

## ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ «ИНДЕНТОР – ПОКРЫТИЕ» ПРИ ИСПЫТАНИЯХ НА ТРИБОМЕТРЕ

© 2023

- И. В. Колесников** член-корреспондент Российской академии наук, заведующий научно-исследовательской лабораторией «Нанотехнологии и новые материалы»; Ростовский государственный университет путей сообщения; [oooedt@rambler.ru](mailto:oooedt@rambler.ru)
- П. А. Коропец** кандидат технических наук; старший научный сотрудник НИЧ кафедры «Теоретическая механика»; Ростовский государственный университет путей сообщения; [pkoropets@gmail.com](mailto:pkoropets@gmail.com)
- Д. С. Мантуров** кандидат технических наук; старший научный сотрудник НИЧ кафедры «Теоретическая механика»; Ростовский государственный университет путей сообщения; [manturovds@rgups.ru](mailto:manturovds@rgups.ru)
- Е. В. Шахматов** академик Российской академии наук, заведующий кафедрой автоматических систем энергетических установок; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [shakhm@ssau.ru](mailto:shakhm@ssau.ru)

Рассматриваются особенности нелинейной модели трибосистемы «индентор-покрытие» трибометра. Показано, что с увеличением амплитуды гармонического возмущения динамическая система проходит этап удвоения цикла и переходит в режим детерминированного хаоса. На выходе из хаоса возможно установление различных синергетических режимов, устойчиво сохраняющих свои параметры даже при многократном снижении амплитуды возмущения. Представлена блок-схема реализации эволюционной модели. В результате формирования равновесной шероховатости движение системы представляет странный аттрактор. Для обоснования randomness странного аттрактора проведен анализ амплитудно-частотной характеристики звена идеального запаздывания, охваченного локальной положительной обратной связью с коэффициентом усиления меньшим единицы. Физический смысл странного аттрактора состоит в том, что в циклическом режиме нелинейная динамическая система, у которой время цикла более чем на два порядка превышает период собственных колебаний, не может прийти к началу нового цикла точно с теми же параметрами, что и к началу текущего цикла.

*Трибосистема; покрытие; блок-схема; нелинейность; обратная связь; динамический хаос; странный аттрактор; предельный цикл; randomness*

---

**Цитирование:** Колесников И.В., Коропец П.А., Мантуров Д.С., Шахматов Е.В. Особенности динамических процессов в системе «индентор – покрытие» при испытаниях на трибометре // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2023. Т. 22, № 1. С. 75-84. DOI: 10.18287/2541-7533-2023-22-1-75-84

### Введение

В работе [1] была представлена математическая модель трибометра в процессе испытаний покрытий на износостойкость. Была предложена эволюционная модель трибосистемы, имитирующая механизм формирования равновесной шероховатости при износе покрытия. В настоящей работе проводится анализ динамических процессов в созданной математической модели трибосистемы.

### Особенности математической модели трибосистемы

Объектом исследований является математическая модель [1], которая описывает вертикальные перемещения шарикового индентора при его скольжении по горизонтально движущемуся упруго-вязкому основанию с покрытием, имеющим геометрическую неровность (шероховатость).

Тот факт, что покрытие не может притягивать шарик, а только отталкивает его, делает динамическую систему нелинейной. Особенностью модели является то, что в колебаниях индентора участвуют все присоединенные к индентору массы, а прижатие индентора к покрытию обеспечивается только силой веса откалиброванного груза. В такой системе при увеличении амплитуды возмущения возможен разрыв контакта индентора с покрытием с последующим его восстановлением в новой точке.

Движение модели при кинематическом, например гармоническом  $\eta = A \sin(\omega t)$ , возмущении описывается нелинейным дифференциальным уравнением:

$$\begin{cases} (m + m_*) \ddot{z} = b(\dot{\eta} - \dot{z}) + c(\eta - z) - Q & \text{при } \eta - z \geq 0 \\ (m + m_*) \ddot{z} = -Q & \text{при } \eta - z < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $z$  – вертикальная координата шарика индентора;  $m$  и  $m_*$  – масса груза и приведённая масса держателя соответственно;  $c$  и  $b$  – упругая и диссипативная характеристики основания;  $Q = mg$  – вес груза.

Нелинейность уравнения (1) обеспечивается путём введения зависимости вида

$$\tilde{\Delta} = \begin{cases} \Delta & \text{при } \Delta \geq 0 \\ 0 & \text{при } \Delta < 0, \end{cases} \quad \text{где } \Delta = \eta - z. \quad (2)$$

Для решения уравнения (1) представим его с учётом зависимости (2) в виде системы:

$$\begin{cases} \dot{z} = \frac{1}{m + m_*} \int (b\dot{\Delta} + c\tilde{\Delta} - Q) dt = \frac{1}{m + m_*} b\tilde{\Delta} + \frac{1}{m + m_*} \int (c\tilde{\Delta} - Q) dt; \\ z = \int \dot{z} dt. \end{cases} \quad (3)$$

Блок-схема решения системы (3) в программном комплексе МВТУ [2] показана на рис. 1. Моделирование выполняется в замедленном времени с масштабом 1:100. В работе [1] были приняты следующие параметры модели:  $m = 0,05$  кг;  $m_* = 0,04$  кг;  $c = 55,53 \cdot 10^6$  Н/м;  $b = 44,71$  Нс/м. При этом коэффициент относительного демпфирования равен  $\delta = 0,01$ , статический прогиб основания под действием веса  $Q = mg$  составляет  $z_0 = 0,88 \cdot 10^{-8}$  м = 0,0088 мкм, собственная частота колебаний системы в пределах статического прогиба (без отскока шарика от покрытия)  $\bar{f}_0 = 3953$  Гц.

Для этих параметров системы построена зависимость амплитуды её колебаний от частоты возмущения (АЧХ), скелетная кривая которой при увеличении амплитуды загибается в сторону низких частот.

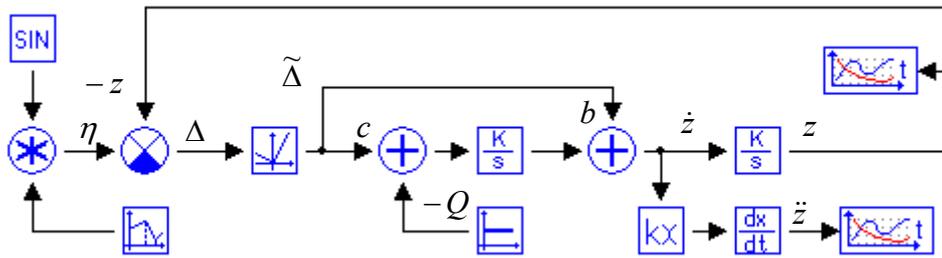


Рис. 1. Блок-схема реализации модели в программном комплексе MBTU

В таких динамических системах в процессе колебаний возможны переключения (скачкообразные переходы) между ветвями АЧХ в зависимости от частоты и амплитуды. Такие переключения являются причиной появления в спектре координат модели и их производных целого семейства как низших, так и высших гармоник. Указанные особенности АЧХ могут приводить к бифуркациям в процессах, протекающих в нелинейных системах [1].

Особый интерес представляет численный эксперимент, выполненный по следующему сценарию.

Рассмотрим вынужденные колебания системы при гармоническом возмущении  $\eta = A \sin(2\pi f_0 t)$  с частотой  $f_0 = 39,53$  Гц (в принятом масштабе машинного времени) и постоянном увеличении амплитуды от  $A = 0$  до величины  $A^{\max} = 180 \cdot 10^{-10}$  м, а затем – уменьшении амплитуды до  $A = 0$ . Возрастание амплитуды происходит на интервале  $0 \dots 150$  с модельного времени, а убывание – на интервале  $150 \dots 500$  с. Результаты моделирования представлены на рис. 2 – 4.

При заданных параметрах модели в результате возрастания амплитуды возмущения отскок индентора от поверхности начинается уже на 3-й секунде от начала расчёта. На интервале времени  $t = 94 \dots 96$  с при амплитуде возмущения  $A_{96} = 115 \cdot 10^{-10}$  м происходит удвоение цикла (рис. 3), которое продолжается до перехода системы в режим хаоса при  $t = 114$  с и  $A_{114} = 137 \cdot 10^{-10}$  м (рис. 2). Затем с момента времени  $t = 150$  с амплитуда возмущения снижается, и при  $t = 252$  с и  $A_{252} = 126 \cdot 10^{-10}$  м режим хаоса переходит в устойчивый самоорганизованный (синергетический) режим (рис. 4, а), который сохраняется до времени  $t = 463$  с и  $A_{463} = 19 \cdot 10^{-10}$  м. А на протяжении оставшихся 37 с система ведёт себя так же, как и в начале процесса (рис. 2).

Заслуживает внимания тот факт, что на протяжении времени существования синергетического режима амплитуда возмущения уменьшилась в 6,63 раза, а параметры режима (частоты гармоник, амплитуды) практически остаются постоянными. Возникает закономерный вопрос о том, за счёт какой энергии этот режим устойчиво поддерживается и как (по каким принципам) организован её подвод в систему. Важно отметить, что даже незначительное изменение параметров системы, влияющих на свойства режима динамического хаоса, приводит к другим качественным и количественным результатам при формировании синергетического режима на выходе из хаоса. Так, если в численном эксперименте задавать значения максимальной амплитуды  $A^{\max} = 181 \cdot 10^{-10}$  м;  $A^{\max} = 181 \cdot 10^{-10}$  м и  $A^{\max} = 182 \cdot 10^{-10}$  м, то на выходе из режима хаоса будут получены принципиально различные динамические процессы (рис. 4).

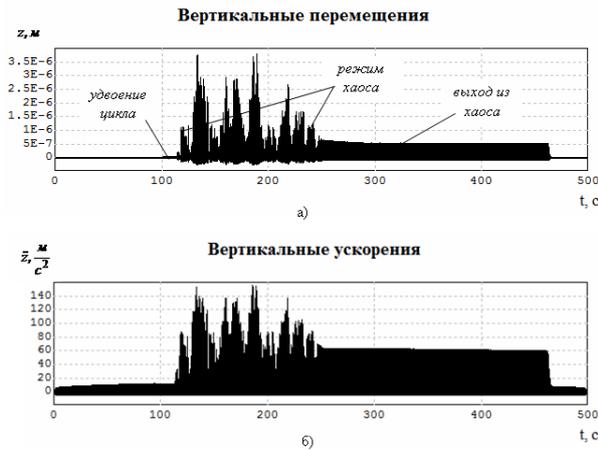


Рис. 2. Перемещения и ускорения индентора

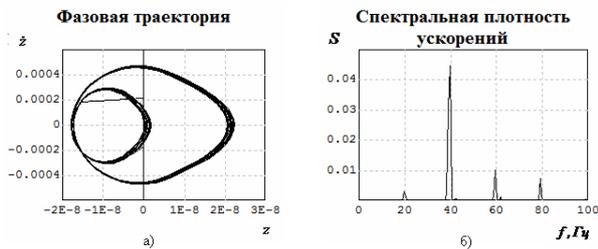


Рис. 3. Фазовая траектория и спектральная плотность ускорений для интервала времени  $t=105...106 \text{ с}$  (удвоение цикла)

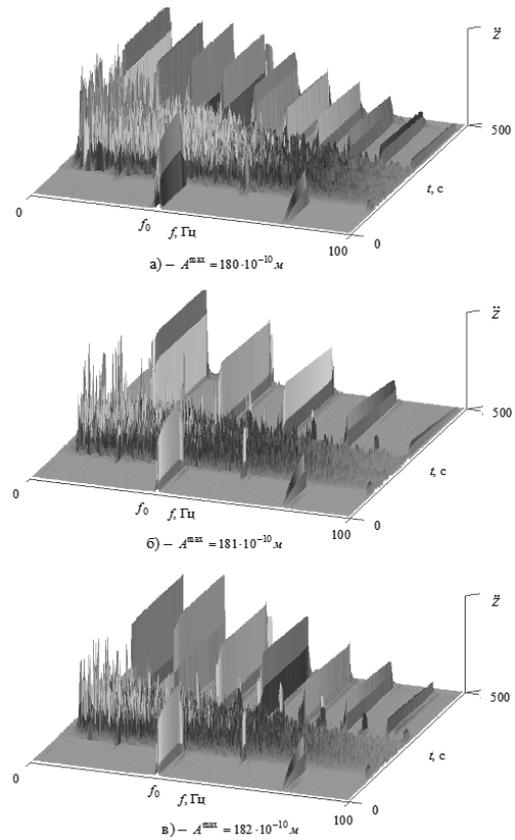


Рис. 4. Спектрограммы вертикальных ускорений индентора

Выполненные расчёты позволяют сделать предположение о существовании экономичных режимов функционирования динамических систем, которые система находит сама в процессе выхода из режима динамического хаоса. Но чтобы практически реализовать такие режимы, необходимо систему сначала перевести в состояние хаоса, а затем, управляя хаотическим процессом, сориентировать её на требуемый режим, который установится на выходе из хаоса и сможет устойчиво существовать сколь угодно долго.

В работе [3] описана модель, аналогичная рассматриваемой в данной статье. С помощью отображений Пуанкаре рассмотрены особенности детерминированного хаоса. Указывается, что режиму хаоса свойственно существование бесконечного количества предельных циклов, расположенных очень близко друг к другу. Отсюда следует многообразие возможных форм движения, что не противоречит полученным результатам и подтверждает их справедливость.

Представленные в данной работе результаты моделирования имеют скорее теоретическое значение. Но они позволяют надеяться, что в трибосистемах, содержащих покрытия, существуют оптимальные режимы функционирования, эффективность которых зависит в первую очередь от свойств и качества самих покрытий. В настоящее время задачи синергетического управления динамическим хаосом находятся в стадии изучения [4].

### Об эволюционной модели трибосистемы

В основу построения эволюционной модели положены следующие гипотезы [1]:

- при сухом трении без смазки происходят разрывы микроконтактов с последующим их восстановлением в новых точках контактирующих поверхностей;
- геометрическая неровность (шероховатость) контактирующей поверхности является не только причиной возмущения динамических процессов в паре трения, но и следствием этих процессов по причине износа;
- динамические процессы при трении описываются убывающей автокорреляционной функцией, т.е. с течением времени трибосистема «забывает» свое начальное состояние.

Первое положение отражено уже в структуре нелинейной модели, допускающей отскок индентора от покрытия.

Второе положение вполне логично, так как изменение поверхности происходит в результате её износа от силового воздействия индентора. Если бы движение индентора происходило по бесконечной (не повторяющейся) траектории, то влияние измененной поверхности никогда бы не проявилось на текущем динамическом процессе – он бы определялся только исходной неровностью и упруго-диссипативными свойствами покрытия. Но в данном случае происходит циклическое повторение взаимодействия индентора с той поверхностью, которая сформировалась в ходе предыдущего оборота образца под индентором (рис. 1).

Следовательно для геометрической неровности поверхности  $\eta(t)$  можно записать:

$$\eta(t) = \eta(t - \tau) + \Delta\eta(t - \tau), \quad (4)$$

где  $\tau$  – время одного предыдущего цикла (одного оборота образца);  $\Delta\eta(t)$  – изменение неровности в результате износа на предыдущем обороте.

Принимая допущение о том, что при постоянной скорости скольжения износ пропорционален нормальной силе, его величину представим в виде:

$$\Delta\eta(t) = \varepsilon P(t), \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  – коэффициент пропорциональности.

Известно, что скорость изнашивания нелинейно зависит от нормальной силы [5]. Но в данном случае этот факт не является принципиальным. Учитывая, что величина реального износа достаточно мала, можно ограничиться линейным приближением.

Из исходного уравнения движения индентора (1) следует, что вертикальная реакция в контакте имеет статическую составляющую, обусловленную весом груза  $Q$ . Это значит, что с каждым оборотом за счёт износа шарик будет ступенчато погружаться в образец с покрытием. На самом деле так и происходит. Но этот ступенчатый спуск не несёт дополнительной полезной информации, но существенно усложняет обработку данных о динамическом процессе. Поэтому целесообразно процесс ступенчатого погружения устранить из рассмотрения за счёт компенсации статической составляющей реакции  $P$  путём вычитания из неё силы  $Q$ . Таким образом, в дальнейшем при формировании процесса износа учитывается только динамическая составляющая сил в контакте [1]:

$$P_1 = b\tilde{\Delta} + c\tilde{\Delta} - Q. \quad (6)$$

Пренебрегая слагаемым  $b\tilde{\Delta}$  в формировании силы  $P_1$  из-за его малости по сравнению со слагаемым  $c\tilde{\Delta}$ , получим  $P_1 = c\tilde{\Delta} - Q$ , и выражение (4) представим в виде:

$$\eta(t) = \eta(t - \tau) + \varepsilon P_1(t - \tau). \quad (7)$$

Блок-схема эволюционной модели трибосистемы с учётом соотношения (7) представлена на рис. 5.

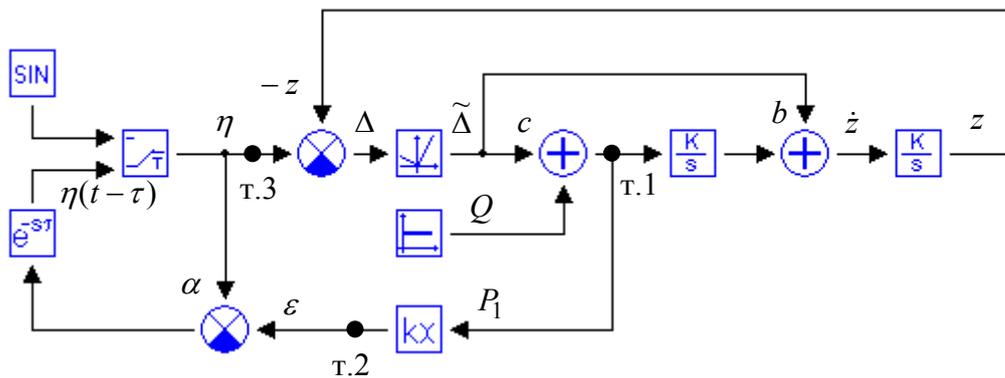


Рис. 5. Блок-схема эволюционной модели трибосистемы в программном комплексе MBTU

Эволюционная модель работает следующим образом. В начальный момент времени  $t = 0$  на вход модели подаётся исходное возмущение  $\eta(t)$ . За период времени  $t = 0 - \tau$  формируется неровность в соответствии с выражением (7). Этот результат накапливается в памяти блока постоянного запаздывания сигнала на время  $\tau$ . Затем, начиная с момента времени  $t = \tau$ , исходная неровность отключается (навсегда) от входа и на вход подаётся уже видоизменённая неровность  $\eta(t)$ . Далее через время  $\tau$  (следующий оборот) на вход подается неровность, сформированная на предыдущем цикле с учётом износа. Этот процесс повторяется в дальнейшем на протяжении всего времени моделирования [1].

Таким образом, эволюционная модель представляет собой нелинейную динамическую систему с положительной обратной связью по возмущению (участок схемы между точками т.1 и т.3) и постоянным запаздыванием по времени  $\tau$  в цепи обратной связи (участок схемы между точками т.2 и т.3).

В качестве начального входного возмущения может быть задан как гармонический, так и случайный сигнал. Модель может быть запущена и без начального возмущения путём задания начальных условий, отличных от состояния статического равновесия. После завершения переходных процессов система в любом случае выходит на устойчивый стационарный режим, характеристики которого главным образом зависят от параметра  $\varepsilon$ , определяющего коэффициент усиления в цепи обратной связи.

В работе [1] приведён расчёт ориентировочных значений коэффициента  $\varepsilon$ . После корректировки модели по экспериментальным данным для образца с подложкой из стали 40X и покрытием из нитрида титана (TiN), полученным магнетронным напылением [6; 7], было принято значение  $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-9}$  м/Н.

Анализ спектра ускорений  $\ddot{z}$  в начале, в середине и в конце процесса показал, что если модель запускалась внешним гармоническим возмущением с частотой, отличной от резонансной частоты, то и в середине и даже в конце процесса эта гармоническая компонента полностью сохраняет свою исходную интенсивность. Такая глубокая корреляционная связь между началом процесса и его дальнейшим развитием не характерна для реальных объектов. Следовательно принятая эволюционная модель требует доработки. Здесь вступает в силу третья гипотеза, принятая при построении эволюционной модели. Для её реализации в выражение (7) вносится корректирующий коэффициент  $\alpha < 1$ , снижающий на каждом цикле долю (влияние) предыдущей неровности в формировании новой [1]:

$$\eta(t) = \alpha \eta(t - \tau) + \varepsilon P_1(t - \tau). \quad (8)$$

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\varepsilon$  в выражении (8) имеют вполне определённый физический смысл. Чем выше износостойкость покрытия, тем большим должно быть значение  $\alpha$  и меньшее значение должен иметь коэффициент  $\varepsilon$ , определяющий степень износа покрытия. Даже при существенном снижении доли предыстории в составе возмущения, например при  $\alpha = 0,7$ , дальнейшее возрастание  $\eta(t)$  до своего стационарного значения обеспечивается за счёт положительной обратной связи [1].

На рис. 5 параметры  $\alpha$  и  $\varepsilon$  показаны как коэффициенты усиления на входах блока формирования неровности  $\eta(t)$  в соответствии с выражением (8).

В работе [1] представлены результаты, полученные с помощью эволюционной модели. Из них следует, что независимо от вида начального возмущения (гармонического или случайного) после завершения переходных процессов система «забывает» свою предысторию и в ней устанавливаются нелинейные колебания с частотой, близкой к частоте собственных колебаний линейной системы  $f_0$ , и постоянно изменяющейся амплитудой. Такое движение в работе [1] предлагается характеризовать как странный аттрактор, но в этом случае необходимо доказать randomness (случайность) процесса формирования амплитуд.

Существуют критерии оценки randomness цифровых последовательностей [8;9], к которым можно отнести последовательность значений функции  $\eta(t)$ . Но их применение представляет достаточно громоздкую и трудоёмкую процедуру, в результате которой с вероятностью до 95% обычно следует вывод о «псевдослучайном» характере последовательности. Но вместе с тем можно с достаточной для практики точностью оценить случайность процесса, проанализировав механизм его происхождения и формирования.

Рассмотрим участок обратной связи между точками т.2 и т.3, который последовательно включён в обратную связь по возмущению (т.1 – т.3) и содержит звено идеального запаздывания (рис. 6).

Логарифмическая АЧХ звена идеального запаздывания, охваченного положительной обратной связью с коэффициентом усиления  $\alpha = 0,7$ , показана на рис. 7. Там же указана собственная частота линейной системы  $f_0 = 39,53 \text{ Гц} = 248 \text{ с}^{-1}$ , что на логарифмической шкале частот составляет  $\lg(248) = 2,39$ .

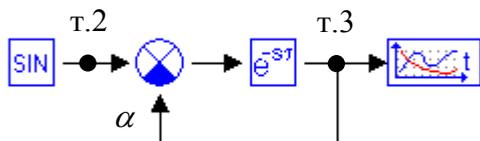


Рис. 6. Звено идеального запаздывания с положительной обратной связью

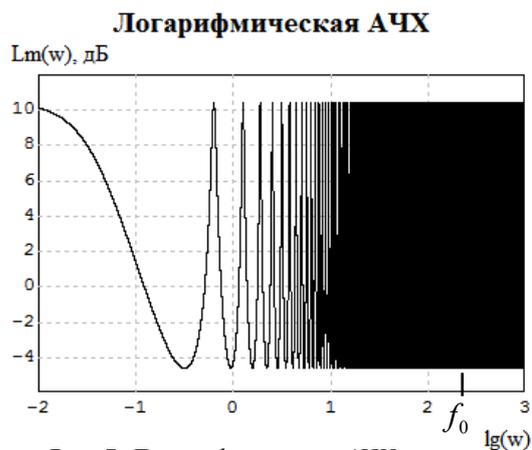


Рис. 7. Логарифмическая АЧХ звена запаздывания с обратной связью

Как показано в работе [1], за счёт нелинейности системы при изменении амплитуды происходит также изменение собственной частоты, что, в свою очередь, существенно влияет на коэффициент усиления в цепи обратной связи. Для  $\alpha = 0,7$  при отклонении частоты в пределах  $\pm 0,25\%$  от  $f_0$  коэффициент усиления такого звена изменяется приблизительно в 5,5 раза (рис. 7). За счёт такой частотно-зависимой нелинейной обратной связи возможны непредсказуемые изменения амплитуды, частоты и фазы результирующих колебаний в окрестности предельного цикла. Тем самым косвенно доказаны randomness установившего аттрактора и повод классифицировать его как «странный».

Физический смысл такой непредсказуемости состоит в том, что за один оборот образца под индентором за время  $\tau = 10$  с с частотой  $f_0 = 39,53$  Гц происходит около 400 вертикальных колебаний индентора, стабильность периода, амплитуды и фазы которых ничем не обеспечена. Поэтому вероятность того, что к началу нового оборота система придёт в том же состоянии, как и к началу предыдущего, ничтожно мала.

### Заключение

Углублённый анализ модели трибосистемы показал, что в ней при определённом сочетании параметров может развиваться динамический хаос и самоорганизованные режимы выхода из него. Исследование таких синергетических режимов имеет не только научный, но и практический интерес при разработке и создании покрытий и трибосистем с заданными свойствами.

Эволюционная модель как наиболее близкая к реальным динамическим системам в установившемся режиме содержит как регулярные, так и случайные формы движения. Характеристики регулярных форм движения (например, собственные частоты) определяются структурой и параметрами динамической системы, в состав которой входит пара трения. Случайные компоненты зависят в основном от режимов эксплуатации.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 21-79-30007).

### Библиографический список

1. Колесников И.В., Коропец П.А., Мантуров Д.С., Шахматов Е.В. Математическое моделирование эволюции трибосистемы в процессе формирования равновесной шероховатости фрикционного контакта // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 3. С. 96-107. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-3-96-107
2. Программный комплекс МВТУ (Моделирование в технических устройствах). [http://rk5-lab.bmstu.ru/computing\\_center/software/index.php](http://rk5-lab.bmstu.ru/computing_center/software/index.php)
3. Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 560 с.
4. Колесников А.А. Прикладная синергетика: основы системного анализа: учеб. пособие. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2007. 384 с.
5. Крагельский В.И., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчёта на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.
6. Колесников И.В., Мотренко П.Д., Колесников В.И., Мантуров Д.С. Повышение износостойкости формирования структуры и свойств их поверхностного слоя. М.: ВИНТИ РАН, 2021. 167 с.
7. Колесников И.В., Мотренко П.Д., Колесников В.И., Новиков Е.С. Теоретико-экспериментальные исследования закономерностей изменения структурно-фрикционных свойств поверхностных слоёв металлополимерных трибосистем. Разработка методов повышения износостойкости. М.: ВИНТИ РАН, 2022. 135 с.
8. Дональд Э. Кнут. Искусство программирования. Т. 2. Получисленные алгоритмы. М.: Вильямс, 2000. 832 с.
9. Иванов М.А., Чугунков И.В. Теория, применение и оценка качества генераторов псевдослучайных последовательностей. М.: КУДИЦ-ОБРАЗ, 2003. 240 с.

### FEATURES OF DYNAMIC PROCESSES IN THE “INDENTOR – COATING” SYSTEM DURING TESTS ON A TRIBOMETER

© 2023

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| <b>I. V. Kolesnikov</b>  | Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences,<br>Head of the Research Laboratory “Nanotechnologies and New Materials”;<br>Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation;<br><a href="mailto:oooedt@rambler.ru">oooedt@rambler.ru</a> |
| <b>P. A. Koropets</b>    | Candidate of Science (Engineering), Senior Researcher of the Research<br>Department “Theoretical Mechanics”;<br>Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation;<br><a href="mailto:pkoropets@gmail.com">pkoropets@gmail.com</a>                  |
| <b>D. S. Manturov</b>    | Candidate of Science (Engineering), Senior Researcher of the Research<br>Department “Theoretical Mechanics”;<br>Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation;<br><a href="mailto:manturovds@rgups.ru">manturovds@rgups.ru</a>                  |
| <b>Ye. V. Shakhmatov</b> | Academician of the Russian Academy of Sciences,<br>Head of the Department of Power Plant Automatic Systems;<br>Samara National Research University, Samara, Russian Federation;<br><a href="mailto:shakhm@ssau.ru">shakhm@ssau.ru</a>                                  |

The features of a nonlinear model of the “indenter-coating” tribosystem of a tribometer are considered. It is shown that with an increase in the amplitude of harmonic perturbation, the dynamic system goes through the stage of doubling the cycle and passes into the regime of deterministic chaos. At the exit from chaos, it is possible to establish various synergistic regimes that stably retain their parameters even with a multiple decrease in the amplitude of the disturbance. A block diagram of the implementation of the evolutionary model is presented. As a result of the formation of equilibrium roughness, the motion of the system is a strange attractor. To substantiate the randomness of the strange attractor, an analysis of the amplitude-frequency characteristic of the ideal regenerative delay element with a gain factor less than unity, was carried out. The physical meaning of the strange attractor is that in a cyclic mode, a nonlinear dynamic system whose cycle time exceeds the period of natural oscillations by more than two orders of magnitude cannot come to the beginning of a new cycle with exactly the same parameters as to the beginning of the current cycle.

*Tribosystem; coating; block diagram; nonlinearity; feedback; dynamic chaos; strange attractor; limit cycle; randomness*

---

*Citation:* Kolesnikov I.V., Koropets P.A., Manturov D.S., Shakhmatov Ye.V. Features of dynamic processes in the “indenter – coating” system during tests on a tribometer. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2023. V. 22, no. 1. P. 75-84. DOI: 10.18287/2541-7533-2023-22-1-75-84

## References

1. Kolesnikov I.V., Koropets P.A., Manturov D.S., Shakhmatov Ye.V. Mathematical modeling of the evolution of a tribosystem in the process of formation of equilibrium roughness of a frictional contact. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022 V. 21, no. 3. P. 96-107. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-3-96-107
2. *Programmnyy kompleks MVTU (Modelirovanie v tekhnicheskikh ustroystvakh)* [MVTU (Modeling in Technical Devices) software system]. Available at: <http://rk5-lab.bmstu.ru/computingcenter/software/index.php>
3. Guckenheimer J., Holmes P. Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields. New York: Springer, 2002. 462 p.
4. Kolesnikov A.A. *Prikladnaya sinergetika: osnovy sistemnogo analiza: ucheb. posobie* [Applied Synergetics: Fundamentals of System Analysis]. Taganrog: TTI YuFU Publ., 2007. 384 p.
5. Kragel'skiy V.I., Dobychin M.N., Kombatov V.S. *Osnovy rascheta na trenie i iznos* [Fundamentals of friction and wear calculation]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1977. 526 p.
6. Kolesnikov I.V., Motrenko P.D., Kolesnikov V.I., Manturov D.S. *Povyshenie iznosostoykosti metallicheskih i metallopolimernykh tribosistem putem formirovaniya struktury i svoystv ikh poverkhnostnogo sloya* [Increasing the wear resistance of metal and metal-polymer tribosystems by forming the structure and properties of their surface layer]. Moscow: VINITI RAN Publ., 2021 167 p.
7. Kolesnikov I.V., Motrenko P.D., Kolesnikov V.I., Novikov E.S. *Teoretiko-eksperimental'nye issledovaniya zakonmernostey izmeneniya strukturno-friktsionnykh svoystv poverkhnostnykh sloev metallopolimernykh tribosistem. Razrabotka metodov povysheniya iznosostoykosti* [Theoretical and experimental studies on the regularities of changes in the structure and properties of the surface layers in metal-polymer friction units. Methods for increasing wear resistance]. Moscow: VINITI RAN Publ., 2022. 135 p.
8. Donald E. Knuth. The art of computer programming. V. 2. Seminumerical algorithms. Addison-Wesley Professional, 1997. 784 p.
9. Ivanov M.A., Chugunkov I.V. *Teoriya, primeneniye i otsenka kachestva generatorov psevdosluchaynykh posledovatel'nostey* [Theory, application and assessment of the quality of generators of pseudo-random sequences]. Moscow: KUDITs-OBRAZ Publ., 2003. 240 p.