

УДК 629.78

## ВЛИЯНИЕ ЗАКЛИНИВАНИЯ ТРОСА НА ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ РАЗВЕРТЫВАНИИ

© 2012 А. С. Ледков, Д. И. Дюков

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассматривается нештатная ситуация заклинивания, возникающая в процессе динамического развёртывания троса при доставке груза с орбиты. Исследуется влияние момента заклинивания на последующее движение элементов космической тросовой системы. Показано, что после заклинивания возможны три сценария развития событий: столкновение груза с космическим аппаратом, намотка троса на космический аппарат и серия отскоков груза, не приводящая к столкновению и намотке. Наиболее опасным является заклинивание на начальном этапе развёртывания троса, поскольку оно приводит к столкновению груза с космическим аппаратом или наматыванию троса.

*Космическая тросовая система, динамическое развёртывание, сила натяжения, заклинивание.*

### Постановка задачи

В настоящее время космические тросовые системы (КТС) являются одним из актуальных направлений механики космического полёта. С помощью КТС можно решать различные транспортные и исследовательские задачи [1]. Наиболее близкой к практической реализации является задача спуска груза с орбиты. Создание на борту космического аппарата (КА) системы доставки, основанной на использовании троса, позволит экономить ракетное топливо, необходимое для перевода капсулы с грузом на траекторию спуска [2]. Традиционный способ доставки подразумевает использование ракетных двигателей для уменьшения скорости возвращаемого груза. При использовании тросовой системы вместо того, чтобы уменьшать скорость груза, он доставляется в точку пространства, где влияние гравитационной силы оказывается достаточным для перевода груза на траекторию спуска [3]. Дополнительное уменьшение скорости может быть достигнуто за счёт раскачки троса и использования возвратного колебательного движения [4].

Как правило, задача спуска груза с орбиты является лишь одной из многих в программе полёта КА. Поскольку система доставки груза является вспомогательной,

то её работа не должна мешать выполнению других задач. Важно заранее предусмотреть возможные нештатные ситуации и предпринять необходимые меры для их предотвращения. Этой проблеме посвящён ряд работ. К настоящему времени исследовано влияние неправильной ориентации КА на процесс развёртывания [4], проведена оценка возможности доставки груза на Землю при преждевременном разрыве троса [5], исследован вопрос выживаемости КТС при столкновении троса с микрометеоритом [6], исследована возможность столкновения груза и несущего КА в результате заклинивания [7].

В статье рассматривается нештатная ситуация заклинивания троса, под которым понимается мгновенное прекращение развёртывания. Ставится задача исследования влияния момента заклинивания на последующее движение элементов КТС.

### Математическая модель тросовой системы

Использование тех или иных предположений о движении троса, полнота учёта внутренних и внешних сил приводят к построению различных моделей КТС – от линейных до существенно нелинейных [8]. Выбор модели определяется

спецификой решаемой с её помощью задачи.

Отметим особенности, которые необходимо учитывать при моделировании нештатной ситуации заклинивания. Отскок груза в результате заклинивания приводит к возникновению слабо натянутых участков троса, которые могут принимать довольно сложную форму. Заклинивание приводит к резкому возрастанию силы натяжения, что, в свою очередь, может стать причиной разрыва троса. При решении задачи доставки груза с орбиты с помощью протяжённого троса часть троса с грузом может оказаться в верхних слоях атмосферы. При этом вследствие большой протяжённости троса аэродинамические силы будут оказывать заметное влияние на его динамику [4]. Модели, в которых трос представлен как упругий стержень, не позволяют учесть указанные особенности. Будем использовать более сложную модель, в которой трос заменяется цепочкой соединённых пружинами точечных масс [4, 9].

Для построения модели КТС будем использовать систему (рис. 1), состоящую из двух объектов (КА и груза) и троса. Трос состоит из  $N$  материальных точек, соединённых между собой упругими связями. На систему действуют аэродинамические и гравитационные силы. Уравнения движения запишем в неинерциальной

гринвичской геоцентрической системе координат  $OXYZ$ . Начало этой системы находится в центре Земли. Ось системы  $OX$  лежит в плоскости экватора и направлена в точку весеннего равноденствия, ось  $OZ$  – по направлению вектора угловой скорости вращения Земли (на север), ось  $OY$  дополняет систему осей до правой (рис. 1).

Рассмотрим подробнее  $i$ -ю материальную точку и запишем для неё общее уравнение динамики:

$$m_i \mathbf{W}_i = \mathbf{G}_i + \mathbf{T}_i - \mathbf{T}_{i+1} + \mathbf{X}_i + \mathbf{\Phi}_i^K + \mathbf{\Phi}_i^H, \quad i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -й точки,  $\mathbf{W}_i$  – ускорение  $i$ -й точки относительно неинерциальной систем отсчёта,  $\mathbf{G}_i$  – вектор гравитационной силы, действующий на  $i$ -ю точку,  $\mathbf{T}_i$  – сила натяжения  $i$ -го участка троса,  $\mathbf{X}_i$  – сила аэродинамического сопротивления,  $\mathbf{\Phi}_i^K = -2m_i \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_i$  – кориолисова сила инерции,  $\mathbf{\Phi}_i^H = -m_i \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i)$  – центробежная сила инерции,  $\boldsymbol{\omega} = [0, 0, \omega_3]$  – вектор угловой скорости вращения Земли,  $\mathbf{r}_i$  – радиус-вектор  $i$ -й точки,  $\mathbf{V}_i$  – вектор скорости  $i$ -й точки в системе координат  $OXYZ$ . Аналогичное уравнение можно записать для КА и груза. КА соответствует точка  $i=0$ , грузу –  $i=N+1$ , при этом  $T_0 = T_{N+1} = 0$ .

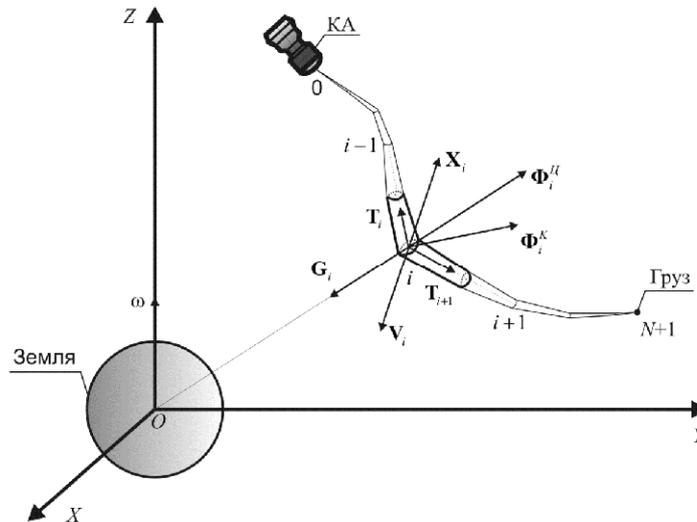


Рис. 1. Силы, действующие на  $i$ -ю материальную точку,  $i \in [1, N]$

Для расчёта силы аэродинамического сопротивления  $X_i$  представим участки троса между точечными массами в виде круговых цилиндров. Каждый участок разделим на две равные части. При расчёте аэродинамических сил будем считать, что половины участков  $r_i$  и  $r_{i+1}$ , примыкающие к  $i$ -й точечной массе троса движутся поступательно со скоростью  $i$ -й точки (рис. 2),  $\mathbf{p}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i-1}$ . Будем учитывать только силу аэродинамического сопротивления  $X_i$ :

$$X_i = \begin{cases} \frac{rV_0^2}{2}(C_{xT}S_0 + C_{xA}S_A), & i = 0; \\ \frac{rV_i^2}{2}C_{xT}S_i, & i = 1, \mathbf{K}, N; \\ \frac{rV_{N+1}^2}{2}(C_{xT}S_{N+1} + C_{xB}S_B), & i = N + 1, \end{cases}$$

где  $C_{xT} \approx 1,2$  – коэффициент аэродинамического сопротивления цилиндра,  $C_{xA}$  – коэффициент аэродинамического сопротивления КА,  $C_{xB}$  – коэффициент аэродинамического сопротивления груза,  $r$  – плотность атмосферы,  $V_i$  – скорость движения  $i$ -й точки,  $S_A$  – площадь миделевого сечения КА,  $S_B$  – площадь миделевого сечения груза,  $S_i$  – площадь проекции участка троса на плоскость, перпендикулярную движению  $i$ -й точки. Площадь  $S_i$  определяется соотношением:

$$S_i = \frac{d_T}{2}(r_i \sin a_{1,i} + r_{i+1} \sin a_{2,i}), \quad i = \overline{0, N+1};$$

$$r_0 = r_{N+2} = 0,$$

где  $d_T$  – диаметр троса,  $a_{1,i}$  и  $a_{2,i}$  – угол между участками  $r_i$ ,  $r_{i+1}$  и вектором скорости  $\vec{V}_i$ .

В качестве закона натяжения между точками примем зависимость, которая помимо упругих свойств троса позволяет

учитывать его демпфирующие свойства [1, 10]:

$$T_i = \begin{cases} ES_{mi}(g_i - 1) + D_i \frac{\partial g_i}{\partial t}, & g_i > 1; \\ 0, & g_i \leq 1, \end{cases} \quad i = \overline{1, N+1}; \quad (2)$$

где  $T_i$  – натяжение участка троса между точками  $i$  и  $i-1$ ,  $E$  – модуль упругости,  $S_{mi}$  – площадь поперечного сечения участка троса,  $g_i = \frac{r_i}{l_i}$  – удлинение,  $l_i$  – длина недеформированного участка троса,

$D_i = \sqrt{\frac{ES_{mi}m_i}{l_i}}h$  – коэффициент внутреннего трения для случая продольных колебаний участка троса (демпфированием поперечных колебаний троса за счет внутреннего трения пренебрегаем [1]),  $h$  – коэффициент потерь.

Выпуск троса осуществляется механизмом развёртывания, обеспечивающим заданную силу натяжения  $T_C(t)$ . При моделировании выпуска троса с помощью системы (1) эта сила определяет натяжение на первом участке троса. После заклинивания сила  $T_1$  определяется с помощью (2). Входящая в эту формулу длина недеформированного участка троса  $l_1$  находится из условия равенства сил  $T_1$  и  $T_C$  в момент заклинивания:

$$l_1 = \frac{ES_{m1} \cdot r_1}{T_C + ES_{m1} - D_1 \frac{\partial g_1}{\partial t}},$$

где  $\frac{\partial g_1}{\partial t}$  – проекция скорости первой точечной массы на направление вектора  $\mathbf{p}_1$  в момент заклинивания.

Запишем (1) в скалярном виде, спроецировав вектора на оси прямоугольной гринвичской системы координат  $OXYZ$  [4]:

$$\dot{x}_i = V_{xi};$$

$$\dot{y}_i = V_{yi};$$

$$\dot{z}_i = V_{zi},$$

$$\dot{V}_{xi} = -\frac{m}{r^3} x_i + w_3^2 x_i + 2w_3 V_{yi} + \frac{1}{m_i} \left( T_i \frac{x_i - x_{i-1}}{r_i} - T_{i+1} \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{r_{i+1}} - X_i \frac{V_{xi}}{|V_i|} \right), \quad (3)$$

$$\dot{V}_{yi} = -\frac{m}{r^3} y_i + w_3^2 y_i - 2w_3 V_{xi} + \frac{1}{m_i} \left( T_i \frac{y_i - y_{i-1}}{r_i} - T_{i+1} \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{r_{i+1}} - X_i \frac{V_{yi}}{|V_i|} \right),$$

$$\dot{V}_{zi} = -\frac{m}{r^3} z_i + \frac{1}{m_i} \left( T_i \frac{z_i - z_{i-1}}{r_i} - T_{i+1} \frac{z_{i+1} - z_{i-1}}{r_{i+1}} - X_i \frac{V_{zi}}{|V_i|} \right); \quad i = \overline{0, N};$$

где  $m$  – гравитационный параметр Земли. Порядок системы уравнений движения (3) в процессе развёртывания троса меняется и достигает максимального значения, равного  $6(N+2)$ .

#### Моделирование нештатной ситуации

Проведём моделирование движения системы на примере эксперимента YES2.

Масса несущего КА составляет 6300 кг, масса груза равна 12 кг, начальная скорость выпуска троса 2,58 м/с, максимальная длина троса 30 км, диаметр 0,5 мм, погонная плотность троса 0,00018 кг/м. Высота КА 6636,478 км, скорость КА 7,55 км/с. Закон изменения управляющей силы натяжения  $T_C(t)$  показан на рис.2 [3].

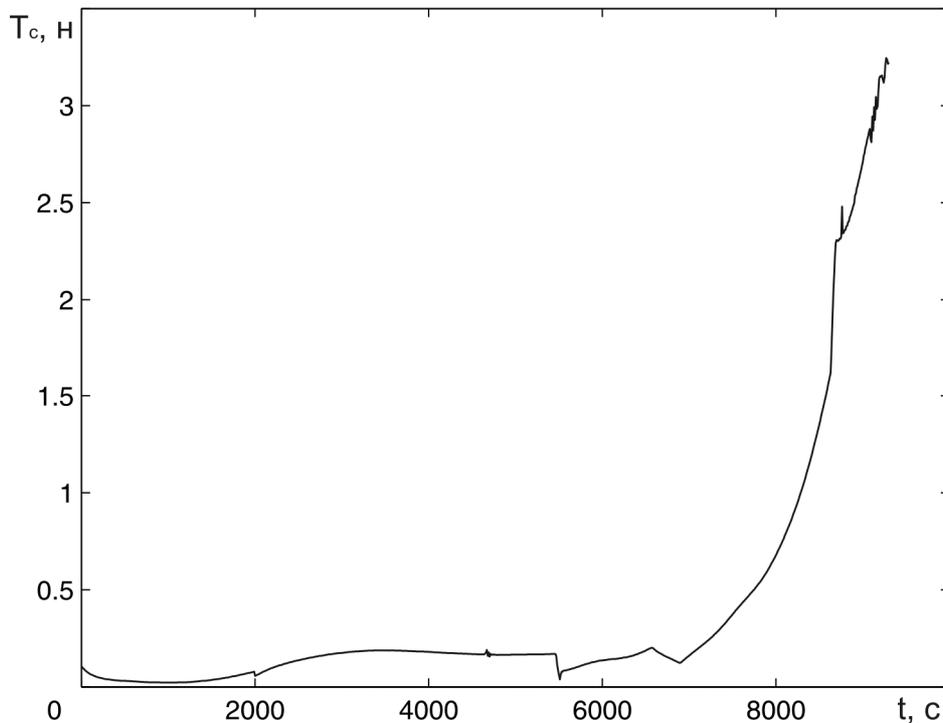


Рис. 2. Сила натяжения троса

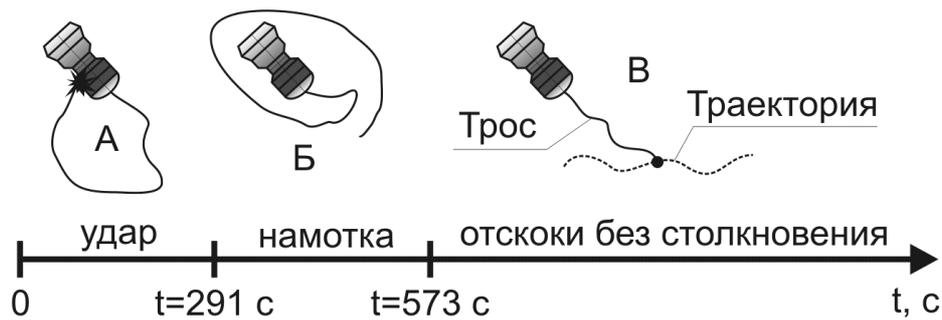


Рис. 3. Оценка результатов моделирования

В ходе исследования была проведена серия расчётов для различных моментов заклинивания троса с шагом в 1 секунду. Результаты моделирования позволили выявить несколько характерных зон (рис. 3). Если заклинивание происходит до 291-й секунды, то может произойти столкновение груза с КА, при заклинивании на промежутке от 291-й до 573-й секунды происходит намотка троса на КА. Если заклинивание происходит после 573-й секунды, то наблюдается серия отскоков, при этом не происходит ни соударений, ни намотки троса. Под столкновением понимается ситуация, когда расстояние от груза до КА становится меньше  $\Delta = 2$  м, под наматыванием – когда груз в какой-то момент времени оказывается на большей высоте, чем КА. Под серией отскоков понимается ситуация, когда в результате заклинивания сила натяжения резко возрастает, вследствие чего вектор скорости движения груза меняет своё направление на противоположное и трос с грузом переходят в фазу свободного движения. Через некоторое время под действием гравитационной силы груз вновь начинает удаляться от КА, растягивая трос и процесс повторяется.

Покажем характерные случаи заклинивания троса. На рис. 4, 5 изображены

формы троса в результате заклинивания на 300-й и 6000-й секундах. В первом случае наблюдается наматывание троса на КА, во втором – серия отскоков. Движения троса и груза относительно КА будем описывать в барицентрической орбитальной прямоугольной системой координат  $Atbn$ , начало которой находится в центре масс КА. Ось  $An$  направлена по радиус-вектору КА в сторону его возрастания, ось  $Ab$  нормальна плоскости орбиты КА, а ось  $At$  дополняет систему до правой [4].

На рис. 6 показана зависимость максимальной силы натяжения в тросе от времени заклинивания. Для каждой точки графика проводился численный расчёт движения КТС продолжительностью в 5000 с. Затем с помощью формулы (2) определялась максимальная сила натяжения в тросе. Из рисунка видно, что заклинивание не приводит к разрыву троса, так как даже максимальное значение силы натяжения не превышает разрывную силу:  $T_* = s \cdot S_m = 0.5889$  Н, где  $s = 3$  ГПа – предел прочности,  $S_m = 1,963$  мм<sup>2</sup> – площадь поперечного сечения троса.

На рис. 7 показано изменение силы натяжения после заклинивания на 6000-й секунде, резким скачком соответствуют отскоки груза.

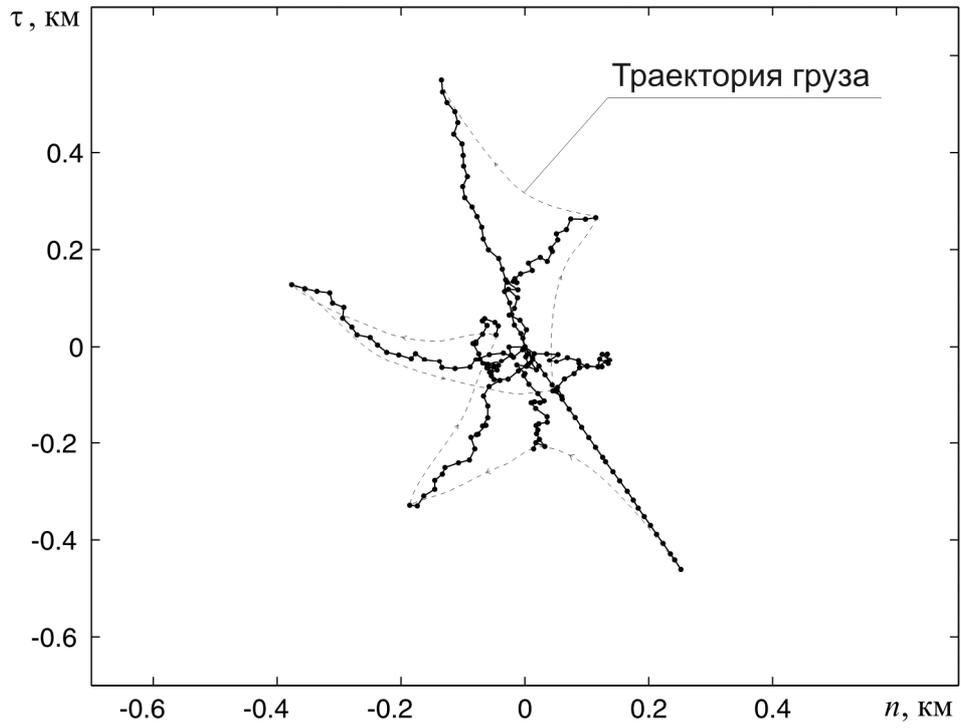


Рис. 4. Заклинивание на 300-й секунде

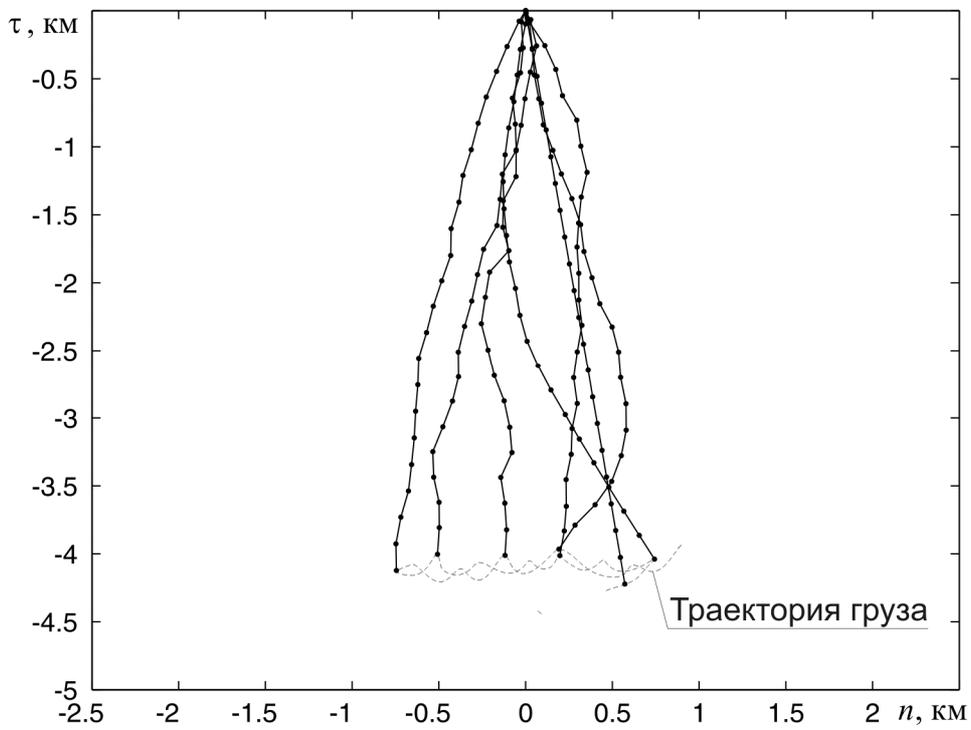


Рис. 5. Заклинивание на 6000-й секунде

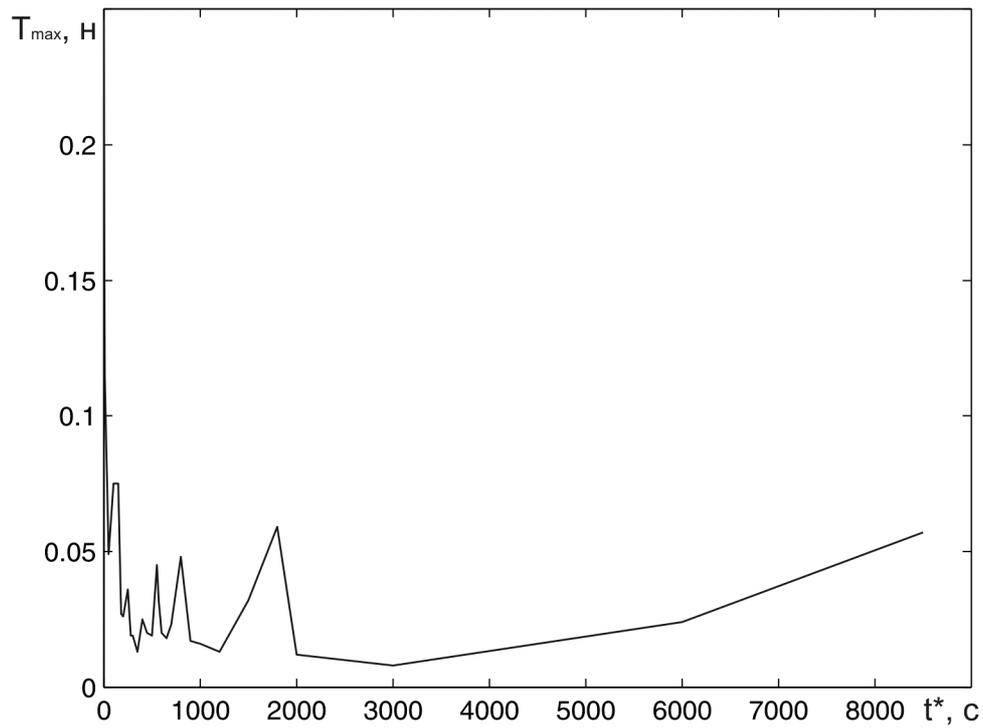


Рис. 6. Максимальная сила натяжения для разных моментов заклинивания

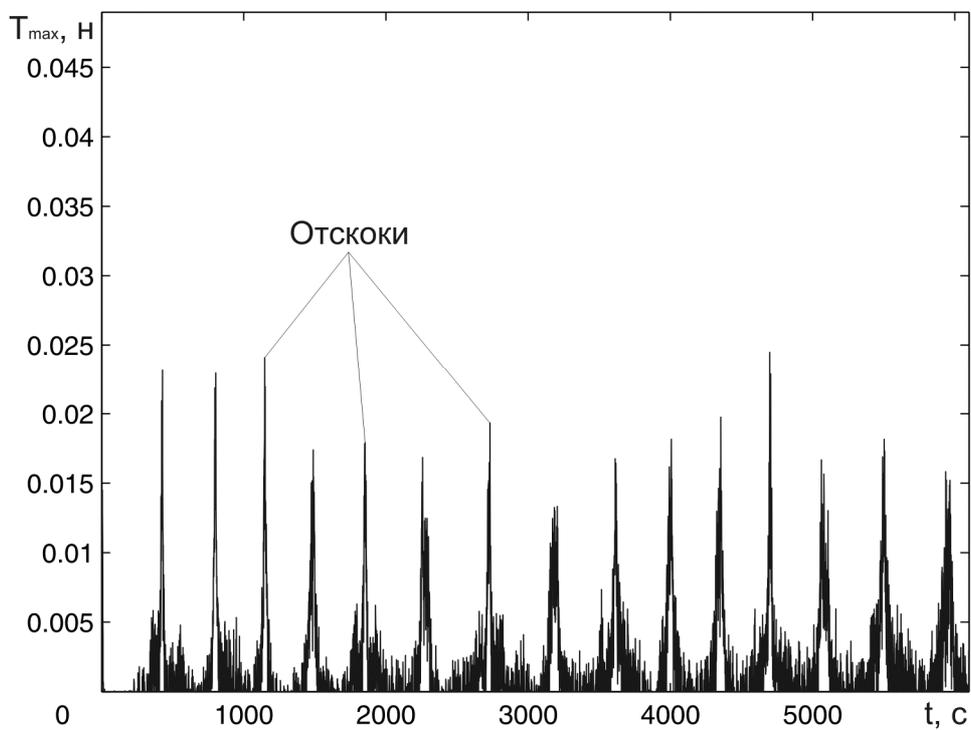


Рис. 7. Изменение максимальной силы натяжения после заклинивания на 6000-й секунде

### Заключение

В работе была построена математическая модель движения КТС с грузом с учётом таких особенностей, как возникновение слабо натянутых участков троса, резкое возрастание силы натяжения, влияние аэродинамических сил. Проведено моделирование нештатной ситуации заклинивания троса. По результатам моделирования можно сделать следующие выводы:

- после заклинивания возможны три сценария развития событий: столкновение груза с КА, намотка троса на КА и серия отскоков груза, не приводящих к столкновению и намотке;

- наиболее опасным является заклинивание на начальном этапе развёртывания троса, поскольку оно приводит к соударению с КА или наматыванию троса на КА. Расчёты показывают, что этот опасный участок укладывается в первую фазу закона динамического развёртывания троса;

- заклинивание не вызывает обрыв троса, поскольку максимальная сила натяжения на порядок меньше силы, необходимой для разрыва троса.

Авторы выражают благодарность профессору Асланову В.С. за постановку задачи.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (12-01-00317-а).

### Библиографический список

1. Белецкий, В.В. Динамика космических тросовых систем [Текст] / В.В. Белецкий, Е.М. Левин – М.: Наука, 1990. – 329 с.
2. Иванов, В.А. Космические тросовые системы. Некоторые аспекты практического использования [Текст] / В.А. Иванов, С.А. Купреев, М.Р. Либерзон. – М.:

СИП РИА, 2005. – 100 с.

3. Zimmermann, F. Optimization of the tether assisted return mission of a guided re-entry capsule [Text] / F. Zimmermann, U. Schottle, E. Messerschmid // *Aerospace Science and Technology*. – 2005. – V. 9. – №8. – P. 713–721.

4. Асланов, В.С. Пространственное движение космической тросовой системы, предназначенной для доставки груза на Землю [Текст] / В.С. Асланов, А.С. Ледков, Н.Р. Стратилатов // *Полет*. – 2007. – №2. – С. 28–33.

5. Асланов, В.С. Исследование влияния обрыва тросовой системы на возможность доставки груза на Землю [Текст] / В.С. Асланов, А.С. Ледков, А.В. Пироженко, Д.А. Храмов // *Сборник трудов XIV Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов*. Самара: СГАУ, 2011. – С. 36–39.

6. Асланов, В.С. Определение времени выживания космической тросовой системы [Текст] / В. С. Асланов, О.Л. Волошенюк, А.В. Кислов, А.В. Ящук // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. – 2010. – Т.12, – №4. – С. 138–143.

7. Дюков, Д.И. Движение космического аппарата с тросовой системой при нештатных ситуациях [Текст] / Д.И. Дюков // *Известия Самарского научного центра РАН*. – 2010. – № 4. – С. 267-271.

8. Алпатов, А.П. Космические тросовые системы. Обзор проблемы [Текст] / А.П. Алпатов, В.И. Драновский, А.Е. Закржевский, А.В. Пироженко, В.С. Хорошилов // *Космічна наука Ітехнологія*. – 1997. – Т3. №5/6. – С. 21-29.

9. Williams, P. Dynamic multibody modeling for tethered space elevators [Text] / P. Williams // *ActaAstronautica*. – 2009. – №65. – P. 399-422.

10. Меркин, Д.Р. Введение в механику гибкой нити [Текст] / Д.Р. Меркин. – М.: Наука, 1980. – 240 с.

## THE INFLUENCE OF TETHER JAMMING ON THE MOTION OF A SPACE TETHER SYSTEM DURING DYNAMIC DEPLOYMENT

©2012 A. S. Ledkov, D. I. Dyukov

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov  
(National Research University)

The emergency situation of tether jamming that occurs in the process of its dynamic deployment when a payload is being delivered from the orbit is discussed in the paper. The influence of the moment of jamming on the subsequent motion of the space tether system elements is analyzed. It is shown that the events may develop in three possible ways after the jamming takes place: collision of the payload with the spacecraft, the winding of the tether on the spacecraft or a series of rebounds of the payload which do not result in collision or winding. Jamming at the initial stage of deployment is the most hazardous scenario as it leads to the collision of the payload with the spacecraft or the winding of the tether.

*Space tether system, dynamic deployment, tension force, jamming.*

### Информация об авторах

**Ледков Александр Сергеевич**, докторант, доцент кафедры теоретической механики Самарского государственного аэрокосмического университета. E-mail: [ledkov@inbox.ru](mailto:ledkov@inbox.ru). Область научных интересов: неуправляемое движение космических аппаратов в разреженной среде, космические тросовые системы.

**Дюков Дмитрий Игоревич**, аспирант кафедры теоретической механики Самарского государственного аэрокосмического университета. E-mail: [dmitry\\_dyukov@mail.ru](mailto:dmitry_dyukov@mail.ru). Область научных интересов: космические тросовые системы.

**Ledkov Alexander Sergeevich**, associate professor, the department of Theoretical Mechanics, Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: [ledkov@inbox.ru](mailto:ledkov@inbox.ru). Area of research: uncontrollable movement of space vehicles in rarefied environment, space tether systems.

**Dyukov Dmitry Igorevich**, post-graduate student, the department of Theoretical Mechanics, Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: [dmitry\\_dyukov@mail.ru](mailto:dmitry_dyukov@mail.ru). Area of research: space tether systems.