

УДК 620.179.14 + 004.4

ОСОБЕННОСТИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК КЛАСТЕРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

© 2014 А. И. Меркулов, А. Ю. Лавров, Д. С. Бурков

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

В работе рассмотрены особенности моделирования кластера вихретоковых преобразователей с учётом их взаимного влияния. Показана необходимость учёта как суммарной напряжённости магнитных полей токовых элементов кластера вихретоковых преобразователей, так и результирующего сечения магнитных потоков каждого преобразователя, которое является конструктивно неограниченным.

Вихретоковый метод контроля, кластер электромагнитных преобразователей, численные методы расчёта электромагнитного поля.

Аналитические методы, известные в теории электромагнитного поля, позволяют проводить расчёты магнитных полей в некоторых частных случаях, при этом решение большинства практических задач связано с большими математическими трудностями и часто оказывается мало пригодным для инженерных целей [1]. Расчёт реальных систем методами теории поля обычно сводится к решению уравнений в частных производных, интегральных или интегро-дифференциальных уравнений. Решение таких уравнений в большинстве случаев возможно только численными методами, реализация которых без применения ЭВМ практически невозможна [2].

Методы вихретокового контроля перемещений и геометрии объектов контроля (ОК), выполненных из проводящих материалов, основаны на изменении начальной индуктивности L_n ортогональных накладных преобразователей (ПНО) в результате взаимодействия синфазных электромагнитных полей катушек ПНО и русла вихревых токов, наводимых на поверхности ОК. Величина L_n определяется магнитным потоком $\Phi_{пн}$, создаваемым током I_k проводниками в рабочем пространстве между преобразователем и ОК. При этом необходим учёт полевого взаимодействия нескольких ПНО, образующих кластер.

В большом классе задач моделирования электромагнитного взаимодействия вихретокового преобразователя и ОК можно принять допущение о квазистационарности электромагнитного поля в рабочем зазоре [3, 4]. Таким образом, поток $\Phi_{тэ}$ токовых элементов (ТЭ), образующих ПНО, в общем виде может быть определён как:

$$\Phi_{тэ} = \mu_0 \mu_r \int_{S_m} (\vec{H}, e_0) dS_m, \quad (1)$$

где $\vec{H} = (H_x, H_z)$ - напряжённость электромагнитного поля, создаваемого ТЭ в сечении S_m ; e_0 - единичный вектор положительной нормали к S_m . Для ПНО сечение S_m конструктивно неограниченно, что требует дополнительного анализа функций пространственного распределения \vec{H} в рабочем пространстве ПНО. Электромагнитное поле ПНО, имеющее трёхмерный характер функций пространственного распределения, удобно представить в виде элементарных трубок Φ_i магнитного потока малого сечения $\Delta S_m = \Delta b_s \Delta h_z$, где Δb_s - ширина, а Δh_z - высота магнитной трубки потока $\Phi_{пн}$. Площадь сечения магнитного потока может быть вычислена как $S_m = m_y m_z \Delta S_m$, где m_y, m_z - количество трубок магнитного потока, учитываемых вдоль осей Y и Z . В пределах малого сечения ΔS_m в плоскости YZ напряжён-

ность поля $(\vec{H}, \vec{e}_0) = \vec{H}_x$; поле считаем однородным и принимаем $\vec{H}_x = \text{const}$.

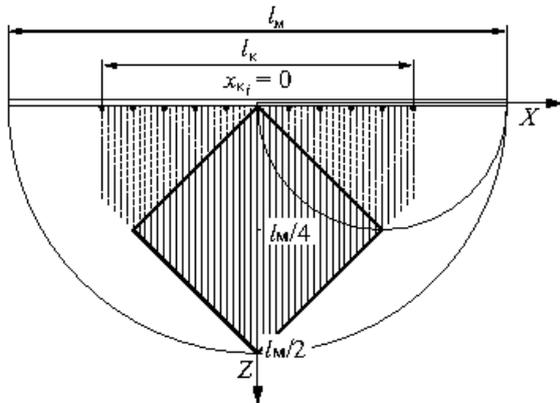
Разбиение $\Phi_{TЭ}$ на элементарные трубки магнитного потока позволяет представить выражение (1) в виде суммы:

$$\Phi_{TЭ} = \sum_{t_z=1}^{m_z} \sum_{t_y=1}^{m_y} \Phi_{t_z, t_y} = \mu_0 \mu_r \sum_{t_z=1}^{m_z} \sum_{t_y=1}^{m_y} H_{x, t_z, t_y} \Delta S_{M'} \quad (2)$$

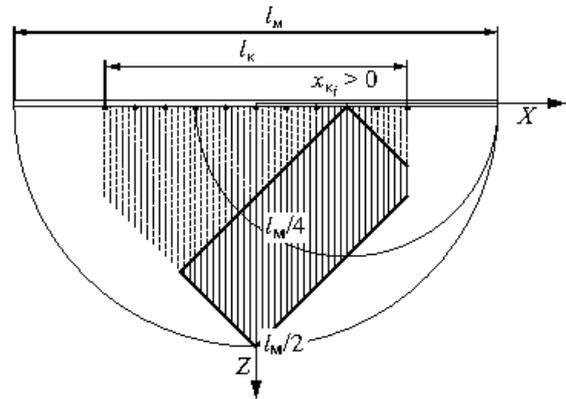
где $\Phi_t = \mu_0 \mu_r H_{x, t} \Delta S_M$ — магнитный поток $t_{z,y}$ -й элементарной трубки. Размеры ПНО $l_M > b_M \gg d_M$.

Выражение (2) позволяет определить магнитный поток, создаваемый одиночным ТЭ. Кластер ПНО включает большое количество ТЭ ($n_x \times n_y$), расположенных в плоскости XU . Для учёта взаимного влияния ТЭ друг на друга представим магнитный поток i -го ТЭ в виде суммы магнитного потока Φ_{c_i} , создаваемого собственно i -м ТЭ, и магнитных потоков $\sum_{j=1}^{(n_x-1)n_y} \Phi_{m_{ij}}$, создаваемых j -ми ТЭ и охватывающих i -й ТЭ:

$$\Phi_{TЭi} = \Phi_{c_i} + \sum_{j=1}^{(n_x-1)n_y} \Phi_{m_{ij}}$$



а)



б)

Рис. 1. Графическая иллюстрация к расчёту количества учитываемых вдоль оси Z трубок магнитного потока

$$m_{z_i} = \frac{0.5l_M - |x_{K_i}|}{\Delta h_z}, \quad (3)$$

где x_{K_i} - координата i -го ТЭ; Δh_z - высота поперечного сечения ΔS_M одиночной трубки магнитного потока. Количество $m_{z_{ij}}$ трубок магнитного потока, создавае

При расчёте количества m_z трубок магнитных потоков ТЭ считаем, что магнитные трубки замыкаются на магнитопроводе длиной l_M . Это позволяет ограничить сечение S_M потока $\Phi_{TЭi}$ вдоль оси Z координатой $h_z \leq (l_M/2 - |x_{K_i}|)$, где $|x_{K_i}|$ - координата i -го ТЭ вдоль оси X.

На рис. 1 а, б показана графическая иллюстрация к расчёту количества трубок магнитных потоков $\Phi_{TЭi}$, учитываемых вдоль оси Z. Сечения S_{M_i} показаны в виде проекций на плоскость XZ. Дугами показаны трубки магнитных потоков среднего $\Phi_{TЭ}(x_M = 0)$ и соседнего $\Phi_{TЭ}(x_M > 0)$ ТЭ. Из рис. 1, а видно, что наибольшее удаление от магнитопровода ($h_z = l_M/2$) имеет средний ТЭ ($x_M = 0$). Непрерывными линиями проекций S_M показаны магнитные трубки $\Phi_{m_{ij}}$ соседних ТЭ, охватывающие средний ТЭ. По аналогии, на рис. 1, б показаны S_M трубок магнитных потоков ТЭ, смещённого к краю магнитопровода ($x_M > 0$).

Таким образом, количество трубок магнитного потока Φ_{s_i} , создаваемого i -м ТЭ, равно:

мых j -м ТЭ и охватывающих i -й ТЭ, зависит от взаимного расположения ТЭ и составляет:

$$m_{z_{ij}} = m_{z_j} - \frac{|x_{K_j} - x_{K_i}|}{\Delta h_z}, \quad (4)$$

где m_{zj} - количество учитываемых магнитных трубок j -го ТЭ. m_{zij} трубок образуют часть собственного магнитного потока Φ_{cj} j -го ТЭ, количество трубок которого вычисляется по формуле (3). Из выражения (4) видно, что поток Φ_{mij} существует, если $m_{zij} > 0$.

Вдоль оси Y электромагнитное поле, создаваемое ТЭ, конструктивно неограниченно, что требует определения ширины b_s магнитного потока с учётом взаимодействия ТЭ кластера.

Известен метод зеркальных изображений, в котором проводящая среда мысленно заменяется проводником с током $I_k = -I'_k$, представляющим собой зеркальное отражение исходного проводника [5]. Поле проводника с током I'_k симметрично полю исходного проводника. При этом для линии, образованной равноудалёнными от проводников точками, выполняется условие:

$$\vec{H}_x = \vec{H}'_x, \tag{5}$$

где \vec{H}_x, \vec{H}'_x — напряжённости соседних ТЭ в точке, равноудалённой от них. Симметрия функций распределения напряжённостей \vec{H}_x, \vec{H}'_x в рабочем пространстве позволяет рассматривать электромагнитное взаимодействие соседних ТЭ как взаимное отражение электромагнитных полей. При этом поверхность, удовлетворяющая условию (5), рассматривается как граница сечений магнитных потоков соседних ТЭ.

Проводник $b_{ш} \rightarrow \infty$ создаёт в окружающем пространстве плоскопараллельное электромагнитное поле, так что на границе ТЭ напряжённости силовых линий соседних трубок магнитных потоков равны между собой. Пользуясь принципом суперпозиции, для ТЭ расположенных справа и слева от k и $(k+1)$ ТЭ, запишем:

$$\sum_{-\infty}^k \vec{H}_x = \sum_{k+1}^{\infty} \vec{H}_x. \tag{6}$$

При этом, в силу плоскопараллельного характера распределения поля в окружающем

проводник пространстве, проекция силовых линий поля на плоскость YZ расположена под углом $\varphi_m = 0$ к нормали, проведённой к оси проводника (рис. 2). Будем использовать указанную концепцию взаимного влияния полей ТЭ, образующих дискретную токовую шину, для расчёта магнитных потоков соседних ПНо кластера, для которых в качестве условия определения положения границ сечений S_m магнитных потоков ТЭ принимаем следующее равенство, записанное по аналогии с (6):

$$\sum_{i=1}^p H_{xi} = \sum_{i=p+1}^{n_y} H_{xi}, \tag{7}$$

где n_y - количество ПНо, образующих дискретную токовую шину; p — порядковый номер ПНо в кластере.

Расчёт углового φ_m положения силовых линий электромагнитного поля дискретной шины $b_{ш}$ с использованием условия (7) показывает, что проекции магнитных трубок, расположенных на границе ТЭ, отклоняются в сторону внешних ТЭ. Для упрощения расчёта S_m аппроксимируем проекции магнитных трубок прямыми линиями вида:

$$y_{si} = y_{sn} + h_z \operatorname{tg} \varphi_m,$$

где $y_{sn} = y_{ki} + b_m/2$ - координата положения граничных силовых линий \vec{H}_x при $h_z = 0$, которая определяется конструктивным размером b_m и координатой y_{ki} ТЭ в дискретной шине; φ_m — угловое положение граничной силовой линии в плоскости YZ относительно нормали к поверхности шины.

Аппроксимируя расчётное положение силовых линий \vec{H}_x методом наименьших квадратов, получим:

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{m_z \sum_1^{m_z} h_{zi} y_{si} - \sum_1^{m_z} h_{zi} \sum_1^{m_z} y_{si}}{m_z \sum_1^{m_z} h_{zi}^2 - (\sum_1^{m_z} h_{zi})^2},$$

где m_z - количество трубок магнитного потока, учитываемых вдоль оси Z . На рис. 2 показано положение и изменение размеров сечения S_m ТЭ в зависимости от его размещения в кластере.

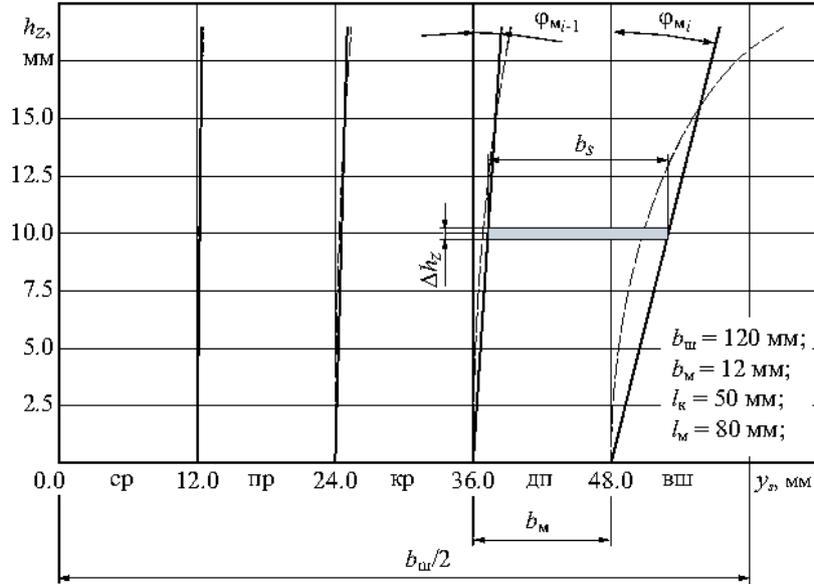


Рис. 2. Изменение ширины b_s сечения магнитного потока ТЭ ПНО кластера

С учётом суммирования трубок магнитного потока для i -го ТЭ получим:

$$\Phi_{TЭi} = \sum_{t_z=1}^{m_z} \sum_{t_y=1}^{m_y} \Phi_{c_i t_z t_y} + \sum_{j=1}^{(n_x-1)n_y} \sum_{t_z=1}^{m_z} \sum_{t_y=1}^{m_y} \Phi_{Mij t_z t_y},$$

где $\Phi_{c_i t_z t_y}$ - магнитный поток t_z, t_y -й элементарной трубки, создаваемый i -м ТЭ; $\Phi_{Mij t_z t_y}$ - магнитный поток j -го ТЭ, охватывающий i -й ТЭ; $t_{z0} = m_z i - m_z j$ - порядковый номер трубки магнитного потока j -го ТЭ, начиная с которой $\Phi_{Mij t_z t_y}$ охватывает i -й ТЭ. Каждый преобразователь дискретной токовой шины включает n_x ТЭ, поэтому магнитный поток ПНО вычисляется как:

$$\Phi_{nх} = \sum_{i=1}^{n_x} \left(\sum_{t_z=1}^{m_z} \sum_{t_y=1}^{m_y} \Phi_{c_i t_z t_y} + \sum_{j=1}^{(n_x-1)n_y} \sum_{t_z=1}^{m_z} \sum_{t_y=1}^{m_y} \Phi_{Mij t_z t_y} \right), \quad i \neq j.$$

Полученное выражение позволяет вычислить начальную индуктивность ПНО как

$$L_H = \Phi_{nх} / I_K; \quad (8) \quad L_H = \sum_{i=1}^{n_x} \left(\sum_{t_z=1}^{m_z} \sum_{t_y=1}^{m_y} \Phi_{c_i t_z t_y} + \sum_{j=1}^{(n_x-1)n_y} \sum_{t_z=1}^{m_z} \sum_{t_y=1}^{m_y} \Phi_{Mij t_z t_y} \right) / I_K$$

Выражение (8) показывает, что L_H зависит не только от суммарного значения напряжённости H_x возбуждающего элек-

тромагнитного поля, но и от величины сечения S_M ПНО.

Разработанный алгоритм расчёта L_H кластера ПНО условно можно разбить на две части: *a*) расчёт углового φ_M положения границ сечений S_M ; *б*) собственно вычисление начальной индуктивности L_H ПНО. В качестве исходных данных вводятся геометрические параметры кластера: ширина $b_{ш}$ и длина l_K , а также количество n_x, n_y ТЭ вдоль осей системы координат.

Алгоритм определения положения граничной линии \vec{H} включает в себя расчёт суммарных значений тангенциальной составляющей напряжённости поля в начальной точке y_{s0} и точке $y_s = y_{s0} + \Delta y_s$ (точки *a* и *b*). Выбор малого шага Δy_s позволяет для расчёта координаты y_s использовать линейное приближение в виде:

$$y_s = y_s^{(a)} + \left(H_x - \sum_{i=1}^p H_x^{(a)} \right) \frac{\Delta y_s}{\sum_{i=1}^p H_x^{(b)} - \sum_{i=1}^p H_x^{(a)}},$$

где H_x - текущее линейное приближение функций изменения напряжённости магнитного поля вдоль ТЭ, для вычисления которой воспользуемся выражением:

$$H_x = \frac{\Delta H_x^{(n)} \sum_{i=1}^p H_x^{(a)} - \Delta H_x^{(1)} \sum_{i=p+1}^{n_y} H_x^{(a)}}{\Delta H_x^{(n)} - \Delta H_x^{(1)}},$$

где $\Delta H_x^{(i)} = \sum_{i=1}^p H_{x_i}^{(b)} - \sum_{i=1}^p H_{x_i}^{(a)}$, $\Delta H_x^{(n)} = \sum_{i=p+1}^{n_y} H_{x_i}^{(b)} - \sum_{i=p+1}^{n_y} H_{x_i}^{(a)}$ - изменения тангенциальных составляющих напряжённости полей, создаваемых ТЭ дискретной шины, расположенными справа и слева от точки y_{s0} . Для вычисления последующих приближений y_s используем метод дихотомии, переопределяя точки (a) и (b) по правилу: 1) $b \rightarrow a'$; 2) b' - соответствует координате y_s текущего приближения. При этом $\Delta y_s' \approx \Delta y_s / 2$. Условие (7) представим в виде выражения

$$\left| \sum_{i=1}^p H_{x_i} - \sum_{i=p+1}^{n_y} H_{x_i} \right| \leq \varepsilon, \quad (9)$$

которое используем в качестве критерия завершения итераций. Здесь ε - малое положительное число, при достижении которого считаем выполненным условие (9). Количество итераций, необходимых для определения координаты y_s , зависит от выбора величины ε и составляет $\log_2 1/\varepsilon$ [6]. Предварительный расчёт углового положения граничных линий сечений магнитных потоков Пно кластера показал, что наибольшая погрешность аппроксимации силовой линии \vec{H} не превышает $6,7 \cdot 10^{-4}$ А/м, поэтому выбираем $\varepsilon = 10^{-5}$. При этом для расчёта координаты y_s требуется не более 17 итераций. Для определения положения силовой линии \vec{H} расчёт повторяется m_z раз. Цикл завершается при обходе всех $n_x \times n_y$ ТЭ Пно кластера. Таким

образом, общее количество итераций, необходимых для расчёта, составляет:

$$N_{\varphi} = (n_x n_y) \left(m_z \log_2 \frac{1}{\varepsilon} \right).$$

Расчёт L_n Пно кластера включает вычисление магнитных потоков создаваемых i -м ТЭ Пно

$$\Phi_{c_i} = \mu_0 \mu_r \Delta S_m \sum_{t_z=1}^{m_{zi}} \sum_{t_y=1}^{m_{yi}} H_{x_{it_z t_y}}(y, z) \quad (10)$$

и магнитного потока, создаваемого соседними ТЭ

$$\Phi_{m_i} = \mu_0 \mu_r \Delta S_m \sum_{j=1}^{(n_x-1)n_y} \sum_{t_z=t_{z0}}^{m_{zj}} \sum_{t_y=1}^{m_{yj}} H_{x_{ijt_z t_y}}(y, z) \quad (11)$$

и охватывающего i -й ТЭ. Суммируя магнитные потоки Φ_{c_i} , Φ_{m_i} для каждого ТЭ Пно, определяем начальную индуктивность преобразователя:

$$L_n = \sum_{i=1}^{n_x} (\Phi_{c_i} + \Phi_{m_i}) / I_k. \quad (12)$$

Сравнение выражений (10), (11) и (12) показывает, что магнитный поток Φ_{m_i} значительно превышает Φ_{c_i} и определяет величину результирующего магнитного потока Пно.

Таким образом, при компьютерном моделировании характеристик Пно необходимо учитывать как суммарные \vec{H}_x полей ТЭ каждого Пно, так и результирующее сечение магнитных потоков Пно, которое является конструктивно неограниченным.

Библиографический список

1. Меркулов А. И., Лавров А. Ю., Халиуллина И. Р. Влияние фазовых сдвигов на топологию полей матричных преобразователей. // Актуальные проблемы радиоэлектроники и телекоммуникаций: материалы Всероссийской НТК 25-27 мая 2010 г., г. Самара / Под ред. М. Н. Пиганова. Самара: Изд-во СГАУ, 2010. С. 46-47.
2. Курбатов А. П., Аринчин С. А. Численный расчёт электромагнитных полей. М.: Энергоатомиздат, 1984. 168 с.
3. Веников В. А., Веников Г. В. Теория подобия и моделирования (применительно к задачам энергетики). М.: Высш. шк., 1984. 439 с.
4. Краевые характеристики в задачах электродинамики / Кравченко А. Н.; Отв. редактор Шидловский О. К.; АН УССР, Ин-т электродинамики. Киев.: Наук. думка, 1989. 224 с.
5. Тозони О. В., Майергойз И. Д. Расчёт трёхмерных электромагнитных полей. Киев: Техника, 1974. 352 с.

6. Aho A., Hopcroft J., Ullman J. The Design and Analysis of Computer Algo-

rithms. Addison-Wesley, Reading, MA. 1974.

Информация об авторах

Меркулов Алексей Иванович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры электротехники, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: onil5@ssau.ru. Область научных интересов: электромагнитный неразрушающий контроль.

Лавров Андрей Юрьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники, Самарский государственный аэрокосмический университет

имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: andrey.lavroff@gmail.com. Область научных интересов: электромагнитный неразрушающий контроль.

Бурков Дмитрий Сергеевич, студент, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: sir@samtel.ru. Область научных интересов: электромагнитный неразрушающий контроль.

FEATURES COMPUTER SIMULATION CLUSTER CHARACTERISTICS ELECTROMAGNETIC CONVERTERS

© 2014 A.I. Merkulov, A.Yu. Lavrov, D.S. Burkov

Samara State Aerospace University, Samara, Russia Federation

The paper discusses the features of the cluster modeling of eddy current probes, taking into account their mutual influence. The necessity of taking into account both the total intensity of the magnetic fields of the current cluster members eddy current probes, and the resulting cross-section of the magnetic fluxes of each transducer, which is structurally unrestricted.

Eddy current inspection method, cluster electromagnetic transducers, numerical methods dy calculation of the electromagnetic field.

References

1. Merkulov A.I, Lavrov A., Khaliulina I.R. Influence of phase shifts on the field topology matrix inverter. // Actual problems of electronics and telecommunications: Materials of All-Russian STC 25-27 May 2010, Samara / Ed. M.N Piganova. Samara State Aerospace University Publ, 2010. P. 46-47.(In Russ.)

2. Kurbatov A.P, Arinchin S.A. Numerical calculation of electromagnetic fields. - Energoatomizdat, 1984. 168 p.

3. Venikov V.A., Venikov G.V. Similarity Theory and simulation (as applied to the problems of energy). M.: Higher. wk., 1984. 439 p.

4. Boundary characteristics in the problems of electrodynamics / Kravchenko, AN; Ans. Editor Shidlovskii OK; Ukrainian Academy of Sciences, Institute of electrodynamics. Key s.: Science. Dumka, 1989. 224p.
5. Tosoni O.V. Mayergoz I. D. Calculation of three-dimensional electromagnetic fields.

Kiev: Technology, 1974. 352 p.

6. Aho A., Hopcroft J., Ullman J. The Design and Analysis of Computer Algo-

rithms. Addison-Wesley, Reading, MA. 1974.

About the authors

Merkulov Alexei Ivanovich, Doctor of Sciences (Engineering), Professor, Professor of the Department of Electrical Engineering. E-mail: oni15@ssau.ru. Area of research: the electromagnetic non-destructive testing.

Lavrov Andrew Yurevich, Candidate of Sciences (Engineering), Assistant professor of the Department of Electrical En-

gineering. E-mail: andrey.lavroff@gmail.com. Area of research: the electromagnetic non-destructive testing.

Burkov Dmitry Sergeevich, student. E-mail: sir@samtel.ru. Area of research: the electromagnetic non-destructive testing.