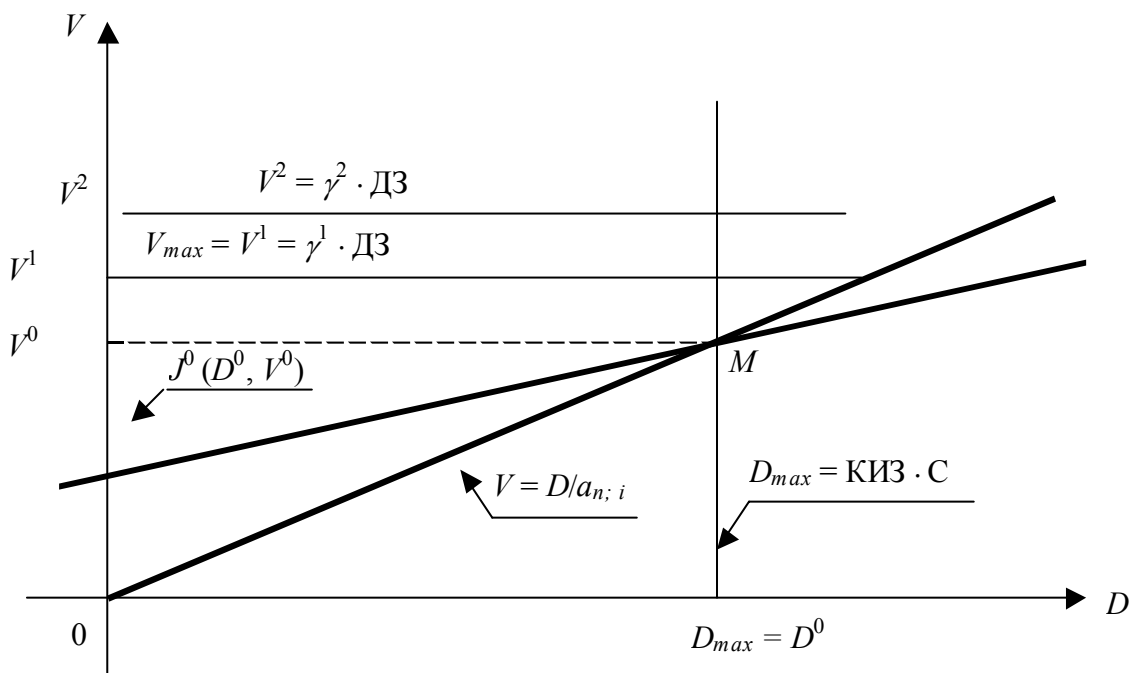


Рис. 3. Область допустимых решений при выборе объема кредита и величины периодических выплат

Чтобы заявка на получение ипотечного кредита была принята кредитором, необходимо оценить платежеспособность заемщика, т. е. его способность погасить ипотечный кредит должна соответствовать установленным критериям платежеспособности.

В практике ипотечного кредитования используется совокупность критериев платежеспособности. Например, для определения платежеспособности заемщика рассчитывается жилищный коэффициент ( $\gamma^1$  или *PTI*), отражающий допустимую долю дохода, направляемую заемщиком на ежемесячные (ежегодные) выплаты по кредиту. Этот коэффициент устанавливается для каждого заемщика при оценке его платежеспособности и находится в пределах от 0,3 до 0,5. Он может устанавливаться в зависимости от величины дохода заемщика (*ДЗ*): соответственно с ростом дохода заемщика коэффициент увеличивается [2].

С учетом жилищного коэффициента размер периодических выплат должен удовлетворять уравнению

$$V^1 = \gamma^1 \cdot ДЗ, \quad (9)$$

где *ДЗ* – ежемесячный (ежегодный) доход заемщика.

Другим критерием, характеризующим платежеспособность заемщика, является коэффициент его задолженности  $\gamma^2$ , который учитывает ежемесячную сумму обязательств, включая платежи по ипотечному кредиту. Этот коэффициент находится в пределах от 0,55 до 0,65 и может устанавливаться в зависимости от дохода заемщика: с ростом дохода коэффициент увеличивается. Тогда с учетом коэффициента задолженности размер периодических выплат должен удовлетворять уравнению

$$V^2 = \gamma^2 \cdot ДЗ. \quad (10)$$

Периодический платеж *V* должен удовлетворять двум критериям и определяться как наименьший, полученный из равенств (9), (10). Рассчитанная таким образом величина периодических выплат отражает предельные финансовые возможности заемщика. Обозначим эту величину выплат через  $V_{max}$ :

$$V_{max} = \min(V^1, V^2). \quad (11)$$

Исходя из рассчитанных коэффициентов платежеспособности, размер периодических выплат должен удовлетворять неравенству

$$V \leq \min(V^1, V^2) = V_{max}. \quad (12)$$

Верхнее предельное значение  $V_{max}$  образует следующую допустимую область значений периодических выплат:

$$\begin{aligned} V < V_{max}, \quad V = D/a_{n;i}, \quad V_{max} = \min(V^1, V^2), \\ V^1 = \gamma^1 \cdot ДЗ, \quad V^2 = \gamma^2 \cdot ДЗ. \end{aligned} \quad (13)$$

В совокупности (6), (13) образуют допустимое множество принимаемых кредитором решений по выбору объема ипотечного кредита *D* и величины периодических выплат *V*. Эта совокупность неравенств и равенств является моделью ограничений с учетом кредитоспособности и платежеспособности заемщика и имеет следующий вид:

$$D \leq D_{max}, \quad D_{max} = КИЗ \cdot C;$$

$$V \leq V_{max}, \quad V = D/a_{n;i}, \quad V_{max} = \min(V^1, V^2),$$

$$V^1 = \gamma^1 \cdot ДЗ, \quad V^2 = \gamma^2 \cdot ДЗ. \quad (14)$$

Построим график допустимого множества, описываемого моделью ограничений (14) (рис. 3).

Поскольку  $V^1 < V^2$ , то  $V_{max} = V^1 = \gamma^1 \cdot ДЗ$ . Множество допустимых решений представляет собой отрезок ОМ на прямой  $V = D/a_{n;i}$ . Любая точка на этом отрезке удовлетворяет ограничениям (14). Точка М имеет координаты ( $V^0 = D^0/a_{n;i}$ ,  $D_{max} = D^0$ ). Это означает, что сумма выданного ипотечного кредита и периодические выплаты по нему являются максимально возможными для выданного кредитором заемщику кредита. Поскольку процентный доход кредитора  $J_z$  растет с увеличением объема кредита (рис. 2), то в точке М он достигает максимальной величины.

Любой точке на прямой  $V = D/a_{n;i}$  соответствует величина кредита, который может быть погашен за срок *n* с процентной ставкой *i*, а точке, расположенной вне прямой и находящейся в допустимой области, соответствует объем кредита, в процессе по-

гашения которого могут быть как переплаты, так и недоплаты. Поэтому для этой точки необходимо определить такой срок ипотечного кредита, чтобы обеспечить погашение задолженности. В точке М процентный доход кредитора достигает максимальной величины.

Таким образом, кредитор при заданном доходе заемщика может из допустимой области выбрать такую величину периодичес-

ких выплат  $V$  и сумму кредита  $D$ , которые удовлетворяют допустимым ограничениям (14) и обеспечивают возвратность кредита.

#### Список литературы

1. Четыркин Е. М. Финансовая математика: Учебник. – 4-е изд. – М.: Дело, 2004.
2. Селюков В. К., Гончаров С. Г. Управление рисками. Ипотечная сфера. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001.

### MODEL OF CREDITOR'S TARGET FUNCTION AND ACCEPTABLE VALUES OF MORTGAGE CREDIT PARAMETERS WITH REGARD TO BORROWER'S SOLVENCY

© 2005 D. Z. Vagapova

Samara State Aerospace University

A model of target function and a model of constraints on financial flows have been formed. In aggregate they make it possible to substantiate the choice of mortgage credit parameters and to provide its recoverability and efficiency.