

УДК 536.46

СВЯЗЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПОТОКА С ХАРАКТЕРИСТИКАМИ И ГЕОМЕТРИЕЙ ВИХРЕВЫХ ТРУБ

© 2013 Ш. А. Пиралишвили

ФГБОУ ВПО Рыбинский государственный авиационный технический университет
имени П. А. Соловьева

Изложена взаимосвязь характеристик энергоразделения с турбулентностью закрученного, задиафрагмированного с двух торцов турбулентного потока с учётом влияния диаметра вихревой камеры и её длины. Приведено сравнение расчётных данных с результатами опытов

Вихревая труба, энергоразделение, характеристики, турбулентность, радиус разделения, потенциальный и вынужденный вихри, внутренний адиабатный КПД, эффективность.

При разработке физико-математических моделей, объясняющих феномен Ранка-Хилша, вопрос о взаимосвязи процесса энергоразделения со структурой потока является основным. Попытки исследователей найти достаточно строгое аналитическое решение наталкиваются на непреодолимые трудности постановочного и математического характеров. В некоторых публикациях эта проблема затрагивается, но работ, выявляющих качественную и количественную взаимосвязи турбулентности с характеристиками вихревых труб, практически нет.

В статье последовательно показано влияние турбулентной структуры потока на характеристики вихревых труб с оценкой предпочтительных размеров основных элементов геометрии и масштаба камеры энергоразделения.

Будем считать, что энергоразделение в вихревой трубе происходит в процессе переноса массы турбулентными структурами в условиях значительного радиального градиента давления, определяемого интенсивностью закрутки. При этом турбулентные структуры переносят некоторую массу газа на более высокие радиальные позиции, сжимаются, нагревая его, и, отдавая тепло окружающим массам, подогревают их. Циркулируя по замкнутой траектории вторичного течения, они совершают наблюдаемый в опытах эффект энергопереноса. Радиальная компонента

скорости у вторичных турбулентных структур достаточно велика [1-3]. Это позволяет считать процесс переноса массы в радиальном направлении адиабатным. Что касается процессов теплообмена на квазигоризонтальных участках траектории, то в некотором приближении их можно принять изобарными или изотермическими. В этом случае радиальный перенос массы газа вихревыми структурами осуществляют холодильные циклы Брайтона или Карно (рис. 1).

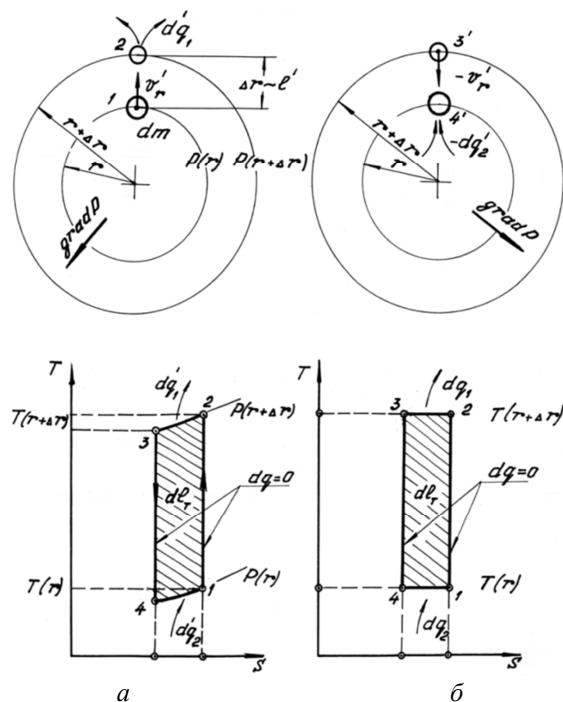


Рис. 1. Холодильные циклы в процессе переноса массы: а – цикл Брайтона; б – цикл Карно

Необходимая работа для реализации отмеченных циклов представляет собой энергию, затрачиваемую на генерацию турбулентности. При этом устанавливается динамическое равновесие с соответствующим распределением полной температуры.

Величина энергоразделения ограничивается двумя факторами – молекулярной теплопроводностью и способностью

$$\Gamma = \overline{u_r \cdot u_j} \frac{\partial j}{\partial r} + \overline{u_j \cdot u_z} \frac{\partial V}{\partial r} + \overline{u_r \cdot u_z} \frac{\partial V}{\partial r} + \overline{u_r^2} \frac{\partial V}{\partial r} + \overline{u_j^2} \frac{\partial V}{\partial r} + \overline{u_r^2} \frac{\partial V}{\partial r} + \overline{u_z^2} \frac{\partial V}{\partial r}, \quad (1)$$

где Γ – генерация турбулентности; u_r , u_z , u_j – радиальная, осевая и окружная компоненты скорости; V – осреднённая скорость потока; r – текущий радиус.

Основное влияние на процесс генерации оказывает первое слагаемое правой части выражения (1). Величина удельной энергии генерации турбулентной энергии пропорциональна турбулентным напряжениям сдвига и величине поперечного градиента осреднённой скорости.

В связи с тем, что с уменьшением радиуса генерация турбулентности неограниченно возрастает, возникает ощущение, что уменьшение диаметра вихревой трубы всегда приводит к росту эффективности энергоразделения.

Однако это не так безусловно. Необходимо учитывать при анализе граничные условия в вязком газе на твёрдой непроницаемой стенке, а турбулентность существует на некотором удалении от неё. Стремление радиуса к нулю заметно увеличивает генерацию турбулентности, но при этом сама турбулентность (в первую очередь крупномасштабная, вторичные вихревые структуры) исчезает. То есть необходимо учитывать обратный процесс – диссипацию турбулентности [5]

$$D = (A_0 U^3) / L_e, \quad (2)$$

где D – удельная диссипация турбулентной энергии; U – абсолютная пульсация

вторичных турбулентных структур осуществлять радиальный перенос масс газа.

Связь генерации и диссипации турбулентности с процессом энергоразделения

Состояние турбулентной структуры определяется превышением её генерации над диссипацией. Генерация турбулентной энергии определяется выражением [4]

скорости, $U^2 = (U_r^2 + U_\phi^2 + U_z^2) / 3$; L_e – линейный масштаб турбулентности (масштаб длины диссипации); A_0 – коэффициент диссипации

Коэффициент диссипации определяется турбулентным числом Рейнольдса [5]

$$A_0 = 0,4 + 15 / \text{Re}_T, \quad (3)$$

где $\text{Re}_T = Ul / \nu_T$, l – микромасштаб турбулентности, характеризующий мелкомасштабную часть спектра турбулентной структуры; ν_T – турбулентная вязкость.

В развитой турбулентной структуре скорость диссипации ограничена скоростью передачи энергии по каскадной цепочке размеров вихря, в верхней части которой расположены наиболее крупные. Для мелкомасштабной турбулентности препятствий для непосредственной диссипации турбулентной энергии нет, поэтому она очень быстро диссипирует в тепло.

Величины масштабов L_e и l пропорциональны характерным размерам. Следовательно, энергоразделение зависит от радиуса трубы r_1 . Должен существовать некоторый критический радиус трубы, при котором диссипация равна генерации турбулентности. На радиусах, меньше критического, эффективность труб резко падает. С ростом радиуса, начиная от нижнего критического, гене-

рация турбулентности растёт по отношению к её диссипации, а следовательно, растёт и энергоделение. Существует верхний критический радиус, при котором происходит снижение генерации над диссипацией. На основании этого можно сделать вывод, что существует оптимальный диаметр камеры энергоделения. Численные расчёты и некоторые опыты показывают, что оптимальное значение диаметра камеры энергоделения в сечении, примыкающем к сопловому вводу, лежат в диапазоне $20 \leq d_1 \leq 24$ мм (рис.2). В предельном случае при больших диаметрах почти вся генерируемая турбулентность крупномасштабная, однако её концентрация существенно падает, что и определяет снижение эффективности энергоделения.

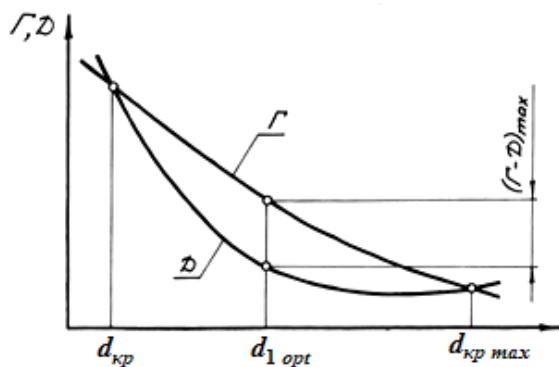


Рис. 2. Взаимное расположение кривых генерации Г и диссипации Д

Используя формализм Прандтля, данные источника [6] и закон сопротивления Блазиуса, авторами [7] в предположении линейности профиля окружной скорости в вынужденном вихре составлено выражение, определяющее превышение энергии генерации над диссипацией:

$$\Gamma - D = c \frac{V^3}{d_1} - \left(0,4 + \frac{15n_T}{egVd_1} \right) \frac{e^3 V^3}{I d_1} \quad (4)$$

Соотношения $L_e = \lambda d_1$ и $l = g d_1$ обоснованы физически и подтверждены результатами опытов [6]: $I = 0,5 - 0,6$; $g = 0,05$; $c = 0,03$.

Предполагая $\epsilon = \text{const}$ и $V = \text{const}$, т. е. считая, что речь идёт о развитой турбулентности, выражение (4) может быть проинтегрировано:

$$\frac{d(\Gamma - D)}{dr} = \frac{cV^3}{d_1^2} + \frac{0,4e^3V^3}{I d_1^2} + \frac{30n_T e^2 V^2}{g I d_1^3} \quad (5)$$

Приравнявая (5) нулю, с учётом $e = 0,528$ и $I = 1,0$, т. е. исключая свободный вихрь, где в сопловом течении могут достигаться скорости, незначительно превышающие звуковые, для $T_1^* = 300 K$, $Re = 10^5 - 10^6$, можно получить оценку: $d_{opt} = 5,6 - 38,4$ мм.

Таким образом, значение критического радиуса составляет $r_{1kp} = 2,8$ мм, а эффективность труб диаметром менее 5,6 мм существенно падает с уменьшением диаметра, что подтверждается опытами.

Отмеченный подход может быть использован при оценке влияния теплопроводности газа на снижение энергоделения в вихревых трубах. Удельный тепловой поток, обусловленный теплопереносом q_k в радиальном направлении

$$q_k = \rho u_m c_p \Delta T \quad (6)$$

Величина молекулярного потока q_T тепла в соответствии с гипотезой Фурье

$$q_T = -I_T \partial T / \partial r \quad (7)$$

где I_T – теплопроводность газа, Вт/(м К).

В [7] показано, что их отношение имеет вид

$$\frac{q}{q_k} = \frac{I_T \left(1 - \frac{p^a/t - 1}{p^a/t + 1} \right) (1 - p^a)}{r_1 r c_p e_r I t \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_1^*} \left[\frac{1}{t} (p^a + 1) - \frac{p^a + 1}{p^a} \right]} \quad (8)$$

где $a = \frac{k-1}{k}$.

Проведённые оценки для трубы диаметром 20 мм в результате вычислений приводят к соотношению

$$q_k/q = 0,266 \cdot 10^{-5} \tag{9}$$

Как видно из (9), влияние теплопроводности на эффекты энергоразделения незначительно.

Оценивая эффективность энергоразделения в вихревой трубе, традиционно используют введённые Хилшем эффект температурной эффективности η_t и адиабатный КПД, которые оценивают лишь эффекты охлаждения в сопоставлении с идеальным турбодетандером.

Основные гидравлические потери в вихревых трубах связаны с потерями на преодоление потоком турбулентного трения. Это позволяет дать термодинамическую оценку эффективности с введением оценки по внутреннему адиабатному КПД

$$h_{\text{вн}} = \frac{\Delta t}{\Delta t_{\text{ид}}} \tag{10}$$

где Δt – величина фактического температурного энергоразделения, К; $\Delta t_{\text{ид}}$ – величина возможного температурного энергоразделения, но при отсутствии потерь давления, вызванного турбулентными напряжениями.

$$h_{\text{вн}} = \frac{\Delta t}{\Delta t_{\text{ид}}} = (\Delta P / \Delta P_{\text{ид}})^a \tag{11}$$

где $\Delta P_{\text{ид}} = \Delta P + \Delta P_{\text{ном}}$ – изменение давления в идеальном процессе энергоразделения при отсутствии потерь; $\Delta P_{\text{ном}}$ – давление потока, вызванное турбулентными напряжениями трения.

Опуская математические операции, подробно описанные в [7], приведём в окончательном виде зависимость для расчёта $h_{\text{вн}}$:

$$h_{\text{вн}} = \frac{K_1}{(1 + 1,135e^2 \bar{l}_{\text{мп}}/S)^a} \tag{12}$$

где $0 \leq K_1 \leq 1,0$ – коэффициент, учитывающий распределение статической температуры по радиусу: $\bar{l}_{\text{мп}} = l_{\text{мп}}/d_1$.

Результаты оценки численных величин внутреннего адиабатного КПД труб различной геометрии с использованием выражения (12) в диапазоне относительной длины $3 \leq \bar{l}_{\text{мп}} \leq 20$ и разной степени закрутки потока $0,05 \leq S = V_z/V_\varphi \leq 0,2$ при $K_1 = 1$ приведены в табл.1.

Таблица 1. Влияние габаритов вихревой трубы на эффекты энергоразделения

\bar{l}	3	6	9	12	20	3	6	9	12	20	3	6	9	12	20
S	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
$\eta_{\text{вн}}$	0,613	0,5	0,463	0,431	0,374	0,714	0,613	0,556	0,5	0,452	0,806	0,714	0,656	0,613	0,541

Как видно, термодинамическая эффективность процесса энергоразделения в вихревых трубах невелика. Невысокое значение внутреннего адиабатного КПД

вихревой трубы связано с высоким уровнем турбулентности. Генерация турбулентности и многократные пульсации с переносом массы и образованием вторич-

ных вихревых структур за счёт передачи импульса через турбулентные сопряжения трения, диссипирующих часть механической энергии в тепло, в конечном итоге снижают эффект энергоразделения по отношению к предельно возможному. Для фиксированного перепада давления, достигаемого при $m = 0,7$, температурный эффект охлаждения составляет 0,5 от возможного. В этом случае $j_{ад}$, рассчитанное на основе $h_{вн}$, составит $j_{ад} = 0,214 - 0,25$. Опыты в пределе для цилиндрических труб дают величину $j_{ад} = 0,25 - 0,28$.

Вихревая труба с дополнительным потоком при малой длине $\bar{l} = 3$ и реализуемой интенсивности закрутки $s = 0,2$ имеет максимальную холодопроизводительность при $1,0 \leq m \leq 1,2$ [8]. Принимая эффект температурного разделения равным половине от возможного, получаем значение внутреннего адиабатного КПД трубы $0,403 \leq j_{ад}^{расч} \leq 0,424$. Опыты дают результаты $j_{ад} = 0,39 - 0,41$.

Приведённое сопоставление подчёркивает очевидную корреляцию между внутренним адиабатным термодинамическим КПД $h_{вн}$ и адиабатным $j_{ад}$ КПД вихревых труб.

Найдем оценку оптимальной длины камеры энергоразделения, обеспечивающей достижение предельно возможного температурного разделения в прямооточной трубе и определим величину радиуса разделения вихрей.

В прямооточной вихревой трубе равновесное состояние с адиабатным распределением параметров в поперечном сечении трубы достигается на определённом расстоянии от среза соплового ввода. Его распределение определяется достаточным количеством циклов радиального переноса

са массы вещества в процессе турбулентного перемешивания крупномасштабными вихревыми структурами, т. е. достаточным числом холодильных циклов.

На участке трубы длиной в один калибр число циклов турбулентных перемещений равно частному от деления объёма участка трубы $V_{mp} = p r_1^3$ на среднестатистический объём переносимой крупномасштабной турбулентной структуры $V_{тур} = (4pL_e^3)/3$, где L_e – линейный масштаб турбулентности.

Тогда на одном калибре число необходимых циклов

$$N = \frac{3}{4} \cdot \frac{r_1^3}{L_e^3}. \quad (13)$$

Число турбулентных радиальных перемещений n вычислим как отношение расхода газа, втекающего в сечение трубы к условному турбулентному расходу, равному ушестерённому расходу через сечение крупномасштабной вихревой структуры, определяемому по пульсационной скорости

$$n = \frac{r p r_1^2 V_z}{6 r' p L_e^2 u_r'}, \quad (14)$$

где r' – плотность вещества в вихревой структуре, r – средняя по сечению плотность вещества.

Из условия выполнения неразрывности, учитывая корреляционную взаимосвязь между составляющими пульсационной скорости и их равновероятностями в знаменателе, условный турбулентный расход воздуха в шесть раз принимается большим.

Пренебрегая различиями в r и r' в выражении (14), перепишем его в виде

$$n = \frac{r_1^2 V_z}{6 L_e u_r'}. \quad (15)$$

Длина части вихревой трубы от соплового ввода до сечения с «равновесным» распределением температуры долж-

на быть больше n в N раз:

$$\frac{L}{r_1} = \frac{N}{n} = \frac{3}{2} \frac{r_1 u'}{Le u_z}. \quad (16)$$

Из (16) с учётом ранее введённых обозначений можно найти

$$L = L/d_1 = \frac{9}{4} \frac{r_1 e}{Le S}. \quad (17)$$

Используя опытные данные в отношении $Le = (0,5 - 0,6)r_1$ и оценку $e = 0,258$, преобразуем (17) к виду:

$$L = 0,58 \frac{r_1}{Le S}. \quad (18)$$

Для прямооточных труб с учётом ранее выполненных оценочных расчётов по интенсивности закрутки вынужденного вихря $S = 0,05 - 0,1$ и $Le = (0,5 - 0,6)r_1$ оценка для $S = 0,05$ колеблется в пределах $\bar{L} = 19,3 - 20,3$. Опытные данные при отсутствии раскручивающей поток крестовины в камере энергоразделения перед дроссельным устройством определяют оптимальную длину в 20 калибров, что согласуется с результатом оценочных расчётов.

Для противоточных труб по оценкам длина должна быть примерно в 2 раза меньше: 6 – 12 калибров.

Для трубы с дополнительным потоком в два раза меньше противоточных 3 – 6 калибра. Приведённые относительно грубые оценки, тем не менее, выглядят достоверно при сравнении с результатами опытов.

Что касается радиуса разделения вихрей, то в [7] получено

$$0,033r_2^6 - 1,857\bar{r}_2^4 + 2,834\bar{r}_2^3 + 0,6\bar{r}_2^2 - 2 + \frac{2\bar{L}_T}{pr_o w} = 0. \quad (19)$$

Численное решение выражения (19)

даёт единственный корень $\bar{r}_2 = 0,845$. Учитывая неравномерность распределения осевых скоростей по радиусу, можно предположить, что для критического истечения из сопла закручивающих устройств действительная величина радиуса разделения вихрей лежит в пределах $0,8 \leq \bar{r}_2 \leq 0,85$. Эту величину можно закладывать в расчёты при использовании гипотезы взаимодействия вихрей.

Проведённые оценочные расчёты, построенные на основе анализа структуры потока в камере энергоразделения вихревых труб, подтвердили допущение о том, что основное влияние на эффекты перераспределения полной энтальпии оказывает турбулентный массоперенос в поле интенсивного радиального градиента давления. Подтверждена правомочность предложения об адиабатном распределении термодинамических параметров в сечении, где процесс перераспределения энергии завершён. Для прямооточной трубы это сечение выхода потоков из неё в зоне размещения дросселя и отверстия диафрагмы. Для противоточной и двухконтурной вихревых труб таких сечений два: соплового ввода и размещения дросселя или крестовины раскручивающего устройства.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 11-08-00800-а и государственного задания Минобрнауки РФ № 7.3957.2011.

Библиографический список

1. Fröhlingdorf, W. Numerical investigations of the compressible flow and the snerdy separation in the Rangué-Hilsch vortex tube [Text] / W. Fröhlingdorf, H. Unger // International Journal of Heat and Mass Transfer, № 42, 1999. – P.P. 415 – 422.
2. Sohn, C. H. Investigation of the separation in the tube [Text] / C.H.Sohn, Jung and C. S. Kim // 702 – 701. Sankyuk – dong. Puk-gu. Daegn. Korea.

3. Пиралишвили, Ш.А. Физико-математические модели процесса энерго-разделения в вихревых термотрансформаторах Ранка [Текст] / Ш. А. Пиралишвили – Андропов: АнАТИ, 1985. – 95 с. – Деп. В ВИНТИ 04. 01. 85. – №160 – 85.
4. Хинце, И.О. Турбулентность [Текст] / И.О. Хинце. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1963. – 680 с.
5. Зырянкин, А.Е. Диссипация энергии в турбулентных потоках [Текст] / А.Е. Зырянкин, Б.В. Барановский // Тр. МЭИ, 1975. – Вып. 273. – С. 42-48.
6. Шлихтинг, Г. Теория погранично-го слоя. – М.: Наука, 1974. – 711 с.
7. Пиралишвили, Ш.А. Анализ влияния турбулентных характеристик течения в вихревых трубах на геометрию трубы и термодинамику процесса энерго-разделения [Текст] / Ш.А. Пиралишвили, Б.В. Барановский – М., 1991. Деп. ВИНТИ, №1011. – 42 с.
8. Пиралишвили, Ш.А. Вихревой эффект. Эксперимент, теория, технические решения [Текст] / Ш.А. Пиралишвили, В.М. Поляев, М.Н. Сергеев; под. ред. А.И. Леонтьева. – М.: УНПЦ «Энергомаш», 2000. – 412 с.

INFLUENCE OF ENERGY SEPARATION AND VORTEX TUBE GEOMETRY ON THE FLOW TURBULENCE

© 2013 Sh. A. Piralishvili

FGBOU VPO “P.A. Solovyov Rybinsk State Aviation Technical University”

The paper outlines the interconnection between the characteristics of energy separation and the turbulence of the vortex flow based on the geometrical characteristics of the vortex tube (such as length, diameter, etc.). The calculated data are compared with the experimental results.

Vortex tube, energy separation, turbulence, radius of separation, diameter, efficiency, adiabatic efficiency, potential and forced vortex.

Информация об авторе

Пиралишвили Шота Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Общая и техническая физика», Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П. А. Соловьева. E-mail: piral@list.ru. Область научных интересов: аэрокосмическая теплофизика, энергетика, гидрогазодинамика и теплообмен в ограниченных потоках, вихревой эффект.

Piralishvili Shota Alexandrovich, Doctor of Sciences (Engineering), Professor, Head of the Department of General and Technical Physics, P.A. Solovyov Rybinsk State Aviation Technical University. E-mail: piral@list.ru. Area of research: thermal physics, power engineering, flow dynamics and heat transfer in restricted flows, vortex effect.