УДК 629.782

СТОХАСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗМУЩЁННОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ

© 2014 Н. Л. Соколов

Федеральное государственное унитарное предприятие
«Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», г. Королёв

При движении космических аппаратов (КА) в атмосфере точный учёт влияния внешних возмущающих факторов затруднителен: они либо неизвестны, либо имеют сложный характер. Это вызывает необходимость в разработке методов решения задач управления КА в условиях неопределённости.

Разработан стохастический метод исследования возмущённых траекторий движения космического аппарата в атмосфере. Метод основан на использовании математической теории непрерывных марковских процессов. Применён принцип редукции от детерминированного описания движения КА к стохастическому. Предполагалось, что КА может находиться в ограниченном числе состояний, которые определяются заранее выбранным алгоритмом дискретизации фазового пространства. Составлены дифференциальные уравнения Колмогорова для определения вероятностей нахождения космического аппарата в каждом из состояний и зависимости для расчёта математических ожиданий фазовых координат КА. Разработаны и обоснованы соотношения для расчёта интенсивностей переходов КА из одного состояния в другое. Предложены пути сокращения продолжительности вычислительного процесса расчёта траекторий полёта КА, сформулированы аналитические зависимости для определения значений фазовых координат.

Приведены численные результаты расчёта траекторий движения в широком диапазоне краевых условий проектных характеристик КА. Показана принципиальная возможность использования разработанного метода для анализа движения КА в атмосфере в условиях неопределённости полётных ситуаций.

Стохастический метод, космический аппарат, полёт в атмосфере, возмущённое движение, марковские процессы, уравнения Колмогорова, дискретизация фазового пространства, интенсивности переходов, вероятность нахождения КА в заданных состояниях.

Введение

При полёте КА в атмосфере точный учёт внешних возмущающих сил затруднителен, так как они либо неизвестны, либо имеют сложный характер. К таким внешним воздействиям можно отнести вариации плотности атмосферы, ветер, турбулентное движение воздуха, погрешности отработки управляющих воздействий и измерений и т. д. Указанные обстоятельства приводят к необходимости разработки новых методов исследования задач движения КА в условиях неопределённости.

В настоящей работе предлагается стохастический метод исследования возмущённого движения КА в атмосфере, базирующийся на использовании математического аппарата теории марковских процессов [1, 2]. Разработаны алгоритмы вычисления статистических характеристик терминальных параметров движения спускаемого аппарата без проведения массовых расчетов возмущённых траекторий, что позволит существенно сократить время определения количественных оценок точности посадки КА. В основу разработки алгоритмов положена редукция от детерминированного описания движения фазовой точки к стохастическому [3].

Стохастическое представление движения КА

Детерминированное представление движения КА в атмосфере описывается системой дифференциальных уравнений [4]:

$$f_1 = \frac{dx_1}{dt} = \frac{dV}{dt} = -\frac{C_x S\rho V}{2m} - g\sin\theta,$$

$$f_2 = \frac{dx_2}{dt} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{C_y S\rho V}{2m}\cos\gamma - -\frac{g}{V}\cos\theta + \frac{V}{r}\cos\theta,$$

$$f_3 = \frac{dx_3}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{C_y S\rho V\sin\gamma}{2m\cos\theta} - -\frac{V}{r}\cos\theta\cos\varepsilon\, tg\phi, \qquad (1)$$

$$f_4 = \frac{dx_4}{dt} = \frac{dh}{dt} = V\sin\theta,$$

$$f_5 = \frac{dx_5}{dt} = \frac{dL}{dt} = \frac{VR}{r}\frac{\cos\theta\cos\varepsilon}{\cos\varphi},$$

$$f_6 = \frac{dx_6}{dt} = \frac{dL_б}{dt} = \frac{VR}{r}\cos\theta\sin\varepsilon,$$

$$\varphi = L_б / R, \qquad g = \mu / r^2,$$

$$\rho = \rho_0 \exp(-\beta h), \quad r = R + h.$$

Здесь V – скорость движения КА; θ – угол наклона вектора скорости к местному горизонту; ε – угол между проекцией вектора скорости на местный горизонт и местной параллелью; h – высота полёта КА; r – радиус-вектор, соединяющий центр Земли и центр масс КА; L – продольная дальность полёта; $L_б$ – боковая дальность полёта; t – время; ρ – плотность атмосферы; ρ_0 – плотность атмосферы на поверхности Земли; β – логарифмический коэффициент изменения плотности атмосферы от высоты; S – площадь миделева сечения; C_x, C_y – аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления и подъёмной силы соответственно; m – масса КА; γ – угол крена; φ – геодезическая широта подспутниковой точки полёта КА; R – средний радиус Земли; μ – произведение гравитационной постоянной на массу Земли; g – ускорение свободного падения.

Будем считать, что движение КА представлено в виде нестационарных пуассоновских потоков событий, состоящих в последовательных переходах аппарата из одного состояния в другое [3]. Это позволяет использовать математический формализм теории марковских процессов.

Предполагается, что КА может находиться в конечном числе состояний, которые определяются заранее выбранным алгоритмом дискретизации фазового пространства. Каждое состояние характеризуется шестимерным вектором $i_k\ (k = 1, 2, ..., 6)$ фазовых координат. Нахождение КА в каждом состоянии определяется вероятностью $P(i_k)$. Причём $\sum\limits_{i_1}^{J_1} ... \sum\limits_{i_6}^{J_6} P(i_k) = 1$.

При известных значениях $P(i_k)$ математическое ожидание фазовых координат КА может быть рассчитано по формуле:

$$M[x_k] = \sum_{i_1=1}^{J_1} x_k(i_1) \sum_{i_2=1}^{J_2} \sum_{i_3=1}^{J_3} \sum_{i_4=1}^{J_4} \sum_{i_5=1}^{J_5} \sum_{i_6=1}^{J_6} P(i_k), \qquad (2)$$

где J_k – количество уровней дискретизации на k-й оси шестимерного фазового пространства.

При изменении вероятностей $P(i_k)$, очевидно, изменяется и вектор математических ожиданий $M[x_k]$; тем самым моделируется движение КА.

Согласно закону распределения Пуассона вероятность одного случайного события (в рассматриваемом случае вероятность одного перехода в заданное состояние в единицу времени) определяется формулой

$P(t) = \lambda(t) e^{-\lambda(t)}$.

Интенсивности пуассоновских потоков будем принимать равными нормированным значениям правых частей дифференциальных уравнений (1) в фиксированных фазовых состояниях:

$$\lambda(t) = \sum_{k=1}^{6} \frac{|f_k|}{\Delta x_k},$$

где Δx_k – интервал разбиения по k-й оси.

В качестве примера запишем формулу для определения интенсивности потока, переводящего КА из состояния (2, 1, 2, 1, 2, 2) в состояние (2, 1, 3, 1, 2, 2), т.е. перехода, в котором изменяется только курсовой угол ε:

$$\lambda_3(2,1,2,1,2,2) = \frac{1}{\Delta\varepsilon}\left|\frac{C_y S\rho_0 \exp(-\beta h(1))V(2)\sin\gamma}{2m\cos\theta(1)} - \frac{V(2)\cos\theta(1)\cos\varepsilon(2)tg\,\phi(2)}{r(1)}\right|.$$

Для определения вероятности нахождения КА в каждом из заданных состояний составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова. Общее уравнение для произвольного состояния с координатами i_k имеет вид

$$\frac{dP(i_k)}{dt} = -P(i_k)\sum_{k=1}^{6}\lambda_k(i_k) + \sum_{i=1}^{6} P(i_{k,k\neq j,}\, i_j - 1)\lambda_j(i_{k,k\neq j,}\, i_j - 1). \quad (3)$$

Причём если $i_j = 1$ (состояние является начальным по j-й координате), то $\lambda_j(i_{k,k\neq j,}\, i_j - 1)$ будет равно нулю. В результате получим систему обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами размерности

$$N = \prod_{k=1}^{6} J_k.$$

Таким образом, пространственное движение КА в атмосфере, описываемое дифференциальными уравнениями (1), может быть также представлено в стохастическом варианте, т.е. в виде системы из N линейных дифференциальных уравнений для вероятностей переходов (3) и аналитических зависимостей (2) для вычисления вектора математических ожиданий фазовых координат.

Методика учёта возмущающих факторов

Рассмотрим представление движения КА, подвергающегося влиянию случайных возмущающих факторов. При этом в качестве базового будем использовать стохастический вариант, основное преимущество которого перед детерминированным состоит в принципиальной возможности учёта в правых частях дифференциальных уравнений слагаемых, характеризующих случайные воздействия.

Общий вид исходной системы дифференциальных уравнений КА следующий:

$$\dot{x} = f + (x,u,t) + G(x,t)\xi(t), \quad (4)$$

где x, u – векторы фазовых переменных и управления, $G(x,t)$ – матрица размером $k\times k$ (в рассматриваемом случае $k = 6$).

Для представления процессов, описываемых системой (4), с помощью марковской цепи воспользуемся уравнением Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК-уравнение) [3]:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\sum_j \frac{\partial}{\partial x_j}(a_j\rho) + \frac{1}{2}\sum_{j,k}\frac{\partial}{\partial x_j \partial x_k}(b_{jk}\rho).$$

Здесь ρ – плотность вероятности. Коэффициенты $a(x,u,t)$ и $b(x,t)$ являются числовыми (не случайными) функциями. Физически $a(x,u,t)$, $b(x,t)$ характеризуют скорость изменения функции $x(t)$ и условной дисперсии случайной функции $f(t)$ соответственно. Коэффициенты

$a_j(x,u,t)$ и $b_{jk}(x,t)$ определяются из уравнений

$$a_j(x,u,t) = f_j(x,u,t),$$

$$b_{jk}(x,t) = \sum_{i=1}^{6} g_{ji}(x,t)\, g_{ik}(x,t).$$

Проведём дискретизацию фазового пространства подобно тому, как это делалось для варианта без возмущений. Общее уравнение Колмогорова для произвольного состояния с координатами $i_k\,(k=1,2,...,6)$ запишется следующим образом:

$$\frac{dP(i_k)}{dt} = -P(i_k)\sum_{k=1}^{6}\left[\lambda_k(i_k)+\mu_k(i_k)\right] + \sum_{j=1}^{6} P\left(i_{k,k\neq j,}\, i_j-1\right)\left[\lambda_j(i_{k,k\neq j,}\, i_j-1)+\mu_j\left(i_{k,k\neq j,}\, i_j-1\right)\right], \quad (5)$$

при $i_j=1 \quad \lambda_j\left(i_{k,k\neq j}, i_j-1\right)=0$.

Величины μ_j можно интерпретировать как мгновенные значения интенсивностей потоков, переводящих КА в соседние состояния в результате воздействия случайных функций. В общем случае величина μ_j вычисляется по формуле

$$\mu_j = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{6}\frac{b_{jk}}{\Delta x_j\, \Delta x_k}.$$

В частности, если исходная матрица $G(x,t)$ диагональна, то значения μ_j определяются зависимостью

$$\mu_j = \frac{1}{2}\frac{g_{jj}^2}{\Delta x_j^2}.$$

Нетрудно видеть, что при $\mu_j = 0$ (отсутствие возмущений) общее уравнение (5) совпадает с уравнением (3).

Итак, интегрируя систему N дифференциальных уравнений типа (5) и используя полученные значения вероятностей $P(i_k)$ для вычисления математических ожиданий (2), можно определить траекторию движения КА в атмосфере с учётом влияния случайных возмущающих воздействий с известными статистическими характеристиками.

Пути сокращения продолжительности вычислительного процесса

При использовании предложенного метода расчёта возникают трудности, связанные с большой размерностью полученной системы дифференциальных уравнений. Так, даже при достаточно крупной дискретизации – при разбиении каждой из координатных осей на пять интервалов – получим 15625 уравнений, численное решение которых сопровождается исключительно большой продолжительностью вычислительного процесса. Рассмотрим некоторые пути его сокращения.

Преобразуем к стохастическому виду только первые три дифференциальных уравнения системы (1) – уравнения динамики движения КА, а переменные, изменение которых описывается кинематическими соотношениями $(h, L, L_б)$, будем определять по приближённым аналитическим формулам в зависимости от параметров V, θ, ε [5]:

$$h = -\beta\, 1n\frac{\theta^2 + A_2}{A_1\,\rho_0},$$

$$L = L_0 + \frac{1}{\beta}\sum_{n=1}^{i}(-1)^{n+1}\left[\sum_{i=1}^{n} C_{in}\left(\theta_0^i - \theta^i\right) + C_n{}' A_3 + C_n{}'' A_4\right], \quad (6)$$

$$L_б = L_{б0} + \frac{1}{\beta}\sum_{n=1}^{i+1}(-1)^{n+1}\left[\sum_{i=1}^{n} D_{in}\left(\theta_0^i - \theta^i\right) + D_n{}' A_3 + D_n{}'' A_4\right],$$

где $A_1 = \frac{2}{\beta}\left(M - \frac{C_y\, S}{2m}\cos\gamma\right)$, $A_2 = \frac{2\rho_0}{\beta}\left(M - \frac{C_y\, S}{2m}\cos\gamma\right) - \theta_0^2$, $M = \frac{1}{\rho\, r}\left(\frac{g^2}{V^2} - 1\right)$,

$$A_3 = \ln\frac{\theta_0^2 + A_2}{\theta^2 + A_2}, \quad A_4 = arctg\ \frac{\theta_0}{\sqrt{A_2}} - arctg\ \frac{\theta}{\sqrt{A_2}},$$

$C_{in}, C_n', C_n'', D_{in}, D_n', D_n''$ – кусочно-постоянные коэффициенты, алгоритм вычисления которых приведён в работе [5]; l – число оставленных членов в разложении тригонометрических зависимостей $\sin\varepsilon$ и $\cos\varepsilon$ в ряды Маклорена.

Проведённые вычисления показали, что данные, рассчитанные по соотношениям (6) для $\Delta t \le 15c$, имеют погрешности, по сравнению с результатами численного интегрирования системы уравнений (1), не превышающие $\approx 3\%$ [5].

Кроме того, при достаточно малом шаге интегрирования уравнений Колмогорова для расчёта параметров $h, L, L_б$ эффективным может быть применение простых рекуррентных соотношений

$$h_{i+1} = h_i + V_i \sin\theta_i\ \Delta t,$$

$$L_{бi+1} = L_{бi} + \frac{V_i R}{r}\cos\theta_i \sin\varepsilon_i\ \Delta t,$$

$$L_{i+1} = L_i + \frac{VR_i}{r_i}\frac{\cos\theta_i \cos\varepsilon_i}{\cos\left(L_{бi}/R\right)}\Delta t.$$

Другой путь уменьшения затрат расчётного времени состоит в том, что рассматриваются не все состояния фазового пространства, полученные в результате его дискретизации, а лишь те, вероятность нахождения аппарата в которых превышает заданную величину P^*, а также соседние с ними состояния. Так, в начальный момент можно ограничиться тремя состояниями по координатам скорости (V_1, V_2, V_3), траекторного $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ и курсового $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ углов. Причём $V_1 = V_0 + \Delta V$, $V_2 = V_0$, $V_3 = V_0 - \Delta V$. Аналогично $\theta_1 = \theta_0 + \Delta\theta$, $\theta_2 = \theta_0$, $\theta_3 = \theta_0 - \Delta\theta$ и $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_0$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_0 - \Delta\varepsilon$, т.е. в начальный момент интегрируется система из 27 уравнений Колмогорова с начальными условиями $P_{222} = 1$ и $P_{ijk} = 0$ (для всех случаев, кроме $i = j = k = 2$). Когда для какого-либо крайнего состояния S_{ijk} вероятность $P(i, j, k)$ достигает величины P^*, прибавляются ещё три состояния, в которые КА может непосредственно перейти из S_{ijk}, а вероятности нахождения аппарата в новых состояниях в этот момент принимаются равными нулю. И наоборот, те состояния, для которых вероятность становится меньше P^*, перестают рассматриваться (уравнения Колмогорова для этих вероятностей при дальнейшем интегрировании выводят из системы).

Суть третьего пути сокращения продолжительности вычислительного процесса заключается в периодическом обновлении начальных условий и используемых для составления уравнений Колмогорова состояний фазового пространства. Во избежание чрезмерного увеличения размерности интегрируемой системы уравнений в определённый момент времени t^* за новые начальные значения фазовых координат $V_0, \theta_0, \varepsilon_0$ принимаются значения математических ожиданий скорости $M\left[V\left(t^*\right)\right]$ и углов $M\left[\theta\left(t^*\right)\right]$ и $M\left[\varepsilon\left(t^*\right)\right]$, рассчитанные по формуле (2). Причём моменты обновления t^* могут либо быть жёстко заданными, либо определяться достижением заданного числа уравнений Колмогорова.

После введения описанных преобразований затраты расчётного времени хотя и значительно уменьшаются, тем не менее остаются достаточно большими. Поэтому используется ещё один эффективный путь сокращения продолжительности вычислений – аналитическое решение системы дифференциальных уравнений Колмогорова.

Определим общую формулу, позволяющую вычислить вероятность нахождения КА в состоянии S_{ijk}. Очевидно, что в это состояние аппарат может попасть, двигаясь по различным маршрутам, общее число которых рассчитывается в соответствии с соотношением $n = f\left(i, j, k\right)$. Согласно теореме сложения вероятностей

$$P\left(i, j, k\right) = \sum_{r=1}^{n} P^{r}\left(i, j, k\right),$$

где $P^{r}\left(i, j, k\right)$ – вероятность нахождения КА в состоянии S_{ijk} при реализации r-го маршрута $\left(r = \overline{1,...,n}\right)$.

Докажем, что при заданном маршруте вероятность $P^{r}\left(i, j, k\right)$ определяется по формуле

$$P^{r}\left(i, j, k\right) = B \sum_{n=1}^{m} e^{-k_{n}t} / \prod_{\alpha \neq n} \left(k_{a} - k_{n}\right), \quad (7)$$

где B – произведение интенсивностей последовательных переходов КА из начального состояния в состояние S_{ijk}; m – число состояний, которые КА проходит, двигаясь по заданному маршруту; k_s – сумма интенсивностей переходов КА из s-состояния $\left(s = \overline{1,...,m}\right)$.

Приведём доказательство справедливости формулы (7) методом математической индукции. Прежде всего, рассмотрим случай, где $j = k = 1$. Вводимая конкретизация, с одной стороны, приводит к удобству математического изложения, так как при этом нет необходимости оговаривать маршрут КА (он определяется однозначно), а с другой – не нарушает общности доказательства, ибо приводимые ниже математические выкладки можно использовать для любого заданного маршрута движения аппарата. Сначала докажем равенство (7) для $i = 1$ и $i = 2$. Уравнения Колмогорова для состояний S_{111} и S_{211} имеют вид

$$\frac{dP\left(1,1,1\right)}{dt} = -P\left(1,1,1\right)k_{1},$$

$$\frac{dP\left(2,1,1\right)}{dt} = \tilde{\lambda}_{1}\left(1,1,1\right)P\left(1,1,1\right) - k_{2}\,P\left(2,1,1\right),$$

где

$$\tilde{\lambda}_{1}\left(1,1,1\right) = \lambda_{1}\left(1,1,1\right) + \mu_{1}\left(1,1,1\right),$$

$$k_{1} = \sum_{j=1}^{3} \tilde{\lambda}_{j}\left(1,1,1\right), \qquad k_{2} = \sum_{j=1}^{3} \tilde{\lambda}_{j}\left(2,1,1\right).$$

С помощью операторного метода Лапласа получим решения этих уравнений:

$$P\left(1,1,1\right) = e^{-k_{1}t},$$

$$P\left(2,1,1\right) = \tilde{\lambda}_{1}\left(1,1,1\right)\left(\frac{e^{-k_{1}t}}{k_{2} - k_{1}} + \frac{e^{-k_{2}t}}{k_{1} - k_{2}}\right).$$

Нетрудно видеть, что оба этих решения являются частными случаями общего решения (7). Далее при условии справедливости равенства (7) для некоторого значения i докажем его справедливость при $i+1$.

Пусть

$$P\left(i,1,1\right) = \prod_{n=1}^{i-1} \tilde{\lambda}_{1}\left(n,1,1\right) \sum_{n=1}^{i} e^{-k_{n}t} / \prod_{\alpha \neq n} \left(k_{\alpha} - k_{n}\right). \quad (8)$$

Запишем дифференциальное уравнение Колмогорова для вероятности $P\left(i+1,1,1\right)$:

$$\frac{dP\left(i+1,1,1\right)}{dt} = \tilde{\lambda}_{1}\left(i,1,1\right)P\left(i,1,1\right) - k_{i+1}\,P\left(i+1,1,1\right).$$

Используя метод варьирования произвольной постоянной, получим решение этого уравнения:

$$P\left(i+1,1,1\right) = e^{-k_{i+1}t}\,\tilde{\lambda}_{1}\left(i,1,1\right)\left[\int P\left(i,1,1\right)e^{k_{i+1}t}\,dt + C_{i+1}\right].$$

С учётом соотношения (8) последняя формула может быть преобразована следующим образом:

$$P\left(i+1,1,1\right)=\prod_{n=1}^{i}\lambda_1\left(n,1,1\right)\left[\sum_{n=1}^{i}e^{-k_n t}\Big/\prod_{\substack{\alpha=1\\ \alpha\neq n}}^{i+1}\left(k_\alpha-k_n\right)+c_{i+1}\,e^{-k_{i+1}t}\right]. \quad (9)$$

Постоянную интегрирования c_{i+1} находим из условия $P\left(i+1,1,1\right)=0$ при $t=0$:

$$c_{i+1}=\left[\prod_{\substack{\alpha,n=1\\ \alpha\neq n}}^{i+1}\left(k_\alpha-k_n\right)\right]^{-1}.$$

Таким образом, полученная зависимость для расчёта вероятности $P\left(i+1,1,1\right)$ (9) удовлетворяет общему решению (7), что доказывает его справедливость.

Окончательная форма для определения вероятности нахождения КА в состоянии S_{ijk}, достигнуть которого можно одним из маршрутов, представима в виде

$$P\left(i,\,j,k\right)=\left[\prod_{s=1}^{m-1}\tilde{\lambda}\,(S)\sum_{s=1}^{m}\,e^{-k_s t}\Big/\prod_{\substack{\alpha=1\\ \alpha\neq s}}^{m}\left(k_\alpha-k_s\right)\right].$$

Оценка вычислительных погрешностей

Проведён сравнительный анализ результатов, полученных с помощью предлагаемого метода, предусматривающего использование всех перечисленных возможностей сокращения продолжительности вычислительного процесса, и с применением известных методов численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (1).

На величины погрешностей расчётов фазовых координат и на продолжительность процесса вычисления траекторий движения КА будут оказывать влияние значения интервалов $\Delta V,\Delta\theta,\Delta\varepsilon$, шаг интегрирования уравнений Колмогорова Δt, интервал обновления начальных условий t^* (или граничные вероятности P^*): уменьшение значений $\Delta V,\Delta\theta,\Delta\varepsilon,\Delta t,P^*$ и увеличение t^* приводят, с одной стороны, к уменьшению расчётных погрешностей, а с другой – к увеличению продолжительности вычислений. Анализ численных результатов показал, что наиболее целесообразным является использование следующих значений констант: $\Delta t=t^*=1c$. Интервалы $\Delta V,\Delta\theta$ и $\Delta\varepsilon$ меняются в процессе движения КА в атмосфере от 0,1 до 2-3 км/с, от 0,1 до $4-6^\circ$, от 0,1 до $2-4^\circ$ соответственно, достигая максимальных (минимальных) значений на участках, где скорость роста переменных V,θ,ε наибольшая (наименьшая).

В целом показано, что на $75-80\%$ общей продолжительности траекторий движения КА количественные отличия данных, полученных с помощью интегрирования уравнений (1), и результатов, рассчитанных с использованием разработанного алгоритма, не превышают $1-3\%$. Время расчётов сокращается в 5 раз по сравнению с применением методов численного интегрирования.

Заключение

Таким образом, проведённые исследования показали принципиальную возможность использования разработанного стохастического метода исследования возмущённого движения КА, основанного на теории марковских процессов. С помощью данного метода предоставляется возможность проведения расчётов для более сложных возмущающих воздействий: могут быть учтены все $n\times n$ элементы матрицы $G\left(x,t\right)$, в том числе при их изменении в процессе движения КА. Окончательное заключение об эффективности применения метода может быть сделано после его апробирования при решении задач с учётом определения статистических характеристик случайного процесса посредством обработки реальной измерительной информации.

Библиографический список

1. Венцель Е.С. Исследование операций. М.: Советское радио, 1972. 552 с.

2. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: Иностранная литература, 1960. 400 с.

3. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М.: Наука, 1968. 463 с.

4. Авдуевский В.С., Антонов Б.М., Анфимов Н.А. и др. Основы теории полета космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1972. 607 с.

5. Соколов Н.Л. Приближенный аналитический метод расчета пространственных маневров космического аппарата в атмосфере // Космические исследования. 1988. № 2.

Информация об авторе

Соколов Николай Леонидович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заместитель начальника Центра управления полетами Федерального государственного унитарного предприятия «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», г. Королёв. E-mail: sokolov@mcc.rsa.ru. Область научных интересов: оптимальное управление, динамика полёта, баллистика, теория вероятностей, математическое моделирование.

STOCHASTIC METHOD OF INVESTIGATING PERTURBED MOTION OF A SPACE VEHICLE IN THE ATMOSPHERE

Federal State Unitary Enterprise “Central Research Institute of Machine Building”
Korolyov, Russian Federation

When space vehicles (SVs) are moving in the atmosphere detailed accounting of the influence of external perturbation factors is quite difficult: they are either unknown or have a complex nature. This necessitates development of methods to solve the problems of controlling SVs in conditions of uncertainty. A stochastic method of investigating perturbed paths of space vehicles in the atmosphere has been elaborated. The method is based on the mathematical theory of continuous Markovian processes. The principle of reduction from deterministic description of space vehicle motion to the stochastic one is applied. A SV is supposed to be in a limited number of states that are determined by a previously chosen algorithm of phase space discretization. Differential Kolmogorov equations for determining the probabilities of a SV being in each of the states and relationships for the calculation of mathematical expectations of SV space phases are set up. Relationships for calculating the rates of SV transition from one state to another are developed and validated. Ways of reducing the duration of the processes of calculating SV flight paths are proposed. Analytical relationships for determining the values of phase coordinates are formulated. Numerical results of calculating flight paths in a wide range of boundary conditions of SV design characteristics are given. The possibility of applying the proposed method for the analysis of SV motion in the atmosphere in conditions of conditions of flight indeterminacy is shown.

Stochastic method, space vehicle, atmospheric flight, perturbed motion, Markovian processes, Kolmogorov equations, discretization of phase space, transition rates, space vehicle presence at the destination points.

References

1. Ventzel E.S. Issledovanie operatsiy [Operation analysis]. Moscow: Sovetskoe radio Publ., 1972. 552 p.

2. Bellman R. Dinamicheskoe programmirovanie [Dynamic Programming]. Moscow: Inostrannaya literatura Publ., 1960. 400 p.

3. Sveshnikov A.A. Prikladnye metody teorii sluchaynykh funktsiy [Applied methods of the theory of random functions]. Moscow: Nauka Publ., 1968. 463 p.

4. Avduevsky V.S., Antonov B.M., Anfimov N.A. et all. Osnovy teorii poleta kosmicheskikh apparatov [Theory of space flight]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1972. 607 p.

5. Sokolov N.L. Approximate analytical method for calculation of space maneuvers in the atmosphere // Cosmic research. 1988. No. 2.

About the author

Sokolov Nikolay Leonidovich, Candidate of Science (Engineering), Senior Researcher, Deputy Head of the Mission Control Centre of Federal State Unitary Enterprise “Central Research Institute of Machine Building”. E-mail: sokolov@mcc.rsa.ru. Area of Research: optimizing control, flight dynamics, ballistics, probability theory, mathematical modelling.