УДК 621.64

МЕТОДИКИ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРУБОПРОВОДОВ С ПУЛЬСИРУЮЩИМ ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ

© 2012 Т.Б. Миронова, А.Б. Прокофьев, В.П. Шорин

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Представлены методики конечно-элементного моделирования виброакустических характеристик трубопроводов при их нагружении пульсирующим потоком жидкости. Первая методика разработана для случая трубопровода с осевой линией, лежащей в одной плоскости, и основана на использовании семиузловых конечных элементов. Методика моделирования трубопроводов сложной пространственной конфигурации с осевой линией, не лежащей в одной плоскости, предусматривает использование линейных конечных элементов. Разработанные методики программно реализованы и показали существенное снижение вычислительных затрат по сравнению с ранее известными. Проведена оценка сходимости результатов моделирования с экспериментальными данными.

*Трубопровод, виброакустические характеристики, пульсации рабочей жидкости, вибрация, ко*нечный элемент, колебания, методика.

Вибрация трубопроводов является фактором, оказывающим существенное влияние на надёжность, долговечность, производительность и другие параметры при эксплуатации энергетических и технологических установок и присоединённых механических систем. Её воздействие может вызвать целый ряд негативных последствий: разрушение самих трубопроводов, соединений трубопроводов с другими агрегатами, нарушение герметичности уплотнений и т.д. [1, 2]. Следует отметить, что аварии, связанные с разрушением трубопроводов энергетических и технологических установок, имеют тенденцию к росту и вызывают другие опасные последствия, например, пожары, аварийные разливы технологических, горючих, экологически опасных жидкостей [3]. Таким образом, необходимо проведение специальных исследований для решения задачи снижения вибрации трубопроводных систем.

Практика эксплуатации трубопроводных систем показывает, что причинами их вибрации часто являются пульсации давления и расхода, имеющие место

на выходе нагнетательных установок и затем передающиеся в систему, а также возмущения гидроударного характера, возникающие при включении и выключении нагнетательных установок, срабатывании запорных элементов и т.д. Несмотря на большое число исследований, посвящённых построению математических моделей трубопроводов, вибрирующих под действием пульсирующего потока рабочей жидкости, задача ещё далека от решения. Это обусловлено тем, что в ряде моделей принимаются идеализации, не в полной мере адекватные практике [4, 5], рассматриваются упрощённые формы геометрии осевой линии трубопровода [6, 7]. Известны и более детализированные модели [2, 8, 9], основным недостатком которых является чрезмерно высокая вычислительная трудоёмкость. В настоящей статье изложены модели, позволяющие достаточно подробно описать поведение трубопровода произвольной геометрии осевой линии при сравнительно невысокой вычислительной трудоёмкости.

Для решения задачи в качестве базовой была принята математическая модель, описывающая виброакустические характеристики пространственно сложных (разветвленных) трубопроводных систем [2]:

$$\frac{\partial^{2}\overline{u}}{\partial\tau^{2}} = \frac{\partial\overline{Q}'}{\partial\varepsilon} + \overline{q} + \overline{f} + \overline{\gamma}_{1},$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau} = -B_{mp} \frac{\partial w}{\partial\varepsilon},$$

$$\overline{M} = A(\overline{\chi} - \overline{\chi}_{0}) + \overline{M}_{0},$$

$$\frac{\overline{\partial}\overline{\omega}}{\partial\varepsilon} - \frac{\overline{\partial}\overline{\chi}}{\partial\tau} = \overline{\omega} \times \overline{\chi},$$

$$\frac{\partial\overline{u}}{\partial\varepsilon} = \overline{e}_{1} - \overline{e}_{10},$$

$$\frac{\partial\overline{M}}{\partial\varepsilon} + \overline{e}_{1} \times \overline{Q}_{\delta}' + \overline{\mu} + \sum_{i=1}^{m} \overline{M}_{ci} \delta(\varepsilon - \varepsilon_{i}) = 0,$$

$$\overline{f} = f_{1}\overline{e}_{1} + f_{2}\overline{e}_{2} + f_{3}\overline{e}_{3},$$

$$n(\frac{\partial^{2}\overline{u}}{\partial\tau^{2}} + w \frac{\partial^{2}\overline{u}}{\partial\tau\partial\varepsilon} +$$

$$+ \frac{\partial w}{\partial\tau} \left(\overline{e}_{1} + \left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial\varepsilon}\right)_{2} \overline{e}_{2} + \left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial\varepsilon}\right)_{3} \overline{e}_{3}\right) +$$

$$+ w \frac{\partial w}{\partial\varepsilon} \left(\overline{e}_{1} + \left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial\varepsilon}\right)_{2} \overline{e}_{2} + \left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial\varepsilon}\right)_{3} \overline{e}_{3}\right) = (1)$$

Здесь w₀ и Dw – постоянная и пульсационная составляющие скорости жидкости, соответственно; р и *D*p – постоянная и переменная составляющие давления, соответственно; е – координата, отсчитываемая вдоль линии центров тяжести сечения трубопровода от начала отсчёта до некоторого произвольного поперечного сечения; t – время; $\bar{e}_{1}(e,t)$ - единичный вектор, направленный по касательной к осевой линии трубопровода; $\bar{e}_{2}(e,t)$ - единичный вектор, направленный по нормали к осевой линии трубопровода; $\bar{e}_{2}(e,t)$ единичный вектор, направленный по бинормали к осевой линии трубопровода; *u*, – виброперемещение в направлении $\bar{e}_i(e,t); c$ – вектор кривизны пространственной осевой линии трубопровода.

Для рассмотренного в настоящей статье в качестве примера случая малых колебаний криволинейных трубопроводов с осевой линией, лежащей в одной плоскости, при их силовом нагружении пульсирующим потоком рабочей жидкости система дифференциальных уравнений (1) принимает вид:

$$u_{2} = \frac{1}{\chi_{3}} \frac{\partial u_{1}}{\partial \epsilon},$$

$$\chi_{30}^{2} \frac{\partial^{2} u_{1}}{\partial \tau^{2}} - \frac{\partial^{4} u_{1}}{\partial \epsilon^{2} \partial \tau^{2}} - nw \frac{\partial^{4} u_{1}}{\partial \epsilon^{3} \partial \tau} -$$

$$- nw \chi_{3}^{2} \frac{\partial^{2} u_{1}}{\partial \epsilon \partial \tau} - H \chi_{3}^{2} \frac{\partial^{5} u_{1}}{\partial \tau^{4} \partial \epsilon} =$$

$$= \frac{\partial^{6} u_{1}}{\partial \epsilon^{6}} + \left(\left(p + nw^{2} \right) + 2\chi_{3}^{2} \right) \frac{\partial^{4} u_{1}}{\partial \epsilon^{4}} +$$

$$+ \frac{\partial^{2} u_{1}}{\partial \epsilon^{2}} \left(\left(p + nw^{2} \right) + \chi_{30}^{2} \right) \chi_{30}^{2} + nw \chi_{30}^{2} \frac{\partial w}{\partial \epsilon} - n\chi_{30}^{2} \frac{\partial w}{\partial \tau},$$

$$\phi_{3} = \frac{1}{\chi_{3}} \frac{\partial^{2} u_{1}}{\partial \epsilon^{2}} + \chi_{3} u_{1}.$$
(2)

В данной статье решение системы уравнений (2) реализуется с помощью метода конечных элементов, алгоритм применения которого для нестационарных задач и объектов, имеющих пространственную протяжённость, предусматривает использование методов частичной дискретизации и взвешенных невязок. Выбор базисных функций и количества узлов конечного элемента определяется порядком высшей производной по пространственной координате е, входящей в уравнение аппроксимации. В связи с этим выбран семиузловой пространственный конечный элемент. В качестве базисных функций выбран многочлен Лагранжа, обеспечивающий выполнение требования полноты системы базисных функций, позволяющий им с любой степенью точности аппроксимировать неизвестную функцию. Для получения точного решения базисные функции, входящие в аппроксимацию, имели шестой порядок (рис. 1). Введена локальная система координат элемента x, экстремальные значения узловых координат которой принимали значения -1 и 1 (рис.1), позволяющая проводить интегрирование по элементу в аппроксимирующем уравнении в стандартном аналитическом виде, что исключает пересчёт базисных функций.



Рис. 1. Одномерный элемент и соответствующие лагранжевы базисные функции шестой степени

Получена система дифференциальных уравнений для пространственного семиузлового элемента в форме:

$$\begin{split} \left[\mathbf{M}_{\rm im}^{\rm e} \right] &\times \left[\frac{d^2(\mathbf{u}_1)_{\rm m}}{d\tau^2} \right] + \left[\mathbf{C}_{\rm im}^{\rm e} \right] \times \left[\frac{d(\mathbf{u}_1)_{\rm m}}{d\tau} \right] + \left[\mathbf{K}_{\rm im}^{\rm e} \right] \times \left[(\mathbf{u}_1)_{\rm m} \right] = \left[f_1 \right], \\ \mathbf{M}_{\rm im}^{\rm e} &= \int_{-1}^{1} \left(\frac{2}{h^{\rm e}} \frac{d^2 \mathbf{N}_{\rm m}}{d\xi^2} - \chi_{30}^2 \frac{h^{\rm e}}{2} \mathbf{N}_{\rm m} \right) \mathbf{N}_1 d\xi, \\ \mathbf{C}_{\rm im}^{\rm e} &= \int_{-1}^{1} \mathbf{nw} \left(\left(\frac{2}{h^{\rm e}} \right)^2 \frac{d^3 \mathbf{N}_{\rm m}}{d\xi^3} + \chi_{30}^2 \frac{d \mathbf{N}_{\rm m}}{d\xi} \right) \mathbf{N}_1 d\xi, \\ \mathbf{K}_{\rm im}^{\rm e} &= \int_{-1}^{1} \left(\frac{2}{h^{\rm e}} \right)^5 \frac{d^6 \mathbf{N}_{\rm m}}{d\xi^6} \mathbf{N}_1 d\xi + \\ &+ \int_{-1}^{1} (2\chi_{30}^2 + \mathbf{p} + \mathbf{nw}^2) \left(\frac{2}{h^{\rm e}} \right)^3 \frac{d^4 \mathbf{N}_{\rm m}}{d\xi^4} \right) \mathbf{N}_1 d\xi + \\ &+ \int_{-1}^{1} (\chi_{30}^2 + \mathbf{p} + \mathbf{nw}^2) \chi_{30}^2 \left(\frac{2}{h^{\rm e}} \right) \frac{d^2 \mathbf{N}_{\rm m}}{d\xi^2} \right) \mathbf{N}_1 d\xi, \\ \mathbf{f}_1^{\rm e} &= \int_{-1}^{1} \mathbf{n} \chi_{30}^2 \left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} - \mathbf{w} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \varepsilon} \right) \frac{h^{\rm e}}{2} \mathbf{N}_1 d\xi \end{split}$$

при 0 < l, m < 7.

Ансамблированная система уравнений для M элементов была получена суммированием компонент матриц элементов $M_{lm}^{e}, C_{lm}^{e}, K_{lm}^{e}$ и f_{l}^{e} без учёта граничных условий. В векторной форме ансамблированное уравнение имеет вид

$$M\frac{d^2u_1}{dt^2} + C\frac{du_1}{dt} + Ku_1 = f.$$
(4)

Учёт граничных условий проведён следующим образом. Аппроксимация

$$u_{1} \gg \hat{u}_{1} = \frac{\dot{a}_{m=1}^{Mp+1}}{\dot{a}_{1m}(t)N_{m}(e)}$$
(5)

подставлена в соотношения, описывающее краевые условия:

$$M_{k}u_{l}(0,t) + r = 0, \quad k = 1,2,3,$$

$$M_{k}u_{l}(1,t) + r = 0, \quad k = 4,5,6,$$
(6)

где M_k - оператор дифференцирования, соответствующий заданному типу краевых условий; r - постоянная величина, не зависящая от u_1 ; l - длина трубопровода.

В связи с тем, что выбранная система локальных базисных функций существует только в пределах соответствующего элемента, выражения, описывающие граничные условия, приведены к виду: $M \hat{\mu} (0, \tau) + r =$

$$\begin{split} \mathbf{M}_{k} \mathbf{u}_{1}(0, t) + \mathbf{I} &= \\ &= \mathbf{M}_{k} \left(\left(\mathbf{u}_{1} \right)_{1}(\tau) \mathbf{N}_{1}(0) + \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{2}(\tau) \mathbf{N}_{2}(0) + \\ &+ \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{3}(\tau) \mathbf{N}_{3}(0) + \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{4}(\tau) \mathbf{N}_{4}(0) + \\ &+ \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{5}(\tau) \mathbf{N}_{5}(0) + \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{6}(\tau) \mathbf{N}_{6}(0) + \\ &+ \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{7}(\tau) \mathbf{N}_{7}(0) \right) + \mathbf{r} = 0, \end{split}$$
(7)
$$\begin{aligned} k &= 1, 2, 3, \\ \mathbf{M}_{k} \hat{\mathbf{u}}_{1}(\mathbf{l}, \tau) + \mathbf{r} = \\ &= \mathbf{M}(\left(\mathbf{u}_{1} \right)_{M_{5}-5}(\tau) \mathbf{N}_{1}(\mathbf{l}) + \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{M_{5}-4}(\tau) \mathbf{N}_{2}(\mathbf{l}) + \\ &+ \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{M_{5}-5}(\tau) \mathbf{N}_{3}(\mathbf{l}) + \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{M_{5}-2}(\tau) \mathbf{N}_{4}(\mathbf{l}) + \\ &+ \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{M_{5}-1}(\tau) \mathbf{N}_{5}(\mathbf{l}) + \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{M_{5}}(\tau) \mathbf{N}_{6}(\mathbf{l}) + \\ &+ \left(\mathbf{u}_{1} \right)_{M_{5}+1}(\tau) \mathbf{N}_{7}(\mathbf{l}) \right) + \mathbf{r} = 0, \\ k &= 4, 5, 6. \end{aligned}$$

Данные соотношения подставлены в ансамблированную систему уравнений (4) вместо трёх первых и трёх последних уравнений системы. Затем из выражений, описывающих граничные условия (7), выражены параметры $(u_1)_1$, $(u_1)_2$, $(u_1)_3$, $(u_1)_{M_{s-1}}$, $(u_1)_{M_s}$ и $(u_1)_{M_{s+1}}$ и также подставлены в систему уравнений (4). Учёт данных преобразований привёл к пересчёту коэффициентов приведённых матриц для первого M_{lm}^{1e} , C_{lm}^{1e} , K_{lm}^{1e} , f_l^{1e} и последнего элементов M_{lm}^{Me} , C_{lm}^{Me} , K_{lm}^{Me} , f_l^{Me} в системе уравнений (4). Ансамблированная система уравнений с учётом преобразований записана в виде:

$$M\varsigma \frac{d^2 u_1}{dt^2} + C\varsigma \frac{d u_1}{dt} + K \varepsilon u_1 = f\varsigma$$
(8)

где M(, C(, K(, f(- матрицы ансамблированной системы уравнений, полученныепри учёте граничных условий.

Полученная ансамблированная система уравнений (8) с учётом граничных условий решена методом конечных элементов во временной области с помощью трёхслойной схемы интегрирования по времени:

$$\begin{split} & [M' + \gamma \Delta t_{n} C'^{n-1} + \beta \Delta t_{n}^{2} K'^{n-1}] u_{1}^{2n+2} + \\ & + [-2M'^{n-1} + (1 - 2\gamma) \Delta t_{n} C'^{n-1}] u_{1}^{2n+1} + \\ & + [(1/2 - 2\beta + \gamma) \Delta t_{n}^{2} K'^{n-1}] u_{1}^{2n+1} + \\ & + [M - (1 - \gamma) \Delta t_{n} C'^{n-1}(\tau)] u_{1}^{2n} + \\ & + [(1/2 + \beta - \gamma) \Delta t_{n}^{2} K'^{n-1}] u_{1}^{2n} = f'^{n} \Delta t_{n}^{2}, \\ & \Gamma \mathcal{A} e \\ & \overline{f}'^{n} = \beta f'^{2n+2} + (1/2 - 2\beta + \gamma) f'^{2n+1} + \\ & + (1/2 + \beta - \gamma) f'^{2n}, \end{split}$$

n - номер узла во временной области.

Для начала вычислений по трёхслойной схеме исходные значения u^0 и u^1 определялись из начальных условий:

$$u(t = 0) = u^{0}, \frac{du}{dt}(t = 0) = f(e).$$
 (10)

Для определения параметра u_1^2 на втором временном слое на первом этапе вычислений использовались стартовые конечно-разностные схемы. Значения весовых функций $b = \frac{1}{4}$ и $g = \frac{1}{2}$ были выбраны исходя из условий обеспечения безусловной устойчивости расчётной схемы и отсутствия искусственного числового затухания.

Представленная методика программно реализована с помощью языка С++. Она позволяет проводить расчёты виброакустических характеристик трубопроводных систем со значительно меньшими, чем в известных работах [8, 9], вычислительными затратами. Однако описанная методика не применима для исследования разветвленных систем, осевая линия трубопроводов которых не лежит в одной плоскости. В связи с этим была разработана методика моделирования, основанная на использовании линейных конечных элементов. В данной статье её использование также продемонстрировано для случая трубопровода, осевая линия которого лежит в одной плоскости, что сделано для удобства сравнения результатов моделирования по обеим методикам. Однако описанные здесь подходы легко адаптируются и для трубопроводов, поведение которых описывается системой (1).

Для построения линейного конечного элемента, исходя из условий полноты системы базисных функций, второе уравнение системы (2), описывающей малые колебания пространственно криволинейных трубопроводов, с высшей частной производной по пространству шестого порядка преобразовано в систему шести уравнений с высшей производной по пространству первого порядка. Для этого введены следующие переменные:

$$\frac{\partial u_1}{\partial \varepsilon} = \varphi,$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial \varepsilon^2} = \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon} = q,$$

$$\frac{\partial^3 u_1}{\partial \varepsilon^3} = \frac{\partial q}{\partial \varepsilon} = \theta,$$

$$\frac{\partial^4 u_1}{\partial \varepsilon^4} = \frac{\partial \theta}{\partial \varepsilon} = \mu,$$

$$\frac{\partial^5 u_1}{\partial \varepsilon^5} = \frac{\partial \mu}{\partial \varepsilon} = g.$$
(11)

С учётом выражения (11) второе уравнение системы (2) примет вид:

$$\frac{\P g}{\P e} + \left(p + nw^{2} + 2c_{3}^{2}\right)m + + nw\frac{\P q}{\P t} + \frac{\P^{2} q}{\P t^{2}} + \left(\left(p + nw^{2}\right) + c_{30}^{2}\right)c_{30}^{2} \times q + + nwc_{3}^{2}\frac{\P j}{\P t} - c_{30}^{2}\frac{\P^{2} u_{1}}{\P t^{2}} = = nc_{30}^{2} \frac{\mathfrak{A} \P w}{\mathfrak{E}} - w\frac{\P w}{\P e} \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{g}}.$$
(12)

Краевые условия для механической подсистемы для системы дифференциальных уравнений (11), (12) имеют вид:

$$B(U) = \begin{pmatrix} \hat{e}B_{1}(U)\hat{u} \\ \hat{e}B_{2}(U)\hat{u} \\ \hat{e}B_{2}(U)\hat{u} \\ \hat{e}B_{2}(U)\hat{u} \\ \hat{e}B_{1}(U)\hat{u} \\ \hat{e}B_{2}(U)\hat{u} \\ \hat{$$

где $B_k(U) = M_k u_1(0,t) + r$, k = 1,2,3; $B_k(U) = M_k u_1(l,t) + r$, k = 4,5,6.

Выражения для начальных условий имеют вид:

$$U(t = 0) = U^{0},$$

$$\frac{dU}{dt}(t = 0) = f(e).$$
(14)

Неизвестная функция u_1 , удовлетворяющая дифференциальным уравнениям (11), (12), представлена в виде $U^T = (g_m, m_m, q_m, q_m, j_m, u_{1m}).$

Тогда можно получить систему уравнений для пространственного элемента:

$$\begin{split} & \mu_{m} \int_{0}^{h^{e}} \frac{\partial N_{m}}{\partial \epsilon} N_{l} d\epsilon - g_{m} \int_{0}^{h^{e}} N_{m} N_{l} d\epsilon = 0, \\ & \theta_{m} \int_{0}^{h^{e}} \frac{\partial N_{m}}{\partial \epsilon} N_{l} d\epsilon - \mu_{m} \int_{0}^{h^{e}} N_{m} N_{l} d\epsilon = 0, \\ & q_{m} \int_{0}^{h^{e}} \frac{\partial N_{m}}{\partial \epsilon} N_{l} d\epsilon - \theta_{m} \int_{0}^{h^{e}} N_{m} N_{l} d\epsilon = 0, \\ & q_{m} \int_{0}^{h^{e}} \frac{\partial N_{m}}{\partial \epsilon} N_{l} d\epsilon - q_{m} \int_{0}^{h^{e}} N_{m} N_{l} d\epsilon = 0, \\ & q_{m} \int_{0}^{h^{e}} \frac{\partial N_{m}}{\partial \epsilon} N_{l} d\epsilon - q_{m} \int_{0}^{h^{e}} N_{m} N_{l} d\epsilon = 0, \\ & u_{1m} \int_{0}^{h^{e}} \frac{\partial N_{m}}{\partial \epsilon} N_{l} d\epsilon - \phi_{m} \int_{0}^{h^{e}} N_{m} N_{l} d\epsilon = 0, \\ & g_{m} \int_{0}^{h^{e}} \frac{\partial N_{m}}{\partial \epsilon} N_{l} d\epsilon + \mu_{m} \int_{0}^{h^{e}} (p + nw^{2} + 2\chi_{30}^{2}) N_{m} N_{l} d\epsilon + \\ & + \frac{\partial \theta_{m}}{\partial \epsilon} \int_{0}^{h^{e}} nw N_{m} N_{l} d\epsilon + \frac{\partial^{2} q_{m}}{\partial \tau^{2}} \int_{0}^{h^{e}} N_{m} N_{l} d\epsilon + \\ & + q_{m} \int_{0}^{h^{e}} ((p + nw^{2}) + \chi_{30}^{2}) \chi_{30}^{2} N_{m} N_{l} d\epsilon + \\ & + \frac{\partial \varphi_{m}}{\partial \tau} \int_{0}^{h^{e}} nw \chi_{30}^{2} N_{m} N_{l} d\epsilon - \frac{\partial^{2} u_{1m}}{\partial \tau^{2}} \int_{0}^{h^{e}} N_{m} N_{l} d\epsilon = (15) \\ & = \int_{0}^{h^{e}} n\chi_{30}^{2} \left(\frac{\partial w}{\partial \tau} - w \frac{\partial w}{\partial \epsilon} \right) N_{l} d\epsilon. \end{split}$$

Для учёта граничных условий система уравнений (15) аппроксимирована с помощью метода частичной дискретизации. Из полученной системы уравнений определены значения искомой функции, её первая и вторая производные в граничных узлах пространственной области e = 0 и $e = 1: u_{11}, j_1, q_1, u_{1Mp+1}, j_{Mp+1}, q_{Mp+1}$. Затем данные параметры подставлены в систему уравнений (15), описывающую общий пространственный элемент. Таким образом, получена система уравнений, описывающая граничные элементы. С помощью данной системы уравнений определены коэффициенты M_{lm}^{1} , $C^1 = K^1 = f^1 = M^M - C^M = f^M$

 $C_{lm}^{1}, K_{lm}^{1}, f_{l}^{1}, M_{lm}^{M}, C_{lm}^{M}, K_{lm}^{M}$ и f_{l}^{M} .

Проведено ансамблирование для заданного числа элементов:

$$M\frac{d^2U}{dt^2} + C\frac{dU}{dt} + KU = f, \qquad (16)$$

где

$$\begin{split} \mathbf{M} &= \sum_{e=1}^{E} \mathbf{M}_{lm}^{e}(\epsilon) \,, \\ \mathbf{C} &= \sum_{e=1}^{E} \mathbf{C}_{lm}^{e}(\tau, \epsilon), \\ \mathbf{K} &= \sum_{e=1}^{E} \mathbf{K}_{lm}^{e}(\tau, \epsilon), \\ \mathbf{f} &= \sum_{e=1}^{E} \mathbf{f}_{1}^{e}(\tau, \epsilon). \end{split}$$

Выбор базисных функций и количества узлов конечного элемента определялся порядком высшей производной, входящей в уравнение аппроксимации. Для достижения требуемой точности в соответствии с требованием гладкости класс гладкости необходимых базисных функций должен быть C^{0} . В соответствии с данными условиями выбраны кусочнолинейные функции, которые для типичного пространственного конечного элемента имеют вид:

$$N_{j} = N_{j}^{e} = \frac{X}{h^{e}}, \qquad N_{i} = N_{i}^{e} = \frac{h^{e} - X}{h^{e}}, \quad (17)$$

где $x = e - e_i$ - нормированная локальная координата элемента, $h^e = e_j - e_i$ - длина элемента.

Для решения полученной системы уравнений использовалась трёхслойная схема интегрирования по времени (9).

Ниже представлены результаты расчётов по разработанным методикам. На рис. 2 представлены временные реализации, полученные при моделировании виброакустических характеристик трубопровода по двум разработанным методикам при равном количестве узлов. Расхождение результатов моделирования составляет не более 3% по пиковым значениям.

Адекватность разработанных методик подтверждена сравнением результатов экспериментальных исследований трубопровода при его нагружении пульсирующими потоком жидкости, расчёта данного трубопровода в Ansys и по предложенным методикам (рис. 3).

Можно сформулировать следующие выводы. Методика, основанная на использовании линейных конечных элементов, позволяет проводить моделирование разветвлённых систем, осевая линия трубопроводов которых не лежит в одной плоскости. Данная методика по сравнению с методикой, использующей семиузловые конечные элементы, при равном количестве элементов обладает меньшей точностью, однако является более простой с точки зрения алгоритма расчёта и менее трудоёмкой.



Рис.2. Расчетные временные реализации вибросмещения при колебаниях трубопровода: —методика, использующая семиузловые конечные элементы; ---методика использующая одномерные линейные конечные элементы



Авторы ставят перед собой задачу внедрения разработанных конечных элементов в САЕ-систему Ansys. Это позволит обеспечить проведение связанных расчётов динамики присоединённых узлов и агрегатов, что является актуальным при построении виртуальных моделей летательных аппаратов и их двигателей. Следует отметить, что возможности такого внедрения ограничены, поскольку некоторые программные коды Ansys открыты только для служебного пользования.

Библиографический список

1. Шорин, В. П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах [Текст]: / В. П. Шорин – М.: Машиностроение, 1980. – 156 с.

2. Моделирование виброакустических процессов в трубопроводных системах [Текст]: монография / А. Б. Прокофьев, Е. В. Шахматов – Самара: Изд-во СГАУ, 2008. – 168 с.

3. Вибрация трубопроводных систем энергетических установок как фактор экологического риска и подходы к ее снижению [Текст] / А. В. Васильев, О. В. Кипуров, Е. В. Васильев [и др.] // ELPIT 2011. Экология и безопасность жизнедеятельности промышленно-транспортных комплексов: сб. тр. III Международного экологического конгресса (V Международ. науч.-техн. конф.). - Тольятти: ТГУ. -2011. Т.6, Ч.1. – С. 99-104.

4. Кондрашов, Н. С. О параметрических колебаниях трубопроводов [Текст] / Н. С. Кондрашов // Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей. Вып. XIX. Куйбышев. - 1965. – С. 173-181.

5. Гладких, П. А. Вибрации в трубопроводах и методы их устранения. [Текст]: П. А Гладких, С. А. Хачатурян – М.: Машгиз, 1959. – 243 с.

6. Прокофьев, А. Б. Виброакустическая модель прямолинейного участка трубопроводной системы с гасителем колебаний в условиях силового возбуждения пульсациями рабочей жидкости [Текст] / А. Б. Прокофьев, Е. В. Шахматов // Ракетно-космическая техника. Расчет, проектирование, конструирование и испытания космических систем: науч.-техн. сб. Сер. XII. Вып. 1. – Самара: ВКБ РКК Энергия, 2000. – С. 120-131.

7. Pramila, A. Dynamic and stability of short fluid-conveying Timoshenko element pipes [Text] / A. Pramila, J. Laukkanen, S. Liukkonen // Journal of Sound and Vibration. 1991. – Vol.144. - P. 421-425.

8. Макарьянц, Г. М. Разработка методик расчета и исследование виброакустических характеристик трубопроводных систем [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: / Макарьянц Георгий Михайлович. – Самара, 2004. – 191 с.

9. Макарьянц, Г. М. Моделирование виброакустических характеристик трубопровода с использованием метода конечных элементов [Текст] / Г. М. Макарьянц, А. Б. Прокофьев, Е. В. Шахматов// Изв. СНЦ РАН. –2002. - Т.4, №2(8). – С. 327-323.

FINITE ELEMENT TECHNIQUES FOR PIPE SYSTEM VIBROACOUSTICAL CHARACTERISTICS MODELLING

© 2012 T. B. Mironova, A. B. Prokofiev, V. P. Shorin

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper presents techniques of finite-element modeling of pipeline vibroacoustic characteristics in case of pipelines being loaded with a pulsating fluid flow. The first technique is designed for a pipeline with the centre line lying in one plane and is based on using seven-node finite elements. The technique of modeling pipelines of a complex space configuration with the centre line not lying in one plane allows for the use of linear finite elements. The techniques are realized in software and they mean considerable reduction of computational costs as compared to previously existing ones. The results of modeling are compared with the experimental data and their convergence is assessed.

Pipeline, vibroacoustical characteristics, working fluid pulsations, finite element, fluctuation, technique.

Информация об авторах

Миронова Татьяна Борисовна, кандидат технических наук, ассистент кафедры автоматических систем энергетических установок, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: <u>mirtb@rambler.ru</u>. Область научных интересов: динамика трубопроводных систем, виброакустическое взаимодействие в элементах машин, активные методы подавления шума и вибрации элементов машин.

Прокофьев Андрей Брониславович, доктор технических наук, профессор кафедры автоматических систем энергетических установок, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Е-mail: <u>iam@ssau.ru</u>. Область научных интересов: динамика трубопроводных систем, виброакустика, расчёт и проектирование корректирующих устройств для гидромеханических систем, активные методы подавления шума и вибрации элементов машин.

Шорин Владимир Павлович, академик РАН, доктор технических наук, профессор кафедры автоматических систем энергетических установок, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: <u>aseu@ssau.ru</u>. Область научных интересов: динамика пневмо- и гидросистем систем, виброакустика машин, расчёт и проектирование корректирующих устройств для гидромеханических и пневматических систем.

Mironova Tatiana Borisovna, candidate of technical sciences, assistant of the department of automatic systems of power plants, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: <u>mirtb@rambler.ru</u>. Area of research: dynamics of pipeline systems, vibroacoustics interaction of machine elements, active noise control.

Prokofiev Andrei Bronislavovich, doctor of technical sciences, professor of the department of automatic systems of power plants, Samara State Aerospace University named after academician S .P. Korolyov (National Research University). E-mail: <u>iam@ssau.ru</u>. Area of research: dynamics of pipeline systems, vibroacoustics, design of fluid pressure pulsation damper, active noise control.

Shorin Vladimir Pavlovich, member of the Russian Academy of Sciences, doctor of technical sciences, professor of the department of automatic systems of power plants, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: <u>aseu@ssau.ru</u>. Area of research: dynamics of hydraulic and pneumatic systems, design of fluid pressure pulsation damper, vibroacoustics of machines.