



Пластическая область  $AOBECD$  состоит из двух прямоугольных треугольников  $AOB$  и  $ACD$  равномерного напряжённого состояния и центрированного веера  $ABC$ . Линия  $OB$  является жёсткопластической границей. Предполагая, что материал «набегает» на пластическую область со скоростью  $V$ , нормальная скорость распространения линии  $OB$  равна нулю.

Предполагается, что пластическое течение является установившимся, поверхность  $OA$  режущего клина и свободная поверхность  $AD$  прямолинейны (здесь нормальная скорость  $V_n = 0$ ). Из этих предположений следует, что линии  $\beta$  прямолинейны.

Согласно [5] поле скоростей в пластической области определяется выражениями:

$$\begin{aligned}
 & \text{– в области } ACD \left( \varphi = \mu - \frac{\pi}{4} \right): \\
 & u^- = V \cos \left( \mu - \frac{\pi}{4} \right), \\
 & u^+ = -V \sin \left( \mu - \frac{\pi}{4} \right), \\
 & v^\pm = V \sin \left( \mu - \frac{\pi}{4} \right) = V_n^\pm, \\
 & [V_\tau] = \sqrt{2}V \cos \mu;
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{– в веере } ABC \left( \varphi \in \left[ \mu - \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} - \mu \right] \right): \\
 & u^- = -V \cos \varphi, \\
 & u^+ = -V \cos \varphi + \sqrt{2}V \cos \mu, \\
 & v^\pm = V \sin \varphi = V_n^\pm, \\
 & [V_\tau] = \sqrt{2}V \cos \mu;
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\text{– в области } AOB \left( \varphi = \frac{\pi}{4} - \mu \right):$$

$$\begin{aligned}
 u^- &= -V \cos \left( \frac{\pi}{4} - \mu \right), \\
 u^+ &= V \sin \left( \frac{\pi}{4} - \mu \right), \\
 v^\pm &= V \sin \left( \frac{\pi}{4} - \mu \right) = V_n^\pm, \\
 [V_\tau] &= \sqrt{2}V \cos \mu.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь  $u, v$  – проекции скорости перемещения на криволинейные оси  $\alpha, \beta$ ;  $V_n$ ,  $[V_\tau]$  – нормальная составляющая и разрыв касательной составляющей скорости частиц на жёсткопластической границе; знаки «+», «-» определяют значения компонент скорости выше и ниже жёсткопластической границы  $OB$ , соответственно;  $\mu$  – угол режущего клина;  $\varphi$  – угол наклона  $\alpha$ -линии скольжения к оси  $x$ .

Соотношения (3)–(5) позволяют описать диссипацию энергии и компоненты тензора деформаций в частице вдоль траектории её движения в пластической области.

В качестве меры деформаций выбран тензор конечных деформаций Альманси  $E$ , связанный с компонентами тензора дисторсии  $A = [a_{ji}] = [x_{i,j}^0]$  соотношениями

$$E_{ij} = \frac{1}{2} (\delta_{ij} - a_{ik} a_{jk}), \tag{6}$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $x_i^0$  – лагранжевы координаты,  $x_i$  – эйлеровы координаты частицы. Согласно [6] в условиях плоской деформации компоненты тензора дисторсии  $A$  являются решением системы дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{aligned}
 \frac{da_{11}}{d\varphi} f - a_{11} \sin \varphi \cos \varphi + a_{21} \cos^2 \varphi &= 0, \\
 \frac{da_{12}}{d\varphi} f - a_{12} \sin \varphi \cos \varphi + a_{22} \cos^2 \varphi &= 0, \\
 \frac{da_{21}}{d\varphi} f - a_{11} \sin^2 \varphi + a_{21} \sin \varphi \cos \varphi &= 0, \\
 \frac{da_{22}}{d\varphi} f - a_{12} \sin^2 \varphi + a_{22} \sin \varphi \cos \varphi &= 0.
 \end{aligned} \tag{7}$$

где  $f = \frac{u - a' \cos \varphi - b' \sin \varphi}{u + \frac{\partial v}{\partial \varphi}}$ ,  $a', b'$  –

компоненты скорости движения центра веера характеристик  $ABC$ .

При движении частицы в пластической области выделяются семь участков траектории (рис. 1):

1 – частица движется со скоростью  $V$  в недеформированном поверхностном слое; тензоры дисторсии и Альманси имеют вид

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

2 – частица мгновенно деформируется на жёсткопластической границе и рассеивает на пластических деформациях конечную удельную работу внутренних сил  $W = \frac{|V_\tau|}{|V_n|}$

согласно (3); компоненты тензора дисторсии определяются в виде  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ W & 1 \end{bmatrix}$ ;

3 – частица движется вдоль свободной поверхности  $OD$ , не деформируясь; значения компонент тензоров дисторсии  $\mathbf{A}$  и Альманси  $\mathbf{E}$  не изменяются;

4 – частица движется в веере линий скольжения  $ABC$ , деформируясь с максимальной скоростью сдвига

$$\gamma_{\max} = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \right),$$

и рассеивает удельную работу  $\frac{W}{2k} = \int_{t_0}^{t_k} \gamma_{\max} dt$  согласно [7];

компоненты тензора дисторсии  $\mathbf{A}$  определяются как решение системы дифференциальных уравнений (7) согласно (4) при движении центра веера линий скольжения с нулевой скоростью (согласно предполагаемому полю скоростей в пластической области); главные значения тензора Альманси  $\mathbf{E}$  определяются согласно (6) соотношениями

$$E_1 = e + g, \quad E_2 = e - g, \quad (8)$$

где

$$e = \frac{1}{2}(E_{11} + E_{22}), \quad g = \frac{1}{2}\sqrt{(E_{11} - E_{22})^2 + 4E_{12}^2};$$

5 – частица движется вдоль контактной поверхности  $OA$ , не деформируясь; значения

компонент тензоров дисторсии  $\mathbf{A}$  и Альманси  $\mathbf{E}$  не изменяются;

6 – частица мгновенно деформируется на жёсткопластической границе и рассеивает удельную работу  $W = \frac{|V_\tau|}{|V_n|}$ , согласно (5);

компоненты тензора дисторсии  $\mathbf{A}$  определяются согласно [3] по формуле  $x_{i,j}^{0+} = (\delta_{ik} + W \tau_i v_k) x_{k,j}^{0-}$ ; главные значения тензора Альманси  $\mathbf{E}$  определяются согласно (8);

7 – частица движется в деформированном поверхностном слое со скоростью  $V$ .

На рис. 2 показано изменение удельной диссипации  $W$  работы внутренних сил на жёсткопластической границе в зависимости от угла раствора клина  $\mu$ . На рис. 3 показаны изменения главных значений  $E_1, E_2$  в зависимости от угла раствора клина  $\mu$  на участках 2, 4, 6 траектории деформирования частицы в пластической области.

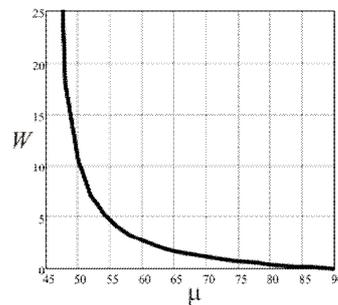


Рис. 2

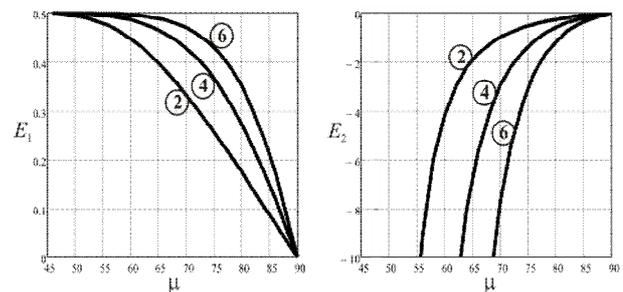


Рис. 3

Отметим, что для частиц, траектория которых проходит в окрестности точки  $E$  (рис. 1), однородность деформирования пропадает и существенно зависит от величины нормальной скорости частиц, которая при  $\varphi = 0$  равна нулю. Это приводит к возрастанию деформаций до критического

значения  $E_1 = 0,5$  и неограниченному возрастанию удельной работы внутренних сил, что в свою очередь приводит к нарушению сплошности материала (т.е. к разрушению). Это замечание указывает на возможность зарождения макротрещин в подповерхностном слое толщиной  $a_1$ .

Участки 2, 4, 6 являются активными участками деформирования частицы вдоль траектории. Процессы деформирования на этих участках можно трактовать как полуциклы жёсткого деформирования в интервале начальных и конечных деформаций соответствующего этапа. Это означает, что в повреждении материала участвует не вся рассеянная энергия, а только её часть  $W_{II}$ , связанная с упрочнением. Определение этой части не может быть реализовано в рамках идеального жёсткопластического тела, но может быть оценено из диаграммы  $\sigma - \delta$  по вычисленным значениям деформаций.

Алгоритм определения части работы внутренних сил в процессе выглаживания, оценивающей повреждённость материала ЭК79, представлен на графиках рис. 4:

(а) – изменение параметра упрочнения  $h = E_{ii}$  (первый инвариант тензора конечных деформаций Альманси) вдоль траектории движения частицы для различных углов  $\mu$  (линия I – на участке  $CD$ , линия II – в вереве  $BAC$ , III – на участке  $OB$ );

(б) – связь параметра упрочнения  $h$  с относительным удлинением  $\delta$  в эксперименте об одноосном растяжении цилиндрического образца;

(в) – диаграмма нагружения ЭК79.

Работы внутренних сил  $W_{**}$  и  $W_{II}$  определяются площадями (рис. 4,в) в полосе под статической диаграммой  $\sigma - \delta$  и  $\sigma_{0,2}$  по конечным деформациям частицы после пересечения пластической области.

Рассеиваемая работа внутренних сил при выглаживании вызывает повреждение и снижает способность материала упрочняться. Согласно (2) это приводит к уменьшению величины  $W_{**}$  на величину  $W_{II}$ , что соответствует уменьшению ресурса упрочнения материала. В рассмотренном

примере угол клина принят равным  $\mu = 89^\circ$  и отношение площадей  $\frac{W_{**}}{W_{II}} \approx 5,6$ .

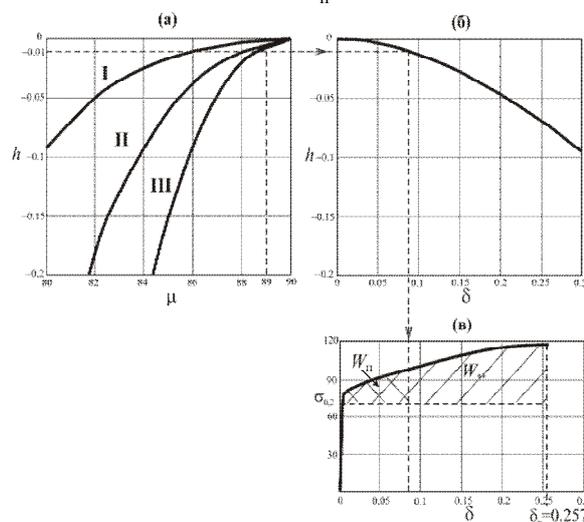


Рис. 4.

### Библиографический список

1. Feltner, С.Е. Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture / С.Е. Feltner, J.D. Morrow. – Trans. ASMED, 1961. – 83, № 1. – P. 15-22.
2. Martin, D.E. An energy criterion for low-cycle fatigue / D.E. Martin // J. Basic Eng., Trans. ASME. – 1961. – P. 565-571.
3. Егорова, Ю.Г. Резание и разрушение идеальных жёсткопластических тел / Ю.Г. Егорова, С.А. Каверзина, А.И. Хромов // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 385, № 4. – С. 490-493.
4. Анисимов, А.Н. Выглаживание жёсткопластической поверхности клинообразным штампом при условии текучести Кулона-Мора / А.Н. Анисимов, А.И. Хромов// Прикладная механика и техническая физика. – 2010. – Т.51, № 2. – С. 176-182.
5. Хромов, А.И. Деформация и разрушение жёсткопластических тел / А.И. Хромов. – Владивосток: Дальнаука, 1996. – 181 с.
6. Буханько, А.А. Расчёт полей деформаций в задачах обработки материалов давлением при наличии особенностей поля скоростей перемещений / А.А. Буханько. А.Ю. Лошманов, А.И. Хромов // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2006. - № 9. – С. 22-27.

7. Буханько, А. А. Адиабатическое распределение диссипации энергии в окрестности центра веера характеристик // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. физ.-мат. науки, 2009. – № 2(19). – С. 252-256.

## EVALUATION PROCEDURE OF EFFECT OF SURFACE TREATMENT ON LOW-CYCLE MATERIAL FATIGUE

© 2012 A. A. Bukhanko<sup>1</sup>, E. P. Kotcherov<sup>2</sup>, S. A. Ovchinnikova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara State Aerospace University  
named after academician S.P. Korolyov (National Research University)  
<sup>2</sup>JSC “Kuznetsov”, Samara

The plastic flow near the angular wedge under the burnishing of surface is considered. Fields of strain and specific internal forces work in the plastic region are specified. An algorithm for determination of part of internal forces work is suggested. This part of work has connected with the material hardening and has effect on the failure of material under the burnishing.

*Strength, plasticity, fracture.*

### Информация об авторах

**Буханько Анастасия Андреевна**, кандидат физико – математических наук, доцент, доцент кафедры прочности летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: abukhanko@mail.ru. Область научных интересов: теория пластичности, механика разрушения.

**Кочеров Евгений Павлович**, заместитель генерального конструктора ОАО «Кузнецов». E-mail: kotherov@motor-s.ru. Область научных интересов: прочность конструкций, механика разрушения.

**Овчинникова Светлана Анатольевна**, инженер-конструктор отдела прочности и теплофизики ОАО «Кузнецов». E-mail: osa-21@mail.ru. Область научных интересов: теория пластичности, прочность конструкций.

**Bukhanko Anastasia Andreyevna**, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor of Department of Aircraft Vehicle Strength of Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). E-mail: abukhanko@mail.ru. Area of research: plasticity theory, fracture mechanics.

**Kotcherov Evgenie Pavlovich**, Candidate of Technical Sciences, Deputy General Designer of JSC “Kuznetsov”. E-mail: kotherov@motor-s.ru. Area of research: structural strength, fracture mechanics.

**Ovchinnikova Svetlana Anatol'evna**, Design Engineer of Strength and Thermal Physics Department of JSC “KUZNETSOV”. E-mail: osa-21@mail.ru. Area of research: plasticity theory, structural strength.