



контролируемого объекта относительно вы-  
бранных(ой) на изображении точек(чки) от-  
счёта;

$F_1\{x_{1k}(r, \tau), \dots, x_{pk}(r, \tau), L_{1k}, \dots, L_{qk}\}, \dots,$   
 $F_p\{x_{1k}(r, \tau), \dots, x_{pk}(r, \tau), L_{1k}, \dots, L_{qk}\}$  – много-  
компонентные векторные функции множе-  
ства составляющих их информативных ком-  
понентов  $x_{1k}(r, \tau), \dots, x_{pk}(r, \tau)$  и компонен-  
тов  $L_{1k}, \dots, L_{qk}$   $k$ -й координатной составля-  
ющей  $L_k$  многомерного тестового объекта  
(многомерного теста)  $L$ .

2. Реализуемость специальных изме-  
рительно-вычислительных алгоритмов:

$$\left. \begin{aligned} x_{1k}(r, \tau) &= f_1\{Y_1(r, \tau), \dots, Y_n(r, \tau)\}; \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ x_{pk}(r, \tau) &= f_p\{Y_1(r, \tau), \dots, Y_n(r, \tau)\}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

условием существования которых, при не-  
прерывности и дифференцируемости  
 $Y_1(r, \tau), \dots, Y_n(r, \tau)$  во всём диапазоне изме-  
рения, является неравенство нулю Якобиана:

$$\det \left[ \frac{\partial Y_i(r, \tau)}{\partial x_{jk}(r, \tau)} \right] \neq 0 \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, p}. \quad (4)$$

Условие (4) обеспечивается реализа-  
цией «асимметрии» величин  
 $Y_1(r, \tau), \dots, Y_n(r, \tau)$  относительно составля-  
ющих их компонентов  $L_{1k}, \dots, L_{qk}$  и  
 $x_{1k}(r, \tau), \dots, x_{pk}(r, \tau)$ , которая выражена не-  
равенством (2).

Очевидно, что при использовании од-  
ноканальной оптической системы функции  
коэффициенты  $\psi_1, \dots, \psi_n$  одинаковы. Введём  
коэффициент передачи оптического преоб-  
разователя  $\sigma$ . Тогда система уравнений (1)  
может быть записана в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} Y_1(r, \tau) &= \sigma \{F_1\{x_{1k}(r, \tau), \dots, x_{pk}(r, \tau), L_{1k}, \dots, L_{qk}\}\}; \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ Y_n(r, \tau) &= \sigma \{F_p\{x_{1k}(r, \tau), \dots, x_{pk}(r, \tau), L_{1k}, \dots, L_{qk}\}\}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$(n \geq p \geq 2)$ .

Опираясь на приведённые в работе [6]  
положения о многокомпонентной физиче-

ской величине и многомерном тестовом объ-  
екте, определим вид функции  $F$  связи ин-  
формативных компонентов

$x_{1k}(r, \tau), \dots, x_{pk}(r, \tau)$  и компонентов  
 $L_{1k}, \dots, L_{qk}$   $k$ -й координатной составляю-  
щей  $L_k$  многомерного теста  $L$  в модели (5):

$$F_{ik}\{x_{1k}(r, \tau), \dots, x_{pk}(r, \tau), L_{1k}, \dots, L_{qk}\} =$$

$$= \sum_k^{\{x, y, z\}} \sum_{u=1}^q v_{iuk} L_{iuk} + \sum_k^{\{x, y, z\}} \sum_{j=1}^p \eta_{ijk} x_{ijk}(r, \tau), \quad (6)$$

где  $i$  – порядковый номер функции связи;  
 $k \in \{x, y, z\}$  – множество координатных со-  
ставляющих;  $u$  – порядковый номер компо-  
нентов многокомпонентного теста  $L_{iuk}$ ;  $j$  –  
порядковый номер информативных компо-  
нентов  $k$ -й координатной составляющей  
многокомпонентного перемещения  $X_k(r, \tau)$ ;  
 $v_{iuk} \in [0, 1]$  – весовые коэффициенты, отра-  
жающие отсутствие – 0 или наличие – (0,1]  
соответствующей компоненты многокомпо-  
нентного теста  $L_{iuk}$  в модели (6);  $\eta_{ijk} \in [0, 1]$  –  
весовые коэффициенты, отражающие отсут-  
ствие – 0 или наличие – (0,1] соответствую-  
щей информативной компоненты  $x_{ijk}(r, \tau)$  в  
модели (6).

Механизм комбинирования коэффици-  
ентов  $v_{iux} \in [0, 1], v_{iuy} \in [0, 1], v_{iuz} \in [0, 1],$   
 $\eta_{ijx} \in [0, 1], \eta_{ijy} \in [0, 1], \eta_{ijz} \in [0, 1]$  в области  
их определения позволяет, сохраняя универ-  
сальный характер модели (6), адаптировать  
её к конкретным задачам.

Любое перемещение, в том числе и  
многокомпонентное, описывается в соответ-  
ствии с законами и положениями векторной  
алгебры. При рассмотрении проекции век-  
торных величин на плоскость и введении  
специальных соглашений, основывающихся  
на законах векторной алгебры, можно суще-  
ственно упростить процесс синтеза сложных  
математических моделей, входящих в систе-  
мы уравнений (1) или, соответственно, (5), и  
сделать её формальным. Для этого введём  
специальные коэффициенты  $\xi_{iuk}, \zeta_{iuk}, \gamma_i,$   
принимаяющие значения в соответствии со  
следующими соглашениями:

$$\xi_{luk}, \zeta_{ijk} = \begin{cases} +1, \text{ если проективекторы } \mathbf{L}_{luk}, \mathbf{x}_{ijk} \\ \text{совпадают направлением соответ-} \\ \text{ствующей оси координат} \\ -1, \text{ если проективекторы } \mathbf{L}_{luk}, \mathbf{x}_{ijk} \\ \text{не совпадают направлением} \\ \text{соответствующей оси координат} \\ 0, \text{ если соответствующая} \\ \text{компонента отсутствует} \end{cases}; \quad (7)$$

$$\gamma_i = \begin{cases} +1, \text{ если проективекторы } \mathbf{Y}_i(\mathbf{r}, \tau) \\ \text{совпадают направлением соответ-} \\ \text{ствующей оси координат} \\ -1, \text{ если проективекторы } \mathbf{Y}_i(\mathbf{r}, \tau) \\ \text{противоположны направлению} \\ \text{соответствующей оси координат} \end{cases}. \quad (8)$$

Тогда система уравнений (5) может быть записана в следующей скалярной форме:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 Y_1(\tau) &= \sigma \left\{ \sum_k \sum_{u=1}^q \xi_{luk} v_{luk} L_{luk} + \sum_k \sum_{j=1}^p \zeta_{1jk} \eta_{1jk} x_{jk}(\tau) \right\}; \\ &\dots \dots \dots \\ \gamma_n Y_n(\tau) &= \sigma \left\{ \sum_k \sum_{u=1}^q \xi_{nuk} v_{nuk} L_{luk} + \sum_k \sum_{j=1}^p \zeta_{nj k} \eta_{nj k} x_{jk}(\tau) \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$(n \geq p \geq 2)$ ,

где  $Y_1(\tau), \dots, Y_n(\tau)$  – расстояния от выбранных на чувствительной плоскости приёмника изображения точек начала отсчёта (меток) до  $i$ -х точек изображения контролируемого объекта [7].

Приведём систему уравнений (9) по форме к виду (1):

$$\left. \begin{aligned} Y_1(\tau) &= -\gamma_1 \sigma \left\{ \sum_k \sum_{u=1}^q \xi_{luk} v_{luk} L_{luk} + \sum_k \sum_{j=1}^p \zeta_{1jk} \eta_{1jk} x_{jk}(\tau) \right\}; \\ &\dots \dots \dots \\ Y_n(\tau) &= -\gamma_n \sigma \left\{ \sum_k \sum_{u=1}^q \xi_{nuk} v_{nuk} L_{luk} + \sum_k \sum_{j=1}^p \zeta_{nj k} \eta_{nj k} x_{jk}(\tau) \right\}, \end{aligned} \right\} \cdot \quad (10)$$

$(n \geq p \geq 2)$ .

Условие (4) существования соответствующих измерительно-вычислительных алгоритмов, получаемых из (10), будет выглядеть следующим образом:

$$\det \left[ \frac{\partial Y_i(\tau)}{\partial x_{jk}(\tau)} \right] \neq 0 \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, p}. \quad (11)$$

Решая систему уравнений (10) относительно  $x_{1k}(\tau), \dots, x_{pk}(\tau)$ , можем записать соответствующие измерительно-вычислительные алгоритмы в виде:

$$\left. \begin{aligned} x_{1k}(\tau) &= f_1 \{Y_1(\tau), \dots, Y_n(\tau)\}; \\ &\dots \dots \dots \\ x_{pk}(\tau) &= f_p \{Y_1(\tau), \dots, Y_n(\tau)\}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Данные алгоритмы могут содержать знак «-» перед аналитическим выражением, наличие которого несёт соответствующее информационное содержание, обусловленное принятыми ранее соглашениями (7) и (8). В частности «-» перед значением соответствующей компоненты  $x_{jk}(\tau)$  говорит о направлении вектора перемещения, противоположном направлению соответствующей координатной оси.

Представленные основы метода многомерных тестовых объектов являются базой для построения оптических информационно-измерительных систем определения составляющих сложных многокомпонентных перемещений подвижных объектов, позволяя в рамках метода решать некорректную задачу восстановления реальных координат движущегося объекта по его плоскому изображению. Примеры реализации метода представлены в работах [6, 7].

Как следует из положений представленного метода, существенную роль для его реализации играют модели многокомпонентных перемещений, используемые в процессе построения систем уравнений (1), (5), (10). Аппарат построения таких моделей, основанный на базовых положениях концепции векторной многокомпонентной физической величины [1-3], принципиально необходим для решения проблемы измерения. Ещё одной оригинальной особенностью названных моделей является наличие в них новых математических объектов  $\mathbf{L}_{1k}, \dots, \mathbf{L}_{qk}$ , отражающих использование нового физического объекта, получившего название тестового. Использование таких объектов в рассматриваемых моделях обусловлено необходимостью наращивания их информационной избыточности, переходящей в качество получаемой в процессе реализации метода

многомерных тестовых объектов измерительной информации. Однако вопросы генерирования многомерных тестовых объектов, их классификации, области существования, оптимизации количества их информационных составляющих, вопросы влияния их вида на качество и количество получаемой в процессе измерения информации до настоящего времени почти не поднимались. Поэтому следующие шаги в развитии данного научного направления целесообразно направить в указанных направлениях.

В работе [6] отмечено, что в зависимости от размерности модели тестовый объект может быть одномерным или многомерным. Проводя аналогию между информативными параметрами (составляющими) многомерного тестового объекта и информативными составляющими сложных перемещений, составляющие многомерных тестов или их проекции на координатные оси можно рассматривать как многокомпонентные величины – многокомпонентные тесты, составляющие которых в моделях многокомпонентных перемещений также являются векторными величинами. Соответственно, общая методика формирования многокомпонентных тестов и функции связи их компонентов с моделируемыми величинами подпадают под основные положения концепции векторных многокомпонентных физических величин, которые могут быть сформулированы следующим образом:

- многомерные многокомпонентные тесты рассматриваются как функции множества составляющих их информативных компонентов;

- функции связи названных компонентов в моделях многокомпонентных тестов определяются законами векторной алгебры;

- модели векторных многомерных многокомпонентных тестов допускают многовариантность представления указанных составляющих в зависимости от решаемой задачи.

Рассмотрим примеры формирования многокомпонентных тестов на основе одномерных и многомерных тестовых объектов.

На рис. 1 показан одномерный тестовый объект в виде отрезка АВ. Его можно рассматривать как одномерный однокомпо-

нентный или как одномерный многокомпонентный объект.

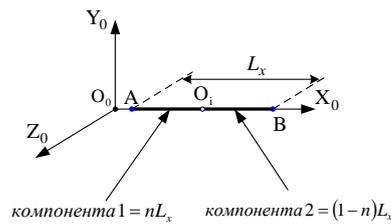


Рис. 1. Одномерный тестовый объект

В первом случае учитывается то, что отрезок АВ размещён вдоль оси  $O_0X_0$ , проецируется на плоскость  $O_0Y_0Z_0$  в точку и имеет один образцовый геометрический параметр – длину  $L_x$ . Во втором случае рассматриваются два образцовых параметра:

$$AO_i = nL_x; O_iB = (1-n)L_x, n \in (0, 1) \quad (13)$$

Соответственно, каждый из обозначенных параметров может участвовать в формировании модели (10).

На рис. 2 показан многомерный тестовый объект в виде крестообразной фигуры ABCD. Фигура расположена в плоскости  $O_0X_0Y_0$ .

На ней обозначены следующие образцовые параметры (тесты), являющиеся информативными параметрами данного многомерного тестового объекта:

$$AB = L_{ABx} \text{ и } CD = L_{CDy};$$

$$(14) AO_i = nL_{ABx} \text{ и } BO_i = (1-n)L_{ABx}, (n = 0,5);$$

$$(15) CO_i = nL_{CDy} \text{ и } DO_i = (1-n)L_{CDy}, n = 0,5;$$

$$(16) EB = (1-n)L_{ABx} \text{ и } FD = (1-n)L_{CDy}, (n = 0,75).$$

$$(17)$$

В моделях (6), (9) и (10) весовые коэффициенты  $v_{iuk} \in [0,1]$  и  $v_{iux} \in [0,1], v_{iuy} \in [0,1], v_{iuz} \in [0,1]$  являются аналогами коэффициентов  $n$  и  $(1-n)$  в соотношениях (13) – (17). В соответствии с положениями методики формирования многокомпонентных тестов они определяют модуль соответствующей компоненты многомерного тестового объекта. Положительное направление вектора соответствующей компоненты многокомпонентного тестового объекта в формируемых моделях определяется в соответствии с соглашением (7).

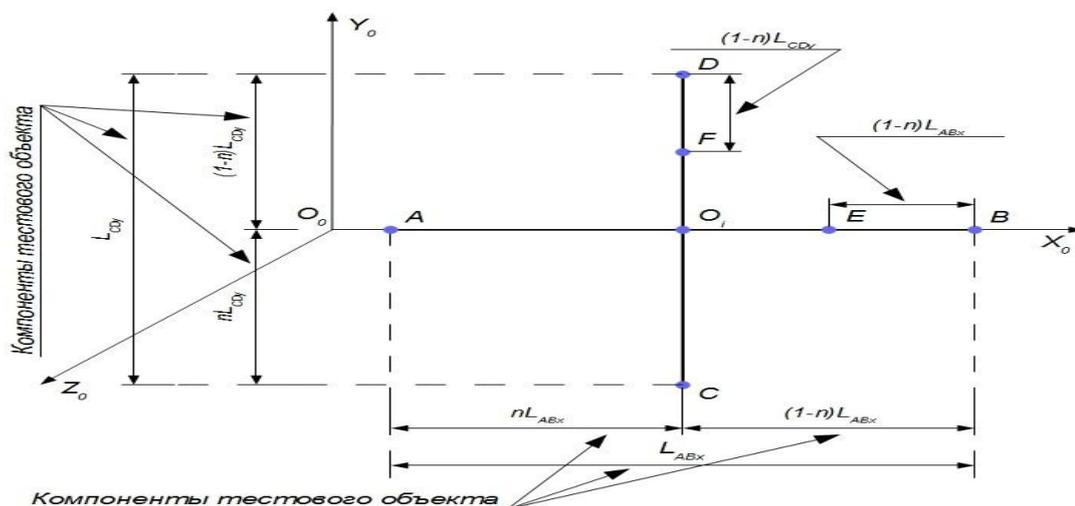


Рис. 2. Многомерный тестовый объект

Таким образом, приведённый в работе аппарат формального построения моделей (6) позволяет автоматически включить в этот процесс встраивание в них информативных составляющих многокомпонентных многомерных тестов, что делает процедуру реализации метода измерения логически завершённой. Несмотря на многие вопросы, раскрытые здесь и в работах, на которые даны

ссылки, проблемы формирования многомерных тестов, их классификации, оптимизации количества и качества в моделях, о которых говорилось во второй части настоящей работы, ещё предстоит рассмотреть. И в этой связи вторая часть статьи носит в значительной степени постановочный характер, определяя направление дальнейших исследований.

### Библиографический список

1. Нестеров В.Н. Принципы измерений векторных многокомпонентных физических величин // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2003. №2-3. С.92-98.
2. Нестеров В.Н. Теоретические основы измерений составляющих векторных многокомпонентных физических величин // Труды III международной конференции «Идентификация систем и задачи управления». 28-30 января 2004. М.: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 2004. С.1691-1700.
3. Нестеров В.Н. Теоретические основы измерений составляющих векторных многокомпонентных физических величин // Измерительная техника. 2004. №7. С.12-16.
4. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 624 с.
5. Нестеров В.Н., Мещанов А.В. Математические модели векторных многокомпонентных физических величин и метод многомерных тестов в оптических измерительных системах // Измерительная техника. 2006. №12. С.10-13.
6. Нестеров В.Н., Мухин В.М., Мещанов А.В. Метод многомерных тестовых объектов в оптических измерительных системах / Под ред. В.Н. Нестерова. Самара: Изд-во Самарского научного центра РАН, 2013. 224 с.
7. Нестеров В.Н., Мещанов А.В., Мухин В.М. Способ измерения компонентов сложных перемещений объекта. Пат. 2315948 РФ, МПК G 01 B 11/00. №2006114270/28; заявл. 26.04.2006; опубл. 27.01.2008, Бюл. №3.

**Информация об авторах**

**Нестеров Владимир Николаевич**, доктор технических наук, профессор кафедры конструирования и технологии электронных систем и устройств, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева (национальный исследовательский университет). E-mail: [nesterov.ntc@gmail.com](mailto:nesterov.ntc@gmail.com). Область научных интересов: измерительные системы.

**Нестеров Дмитрий Владимирович**, аспирант кафедры конструирования и технологии электронных систем и устройств, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева (национальный исследовательский университет). E-mail: [nesterov.ntc@gmail.com](mailto:nesterov.ntc@gmail.com). Область научных интересов: измерительные системы.

**FUNDAMENTALS OF OPTICAL MEASUREMENTS OF INFORMATIVE COMPONENTS OF COMPLEX MOVEMENTS**

© 2014 V.N. Nesterov, D.V. Nesterov

Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation

Theoretical fundamentals of optical measurements informative components of complex movements on the basis of multivariate test objects are explicated.

*Optical measurements, multi-movement, multidimensional test objects, the formalization of constructing models.*

**References**

1. Nesterov V.N. Measurement principles of vector multi-component physical values // Information-measuring and control systems. 2003. No 2-3. P.92-98. (In Russ.)
2. Nesterov V.N. Theoretical bases of measurement of vector multi-component physical values // Proceedings of the III International Conference "System Identification and Control Problems". M.: IPC RAS of a name of V.A. Trapeznikov, 28-30 January 2004. P.1691-1700. (In Russ.)
3. Nesterov V.N. Theoretical bases of measurement of vector multi-component physical values // Measurement equipment. 2004. No 7. P.12-16. (In Russ.)
4. K. Fu, R. Gonsales, K. Li. Robotics: Translation from English. – M.: Mir, 1989. 624 p.
5. Nesterov V.N., Meschanov A.V. Mathematical models of vector multi-component physical values and method of multidimensional tests in optical measurement systems // Measurement technics. 2006. No 12. P.10-16. (In Russ.)
6. Nesterov V.N., Muchin V.M., Meschanov A.V. Method of multidimensional test objects in optical measurement systems // In red. V.N. Nesterov. – Samara: SSC RAS, 2013. 224 p.
7. Nesterov V.N., Muchin V.M., Meschanov A.V. Sposob izmereniya komponentov slozhnykh peremesheniy obekta [Method for measuring components of complex object movements]. Pat. 231948 Ru, IPC G 01 B 11/00. -No.2006114270/28; (reported 26.04.2006; published 27.01.2008, Bull. No.3.)

### **About the authors**

**Nesterov Vladimir Nikolaevich**, Doctor of Sciences (Engineering), professor of design and technology of electronic systems and devices. E-mail: [nesterov.ntc@gmail.com](mailto:nesterov.ntc@gmail.com). Area of research: measuring systems.

**Nesterov Dmitry Vladimirovich**, post-graduate student, Department of Design and Technology of Electronic Systems and Devices. E-mail: [nesterov.ntc@gmail.com](mailto:nesterov.ntc@gmail.com). Area of research: measuring systems.