

УДК 621.822.5

УСТОЙЧИВОСТЬ ЖЁСТКОГО НЕСИММЕТРИЧНОГО РОТОРА В УПРУГО-ДЕМПФЕРНЫХ ПОДШИПНИКАХ СКОЛЬЖЕНИЯ

© 2012 Ю. И. Ермилов

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Рассматривается устойчивость жёсткого несимметричного ротора с упруго-демпферными подшипниками скольжения как к воздействию внутренних сил смазочного слоя, так и к действующим на ротор внешним возмущающим силам. Получены расчётные уравнения, представлены результаты расчётов и анализ устойчивости ротора без воздействия и при воздействии внешних возмущающих сил для различных видов упруго-демпферных подшипников.

Устойчивость ротора, упруго-демпферные подшипники скольжения, возмущающие силы смазочного слоя, внешние возмущающие силы.

Основные обозначения:

A_1 – комплексная амплитуда колебаний первой цапфы ротора по оси x ;

A_{1e} – комплексная амплитуда колебаний опорного элемента УДП по оси x ;

A_2 – комплексная амплитуда колебаний второй цапфы ротора по оси x ;

$\overline{A_2} = A_2(A_1)^{-1}$ – приведённая амплитуда колебаний второй цапфы;

C_1 – коэффициент жёсткости смазочного слоя;

C_2 – коэффициент жёсткости крепления опорного элемента УДП;

$c_2 = C_2(C_1)^{-1}$ – приведённый коэффициент жёсткости крепления опорного элемента УДП;

C_3 – коэффициент упругости газовой смазки;

$c_3 = C_3(C_1)^{-1}$ – приведённый коэффициент упругости газовой смазки;

C_{xy} – коэффициент поперечной жёсткости (коэффициент возбуждения) смазочного слоя, коэффициент возбуждения для возмущающей силы, приводящей к неустойчивости ротора;

$c_{xy} = C_{xy}(d_1\omega_{кр})^{-1}$ – приведённый коэффициент возбуждения смазочного слоя;

C_{xye} – коэффициент возбуждения внешних сил, приводящих к неустойчивости ротора;

$c_{xye} = C_{xye}(d_1\omega_{кр})^{-1}$ – приведённый коэффициент возбуждения внешних сил;

d_1 – коэффициент демпфирования смазочного слоя подшипника;

d_2 – коэффициент демпфирования опорного элемента подшипника;

J – экваториальный момент инерции ротора;

J_p – полярный момент инерции ротора;

$I = \frac{J}{L^2}$ – относительный экваториальный момент инерции ротора;

$\overline{I} = \frac{J}{mL^2}$ – приведённый экваториальный момент инерции ротора;

$I_p = \frac{J_p}{L^2}$ – относительный полярный момент инерции ротора;

$\overline{I}_p = \frac{J_p}{mL^2}$ – приведённый полярный момент инерции ротора;

$\overline{I}_p \overline{\omega}$ – приведённый гироскопический момент ротора;

L – расстояние между опорами;

L_1, L_2, L_3, L_4 – расстояния между подшипниками и центром тяжести и между колесами и подшипниками;

$L_i = \frac{L_i}{L}$ – приведённые L_1, L_2, L_3, L_4 ;

m – масса ротора;

m_I – масса опорного элемента УДП;

$m_I = m_1 m^{-1}$ – приведённая масса опорного элемента УДП;

x, y, z – система неподвижных координат с осью вращения ротора z в положении равновесия;

x_p, y_p, z_p - система координат с текущим положением оси вращения ротора z_p ;

x_1, y_1, x_2, y_2 - координаты смещения оси первой и второй цапфы ротора относительно равновесного положения;

$x_{k1}, y_{k1}, x_{k2}, y_{k2}$ - координаты центров первого и второго колес;

γ и β - соответственно углы между осями x и x_p и между y и y_p ;

ν - круговая частота прецессии;

$\bar{\nu} = \nu \omega_{кр}^{-1}$ - приведённая круговая частота прецессии;

$\eta_1 = \frac{d_1}{\sqrt{0.5C_1 m}}$ - коэффициент относительного демпфирования смазочного слоя подшипника;

$\eta_2 = \frac{d_2}{\sqrt{0.5C_1 m}}$ - коэффициент относительного демпфирования опорного элемента подшипника;

ω - частота вращения ротора;

$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{2C_1}{m}}$ - собственная цилиндрическая частота колебаний симметричного ротора в жёстко закреплённых подшипниках;

$\bar{\omega} = \omega \omega_{кр}^{-1}$ - приведённая частота вращения ротора.

Введение

Упруго-демпферные подшипники скольжения (УДП) широко применяются в качестве опор высокооборотных турбомашин. Причиной этого является способность таких опор подавлять самовозбуждающиеся колебания ротора, возникающие при его вращении вследствие возмущающей силы, действующей в смазочном слое при вращении ротора и направленной перпендикулярно вектору смещения цапфы из равновесного положения.

К наиболее известным из УДП с жидкостной смазкой можно отнести подшипники с плавающей втулкой (рис. 1, а) и различные подшипники скольжения с жидкостной смазкой, в которых корпус подшипника закреплён в специальных демпферах различных конструкций. Из подшипников с газовой смазкой наиболее

известны лепестковые газодинамические подшипники (рис. 1, б).

УДП с жидкостной смазкой широко используются в турбокомпрессорных агрегатах наддува двигателей внутреннего сгорания (подшипники с плавающей втулкой). Лепестковые газодинамические подшипники используются в турбохолодильниках систем кондиционирования самолётов, в малых энергетических установках и являются перспективными для использования во вспомогательных силовых установках, малых центробежных компрессорах, малых турбореактивных двигателях и других высокооборотных турбомашин. Газовый смазочный слой имеет существенно меньшее демпфирование по сравнению с жидкостным слоем, поэтому роторы практически всех турбомашин с газовой смазкой являются жёсткими.

Степень устойчивости роторов с УДП зависит от правильного выбора параметров этих подшипников и ротора. В работах [1, 2, 3] получены уравнения для определения устойчивости жёсткого несимметричного ротора в обычных подшипниках скольжения с жидкостной и газовой смазкой как к силам смазочного слоя, так и к возмущающим внешним гидромеханическим силам в проточных частях колёс и уплотнениях. Результаты расчётов устойчивости ротора в этих условиях в перечисленных и других известных работах не представлены.

В данной работе рассматривается устойчивость жёсткого ротора в обычных подшипниках скольжения с жидкостной смазкой и в УДП с жидкостной и газовой смазкой к силам смазочного слоя и к внешним гидромеханическим силам в проточных частях колёс. Коэффициенты жёсткости и демпфирования задаются в виде коэффициентов, которые в общем случае могут зависеть от частоты вращения и величины смещения цапфы и вычисляются отдельно. Это позволяет проводить расчёты устойчивости роторных систем с различными УДП скольжения.

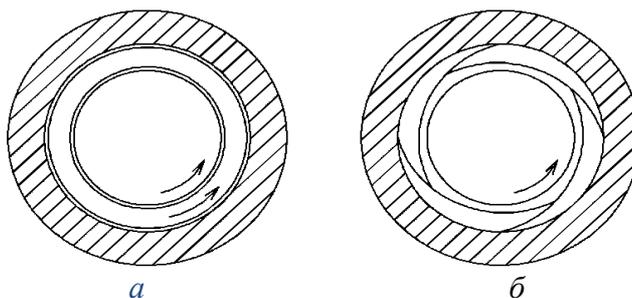


Рис. 1. Упруго-демпферные подшипники скольжения:
а - подшипник с плавающей втулкой; б - лепестковый газодинамический подшипник

Данная работа является продолжением работы [4], где рассматривается устойчивость жёсткого симметричного ротора.

Представлены проведённые в широком диапазоне параметров роторной системы с обычными подшипниками результаты расчётов устойчивости, частоты возникающих колебаний, относительной амплитуды и фазы колебаний цапф.

Получены уравнения для расчёта устойчивости несимметричного ротора в УДП с жидкостной и газовой смазкой без и с учётом гидромеханических сил в рабочих колесах. Представлены результаты расчётов устойчивости роторной системы с УДП, проведённые в широком диапазоне параметров.

Вывод расчётных уравнений

УДП представляют собой подшипники с упруго-демпферным креплением опорного элемента (элементов), образующего противоположную поверхности цапфы поверхность скольжения. Для подшипника с плавающей втулкой (рис. 1, а) опорным элементом является плавающая втулка, для лепесткового газодинамического подшипника (рис. 1, б) опорными элементами являются упругие лепестки, расположенные между корпусом подшипника и цапфой.

Схема ротора в УДП с жидкостной смазкой показана на рис. 2, а ($m_I=0$). На рис. 2, б показана динамическая схема обычного подшипника скольжения с жидкостной смазкой. На рис. 2, в показана динамическая схема УДП с газовой смазкой.

Рассматривается задача устойчивости ротора к поперечным самовозбуж-

дающимся колебаниям (координата центра масс ротора $z_C=\text{const}$) под действием возмущающих сил смазочного слоя и внешних гидромеханических сил, генерируемых в проточных частях рабочих колёс турбомашин.

Приняты следующие допущения. Ротор идеально отбалансирован, поэтому геометрическая ось вращения ротора z_p совпадает с главной осью инерции. Угол между осью z_p и осью вращения z в положении равновесия является малым, и разницей между главными моментами инерции ротора $I = I_x = I_y$, $I_z = I_z$ относительно осей x_p , y_p и z_p и моментов инерции относительно осей x , y и z пренебрегаем. Ротор является лёгким, поэтому принимаем равными коэффициенты жёсткости и демпфирования вдоль осей x и y .

С учётом принятых допущений, применяя теорему о движении центра масс и теорему об изменении кинетического момента механической системы в относительном движении по отношению к центру масс, запишем дифференциальные уравнения движения ротора в неподвижной системе координат xuz [1, 2]:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_C &= R_{x1} + R_{x2} + R_{kx1} + R_{kx2}; \\ m\ddot{y}_C &= R_{y1} + R_{y2} + R_{ky1} + R_{ky2}; \\ I_z\omega\dot{\beta} - I_x\ddot{\beta} &= R_{y1}L_1 - R_{y2}L_2 + R_{ky1}(L_1 + L_3) + R_{ky2}(L_2 + L_4); \\ I_z\omega\dot{\psi} + I_y\ddot{\beta} &= -R_{x1}l_1 + R_{x2}l_2 + R_{kx1}(l_1 + l_3) + R_{kx2}(L_2 + L_4), \end{aligned} \quad (1)$$

где R_{x1} , R_{x2} , R_{y1} и R_{y2} – проекции реакций соответственно 1-го и 2-го подшипников; R_{kx1} , R_{ky1} , R_{kx2} и R_{ky2} – проекции гидромеханических сил 1-го и 2-го рабочих колёс.

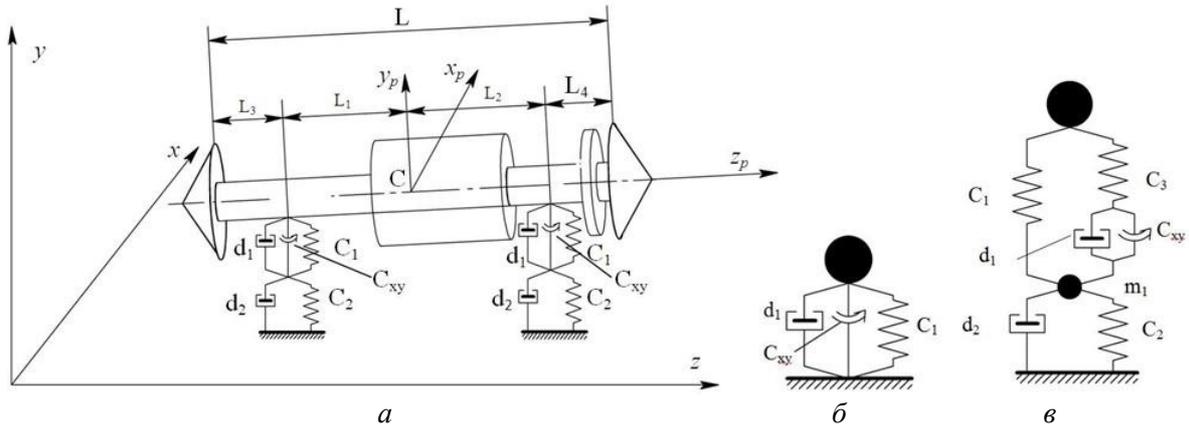


Рис. 2. Динамическая схема ротора (а) и динамические схемы обычного подшипника скольжения (б) и УДП с газовой смазкой (в). \$C_1\$ и \$C_3, d_1, C_{xy}\$ - коэффициенты жёсткости, демпфирования и возбуждения смазочного слоя; \$C_2, d_2\$ - коэффициенты жёсткости и демпфирования опорных элементов; \$m\$ - масса ротора, \$m_1\$ - масса опорного элемента подшипника

Рассмотрим сначала устойчивость ротора с обычными подшипниками скольжения (рис. 2, б). В этом случае имеем:

$$R_x = -C_1 x - C_{xy} y - d_1 \dot{x};$$

$$R_y = C_{xy} x - C_1 y - d_1 \dot{y}. \quad (2)$$

Гидромеханические силы рабочих колёс действуют в тангенциальном направлении [1, 3], при малом эксцентриситете имеют линейный характер и могут быть выражены через рассчитываемый отдельно коэффициент возбуждения внешних сил \$C_{xye}\$ следующим образом:

$$R_{kx} = -C_{xye} y_k;$$

$$R_{ky} = C_{xye} x_k. \quad (3)$$

Здесь и далее принимаем, что коэффициент \$C_{xye}\$ одинаков для обоих колёс.

Выразив в системе (1) координаты центра тяжести и колёс и углы \$\beta\$ и \$\gamma\$ через координаты центров первой и второй цапф \$x_1, y_1, x_2, y_2\$ зависимостями:

$$x_c = x_1 \bar{L}_2 + x_2 \bar{L}_1; \quad y_c = y_1 \bar{L}_2 + y_2 \bar{L}_1;$$

$$\beta = \frac{x_2 - x_1}{L}; \quad \gamma = \frac{y_2 - y_1}{L},$$

$$x_{k1} = (1 + \bar{L}_3)x_1 - \bar{L}_3 x_2; \quad x_{k2} = (1 + \bar{L}_4)x_2 - \bar{L}_4 x_1;$$

$$y_{k1} = (1 + \bar{L}_3)y_1 - \bar{L}_3 y_2; \quad y_{k2} = (1 + \bar{L}_4)y_2 - \bar{L}_4 y_1 \quad (4)$$

и сделав экспоненциальную подстановку \$x_1^* = A_1 e^{\lambda t}, y_1^* = B_1 e^{\lambda t}, x_2^* = A_2 e^{\lambda t}\$ и

$$y_2^* = B_2 e^{\lambda t}, \quad (5)$$

\$A_1, B_1, A_2, B_2\$ - комплексные амплитуды, \$x_1^*, y_1^*, x_2^*, y_2^*\$ - комплексные величины с действительными частями, равными ко-

ординатам \$x_1, y_1, x_2, y_2\$, соответственно, \$\lambda\$ - комплексная частота прецессии цапфы, получим систему уравнений с неизвестными амплитудами \$A_1, A_2, B_1, B_2\$:

$$(m\bar{L}_2 \lambda^2 + d_1 \lambda + C_1) A_1 + (m\bar{L}_1 \lambda^2 + d_1 \lambda + C_1) A_2 + C_{s1} B_1 + C_{s2} B_2 = 0;$$

$$-C_{s1} A_1 - C_{s2} A_2 + (m\bar{L}_2 \lambda^2 + d_1 \lambda + C_1) B_1 + (m\bar{L}_1 \lambda^2 + d_1 \lambda + C_1) B_2 = 0;$$

$$(-J_p \omega \lambda - C_{s3}) A_1 + (J_p \omega \lambda + C_{s4}) A_2 + (J \lambda^2 + \bar{L}_1 d_1 \lambda + \bar{L}_1 C_1) B_1 + (-J \lambda^2 - \bar{L}_2 d_1 \lambda - \bar{L}_2 C_1) B_2 = 0;$$

$$(-J \lambda^2 - \bar{L}_1 d_1 \lambda - \bar{L}_1 C_1) A_1 + (J \lambda^2 + \bar{L}_2 d_1 \lambda + \bar{L}_2 C_1) A_2 + (-J_p \omega \lambda - C_{s3}) B_1 + (J_p \omega \lambda + C_{s4}) B_2 = 0, \quad (6)$$

где

$$C_{s1} = C_{xy} + C_{xye} (1 + \bar{L}_3) - C_{xye} \bar{L}_4;$$

$$C_{s2} = C_{xy} - C_{xye} \bar{L}_3 + C_{xye} (1 + \bar{L}_4);$$

$$C_{s3} = C_{xy} \bar{L}_1 + C_{xye} (\bar{L}_1 + \bar{L}_3) (1 + \bar{L}_3) + C_{xye} \bar{L}_4 (\bar{L}_2 + \bar{L}_4);$$

$$C_{s4} = C_{xy} \bar{L}_2 + C_{xye} \bar{L}_3 (\bar{L}_1 + \bar{L}_3) + C_{xye} (\bar{L}_2 + \bar{L}_4) (1 + \bar{L}_4) \quad (7)$$

Неизвестные \$A_1, B_1, A_2\$ и \$B_2\$ имеют ненулевые значения, когда определитель системы (6) равен нулю. Отсюда получаем характеристическое уравнение восьмой степени относительно неизвестной комплексной частоты \$\lambda\$.

Фактором, который может привести к неустойчивости движения ротора в подшипнике, являются возмущающие силы,

характеризуемые коэффициентами C_{xy} и C_{xue} . Начиная с некоторой величины C_{xy} и C_{xue} , ротор теряет устойчивость, т. е. амплитуда прецессии центра цапфы начинает неуклонно возрастать. Задача определения предела устойчивости роторной системы к внешним возмущающим силам заключается в определении предельного (максимального) значения C_{xue} , при котором сохраняется устойчивость при заданном значении C_{xy} . При этом значении C_{xue} траектория центра цапфы будет представлять постоянную орбиту, действительная часть комплексной частоты λ будет равна нулю, а мнимая часть – частоте круговой прецессии ν .

Для сокращения порядка степени уравнений относительно неизвестной λ и сокращения времени вычислений ν и C_{xue} целесообразно использовать свойство изотропности характеристик подшипника в радиальном направлении [5]. Из этого свойства следует, что при потере устойчивости ротора движение его центра происходит по окружности и амплитуды A_1 и B_1 , A_2 и B_2 связаны следующими соотношениями:

$$B_1 = -iA_1; B_2 = -iA_2, \quad (8)$$

где i – мнимая единица.

Подставив выражения (8) в первое и четвертое уравнение системы (6), получим систему с неизвестными A_1 и A_2 :

$$\begin{aligned} & (m\bar{L}_2\lambda^2 + d_1\lambda + C_1 - iC_{s1})A_1 \\ & + (m\bar{L}_1\lambda^2 + d_1\lambda + C_1 - iC_{s2})A_2 = 0; \\ & - (J\lambda^2 + \bar{L}_1d_1\lambda + \bar{L}_1C_1 - J_p\omega\lambda - C_{s3})A_1 + \\ & (J\lambda^2 + \bar{L}_2d_1\lambda + \bar{L}_2C_1 - J_p\omega\lambda - C_{s4})A_2 = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Приравнявая к нулю определитель этой системы, получим комплексное характеристическое уравнение четвертой степени относительно частоты λ . Решение этого уравнения и нахождение минимального значения C_{xue} , при котором возникает потеря устойчивости ($\lambda=iv$), производится при помощи программного пакета Maple.

Для определения устойчивости роторной системы без внешних сил ($C_{xue}=0$), т. е. значения C_{xy} при потере устойчивости, характеристическое уравнение, полу-

ченное из системы (9), вычисляется при $C_{xue} = 0$, и далее определяется минимальное C_{xy} , при котором $\lambda=iv$.

Рассмотрим далее устойчивость ротора с УДП. Представим систему (9) в виде

$$\begin{aligned} & (m\bar{L}_2\lambda^2 + c_{\pi} - iC_{k1})A_1 + (m\bar{L}_1\lambda^2 + c_{\pi} - iC_{k2})A_2 = 0 \\ & - (J\lambda^2 + \bar{L}_1c_{\pi} - J_p\omega\lambda - iC_{k3})A_1 + \\ & (J\lambda^2 + \bar{L}_2c_{\pi} - J_p\omega\lambda - iC_{k4})A_2 = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где согласно (7)

$$\begin{aligned} c_{k1} &= C_{xye}(1 + \bar{L}_3) - C_{xye}\bar{L}_4; \\ c_{k2} &= -C_{xye}\bar{L}_3 + C_{xye}(1 + \bar{L}_4); \\ c_{k3} &= C_{xye}(\bar{L}_1 + \bar{L}_3)(1 + \bar{L}_2) + C_{xye}\bar{L}_4(\bar{L}_2 + \bar{L}_4); \\ c_{k4} &= C_{xye}\bar{L}_3(\bar{L}_1 + \bar{L}_3) + C_{xye}(\bar{L}_2 + \bar{L}_4)(1 + \bar{L}_4), \end{aligned} \quad (11)$$

а $c_{\pi} = (d_1\lambda + C_1 - iC_{xy})$ – комплексная жёсткость обычного подшипника скольжения с жидкостной смазкой.

Комплексная жёсткость УДП с жидкостной смазкой (динамическая схема подшипника с массой опорного элемента подшипника $m_1=0$ показана на рис. 2, а) и УДП с газовой смазкой (рис. 2, в) представляется как жёсткость последовательно и параллельно соединённых элементов жёсткости, демпфирования и возбуждения.

Для УДП с жидкостной смазкой и массой опорного элемента подшипника $m_1=0$ комплексная жёсткость имеет вид

$$C_{ж} = \frac{K_1K_2}{K_1 + K_2}, \quad (12)$$

где $K_1 = d_1\lambda + C_1 - iC_{xy}$, $K_2 = d_2\lambda + C_2$.

Заменяв в системе (10) c_{π} на $C_{ж}$, получим систему комплексных уравнений для определения устойчивости ротора в УДП с жидкостной смазкой:

$$\begin{aligned} & (m\bar{L}_2\lambda^2 + C_{ж} - iC_{k1})A_1 + (m\bar{L}_1\lambda^2 + C_{ж} - iC_{k2})A_2 = 0; \\ & - (J\lambda^2 + \bar{L}_1C_{ж} - J_p\omega\lambda - iC_{k3})A_1 + \\ & + (J\lambda^2 + \bar{L}_2C_{ж} - J_p\omega\lambda - iC_{k4})A_2 = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Приравнявая к нулю определитель системы (13), получим комплексное характеристическое уравнение шестой степени относительно частоты λ . Решение этого уравнения и нахождение минимального значения C_{xue} , при котором возникает потеря устойчивости ($\lambda=iv$), производится

аналогично решению характеристического уравнения для системы (9).

Система комплексных уравнений для определения устойчивости ротора в УДП с газовой смазкой (рис. 2, в) имеет аналогичный системе (13) вид

$$\begin{aligned} & (m\bar{L}_2\lambda^2 + c_r - iC_{k1})A_1 + (m\bar{L}_1\lambda^2 + c_r - iC_{k2})A_2 = 0; \\ & - (J\lambda^2 + \bar{L}_1c_r - J_p\omega\lambda - iC_{k3})A_1 \\ & + (J\lambda^2 + \bar{L}_2c_r - J_p\omega\lambda - iC_{k4})A_2 = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где C_r – комплексная жёсткость УДП с газовой смазкой, определяемая из выражения

$$C_r = \frac{K_3(K_2 + m_1\lambda^2)}{K_3 + K_2 + m_1\lambda^2} \quad (15)$$

которое может быть получено из уравнения движения опорного элемента подшипника массой m_1 :

$$m_1\lambda^2 A_{1e} + K_2 A_{1e} + K_3(A_1 - A_{1e}) = 0, \quad (16)$$

где A_{1e} – амплитуда колебаний опорного элемента, а K_3 – комплексная жёсткость газового слоя, определяемая из выражения

$$K_3 = C_1 + \frac{C_2(d_1\lambda - iC_{xy})}{C_3 + d_1\lambda - iC_{xy}}. \quad (17)$$

Приравнявая к нулю определитель системы (14), получим комплексное характеристическое уравнение десятой степени относительно частоты λ . Решение этого уравнения и нахождение минимального значения C_{xye} , при котором возникает

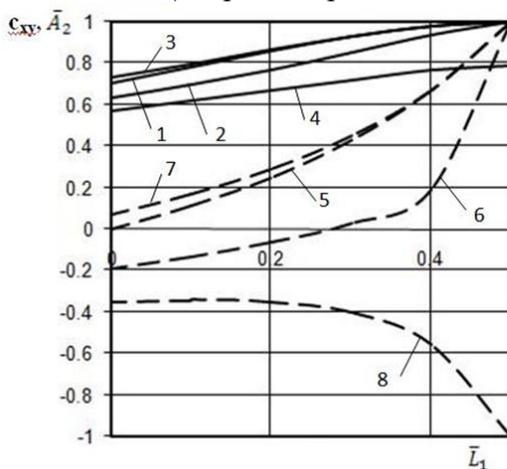


Рис. 3. Зависимость параметра устойчивости c_{xy} (сплошные кривые 1...4) и амплитуды \bar{A}_2 (пунктир 5...8) от параметра \bar{L}_1 . Пары кривых 1 и 5, 2 и 6, 3 и 7, 4 и 8 соответствуют сочетаниям \bar{J} и $\bar{J}_p\bar{\omega}$ 0 и 0; 0,2 и 0; 0,2 и 0,2 и 0,4 и 0

потеря устойчивости ($\lambda=iv$), производится аналогично решению характеристического уравнения для системы (9).

Для сокращения количества независимых параметров роторной системы с обычными подшипниками скольжения разделим систему (9) на C_1 и после преобразований получим, что устойчивость этой системы полностью определяется параметрами \bar{L}_1 , η_1 , c_{xy} , \bar{J} , $\bar{J}_p\bar{\omega}$, c_{xye} , \bar{L}_3 и \bar{L}_4 . Для описания поведения роторной системы с жидкостными УДП (система 13) необходимо добавить параметры c_2 и η_2 , а системы с газовыми УДП (система 14) – параметры m_1 , c_2 , η_2 и c_3 .

Результаты расчётов

На рис. 3 и 4 представлены характеристики роторной системы с обычными подшипниками скольжения на границе устойчивости без учёта сил рабочих колес.

На рис. 3 представлены зависимости параметров c_{xy} и \bar{A}_2 от \bar{L}_1 при различных значениях параметров \bar{J} и $\bar{J}_p\bar{\omega}$. Параметр η_1 не влияет на величину c_{xy} , поскольку силы возбуждения и демпфирования для каждого подшипника находятся в одной плоскости.

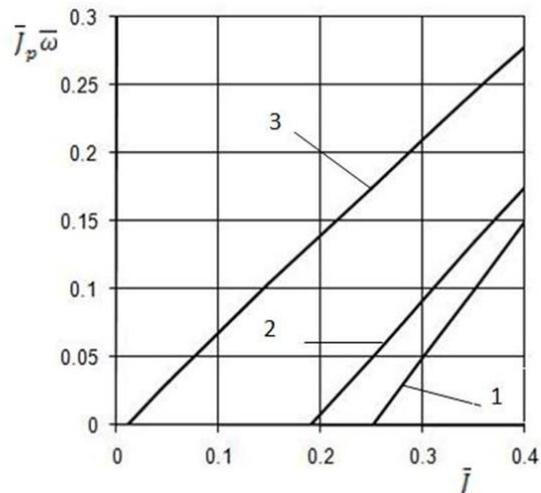


Рис. 4. Зависимость границы перехода от синфазной прецессии цапф (область над кривой) к противофазной при различных значениях \bar{L}_1 . 1 - $\bar{L}_1=0,5$; 2 - $\bar{L}_1=0,25$; 3 - $\bar{L}_1=0$

Значение $c_{xy}=1$ соответствует симметричному ротору с точечной массой. Положительное значение параметра \bar{L}_2 соответствует синфазным, отрицательное – противофазным колебаниям цапф.

Как видно из графиков, снижение величины c_{xy} происходит при уменьшении \bar{L}_1 и увеличении \bar{J} . Противофазные колебания наблюдаются при любых значениях \bar{L}_1 для $\bar{J} = 0,4, \bar{J}_p \bar{\omega} = 0$ (кривая 8) и при $\bar{L}_1 < 0,3$ для $\bar{J} = 0,2, \bar{J}_p \bar{\omega} = 0$ (кривая 6).

При равных \bar{J} и $\bar{J}_p \bar{\omega}$ значения c_{xy} отличаются слабо (кривые 1 и 3) и колебания являются синфазными (кривые 5 и 7). При разных \bar{J} и $\bar{J}_p \bar{\omega}$ колебания противофазные (кривые 6 и 8).

На рис. 4. показаны зависимости границ перехода от синфазных колебаний (область над кривой) к противофазным от \bar{J} и $\bar{J}_p \bar{\omega}$ при различных значениях \bar{L}_1 .

На рис. 5, 6 и 7 представлены результаты расчётов характеристик роторной системы на границе устойчивости с обычными подшипниками скольжения при учёте возмущающих сил рабочих колёс.

Колёса располагаются на одинаковых расстояниях от подшипников так, что $\bar{L}_3 = \bar{L}_4$. Направление каждой возмущаю-

щей силы выражается коэффициентом α_1 (колесо возле опоры 1) и α_2 (колесо возле опоры 2). При $\alpha=1$ сила направлена по вращению, при $\alpha=-1$ – против вращения, при $\alpha=0$ сила равна нулю. При равенстве модулей α_1 и α_2 модули сил и, следовательно, коэффициенты $c_{xye1} = c_{xye2} = c_{xye}$. Для всех вариантов за исключением специально оговорённых $\bar{L}_1=0,5; \bar{J}=0,3; c_{xy}=0,25, \eta_1=0,25$.

На рис. 5 показаны зависимости предельного значения c_{xye} на границе устойчивости от $\bar{J}_p \bar{\omega}$ для различных сочетаний α_1 и α_2 . Для кривых 1, 2, 3, 7, с противоположными или неотрицательными α_1 и α_2 величина c_{xye} возрастает с ростом $\bar{J}_p \bar{\omega}$, а при отрицательных или равных нулю α_1 и α_2 (кривые 4, 5 и 6) – наоборот, уменьшается, что связано с пониженной частотой прецессии из-за гироскопического эффекта. Снижение \bar{L}_3 и \bar{L}_4 (приближение рабочих колёс к подшипникам), как и следовало ожидать, вызывает увеличение c_{xye} (кривые 4 и 6). Увеличение η_1 с 0,25 до 1, наоборот, приводит к снижению c_{xye} (кривые 1 и 7).

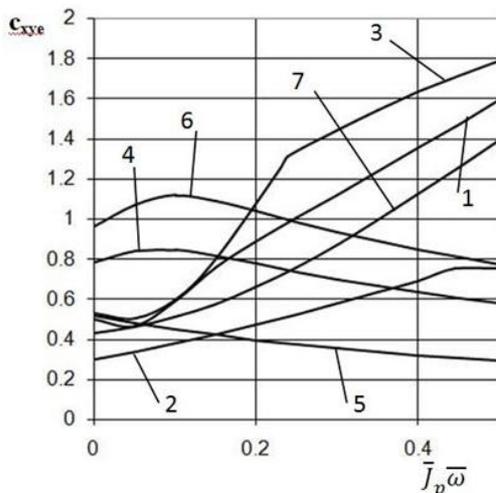


Рис. 5. Зависимость параметра c_{xye} на границе устойчивости от параметра $\bar{J}_p \bar{\omega}$. Для кривых 1...5 - $\bar{L}_3 = \bar{L}_4 = 0,25$, кривая 1- $\alpha_1=1, \alpha_2=0$; 2- $\alpha_1=1, \alpha_2=1$; 3- $\alpha_1=1, \alpha_2=-1$; 4- $\alpha_1=-1, \alpha_2=0$; 5- $\alpha_1=-1, \alpha_2=-1$; кривая 6- $\alpha_1=-1, \alpha_2=0$; $\bar{L}_3 = \bar{L}_4 = 0,15$; кривая 7- $\alpha_1=1, \alpha_2=0$; $\eta_1=1$

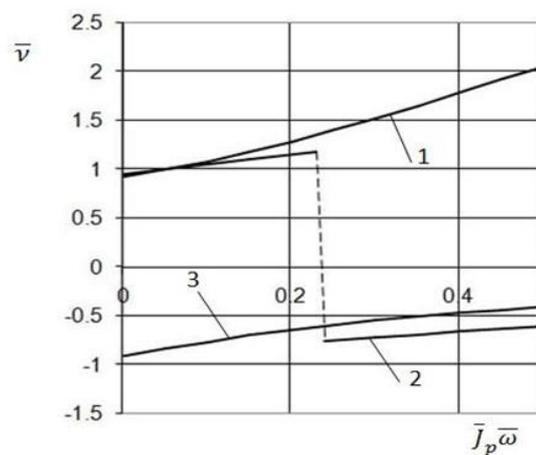


Рис. 6. Зависимость приведённой частоты прецессии $\bar{\nu}$ на границе устойчивости от параметра $\bar{J}_p \bar{\omega}$. Кривые 1- $\alpha_1=1, \alpha_2=0$; 2- $\alpha_1=1, \alpha_2=-1$; 3- $\alpha_1=-1, \alpha_2=-1$

На рис. 6 представлены зависимости частоты $\bar{\nu}$ от $\bar{J}_p \bar{\omega}$. При противоположно направленных внешних силах (кривая 2, $\alpha_1=1, \alpha_2=-1$) прецессия скачкообразно изменяется с прямой на обратную, однако частичная компенсация разнонаправленных внешних сил обуславливает продолжение роста устойчивости с увеличением $\bar{J}_p \bar{\omega}$ (кривая 3, рис. 5), хотя скорость роста снижается.

На рис. 7 показаны зависимости составляющих амплитуды \bar{A}_2 : \bar{A}_{2x} (кривые 1 и 2) и \bar{A}_{2y} (пунктир 3 и 4) от $\bar{J}_p \bar{\omega}$.

На рис. 8 и 9 представлены результаты расчётов параметра c_{xy} на границе устойчивости для роторной системы с УДП с жидкостной и газовой смазкой без учёта сил рабочих колёс в зависимости от параметра c_2 . На рис. 8 и далее расчёты представлены для диапазона c_2 от 0,05 до 100. Для удобства анализа в правой половине диаграммы, при $c_2 > 1$ по оси абсцисс откладывается обратная величина c_2^{-1} , таким образом, участок оси $1 > c_2^{-1} > 0$ соответствует диапазону $1 < c_2 < \infty$. На рис. 8 и 9 вертикальные оси имеют структуру, ана-

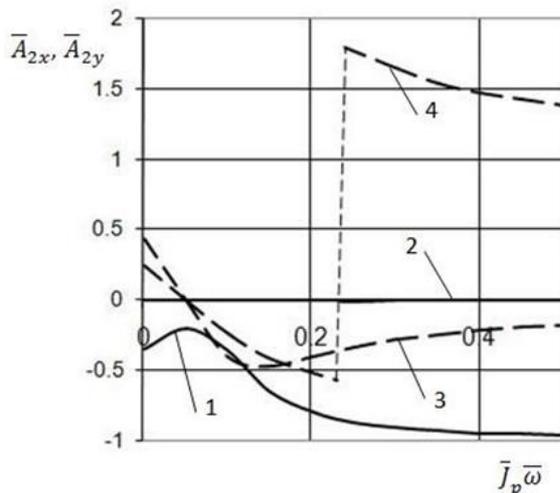


Рис. 7. Зависимость составляющих \bar{A}_{2x} (сплошные кривые 1 и 2) и \bar{A}_{2y} (пунктир 3 и 4) на границе устойчивости от параметра $\bar{J}_p \bar{\omega}$. $\bar{J}=0,3; \eta_1=0,25; \bar{L}_1=0,5; \bar{L}_2=\bar{L}_3=0,25$. Кривые 1 и 3- $\alpha_1=1, \alpha_2=0$; 2 и 4- $\alpha_1=1, \alpha_2=-1$

логичную оси абсцисс, и верхняя половина оси ординат ($0 < 25c_{xy}^{-1} < 5$) соответствует области $5 < c_{xy} < \infty$.

На рис. 8 представлены зависимости c_{xy} для ротора в УДП с жидкостной смазкой при различных значениях $\bar{L}_1, \bar{J}_p \bar{\omega}$ и η_1 . Видно, что вариант с $\bar{L}_1=0,5$ и $\bar{J}_p \bar{\omega}=0$ (кривая 1) даёт наиболее широкий диапазон c_2 с $c_{xy} \rightarrow \infty$ и совпадает с устойчивостью симметричного ротора с точечной массой ($\bar{J}=0, \bar{J}_p \bar{\omega}=0$). Увеличение $\bar{J}_p \bar{\omega}$ до 0,2 (кривая 2) приводит к сужению диапазона c_2 с $c_{xy} \rightarrow \infty$. Увеличение η_1 с 0,25 до 1 (кривая 3) не сужает этот диапазон, однако приводит к снижению c_{xy} справа от него. Изменение \bar{L}_1 с 0,5 до 0,25 при $\bar{J}_p \bar{\omega}=0$ (кривые 1 и 4) приводит к существенному сужению диапазона c_2 с $c_{xy} \rightarrow \infty$. Снижение \bar{L}_1 при $\bar{J}_p \bar{\omega}=0,2$ (кривые 2 и 5) приводит к резкому снижению c_{xy} во всей области $c_2 \leq 1,25$. Наконец, снижение \bar{L}_1 при $\eta_1=1$ (кривые 3 и 6) приводит к резкому снижению c_{xy} в области $c_2 \leq 3$.

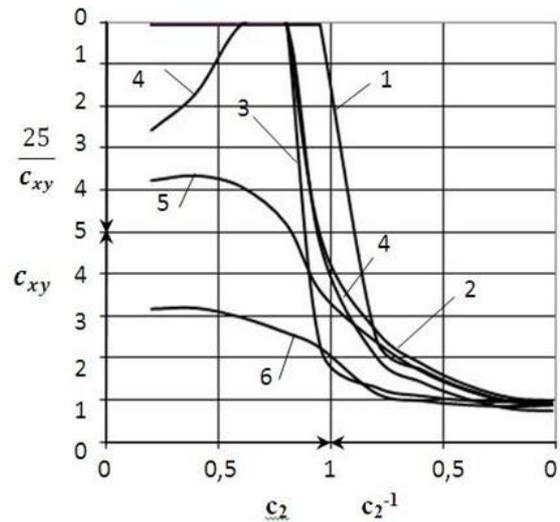


Рис. 8. Зависимость параметра c_{xy} от параметра c_2 сил на границе устойчивости для ротора в УДП с жидкостной смазкой без внешних $m_1=0; \bar{J}=0,3; \eta_2=1$. 1 - $\bar{L}_1=0,5, \bar{J}_p \bar{\omega}=0,0, \eta_1=0,25$; 2 - $\bar{L}_1=0,5, \bar{J}_p \bar{\omega}=0,2, \eta_1=0,25$; 3 - $\bar{L}_1=0,5, \bar{J}_p \bar{\omega}=0,2, \eta_1=1$; 4 - $\bar{L}_1=0,25, \bar{J}_p \bar{\omega}=0, \eta_1=0,25$; 5 - $\bar{L}_1=0,25, \bar{J}_p \bar{\omega}=0,2, \eta_1=0,25$; 6 - $\bar{L}_1=0,25, \bar{J}_p \bar{\omega}=0,2, \eta_1=1$

На рис. 9 представлены зависимости для симметричного ротора ($\bar{L}_1=0,5$) в УДП с жидкостной (кривые 1...5) и газовой (кривые 6, 7) смазкой при различных значениях η_2 , m_1 и c_3 . Как видно из кривых 1 и 2, снижение η_2 с 1 до 0,5 не изменяет области $c_{xy} \rightarrow \infty$. Увеличение η_2 до 2 (кривая 3) приводит к резкому снижению c_{xy} в области $c_2 \leq 1,2$ и исчезновению области $c_{xy} \rightarrow \infty$. Увеличение m_1 с 0 до 0,01 (кривые 1 и 4) приводит к исчезновению области $c_{xy} \rightarrow \infty$. Фактор сжимаемости газовой смазки ($c_3=10$, $m_1=0,01$, кривая 6) приводит по сравнению с несжимаемой смазкой (кривая 4) к повышению c_{xy} , возникновению области $c_{xy} \rightarrow \infty$, причем эта область оказывается даже шире, чем при жидкостной смазке и $m_1=0$ (кривая 1). Дальнейшее увеличение сжимаемости ($c_3=2$, кривая 7) приводит к ещё большему расширению области $c_{xy} \rightarrow \infty$.

На рис. 10 и 11 представлены результаты расчётов параметра c_{xye} на границе устойчивости роторной системы с УДП с жидкостной (рис. 10) и газовой (рис. 11) смазкой с учётом возмущающих сил рабочих колёс в зависимости от параметра c_2 .

На рис. 10 представлены зависимости c_{xye} для различных вариантов действия внешних сил (α_1 и α_2) и параметров $\bar{J}_p \bar{\omega}$, η_1 , η_2 и \bar{L}_1 . Изменение c_{xye} при увеличении $\bar{J}_p \bar{\omega}$ с 0,1 до 0,3 и разных сочетаниях α_1 и α_2 иллюстрируется парами кривых 1 и 2, 3 и 4, 5 и 6. Видно, что увеличение $\bar{J}_p \bar{\omega}$ приводит к росту c_{xye} для положительных или смешанных значений α_1 и α_2 (кривые 1...4). При отрицательных и нулевых α_1 и α_2 наблюдается, наоборот, уменьшение c_{xye} (кривые 5 и 6). Увеличение η_1 с 0,25 до 1 (кривые 1 и 9) приводит к существенному снижению c_{xye} .

Уменьшение \bar{L}_1 с 0,5 до 0,25 (кривые 1 и 8) приводит к снижению c_{xye} .

На рис. 11 представлены зависимости c_{xye} для различных вариантов действия внешних сил (α_1 и α_2) и параметров m_1 , \bar{J} и $\bar{J}_p \bar{\omega}$. Влияние различных сочетаний α_1 и α_2 представлено кривыми 1, 2 и 3, соответствующими кривым 1, 3 и 5 на рис. 10 для жидкостной смазки. По сравнению с базовым вариантом (кривая 1) изменение отдельных параметров приводит к следующим результатам. Сравнение этих кривых для жидкостной и газовой смазки показывает, что параметр c_3 , характеризующий сжимаемость смазки, при $\bar{J}_p \bar{\omega} = 0,1$ практически не влияет на c_{xye} при $c_3=10$. Это справедливо также для $c_3=2$ (результаты здесь не приводятся). Сравнение кривой 6 (рис. 11) и 2 (рис.10) для $\bar{J}_p \bar{\omega} = 0,3$, отличающихся наличием сжимаемости ($c_3=10$ для кривой 6), также показывает, что эти кривые практически совпадают. Проведённое сравнение показывает, что для расчётов устойчивости (параметра c_{xye}) для газовой смазки вполне можно использовать уравнения для жидкостной смазки при $m_1=0$, что значительно упрощает решение задачи устойчивости роторной системы.

Влияние m_1 , \bar{J} и $\bar{J}_p \bar{\omega}$ на c_{xye} по сравнению с базовым вариантом (кривая 1) представлено на рис. 11 кривыми 4 и 5 и 6 соответственно. Видно, что даже большая величина $m_1=0,1$ (для лепестковых газодинамических подшипников $m_1 < 0,01$) очень слабо влияет на c_{xye} . Снижение \bar{J} с 0,3 до 0,1 резко повышает c_{xye} . Увеличение $\bar{J}_p \bar{\omega}$ также повышает c_{xye} .

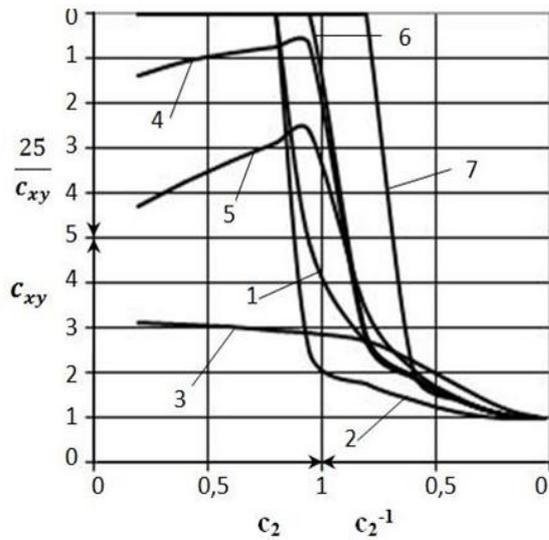


Рис. 9. Зависимость параметра c_{xy} на границе устойчивости от параметра c_2 для ротора в УДП без внешних сил на границе устойчивости. Кривые 1...5 – жидкостная смазка, 6, 7 – газовая смазка. $\bar{f}=0,3$, $\eta_1=0,25$, $\bar{f}_p\bar{\omega}=0,2$; $\bar{L}_1=0,5$. 1 - $m_1=0$, $\eta_2=1$; 2 - $m_1=0$, $\eta_2=0,5$; 3 - $m_1=0$, $\eta_2=2$; 4 - $m_1=0,01$; $\eta_2=1$; 5 - $m_1=0,1$, $\eta_2=1$; 6 - $m_1=0,01$, $\eta_2=1$ $c_3=10$; 7 - $m_1=0,01$; $\eta_2=1$ $c_3=2$

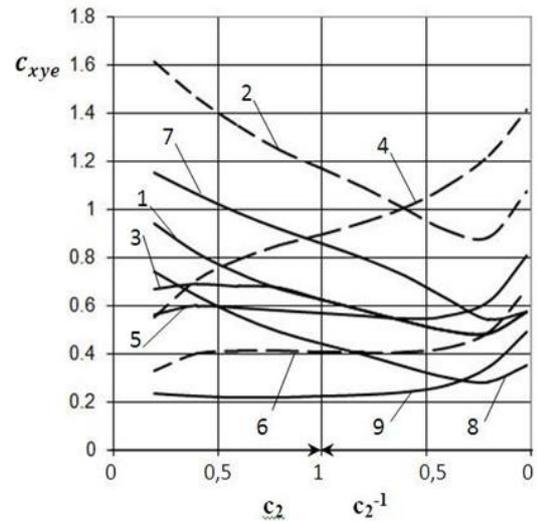


Рис. 10. Зависимость параметра c_{xye} на границе устойчивости от параметра c_2 для ротора в УДП с жидкостной смазкой и внешними силами. $\bar{f}=0,3$; $c_{xy}=0,25$; $m_1=0$; $\bar{L}_3=\bar{L}_4=0,25$. Для кривых 1...6 : $\eta_1=0,25$; $\eta_2=1$; $\bar{L}_1=0,5$. Для кривых 1, 3, 5 $\bar{f}_p\bar{\omega}=0,1$. Для кривых 2, 4, 6 (пунктир) $\bar{f}_p\bar{\omega}=0,3$. Для кривых 7...9 : $\bar{f}_p\bar{\omega}=0,1$; $\alpha_1=1$, $\alpha_2=0$. Кривые 1 и 2 - $\alpha_1=1$, $\alpha_2=0$; кривые 3 и 4 - $\alpha_1=1$, $\alpha_2=-1$; кривые 5 и 6 - $\alpha_1=-1$, $\alpha_2=0$; кривая 7 - $\eta_1=0,25$; $\eta_2=2$; кривая 8 - $\eta_1=0,25$; $\eta_2=1$; $\bar{L}_1=0,25$; кривая 9 - $\eta_1=1$; $\eta_2=1$; $\bar{L}_1=0,5$

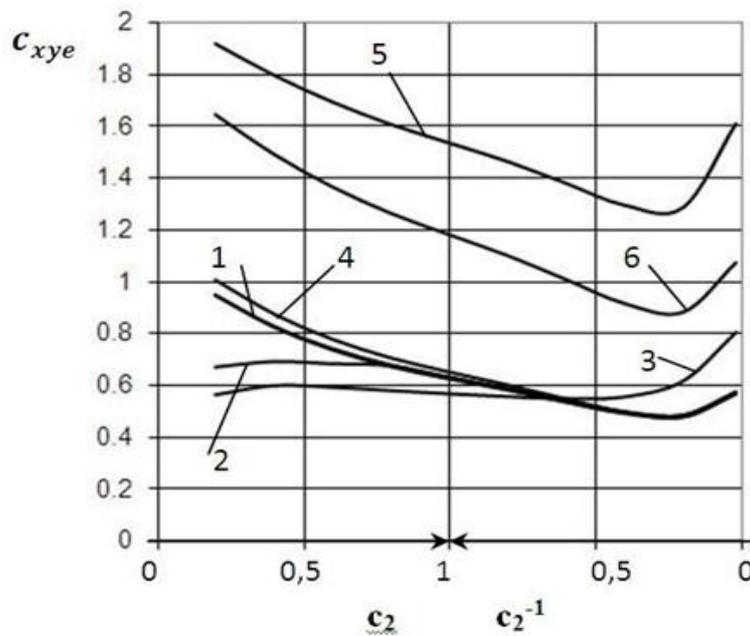


Рис. 11. Зависимость параметра c_{xye} на границе устойчивости от параметра c_2 для ротора в УДП с газовой смазкой и внешними силами. Кривая 1 (базовый вариант): $\bar{L}_1=0,5$, $\bar{f}=0,3$; $\bar{f}_p\bar{\omega}=0,1$, $\eta_1=0,25$; $\eta_2=1$; $c_{xy}=0,25$; $\bar{L}_3=\bar{L}_4=0,25$. $\alpha_1=1$, $\alpha_2=0$; $m_1=0,01$; $c_3=10$. Кривая 2: $\alpha_1=1$, $\alpha_2=-1$. Кривая 3: $\alpha_1=-1$, $\alpha_2=0$. Кривая 4: $m_1=0,1$. Кривая 5: $\bar{f}=0,1$. Кривая 6: $\bar{f}_p\bar{\omega}=0,3$

Выводы

Разработано методическое и программное обеспечение, позволяющее рассчитывать практически все динамические характеристики роторных систем с обычными и упруго-демпферными подшипниками скольжения на границе устойчивости при действии сил смазочного слоя и внешних возмущающих сил и проектировать роторные системы с оптимальными параметрами.

Устойчивость ротора с УДП к внешней возмущающей силе при среднем и малом значениях c_{xy} слабо зависит от фактора сжимаемости смазки и относительной массы опорного элемента m_I , что при необходимости позволяет использовать для расчёта простую модель УДП с жидкостной смазкой и $m_I=0$.

Представленные результаты расчётов предельных коэффициентов возбуждения смазочного слоя и рабочих колёс, частотные, амплитудные и фазовые характеристики колебаний роторной системы позволяют анализировать её динамические свойства в широком диапазоне параметров.

Библиографический список

1. Равикович, Ю. А. О динамическом поведении жёсткого ротора высокоскоростных турбомашин в подшипниках жидкостного трения [Текст] / Ю. А. Равикович // Конструкция двигателей летательных аппаратов, их прочность и надёжность. – М.: МАИ, 1991. – С. 55-60.
2. Равикович, Ю. А. Методология проектирования и динамика роторных систем высокооборотных турбомашин на подшипниках скольжения с жидкостной и газовой смазкой [Текст]: дис. докт. техн. Наук / Равикович Юрий Александрович. – М.: МАИ, 1992, – 327с.
3. Пешти, Ю. В. Газовая смазка [Текст] / Ю. В. Пешти. – М.: Моск. гос. техн. ун-т, 1993. – 381 с.
4. Ермилов, Ю. И. Устойчивость жёсткого симметричного ротора в упруго-демпферных подшипниках скольжения [Текст] / Ю. И. Ермилов // Труды МАИ, 2011.-№46,<http://www.mai.ru/science/trudy/>
5. Сергеев, С. И. Динамика криогенных турбомашин с подшипниками скольжения [Текст] / С. И. Сергеев. – М.: Машиностроение, 1973. – 304 с.

STABILITY OF A RIGID NONSYMMETRIC ROTOR IN ELASTIC-DAMPER SLIDING BEARINGS

© 2012 Yu. I. Ermilov

Moscow Aviation Institute (State University of Aerospace Technologies)

The paper deals with the stability of a rigid nonsymmetrical rotor with elastic-damper sliding bearings to the influence of both the inner forces of the lubrication layer and to the external disturbing forces acting on the rotor. Design equations are obtained, the results of the calculations and the analysis of rotor stability with and without the action of external disturbing forces are presented for various kinds of elastic-damper bearings.

Rotor dynamic stability, elastic-damper bearings, disturbing forces of the lubrication layer, external disturbing rotor forces.

Информация об авторе

Ермилов Юрий Иванович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). E-mail: yurer@yandex.ru. Область научных интересов: высокооборотные турбомшины с лепестковыми газодинамическими подшипниками; роторная динамика.

Ermilov Yury Ivanovich, senior researcher, associate professor of Moscow Aviation Institute (State University of Aerospace Technologies). E-mail: yurer@yandex.ru. Area of research: high speed turbomachines with gas foil bearings; rotor dynamics.