

УДК 629.7.05:681.2.08

ОЦЕНКА ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК БЕСПЛАТФОРМЕННОГО ИНЕРЦИАЛЬНОГО БЛОКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВАРИАЦИИ АЛЛАНА

© 2014 Д. А. Кутовой, П. В. Ситников, А. А. Федотов, В. Л. Якимов

ФГУП «Научно-производственное объединение автоматики
имени академика Н.А. Семихатова», г. Екатеринбург

Описывается использование метода вариации Аллана для анализа шумовых составляющих выходных сигналов маятниковых акселерометров и волоконно-оптических гироскопов бесплатформенного инерциального блока. Приведён сравнительный анализ результатов, полученных по методу вариации Аллана, с паспортными характеристиками.

Бесплатформенный инерциальный блок, вариация Аллана, волоконно-оптический гироскоп, маятниковый акселерометр.

Введение

Структура и характер шумовых составляющих в канале измерения оказывают существенное влияние на достоверность оценки самой измеряемой величины. Классические методы исследования случайных процессов (выборочная дисперсия, спектральная плотность) не всегда позволяют идентифицировать источник погрешностей и их количественный вклад в общую статистику шума. Для решения подобных задач рекомендуется использовать метод вариации Аллана (Allan Variance) [1].

В качестве объекта исследования рассмотрен опытный образец бесплатформенного инерциального блока (прибор КИНД34-059-01, зав. №12181) разработки филиала ФГУП «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры» «НИИ прикладной механики имени академика В.И. Кузнецова», г. Москва, реализованный на базе маятниковых акселерометров МАi и волоконно-оптических гироскопов ВОГi (i = 1, 2, 3, 4) (далее – прибор БИБ-ВОГ).

Исследование основных характеристик прибора БИБ-ВОГ проводилось на двухосном поворотном столе КИН-52 цифрового моделирующего комплекса ФГУП «НПО автоматики» в условиях

действия вектора ускорения силы тяжести Земли \vec{g} и вектора угловой скорости вращения Земли $\vec{\Omega}$.

Описание метода вариации Аллана

Сущность метода вариации Аллана состоит в вычислении дисперсии не самих отклонений центрированного случайного процесса, как это делается при определении классической выборочной дисперсии, а разницы соседних отклонений [2].

Для случайной последовательности x_k ($k = 1, \dots, N$) вариация Аллана $\sigma_A^2(\tau)$ на интервале осреднения τ определяется как среднее дисперсий соседних (с учётом интервала осреднения) пар данных x_k по формуле [3]:

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{k=1}^{N-1} (x_{k+1} - x_k)^2. \quad (1)$$

Дисперсия $\sigma_A^2(\tau)$ связана со спектральной плотностью шума $P(f)$ соотношением [4]:

$$\sigma_A^2 = 4 \int_0^{\infty} P(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df. \quad (2)$$

Исходя из известных для инерциальных измерителей основных составляющих и соответствующих конкретных выражений для спектральной плотности шума $P(f)$ [5], можно записать аппрокси-

мирующее выражение для вариации Аллана $\sigma_A^2(\tau)$ полиномом $p_A^2(\tau)$ в следующем виде:

$$\sigma_A^2(\tau) \approx p_A^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} + K^2 \frac{\tau}{3} + B^2 \frac{2}{\pi} \ln 2 + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^2 \frac{3}{\tau^2}. \quad (3)$$

Значения коэффициентов R, K, B, N, Q полинома (3) характеризуют интенсивность отдельных шумовых составляющих выходного сигнала измерителя. Определение их численных значений осуществляется согласно [5] по методу наименьших квадратов (МНК), обеспечивающему максимальное совпадение аппроксимирующей функций с экспериментальной.

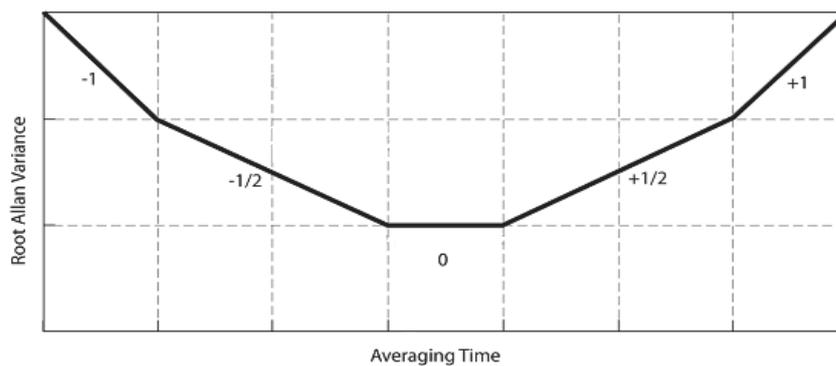
Таблица 1. Соотношения между спектральной плотностью шума и вариацией Аллана

Тип погрешности в терминах $P(f) / \sigma_A^2(\tau)$	Спектральная плотность шума $P(f)$	Вариация Аллана $\sigma_A^2(\tau)$	Коэффициент полинома $p_A^2(\tau)$	Наклон $\sigma_A(\tau)$ -графика
1. Белый шум выходного сигнала / шум квантования	$(2\pi f)^2 Q^2 \tau_0$ при $f < 1/2 \tau_0$	$\frac{3Q^2}{\tau^2}$	Q – погрешность квантования выходного сигнала	-1
2. Белый шум изменения выходного сигнала / случайное блуждание выходного сигнала	N^2	$\frac{N^2}{\tau}$	N – коэффициент случайного блуждания выходного сигнала	-1/2
3. Фликкер-шум выходного сигнала / нестабильность смещения нуля	$\left(\frac{B^2}{2\pi}\right) \frac{1}{f}$ при $f \leq f_0$ 0 при $f > f_0$	$\frac{2B^2}{\pi} [\ln 2 - \frac{\sin^3 x}{2x^2} (\sin x + 4x \cos x) + Ci(2x) - Ci(4x)]$	B – коэффициент нестабильности смещения нуля выходного сигнала	0
4. Белый шум изменения скорости изменения выходного сигнала / случайное блуждание изменения выходного сигнала	$\left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{f^2}$	$\frac{K^2 \tau}{3}$	K – коэффициент случайного блуждания скорости изменения выходного сигнала	+1/2
5. Шум ухода выходного сигнала / тренд выходного сигнала	$\frac{R^2}{(2\pi f)^3}$	$\frac{R^2 \tau^2}{2}$	R – коэффициент случайного ухода выходного сигнала	+1

В общем случае, при анализе шумовых составляющих выходного сигнала измерителя проводится построение в логарифмическом масштабе $\sigma_A(\tau)$ -графика изменения функции квадратного корня из вариации Аллана $\sigma_A^2(\tau)$, вычисленной по формуле (1), от времени осреднения τ . При этом для количественной оценки коэффициентов полинома (3) возможно использование тенденции доминирования отдельных составляющих на различных

интервалах осреднения τ , проявляющейся в характерных наклонах $\sigma_A(\tau)$ -графика.

В табл. 1 приведены соотношения между параметрами разложения вариации Аллана и спектральной плотностью шума $P(f)$ [1], а также указаны характерные значения углов наклона $\sigma_A(\tau)$ -графика, проиллюстрированные на рис. 1.

Рис. 1. Характерные наклоны $\sigma_A(\tau)$ -графика

Оценка основных характеристик БИБ методом вариации Аллана

С учётом кратности интервала осреднения данных шагу опроса измерителя формулу (1) можно записать в следующем виде:

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2(N-2n)} \sum_{k=1}^{N-2n} (\theta_{k+2n} - 2\theta_{k+n} + \theta_k)^2, \quad (4)$$

где N – количество измерений, n – кратность интервала осреднения данных ($n = 1, 2, \dots$; при этом $n \leq (N-1)/2-1$), $\tau = n \cdot \tau_0$ – интервал осреднения данных, τ_0 – шаг опроса измерителя (для прибора БИБ-ВОГ $\tau_0 = 0,004$ с), $t = k \cdot \tau_0$ – дискретные моменты измерений ($k = 1, 2, 3, \dots, N$), θ – значение выходного сигнала с осреднением на интервале τ .

Обработка выходной информации прибора БИБ-ВОГ по методу вариации Аллана осуществлялась с помощью специализированного программного обеспечения (ПО) собственной разработки ФГУП «НПО автоматики» в среде программирования Delphi и с использованием системы компьютерной алгебры MathCad. Данное ПО выборочно протестировано «Программой обработки массивов данных методами вариаций Аллана, Адамара и их обобщений AlaVar 5.2» [6], выложенной в сети Internet. Применительно к рассматриваемой выходной информации прибора БИБ-ВОГ, заданной в приращениях, программная реализация выражения (4) представлена в виде рекуррентного соотношения вида:

$$D_0 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\Delta\theta_{i+n} - \Delta\theta_i),$$

$$S_0 = 0,$$

$$D_k = D_{k-1} + \Delta\theta_{k+2n} - 2\Delta\theta_{k+n} + \Delta\theta_k, \quad (5)$$

$$S_k = S_{k-1} + (D_k)^2,$$

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{S_{N-2n}}{2(N-2n)},$$

где $\Delta\theta$ – информация в приращениях выходного сигнала измерителя θ с осреднением на интервале τ , D , S – промежуточные переменные для вычисления вариации Аллана $\sigma_A^2(\tau)$.

На рис. 2 в логарифмическом масштабе по обеим осям приведены $\sigma_A(\tau)$ -графики, построенные по результатам обработки выходной информации МА4 и ВОГ4 в трёх запусках длительностью 3 ч каждый. Прибор БИБ-ВОГ находился на поворотном столе КИН-52 в стационарном положении, при котором оси чувствительности МА4 и ВОГ4 были ориентированы вдоль линии отвеса (МА4 – вверх, ВОГ4 – вниз).

Для аппроксимации полученных кривых вариации Аллана $\sigma_A^2(\tau)$ полиномом вида (3) использовался итерационный МНК [7], реализованный ФГУП «НПО автоматики» средствами табличного редактора Microsoft Excel.

На первом шаге, с целью получения предварительных оценок R_l , K_l , B_l , N_l , Q_l шумовых составляющих, осуществляется минимизация функционала вида

$$\sum_{n=1}^{(N-1)/2-1} P(n \cdot \tau_0) \cdot (\sigma_A^2(n \cdot \tau_0) - p_A^2(n \cdot \tau_0))^2, \quad (6)$$

где $P(n \cdot \tau_0) = 1/\sigma_A^2(n \cdot \tau_0)$ – весовые коэффициенты.

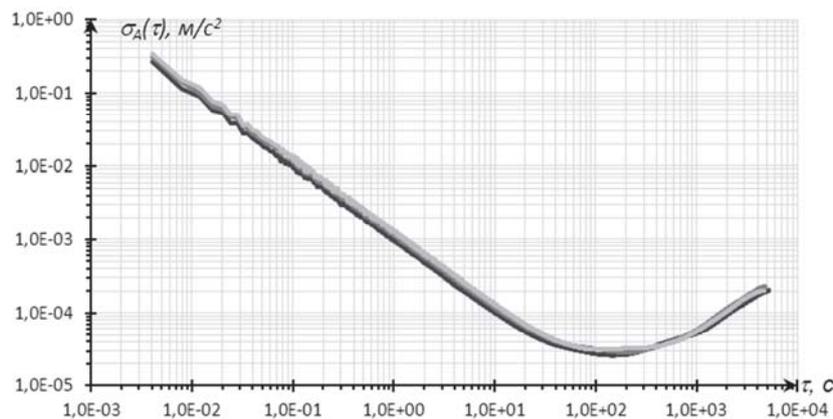
Далее выполняется уточнение весовых коэффициентов в функционале (6) с учётом веса отдельных составляющих полинома (3). Так, например, для погрешности квантования, характеризуемой величиной Q , весовые коэффициенты МНК корректируются по формуле:

$$P(\tau = n \cdot \tau_0) = \frac{1}{\sigma_A^2(\tau) \cdot p_A^2(\tau)} \cdot \frac{3Q_1^2}{\tau^2}, \quad (7)$$

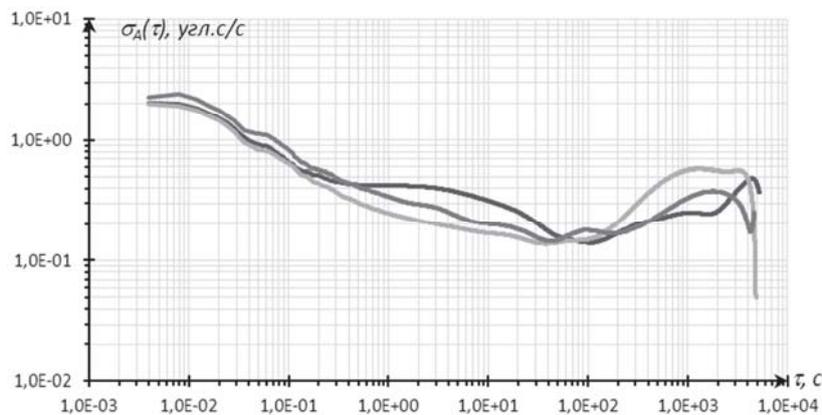
что позволяет неявным образом выделить характерные участки преобладания рассматриваемых типов шумов (участки

наклона $\sigma_A(\tau)$ -графика на рис. 1) и получить соответствующие оценки.

На рис. 3 в логарифмическом масштабе по обеим осям показаны графики аппроксимирующей кривой $p_A(\tau)$ (светло-серый цвет), построенные для $\sigma_A(\tau)$ -графиков МА4 и ВОГ4 по одному из трёх запусков длительностью 3 ч с прибором БИБ-ВОГ. Как следует из рисунка, аппроксимирующий по МНК полином $p_A(\tau)$ заметно отличается от $\sigma_A(\tau)$ -графика для ВОГ4. Данное обстоятельство может свидетельствовать о наличии в углоизмерительном канале прибора БИБ-ВОГ коррелированных (цветных) шумов и/или синусоидальных шумов [8], выявление источника которых требует дальнейшего исследования с привлечением разработчика прибора.



а - МА4



б - ВОГ4

Рис. 2. Зависимость $\sigma_A(\tau)$ -графика от времени осреднения τ в логарифмическом масштабе в трёх запусках длительностью 3 ч каждый с прибором БИБ-ВОГ

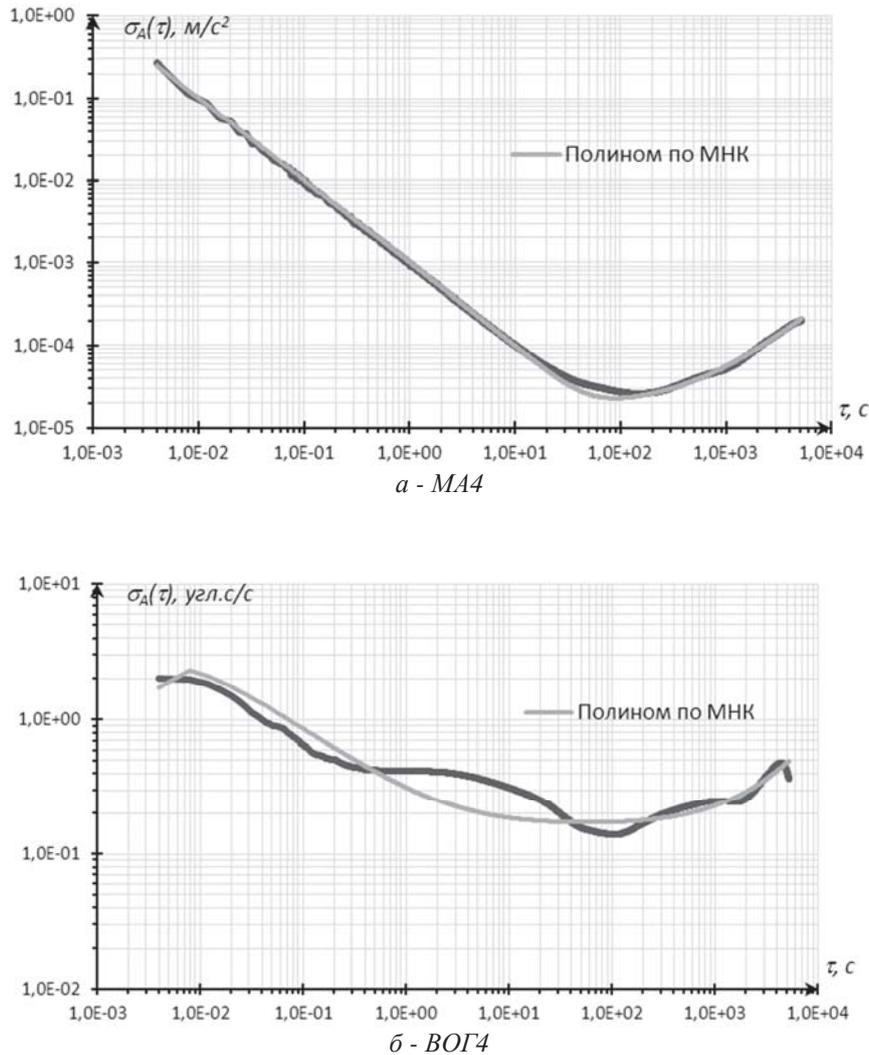


Рис. 3. Аппроксимирующий полином по МНК для $\sigma_A(\tau)$ -графика в запуске длительностью 3 ч с прибором БИБ-ВОГ

В табл. 2 приведены численные значения коэффициентов R , K , B , N , Q , полученные для МА4 и ВОГ4 по результатам обработки трёх 3-часовых запусков с прибором БИБ-ВОГ. При этом достоверность полученных значений определялась путём выделения для аппроксимирующего полинома $p_A(\tau)$ участка преобладания слагаемого с соответствующим коэффициентом и последующего анализа близости его прохождения относительно $\sigma_A(\tau)$ -графика.

Табл. 2 содержит результаты статистической обработки: среднее (математическое ожидание – м.о.) по всем запускам, доверительный интервал для м.о., рассчитанный для уровня значимости $\alpha = 0,05$ [9], и отклонение от запуска к запуску (среднее квадратическое отклонение (СКО) на уровне 1σ), характеризующее нестабильность от запуска к запуску.

Таблица 2. Аппроксимация вариации Аллана полиномом по МНК для прибора БИБ-ВОГ

Тип ЧЭ	Запуск	Коэффициенты полинома $\rho_A(\tau)$				
		$R, \times 10^{-8}$ м/с ³	$K, \times 10^{-6}$ м/с ² /√с	$B, \times 10^{-4}$ м/с ²	$N, \times 10^{-4}$ м/с/√с	$Q, \times 10^{-4}$ м/с
МА4	1	5,327	2,052	0,294	- ¹⁾	5,955
	2	6,751	2,220	0,436	2,917	6,905
	3	5,982	2,413	0,477	2,706	7,741
М.о.		6,020	2,228	0,403	2,811	6,867
[м.о. MIN; м.о. MAX] ²⁾		[5,213; 6,823]	[2,023; 2,432]	[0,294; 0,511]	[2,605; 3,017]	[5,856; 7,873]
СКО (σ)		0,713	0,181	0,096	0,149	0,893
Тип ЧЭ	Запуск	Коэффициенты полинома $\rho_A(\tau)$				
		$R, \times 10^{-4}$ угл.с/с ²	$K, \times 10^{-2}$ угл.с/с/√с	$B,$ угл.с/с	$N,$ угл.с/√с	$Q,$ угл.с
ВОГ4	1	0,891	0,811	0,248	0,273	-
	2	-	2,978	0,213	0,210	-
	3	-	1,691	0,213	0,278	-
М.о.		0,891	1,826	0,225	0,254	-
[м.о. MIN; м.о. MAX]		-	[0,593; 3,054]	[0,202; 0,248]	[0,211; 0,297]	-
СКО (σ)		-	1,090	0,020	0,038	-
Примечания:						
1) Символ «-» указывает, что численное значение не определено.						
2) Доверительный интервал для м.о. рассчитывался для уровня значимости $\alpha = 0,05$.						

Как следует из табл. 2, по показаниям МА4 определены все коэффициенты полинома R, K, B, N, Q (за исключением коэффициента N в первом запуске), что соответствует наличию на $\sigma_A(\tau)$ -графике соответствующих характерных участков с наклонами «-1», «-1/2», «0», «+1/2», «+1». Сравнение с паспортными характеристиками акселерометрического канала прибора БИБ-ВОГ [10] показало следующее:

- оценка коэффициента Q (м.о.) составляет $\sim 6,867 \times 10^{-4}$ м/с, что превышает цену единицы младшего разряда МА, заявленную разработчиком прибора на уровне $\sim 2,104 \times 10^{-4}$ м/с, и свидетельствует о повышенной зашумленности измерителя;

- оценка коэффициента B (м.о.) составляет $0,403 \times 10^{-4}$ м/с². Данную оценку можно считать стабильной, поскольку отклонение от запуска к запуску (нестабильность от запуска к запуску) (СКО) не превышает значения 5×10^{-4} м/с², заяв-

ленного разработчиком прибора как изменение от запуска к запуску нулевого сигнала МА.

По показаниям ВОГ4 коэффициенты полинома N, B и K определены по всем запускам, коэффициент Q не определён ни в одном из трёх запусков, что, в свою очередь, свидетельствует о наличии на $\sigma_A(\tau)$ -графике участков с наклонами «-1/2», «0» и «+1/2» и об отсутствии участка с наклоном «-1». Коэффициент полинома R , характеризующий участок с наклоном «+1», определён только в одном из трёх запусков. Сравнение с паспортными характеристиками гироскопического канала прибора БИБ-ВОГ [10] показало следующее:

- оценка коэффициента N (м.о.) находится на уровне $\sim 0,254$ угл.с/√с и не превышает значения $0,3$ угл.с/√с, заявленного разработчиком прибора как шумовая составляющая дрейфа ВОГ в запуске;

- оценка коэффициента B (м.о.) находится на уровне $\sim 0,225$ угл.с/с. Дан-

ную оценку можно считать стабильной, поскольку её нестабильность от запуска к запуску (СКО) составляет 0,02 угл.с/с.

Выводы и рекомендации

1. В соответствии с приведённой методикой, основанной на использовании вариации Аллана, разработано и протестировано специализированное программное обеспечение, позволяющее производить расчёт вариации Аллана по результатам обработки высокочастотной акселерометрической и углоизмерительной информации в длинных запусках с последующей полиномиальной аппроксимацией.

2. Сделаны оценки шумовых составляющих выходных сигналов измерителей образца навигационного прибора на примере обработки данных одного маятникового акселерометра и одного волоконно-оптического гироскопа в трёх запусках с проведением сравнения с паспортными характеристиками.

3. При проведении исследований точностных характеристик навигационных приборов и устройств на позициях предприятия целесообразно использовать наряду с классическими методами статистической обработки метод вариации Аллана как эффективный способ идентификации структуры шумов в канале измерения.

Библиографический список

1. IEEE Std 1554-2005 IEEE recommended practice for inertial sensor test equipment, instrumentation, data acquisition, and analysis.

2. Кучерков С.Г., Лычев Д.И., Скалон А.И., Чертков Л.А. Использование вариации Аллана при исследовании характеристик микромеханического гироскопа // Гироскопия и навигация. 2003. №2(41). С. 98–104.

3. Сирая Т.Н. Вариация Аллана как оценка погрешности измерения // Гироскопия и навигация. 2010. №2(69). С. 29–36.

4. Кробка Н.И. Дифференциальные методы идентификации структуры шумов гироскопов // Гироскопия и навигация. 2011. №1(72). С. 59–77.

5. IEEE Std 952-1997. IEEE standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros. IEEE Std 952-1997 (R2008). IEEE standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros.

6. ALLAN VARIANCE SOFTWARE: [Электронный ресурс]. URL: <http://www.alamath.com>. (Дата обращения 13.03.2013).

7. Грановский В.А., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 288 с.

8. Zhang X., Li Y., Mumford P., Rizos C. Allan variance analysis on error characters of MEMS inertial sensors for an FPGA-based GPS/INS system. In Proceeding of the International Symposium on GPS/GNSS, Tokyo, Japan, 11-14 November 2008; P. 127 – 133.

9. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М.: Наука, 1969, 511 с.

10. Прибор КИНД34-059-01. Формуляр КИНД.402132.059 ФО. Редакция I-09, зав. №12181. М.: Филиал ФГУП «ЦЭН-КИ» «НИИ ПМ», 2012. 53 с.

Информация об авторах

Кутовой Денис Алексеевич, инженер-конструктор первой категории, ФГУП «Научно-производственное объединение автоматики имени академика Н.А. Семихатова», г. Екатеринбург. E-mail: avt@npoa.ru. Область научных интересов: измерительные средства и системы управления.

Ситников Павел Владимирович, ведущий инженер-программист, ФГУП «Научно-производственное объединение автоматики имени академика Н.А. Семихатова», г. Екатеринбург. E-mail: avt@npoa.ru. Область научных интересов: программирование и отладка алгоритмов системы управления.

Федотов Андрей Анатольевич, кандидат физико-математических наук, ведущий инженер-конструктор, ФГУП «Научно-производственное объединение автоматики имени академика Н.А. Семихатова», г. Екатеринбург. E-mail: avt@npoa.ru. Область научных интересов: измерительные средства и системы управления.

Якимов Валерий Леонидович, начальник отдела, ФГУП «Научно-производственное объединение автоматики имени академика Н.А. Семихатова», г. Екатеринбург. E-mail: avt@npoa.ru. Область научных интересов: измерительные средства и системы управления.

ALLAN VARIANCE-BASED ASSESSMENT OF BASIC CHARACTERISTICS OF A STRAPDOWN INERTIAL SENSING UNIT

© 2014 D. A. Kutovoy, P. V. Sitnikov, A. A. Fedotov, V. L. Yakimov

Federal State Unitary Enterprise “Scientific & Production Association of Automatics named after Academician N.A. Semikhatov”, Yekaterinburg, Russian Federation

The article describes the use of Allan variance method for analysing noise terms of output signals of pendulous accelerometers and fiber-optic gyroscopes in a strapdown inertial unit. The results obtained via the Allan variance method are compared to the parameters specified in the equipment certificate.

Strapdown inertial unit, Allan variance, fiber-optic gyroscope, pendulous accelerometer.

References

1. IEEE Std 1554-2005 IEEE recommended practice for inertial sensor test equipment, instrumentation, data acquisition, and analysis.
2. Kucherkov S.G., Lychev D.I., Skalon A.I., Chertkov L.A. The use of Allan variation in investigating characteristics of a micromechanical gyro // *Giroskopiya i navigatsiya*. 2003. No. 2(41). P.98-104. (In Russ.).
3. Siraya T.N. Allan variance as estimation of measurement inaccuracy // *Giroskopiya i navigatsiya*. 2010. No. 2(69). P.29-36. (In Russ.).
4. Krobka N.I. Differential methods of identifying gyro noise structure // *Gyroscopy and navigation*. 2011. V. 2, no. 3. P. 126-137.
5. IEEE Std 952-1997. IEEE standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros. IEEE Std 952-1997 (R2008). IEEE standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros.
6. ALLAN VARIANCE SOFTWARE. Available at: <http://www.alamath.com>. (accessed 13.03.2013).
7. Granovskiy V.A., Siraya T.N. *Metody obrabotki eksperimental'nykh dannykh pri*

izmereniyakh [Methods of the experimental data processing during measurements]. Leningrad: Energoatomizdat Publ., 1990. 288 p.

8. Zhang X., Li Y., Mumford P., Rizos C. Allan variance analysis of error characters of MEMS inertial sensors for an FPGA-based GPS/INS system // Proceedings of the International Symposium on GPS/GNSS, Tokyo, Japan, 11-14 November 2008. P. 127-133.

9. Smirnov N.V., Dunin-Barkovskiy I.V. Kurs teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistiki dlya tekhnicheskikh prilozheniy [Course of probability theory and mathematical statistics for engineering applications]. Moscow: Nauka Publ., 1969. 511 p.

10. KIND34-059-01 Device. KIND.402132.059 ФО library card.I-09 ed., №12181. – Moscow: Branch of FSUE «TsENKI» «NII PM», 2012. 53 p. (In Russ.).

About the authors

Kutovoy Denis Alekseyevitch, First Rank Design Engineer, Federal State Unitary Enterprise “Scientific & Production Association of Automatics named after Academician N.A. Semikhatov”, Yekaterinburg. E-mail: avt@npoa.ru. Area of research: measuring tools and control systems.

Sitnikov Pavel Vladimirovitch, Principal Software Engineer, Federal State Unitary Enterprise “Scientific & Production Association of Automatics named after Academician N.A. Semikhatov”, Yekaterinburg. E-mail: avt@npoa.ru. Area of research: programming and debugging of control system algorithms.

Fedotov Andrey Anatoliyevitch, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Principal Design Engineer, Federal State Unitary Enterprise “Scientific & Production Association of Automatics named after Academician N.A. Semikhatov”, Yekaterinburg. E-mail: avt@npoa.ru. Area of research: measuring tools and control systems.

Yakimov Valeriy Leonidovitch, Head of Department, Federal State Unitary Enterprise “Scientific & Production Association of Automatics named after Academician N.A. Semikhatov”, Yekaterinburg. E-mail: avt@npoa.ru. Area of research: measuring tools and control systems.