

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАГРЕВА СИСТЕМЫ ПОКРЫТИЕ-ОСНОВА ДВИЖУЩИМЯ РАСПЫЛИТЕЛЕМ ПРИ ПЛАЗМЕННОМ НАПЫЛЕНИИ

© 2004 В. М. Карасев

ОАО «Металлист»

Разработана методика расчета распределения температуры по сечению плоской системы покрытие-основа при плазменном напылении с учетом движения плазматрона и наращивания покрытия. Показано, что величина температуры в приповерхностном слое напыляемого покрытия в период прохождения плазматрона может существенно превышать значения температур в нижележащих слоях.

Повышение технико-экономических характеристик газотурбинных двигателей неразрывно связано с увеличением температуры газа на входе в турбину. Вследствие этого важное значение приобретает разработка и создание новой серии защитных покрытий, обеспечивающих высокие показатели при эксплуатации: коррозионностойкость, жаростойкость, термостойкость, эрозионностойкость.

Однако вследствие высокой тепловой интенсивности процессов, протекающих на поверхности детали, особенно в местах воздействия на нее плазменной струи, одной из основных технологических проблем является обеспечение требуемой теплонапряженности системы [1].

Для определения распределения температур в системе покрытие-основа при плазменном напылении необходимо рассмотреть воздействие усредненного (интегрального) двухфазного теплового потока на напыляемую систему [2].

Тепло, получаемое основой, состоит из следующих составляющих:

$$Q = Q_{кин} + Q_{Г} + Q_{кр} + Q_{ост} + Q_{эк} - Q_{к} - Q_{м},$$

где $Q_{кин}$ - тепло, передаваемое основе за счет перехода кинетической энергии частиц в тепловую; $Q_{Г}$ - тепло, сообщаемое основе плазменной струей; $Q_{кр}$ - тепло, выделяемое в результате кристаллизации напыленных частиц; $Q_{ост}$ - тепло, выделяемое частицами при остывании частицы до температуры поверхности; $Q_{эк}$ - тепло, выделяемое при экзотермических реакциях напыляемых материалов; $Q_{к}$ - тепло, отдаваемое поверхностью в окру-

жающую среду за счет конвективного теплообмена; $Q_{м}$ - тепло, отводимое внутрь материала подложки за счет теплопроводности.

Рассматривая физически малый объем на поверхности покрытия и заменяя процесс дискретного нанесения частиц моделью с непрерывным наращиванием напыляемого слоя, на основе уравнения теплового баланса для элемента получим граничное условие на напыляемой поверхности в виде

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = q(t) - \alpha_2 (T_2 - T_c), \text{ при } z = \delta(t), \quad (1)$$

где $q(t) = q_0 f(t)$, q_0 - наибольший удельный тепловой поток на оси струи, α_2 - полный усредненный коэффициент теплообмена, T_2 - температура покрытия, T_c - температура окружающей среды, z - координата по толщине системы покрытие-основа, $\delta(t)$ - координата напыляемой поверхности.

Теплота гетерогенной плазменной струи вводится в изделие через пятно нагрева, диаметр которого d_n в общем случае не совпадает с диаметром пятна напыления. Плотность теплового потока q (количество тепла, вводимого через единичную площадку поверхности пятна напыления в единицу времени) распределена по пятну нагрева неравномерно и характеризуется определенным законом распределения. В общем случае законы распределения плотности тепловой энергии, вводимой нагретыми частицами и нагретым газом, различны. Однако при настройке плазматрона таким образом, что максимумы плотностей теплового потока совпадают, для описания суммарного теплового воздействия используют единое распределе-

ние с усредненными параметрами, определяемыми из экспериментов.

В связи с тем, что перенос и передача тепла в плазменной струе характеризуется большим числом случайных факторов, приводящих к случайному разбросу частиц различного вида по углу относительно оси струи, на основании центральной предельной теоремы теории вероятности можно считать, что распределение плотности потока тепла подчиняется нормальному закону. Этот факт получил широкое экспериментальное подтверждение.

Таким образом, распределение плотности теплового потока по плоской поверхности, перпендикулярной оси струи, можно записать в виде

$$q = q_0 \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (2)$$

где x и y - декартовы координаты на плоской поверхности; σ - дисперсия распределения; q_0 - максимальная плотность теплового потока на оси струи при $x = y = 0$.

На основе условия нормировки соотношения (2) на полный тепловой поток N величину q_0 можно представить в виде $q_0 = N/2\pi\sigma^2$ или записать соотношение (2) следующим образом:

$$q = \frac{N}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right\}. \quad (3)$$

Часто вместо дисперсии σ используют коэффициент сосредоточенности струи $k = 1/2\sigma^2$ или диаметр пятна нагрева d_n , определяемый из условия

$$d_n = 2\left(2\sigma^2 \ln \frac{q_0}{q}\right)^{0.5} = 4,895\sigma. \quad (4)$$

Надо отметить, что с ростом дистанции напыления плотность распределения (3) сохраняет вид нормального закона, однако величина σ или соответствующий ей диаметр пятна нагрева d_n возрастают.

Для определения распределения плотности теплового потока часто используется δ -функция

$$q = q_0 \delta(z, y). \quad (5)$$

Основное удобство применения δ -функции связано с возможностью получения замкнутых аналитических выражений в тепловых задачах, а получаемая точность решения тем выше, чем меньше диаметр пятна нагрева d_n моделируемой плазменной струи.

Практический интерес представляет возможность расчета распределения температуры по толщине системы покрытие-основа с учетом периодического воздействия плазменной струи на систему и увеличения при этом толщины покрытия. При достаточно высокой мощности тепловой дуги и значительной скорости перемещения плазмотрона распределение удельного теплового потока двухфазной струи по площади пятна нагрева может быть описано законом нормального распределения:

$$q(r) = q_0 \exp(-kr^2), \quad (6)$$

где $r = (x - Vt)^2 + y^2$, k - коэффициент сосредоточенности теплового потока струи, V - скорость движения плазмотрона.

Зафиксируем на поверхности напыления некоторую произвольную точку, например с координатами $x=y=0$. Тогда плотность теплового потока при первом единичном проходе плазмотрона через данную точку можно записать в виде

$$q(r) = q_0 \exp(-kV^2t^2). \quad (7)$$

При напылении плазмотрон проходит периодически над данной точкой с интервалом времени t_1 , а двухфазная струя воздействует на эту точку в течение времени $t_2 = d_x/V$, где d_x - диаметр пятна напыления. В течение времени t_2 происходит наращивание покрытия с некоторой скоростью $d\delta/dt$. Эти процессы схематически представлены на рис. 1. В этом случае плотность теплового потока можно записать в виде

$$q(t) = \sum_{n=1}^N q_n(t) - \{\eta[t - (n-1)t_1] - \eta[t - (n-1)t_1 - t_2]\}, \quad (8)$$

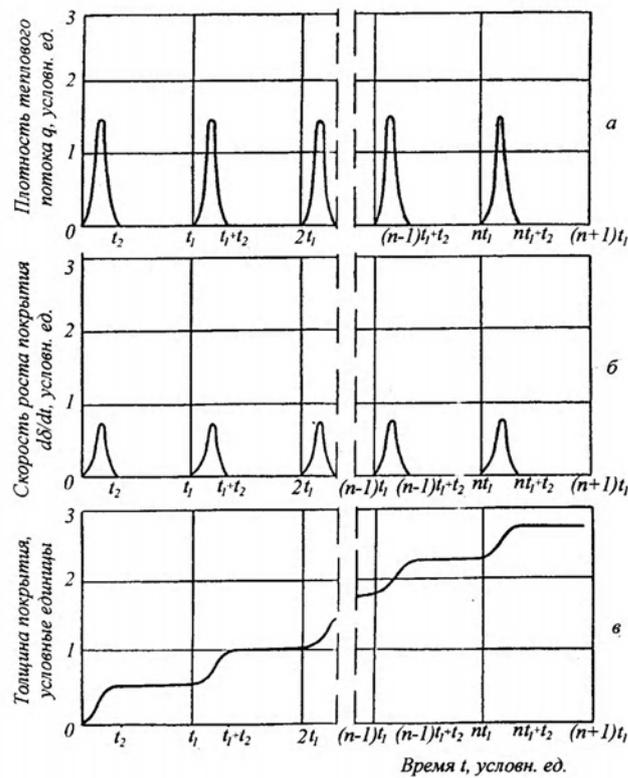


Рис. 1. Схема периодического воздействия двухфазной плазменной струи на систему покрытие-основа

$$q_n(t) = q_0 \exp \left\{ -kV^2 \times [t - (n-1)t_1 - 0,5t_2]^2 \right\}, \quad (9)$$

где $\eta(t)$ - асимметричная единичная функция, индекс n соответствует количеству проходов плазматрона над данной точкой, а диаметр пятна напыления d_n связан с коэффициентом сосредоточенности нормального кругового источника соотношением $d_n = 2(\ln 20)^{0,5} k^{0,5}$.

Аналогично можно представить скорость роста покрытия и увеличение его толщины в виде

$$\frac{d\delta}{dt} = V_z(t) \left\{ \eta [t - (n-1)t_1] - \eta [t - (n-1)t_1 - t_2] \right\} \quad (10)$$

$$\delta(t) = \begin{cases} (n-1)\delta_0 + \int_{(n-1)t_1}^t V_z(\tau) d\tau, & t \in [(n-1)t_1, (n-1)t_1 + t_2] \\ n\delta_0, & t \in [(n-1)t_1 + t_2, nt_1], \end{cases} \quad (11)$$

где $\delta_0 = \int_0^{t_2} V_z(\tau) d\tau$ - толщина покрытия, получаемая за единичный проход плазматрона;

$V_z(t)$ - скорость роста покрытия в период прохождения плазматрона над рассматриваемой точкой поверхности.

Таким образом, математическую модель тепловой задачи при напылении покрытия на основу в форме пластины при усредненных по температуре теплофизических параметрах можно записать в виде

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2}, \quad 0 < z \leq \delta(t); \quad (12)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2}, \quad -h < z \leq 0; \quad (13)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_2}{\partial z} = q(t) - a_2(T_2 - T_c), \quad z = \delta(t); \quad (14)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = a_1(T_1 - T_c), \quad z = -h; \quad (15)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z}, \quad T_1 = T_2, \quad z = 0; \quad (16)$$

$$T_1(z, 0) = T_0, \quad (17)$$

где T_1 – температура основы; T_0 – начальная температура системы; a_i, λ_i – коэффициенты температуропроводности и теплопроводности основы ($i = 1$) и покрытия ($i = 2$), соответственно.

Для удобства решения краевой задачи (12)-(17) введем безразмерные переменные

$$\xi = \frac{z}{h}, \zeta = \frac{\delta}{h}, Fo = \frac{a_1^2 t}{h^2}, \theta_i = \frac{T_i - T_0}{T_0 - T_c}, i = 1, 2 \quad (18)$$

и параметры

$$Bi_1 = \frac{a_1 h}{\lambda_1}, Bi_2 = \frac{a_2 h}{\lambda_2}, k_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, k_a = \frac{a_1^2}{a_2^2},$$

$$\beta = kh^2, Ki_0 = \frac{hq_0}{\lambda_2(T_0 - T_c)},$$

$$Fo_1 = \frac{a_1^2 t_1}{h^2}, Fo_2 = \frac{a_2^2 t_2}{h^2}, Pe_z = \frac{hV_z}{a_1}, Pe = \frac{hV}{a_1}. \quad (19)$$

Краевая задача (12)-(17) в обозначениях (18), (19) примет следующий вид:

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial Fo} = k_a \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2}, \quad 0 < \xi \leq \zeta(Fo); \quad (20)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2}, \quad -1 < \xi \leq 0; \quad (21)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = Ki(Fo) - Bi_2(1 + \theta_2), \quad \xi = \zeta(Fo); \quad (22)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} = Bi_1(1 + \theta_1), \quad \xi = -1; \quad (23)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = k_\lambda \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2}, \quad \theta_2 = \theta_1, \quad \xi = 0; \quad (24)$$

$$\theta_1(\xi, 0) = 0. \quad (25)$$

Соотношения (8)-(11), определяющие $q(t)$ и $\delta(t)$, в обозначениях (18),(19) преобразуются к следующему виду:

$$Ki(Fo) = Ki_0 \sum_{n=1}^N f_n(Fo) \{ \eta[Fo - (n-1)Fo_1] - \eta[Fo - (n-1)Fo_1 - Fo_2] \}, \quad (26)$$

$$f_n(Fo) = \exp \left\{ -\beta Pe^2 \left[Fo - (n-1)Fo_1 - \frac{1}{2} Fo_2 \right] \right\}, \quad (27)$$

$$\zeta(Fo) = \begin{cases} (n-1)\zeta_0 + \int_{(n-1)Fo_1}^{Fo} Pe_z(\tau) d\tau, \\ (n-1)Fo_1 \leq Fo \leq (n-1)Fo_1 + Fo_2, \\ n\zeta_0, \quad (n-1)Fo_1 + Fo_2 < Fo \leq nFo_1. \end{cases} \quad (28)$$

Решение краевой задачи (20)-(28) в покрытии будем искать, используя метод дифференциальных рядов [3, 4]. Представим температуру в растущем слое в виде формального ряда

$$\theta_2(\xi, Fo) = \sum_{n=0}^{\infty} k_a^2 \theta_2^{(n)}. \quad (29)$$

Члены ряда (29) удовлетворяют следующим дифференциальным уравнениям:

$$\frac{\partial^2 \theta_2^{(0)}}{\partial \xi^2} = 0; \quad (30)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_2^{(n)}}{\partial \xi^2} = \frac{\partial \theta_2^{(n-1)}}{\partial Fo}, \quad n \geq 1 \quad (31)$$

и граничными условиям:

$$\left. \frac{\partial \theta_2^{(0)}}{\partial \xi} \right|_{\xi=\zeta} = Ki - Bi_2(1 + \theta_2^{(0)});$$

$$\theta_2^{(0)}(0, Fo) = \theta_1(0, Fo);$$

$$\left. \frac{\partial \theta_2^{(n)}}{\partial \xi} \right|_{\xi=\zeta} = 0;$$

$$\theta_2^{(n)}(0, Fo) = 0.$$

Интегрируя (30) с граничными условиями, находим

$$\theta_2^{(0)} = \theta_1(0, Fo) + \xi [Ki - Bi_2(1 + \theta^*)], \quad (32)$$

где $\theta^* = \theta_2(\zeta, Fo)$.

Подставив (32) в (31) для $n = 1$, после интегрирования будем иметь

$$\theta_2^{(1)} = -\xi \left\{ \frac{1}{2} \left(\zeta^2 - \frac{1}{3} \zeta^3 \right) \left[\frac{dKi}{dFo} - Bi_2 \frac{d\theta^*}{dFo} \right] + \left(\zeta - \frac{1}{2} \zeta^2 \right) \frac{d\theta_1(0, Fo)}{dFo} \right\}. \quad (33)$$

Подставляя (32), (33) в (29), получим

$$\begin{aligned} \theta_2(\xi, Fo) = & \theta_1(0, Fo) + \xi [Ki - Bi_2(1 + \theta^*)] - k_a \xi \times \\ & \times \left\{ \frac{1}{2} \left(\zeta^2 - \frac{1}{3} \zeta^3 \right) \left[\frac{dKi}{dFo} - Bi_2 \frac{d\theta^*}{dFo} \right] + \left(\zeta - \frac{1}{2} \zeta^2 \right) \frac{d\theta_1(0, Fo)}{dFo} \right\}, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = & Ki - Bi_2(1 + \theta^*) - k_a(\zeta - \xi) \times \\ & \times \left\{ \frac{\zeta + \xi}{2} \left[\frac{dKi}{dFo} - Bi_2 \frac{d\theta^*}{dFo} \right] + \frac{d\theta_1(0, Fo)}{dFo} \right\}. \end{aligned} \quad (35)$$

Подставляя (34), (35) в (24) и пренебрегая членами порядка малости ζ^k , $k \geq 2$, получим следующее условие на стационарной границе $\xi=0$:

$$\left. \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \Psi(Fo) - \frac{Bi_2}{k_\lambda} (1 + \theta_1(0, Fo)) - \frac{k_a}{k_\lambda} \zeta \left. \frac{\partial \theta_1}{\partial Fo} \right|_{\xi=0}, \quad (36)$$

где

$$\Psi(Fo) = \frac{Ki}{k_\lambda} - \frac{1}{k_\lambda} [Ki - Bi_2(1 + \theta_1(0, Fo))] \frac{Bi_2 \zeta}{1 + Bi_2 \zeta}. \quad (37)$$

Таким образом, для основы (со стационарными границами $\xi = -1$, $\xi = 0$) может быть сформулирована следующая краевая задача теплопроводности:

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2}; \quad -1 \leq \xi \leq 0; \quad (38)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} \right|_{\xi=-1} = Bi_1(1 + \theta_1(-1, Fo)); \quad (39)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \Psi(Fo) - \frac{Bi_2}{k_\lambda} (1 + \theta_1(0, Fo)) - \frac{k_a}{k_\lambda} \left. \frac{\partial \theta_1}{\partial Fo} \right|_{\xi=0}; \quad (40)$$

$$\theta_1(\xi, 0) = 0. \quad (41)$$

Из (33), (40) видно, что в отличие от решения, рассматриваемого в [4], данная постановка краевой задачи учитывает потери тепла на нагрев нижележащих слоев покрытия, определяемые последними членами этих соотношений, что имеет большое значение для задач с быстроперемещающимися источниками тепла.

Систему уравнений (38)-(41) будем решать, используя преобразование Лапласа по переменной Fo . Применяя прямое преобразование Лапласа к (38), получим

$$\frac{\partial^2 \Phi(\xi, s)}{\partial \xi^2} = s\Phi(\xi, s), \quad (42)$$

где $\Phi(\xi, s)$ - образ функции $\theta_1(\xi, Fo)$.

Применяя преобразование Лапласа к граничным условиям (39), (40), получим

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\xi=-1} = \frac{Bi_1}{s} + Bi_1 \Phi(-1, s); \quad (43)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = \Psi(s) - \frac{Bi_2}{k_\lambda} \left[\frac{1}{s} + \Phi(0, s) \right] - \frac{k_a}{k_\lambda} s\Phi(0, s). \quad (44)$$

Система уравнений (42)-(44) образует краевую задачу типа Штурма-Лиувилля для функции $\Phi(\xi, s)$ на отрезке $-1 \leq \xi \leq 0$, решение которой будем искать в виде

$$\Phi(\xi, s) = A(s)ch(\sqrt{s}\xi) + B(s)sh(\sqrt{s}\xi). \quad (45)$$

Подставив (45) в (43) и (44), находим

$$A(s) = \left(\left(\Psi(s) - \frac{Bi_3}{s} \right) (\sqrt{s} ch\sqrt{s} + Bi_1 sh\sqrt{s}) - \frac{Bi_2}{\sqrt{s}} \right) / W(s);$$

(46)

$$B(s) = \left(\left(\Psi(s) - \frac{Bi_3}{s} \right) (Bi_1 ch\sqrt{s} + \sqrt{s} sh\sqrt{s}) + Bi_1 \left(\frac{Bi_3}{s} + \bar{k}_a \right) \right) / W(s),$$

(47)

где $Bi_3 = Bi_2/k_\lambda$, $\bar{k}_a = k_a/k_\lambda$,

$$W(s) = (Bi_2 + Bi_3 + \bar{k}_a s) \sqrt{s} ch\sqrt{s} + [s + Bi_2 (Bi_3 + \bar{k}_a s)] sh\sqrt{s}. \quad (48)$$

Подставив (46), (47) в (45) и проведя необходимые преобразования, получим

$$\Phi(\xi, s) = \Psi(s) \frac{X_1(\xi, s)}{Y(s)} - \frac{X_2(\xi, s)}{sY(s)}, \quad (49)$$

где
$$X_1 = \left(ch\sqrt{s} + \frac{Bi_1}{\sqrt{s}} sh\sqrt{s} \right) ch(\sqrt{s} \xi) + \left(\frac{Bi_1}{\sqrt{s}} ch\sqrt{s} + sh\sqrt{s} \right) sh(\sqrt{s} \xi),$$

$$X_2 = \left[Bi_1 + Bi_3 \left(ch\sqrt{s} + \frac{Bi_1}{\sqrt{s}} sh\sqrt{s} \right) \right] ch(\sqrt{s} \xi) + \left[Bi_3 \left(\frac{Bi_1}{\sqrt{s}} ch\sqrt{s} + sh\sqrt{s} \right) - \frac{Bi_1}{\sqrt{s}} (Bi_3 + \bar{k}_a s) \right] sh(\sqrt{s} \xi), \quad (50)$$

$$Y = (Bi_1 + Bi_3 + \bar{k}_a s) ch\sqrt{s} + \left(\sqrt{s} (1 + \bar{k}_a Bi_1) + Bi_3 \frac{Bi_1}{\sqrt{s}} \right) sh\sqrt{s}.$$

Оригинал (49) удовлетворяет условиям теоремы разложения, а полюса знаменателя $Y(s)=0$ образуют бесчисленное множество, определяемое корнями характеристического уравнения

$$tg\mu = -\mu \frac{\bar{k}_a \mu^2 - Bi_1 - Bi_3}{\mu^2 (1 + \bar{k}_a Bi_1) - Bi_1 Bi_3}, \mu > 0, n \geq 1, \quad (51)$$

где $\mu = i\sqrt{s}$, $ch\sqrt{s} = \cos i\sqrt{s} = \cos \mu$,

$$sh\sqrt{s} = \frac{1}{i} \sin i\sqrt{s} = \frac{1}{i} \sin \mu.$$

Для дальнейших преобразований найдем $Y'(s)$, подставив в (50) вместо s величину

$$s_n = -\mu_n^2 (n = 1, 2, \dots):$$

$$Y'(s) = \lim_{s \rightarrow \mu_n^2} Y'(s) = \frac{1}{2\mu_n^3} \left\{ \left[(1 + Bi_1 \bar{k}_a + 2\bar{k}_a) \mu_n^3 - Bi_1 Bi_3 \right] \cos \mu_n - \left[\bar{k}_a \mu_n^n - (1 + Bi_1 \bar{k}_a + Bi_1 + Bi_3) \mu_n^2 - Bi_1 Bi_3 \right] \sin \mu_n \right\}. \quad (52)$$

Искомый оригинал представим в виде разности

$$\theta_1(\xi, Fo) = u_1(\xi, Fo) - u_2(\xi, Fo),$$

где u_2 - оригинал выражения $X_2(\xi, s)/sY(s)$.

Нулевой член разложения u_2 найдем, используя теорему разложения

$$u_2^{(0)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{X_2(\xi, s)}{[sY(s)]'_s} = 1, u_2(\xi, Fo) = u_2^{(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} u_2^{(n)}, \quad (53)$$

$$\text{где } u_2^{(n)} = -e^{-\mu_n^2 Fo} \frac{X_2(\xi, -\mu_n^2)}{\mu_n^2 Y'(-\mu_n^2)} = \quad (54)$$

$$= -2e^{-\mu_n^2 Fo} \frac{A_n \cos \mu_n \xi + B_n \sin \mu_n \xi}{D_n};$$

$$A_n = \mu_n (Bi_1 + Bi_3 \cos \mu_n) + Bi_1 Bi_3 \sin \mu_n; \quad (55)$$

$$B_n = \mu_n (Bi_3 \cos \mu_n + Bi_1 \bar{k}_a \mu_n) + Bi_1 Bi_3 (\cos \mu_n - 1); \quad (56)$$

$$D_n = \left[(1 + Bi_1 \bar{k}_a + 2\bar{k}_a) \mu_n^3 - Bi_1 Bi_3 \right] \cos \mu_n - \left[\bar{k}_a \mu_n^n - (1 + Bi_1 \bar{k}_a + Bi_1 + Bi_3) \mu_n^2 - Bi_1 Bi_3 \right] \sin \mu_n. \quad (57)$$

Окончательно получаем

$$u_2(\xi, Fo) = 1 - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \cos \mu_n \xi}{D_n} e^{-\mu_n^2 Fo}. \quad (58)$$

При отыскании $u_1(\xi, Fo)$ применим теорему о свертке

$$u_1(\xi, Fo) = \int_0^{Fo} \Psi(Fo - \tau) V(\xi, \tau) d\tau, \quad (59)$$

где $Y(x, Fo)$ определяется (37), а $V(x, t)$ - оригинал выражения $X_2(s)/Y(s)$ - имеет вид

$$V(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{X_2(\xi, -\mu_n^2)}{Y'(-\mu_n^2)} e^{-\mu_n^2 \tau}$$

с учетом, что все полюса $Y(s)$ существенно положительны.

Используя теорему разложения, ранее вычисленные значения $Y'(-\mu_n^2)$ (52) и обозначения (57), получаем

$$V(\xi, \tau) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}_n \cos \mu_n \xi + \bar{B}_n \sin \mu_n \xi}{D_n} e^{-\mu_n^2 Fo}, \quad (60)$$

где $\bar{A}_n = \mu_n^2 (\mu_n \cos \mu_n + Bi_1 \sin \mu_n)$; (61)

$$\bar{B}_n = \mu_n^2 (Bi_1 \cos \mu_n + \mu_n \sin \mu_n). \quad (62)$$

Теперь искомую относительную избыточную температуру можно представить в виде

$$\theta_1(\xi, Fo) = -1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \cos \mu_n \xi + B_n \sin \mu_n \xi}{D_n} e^{-\mu_n^2 Fo} + 2 \int_0^{Fo} \Psi(Fo - \tau) \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}_n \cos \mu_n \xi + \bar{B}_n \sin \mu_n \xi}{D_n} e^{-\mu_n^2 \tau} d\tau. \quad (63)$$

Подставляя в (63) вместо $\Psi(Fo)$ ее выражение (37), получим

$$\theta_1(\xi, Fo) = -1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n \cos \mu_n \xi + B_n \sin \mu_n \xi}{D_n} e^{-\mu_n^2 Fo} + 2 \int_0^{Fo} \frac{Ki(Fo - \tau) k_{\lambda}^{-1} + Bi_2 Bi_3 (Fo - \tau)}{1 + Bi_2 \zeta (Fo - \tau)} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}_n \cos \mu_n \xi + \bar{B}_n \sin \mu_n \xi}{D_n} \times e^{-\mu_n^2 \tau} d\tau + 2 Bi_3 \int_0^{Fo} \theta_2(0, Fo - \tau) \frac{Bi_2 \zeta (Fo - \tau)}{1 + Bi_2 \zeta (Fo - \tau)} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}_n \cos \mu_n \xi + \bar{B}_n \sin \mu_n \xi}{D_n} e^{-\mu_n^2 Fo} d\tau. \quad (64)$$

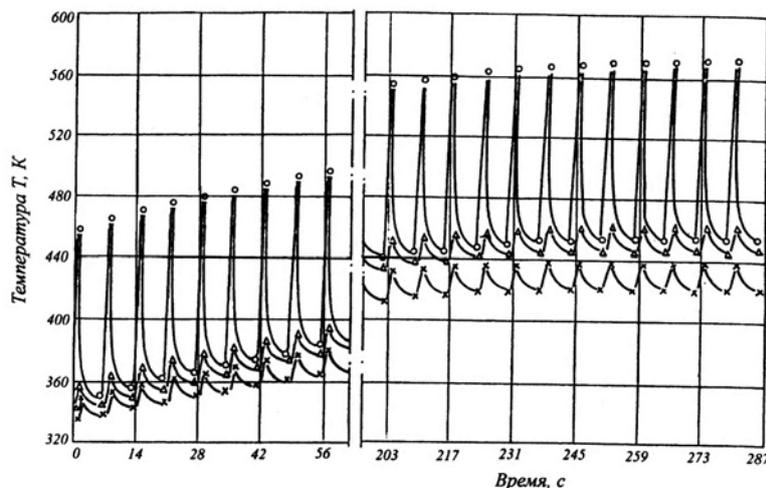


Рис. 2. Температура системы покрытие Ni-Co-Cr-Al-Y (o) и основы (Δ, ×) на глубине $z = -0,5h$ в зависимости от времени напыления:

o, Δ - расчет; × - эксперимент

В последнее уравнение входит неизвестная функция (температура границы) $\theta_1(0, Fo) = \theta_2(0, Fo)$. Положив в (64) $\xi = 0$, получим интегральное уравнение для определения $\theta_1(0, Fo)$:

$$\begin{aligned} f(Fo) = \theta_1(0, Fo) = & -1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{D_n} e^{-\mu_n^2 Fo} + \\ & + 2 \int_0^{Fo} \frac{Ki(Fo - \tau) k_{\lambda}^{-1} + Bi_2 Bi_3 \zeta(Fo - \tau)}{1 + Bi_2 \zeta(Fo - \tau)} \times \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}_n}{D_n} e^{-\mu_n^2 F\tau} d\tau + 2 Bi_3 \int_0^{Fo} f(Fo - \tau) \times \\ & \times \frac{Bi_2 \zeta(Fo - \tau)}{1 + Bi_2 \zeta(Fo - \tau)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{A}_n}{D_n} e^{-\mu_n^2 F\tau} d\tau. \end{aligned} \quad (65)$$

Полученное интегральное уравнение типа Вольтерра II рода (65) решалось методом последовательных приближений с учетом малости параметра

$$\left| \frac{Bi_2 \zeta(Fo)}{1 + Bi_2 \zeta(Fo)} \right| \ll 1.$$

Функции $K_i(Fo)$, $\zeta(Fo)$, входящие в (64), (65), определяются соотношениями (26)-(28).

Таким образом, расчет распределения температур в системе покрытие-основа проводится по следующей схеме:

1. Задаются технологические параметры напыления: h , a_p , λ_p , a_i^2 , T_o , T_c , q_o , V_z , V , t_p , d_p , N .

2. Вычисляются безразмерные параметры: Bi , k_a , k_{λ} , b ,

$$Pe = hV/a_1^2, Fo_1 = a_1^2 t_1/h^2, Fo_2 = a_1^2 d_H/h^2 V,$$

$$\zeta_0 = V_z d_H/Vh, \bar{k}_a = k_a/k_{\lambda}.$$

3. Методом последовательных приближений из уравнения (65) вычисляется функция $\theta_1(0, Fo) = f(Fo)$, а из соотношения (64) вычисляется $\theta_1(x, Fo)$.

4. По соотношениям (26)-(28) и (36) по разработанной программе проводится расчет распределения температуры покрытие-основа для различных видов тепловых источников.

Разработанная методика позволяет эффективно проводить расчет теплонапряжен-

ности изделий типа пластин при плазменном нанесении покрытий.

Исследование температур в системе покрытие-основа в зависимости от технологических параметров и времени напыления проводилось на образцах размером $40 \times 40 \times 4$ мм, в центре которых на глубине 2 мм зачеканивалась хромель-алюмелевая термопара с диаметром электродов 0,1 мм. Запись температуры производилась самописцем КСП-4. Напыление покрытий в зависимости от состава исходного материала производилось на режиме: сила тока 400 А; расход аргона $8,3 \cdot 10^{-4}$ м³/с; расход водорода $1,7 \cdot 10^{-4}$ м³/с; расход материала $5 \cdot 10^{-4}$ кг/с; линейная скорость перемещения плазмотрона $11,4 \cdot 10^{-2}$ м/с. При изучении влияния режимов напыления на температуру системы покрытие-основа сила тока изменялась от 260 А до 540 А, расход аргона - от $5,6 \cdot 10^{-4}$ м³/с до $12,1 \cdot 10^{-4}$ м³/с; расход водорода - от $0,8 \cdot 10^{-4}$ м³/с до $2,5 \cdot 10^{-4}$ м³/с; дистанция напыления - от 0,08 м до 0,22 м; скорость перемещения плазмотрона - от $7,3 \cdot 10^{-3}$ м/с до $21,2 \cdot 10^{-2}$ м/с.

Сравнение результатов расчета с экспериментальными измерениями подтверждает адекватность математической модели (рис. 2). Наблюдаемое расхождение расчетной и экспериментальной температуры основы объясняются, по-видимому, инертностью термодатчика. Как видно из графика (рис. 2), температура в растущем слое может существенно превышать интегральную температуру системы, измеряемую экспериментально термодатчиком.

Таким образом, качество плазменных покрытий из порошковых материалов может регулироваться не только за счет тепла, аккумулированного отдельной частицей при ее нагреве в плазменной струе [5], но и за счет длительности и величины температурного пика, возникающего при прохождении плазмотрона над рассматриваемой точкой поверхности.

Список литературы

1. Барвинок В. А. Управление напряженным состоянием и свойствами плазменных покрытий. – М.: Машиностроение, 1990. – 384 с.

2. Барвинок В. А., Богданович В. И. Решение нестационарной задачи теплопроводности при наличии граничных условий первого, второго и третьего рода //Изв. ВУЗов: Авиационная техника, 198, № 2. – С. 31-35.

3. Барвинок В. А. Богданович В. И. Нестационарная задача теплопроводности с произвольно движущейся границей //Изв. АН СССР: Энергетика и транспорт, 1982, № 6. – С. 128-139.

4. Богданович В. И., Барвинок В. А., Намычкин А. С. Влияние скорости перемещения плазматрона на распределение температур при плазменном напылении //Изв. ВУЗов: Машиностроение, 1984, № 6. – С. 144-147.

5. Кудинов В. В., Иванов В. М. Нанесение плазмой тугоплавких покрытий. – М.: Машиностроение, 1981. – 192 с.

MATHEMATICAL MODEL OF SYSTEM HEATING BY A MOVING SLAYER IN CASE OF PLAZMA SLAYING

© 2004 V. M. Karasev

“Metallist” Joint Stock Company

A procedure of calculating temperature distribution across the flat system coating-base has been developed. The procedure involves plasma spraying and takes account of plasmatron motion and coating build-up. It is shown that the temperature in the near-surface layer of the coating sprayed during plasmatron passage can considerably exceed the temperature magnitudes in the lower layers.