

УДК 531.383.14+656.7

## МЕТОД ПРИВЕДЕНИЯ РАСЧЁТНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК К РЕЗУЛЬТАТАМ ДРЕНАЖНЫХ ИСПЫТАНИЙ МОДЕЛИ САМОЛЁТА ТРАНСПОРТНОЙ КАТЕГОРИИ

© 2014 Ю. И. Бондарь

Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт»

Предложен метод приведения расчётных аэродинамических характеристик к результатам дренажных испытаний путём настройки математической модели проектируемого самолёта по данным самолёта-аналога.

*Численные методы в аэродинамике, дренажные аэродинамические исследования, давление по хорде профиля, математическая модель.*

### Введение

При проектировании самолётов транспортной категории большое значение имеет процесс определения распределённых и интегральных аэродинамических характеристик, которые являются исходными данными для расчёта внешних нагрузок на несущие поверхности. Характеристики, полученные расчётным путем, требуют сравнения с имеющимися экспериментальными данными. Это необходимо для контроля принятой математической модели летательного аппарата (ЛА), верификации общего процесса расчётных исследований и уверенного проектирования в условиях дефицита экспериментальных данных.

### Постановка задачи

С целью минимизации расхождений аэродинамических характеристик самолёта, полученных расчётным и экспериментальным путём, необходимо определить факторы, влияющие на их расхождение. Необходимо предложить расчётный метод, учитывающий факторы расхождения и обеспечивающий уверенное совпадение аэродинамических характеристик полученных расчётным путём и путём проведения дренажного аэродинамического эксперимента. Объектом исследования является крыло дозвукового самолёта

транспортной категории. При проведении сравнительного анализа принято, что экспериментальные данные являются эталонным.

### Модель метода

За основу метода принят численный панельный метод (ПМ) расчёта обтекания безотрывным несжимаемым потоком. Программная реализация этого метода приведена автором в [1]. Для решения поставленной задачи использованы результаты аэродинамических трубных исследований самолётов-аналогов с целью «настройки» аэродинамической математической модели вновь проектируемого изделия.

Рассматривая течение газа адиабатическим и исключая тепловые функции, запишем уравнение Бернулли для механической энергии потока газа [2]:

$$-\vartheta dp = d \frac{v^2}{2} + dl_{\tau} + dl_{\text{тр}} = 0, \quad (1)$$

где  $d \frac{v^2}{2}$  – изменение кинетической энергии,  $dl_{\tau}$  – совершение технической работы,  $dl_{\text{тр}}$  – совершение работы на преодоление сил трения.

В конечной форме уравнение (1) примет вид:

$$-\int \vartheta dp = \frac{V_x^2 - V_\infty^2}{2} + \frac{p_x - p_\infty}{\rho} + g(z_x - z_\infty) + l_{тр} = 0.$$

Предполагая равенство статического давления потока в начале разгона и на рассматриваемом участке траектории, можно записать:  $\frac{p_x - p_\infty}{\rho} = 0$ .

Изменение высоты траектории частиц при обтекании крыла на участке разгона-торможения по отношению к общей высоте полёта имеет четвертый и более порядок малости. Поэтому изменением потенциальной энергии частицы также можно пренебречь:  $g(z_x - z_\infty) = 0$ .

Уравнение Бернулли приводится к сумме кинетических энергий и работе сил трения на участке разгона-торможения:  $\frac{V_x^2 - V_\infty^2}{2} = l_{тр}$ .

Распределение относительного давления по хорде несущего элемента

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial s}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial n}[(1 - k_w n)(\rho v)] = 0, \\ \frac{\partial}{\partial s}(\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial n}[(1 - k_w n)(\rho uv)] - k_w \rho uv = -\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n}[(1 - k_w n)(\tau)] - \frac{\partial}{\partial s}(\rho \bar{u}'^2) - k_w \rho \bar{u}' \bar{v}', \\ \frac{\partial}{\partial s}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial n}[(1 - k_w n)(\rho v^2)] - k_w \rho u^2 = -(1 - k_w n) \frac{\partial p}{\partial n} - \frac{\partial}{\partial n}[(1 - k_w n) \rho \bar{v}'^2] - \frac{\partial}{\partial s}(\rho \bar{u}' \bar{v}') - k_w \rho \bar{u}'^2, \\ \tau = \mu \frac{\partial u}{\partial n} - \rho \bar{u}' \bar{v}'. \end{cases}$$

Здесь:  $s$  – длина дуги образующей;  $n$  – нормаль;  $k_w$  – кривизна поверхности;  $\rho$  – плотность;  $u, v$  – тангенциальная и нормальная составляющие скорости;  $p$  – давление;  $\mu$  – коэффициент вязкости;

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial s}(\rho_i u_i) + \frac{\partial}{\partial n}[(1 - k_w n)(\rho_i v_i)] = 0, \\ \frac{\partial}{\partial s}(\rho_i u_i^2) + \frac{\partial}{\partial n}[(1 - k_w n)(\rho_i u_i v_i)] - k_w \rho_i u_i v_i = -\frac{\partial p_i}{\partial s}, \\ \frac{\partial}{\partial s}(\rho_i u_i v_i) + \frac{\partial}{\partial n}[(1 - k_w n)(\rho_i v_i^2)] + k_w \rho_i u_i^2 = -(1 - k_w n) \frac{\partial p_i}{\partial n}. \end{cases}$$

Граничные условия на бесконечности аналогичны граничным условиям РВП. На поверхности обтекаемого тела граничные условия подбираются из условия совпадения свойств РВП и ЭНП на

$\bar{p}_i(x) = 1 - \left(\frac{v_i}{V_\infty}\right)^2 = 1 - \frac{E_i}{E_\infty}$  является функцией расхода кинетической энергии частицы газа на совершение работы сил трения и давления на участках разгона и торможения.

В численных методах моделирования обтекания крыла безотрывным несжимаемым потоком расход кинетической энергии потока связан только с геометрией крыла, поэтому значения расчётных относительных давлений  $\bar{p}_p(x)$  в сечениях крыла будут завышенными относительно экспериментальных  $\bar{p}_э(x)$ , что приведёт к недостоверности расчётных интегральных коэффициентов аэродинамических сил и моментов. Течение реального вязкого потока (РВП) при больших числах Рейнольдса ( $Re > 1$  млн.) описывается уравнениями Навье – Стокса, осреднёнными по времени, в приближении тонкого слоя в криволинейных координатах для сжимаемого турбулентного потока [3]:

$\bar{u}', \bar{v}'$  – пульсационные составляющие скорости.

Моделирование свойства РВП эквивалентным невязким потоком (ЭНП) описано системой уравнений согласно [4]:

расстояниях больших, чем  $\delta$  от обтекаемого тела. Интегрируя по нормали от 0 до  $\delta$  и учитывая эквивалентность потоков при  $n > \delta$ , получим разницу системы уравнений ЭНП и системы РВП. Таким

образом, задача расчёта обтекания тела потоком вязкого турбулентного газа сводится к решению эквивалентной невязкой

$$\begin{cases} v_{iw} = \frac{1}{\rho_{iw}} \frac{d}{ds} (\rho_{iw} u_{iw} \delta^*), & (a) \\ \frac{\theta}{ds} + (H + 2 - M^2) \frac{\theta}{u_{iw}} \frac{du_{iw}}{ds} - \frac{1}{2} C_f \approx 0, & (b) \\ u_{iw} - u_w \approx k^* u_{iw} (\theta + \delta^*). & (c) \end{cases} \quad (2)$$

Уравнение (2a) является граничным условием, предложенным Лайтхиллом [5], связывающим величину нормальной скорости на поверхности обтекаемого тела и толщину вытеснения пограничного слоя. На поверхности контура располагаются источники, интенсивность которых такова, что линии тока оттесняются на расстояние  $\delta^*$  [4, 5]. Уравнение (2b) отражает закон сохранения импульса в пограничном слое в продольном направлении и аналогично уравнению Кармана для пограничного слоя. Уравнение (2c) после определения решения в эквивалентном невязком потоке позволяет получить решение в реальном вязком потоке:  $u_i(n) = u_e + \theta(s)$ , где  $u_e$  – значение тангенциальной скорости на внешней границе пограничного слоя ( $n=\delta$ ). Следовательно, переменные могут быть приближённо записаны в виде:

$$\begin{aligned} \delta^* &\approx \int_0^\delta \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) dn; \\ \theta &\approx \int_0^\delta \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dn, \end{aligned}$$

где  $\delta^*$  – аналогично толщине вытеснения пограничного слоя;  $\theta$  – аналогично толщине потери импульса пограничного слоя.

Данные соотношения действительны для присоединённого потока, но не могут быть применены для расчёта отрывных зон. Для отрыва использован метод Грина [6], где предполагается, что пограничный слой имеет двухслойную структуру: слой с логарифмическим законом распределения скоростей и наиболее толстый слой

задачи, описываемой системой уравнений Эйлера со следующими условиями на границе обтекаемого тела [5]:

смешения (следовая часть пограничного слоя). Семейство профилей скорости определяется соотношением:

$$\frac{u}{u_e} = 1 + c_1 \ln(\eta) - c_2 F(\eta); \quad \eta = \frac{y}{\delta};$$

$$F(\eta) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \eta \leq \eta^* \\ f(\xi), & \eta^* < \eta \leq 1; \quad \xi = \frac{\eta - \eta^*}{1 - \eta^*} \end{cases}$$

$$\text{где } c_1 = \frac{c_f}{2} \sqrt{\frac{2}{|c_f|}} \frac{1}{k}; \quad k = 0.41;$$

$$1 - c_2 = c_1 \left[ \ln \left( \text{Re}_{\delta^*} \frac{c_f}{2} \sqrt{\frac{2}{|c_f|}} \right) + D_1 k \right];$$

$$D_1 = -5.25.$$

Это семейство профилей скорости включает в себя зоны возвратных течений, характерных для отрывного пограничного слоя, где  $c_2$  определяет скорость возвратного течения в зоне отрыва. Функция  $f(\xi)$  определяет следовую часть профиля скорости, способы её задания рассматривались Вильямсом [7] и Кроссом [8].

Для расчёта ламинарного пограничного слоя используется метод Дрела [9]. Система уравнений не имеет особенности в точке отрыва и позволяет получать решение в области отрицательных значений коэффициента поверхностного трения. В предлагаемом методе положение перехода пограничного слоя может быть либо заданным, либо определяться в процессе расчёта. Для определения положения ламинарно-турбулентного перехода исполь-

зован метод В.М. Галкина [10]. Для упрощения расчёта начальной амплитуды возмущений в точке потери устойчивости в предложенном методе задаётся коэффициент преобразования внешних возмущений  $\gamma$  в волны неустойчивости, зависящий от типа и спектрального состава внешних возмущений (турбулентного внешнего потока), а также шероховатости поверхности обтекаемого тела. Определяемая в расчёте точка перехода соответствует середине зоны перехода. В области перехода проводится расчёт характеристик как ламинарного, так и турбулентного слоя, после чего результирующие значения толщин вытеснения и потери импульса, а также местного коэффициента трения определяются по формулам:

$$\begin{aligned}\delta^* &= (1 - \gamma)\delta_{lamin}^* + \gamma\delta_{turb}^*; \\ \theta &= (1 - \gamma)\theta_{lamin} + \gamma\theta_{turb}; \\ c_d &= (1 - \gamma)c_{d\ lamin} + \gamma c_{d\ turb}.\end{aligned}$$

Система интегральных уравнений ламинарного пограничного слоя даёт возможность продолжать расчёт за точкой ламинарного отрыва. Типичный отрывной пузырь имеет большой градиент скорости на внешней границе  $u_e$  и величину потери импульса  $\theta$  вблизи точки присоединения. Эти величины на малом расстоянии претерпевают заметные скачки  $\Delta u_e$  и  $\Delta \theta$ , особенно при небольших числах Рейнольдса.

Численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих ламинарный пограничный слой, проводится с использованием алгоритма Рунге – Кутты третьего порядка с последовательным повышением точности.

При использовании панельного метода существует проблема, связанная с построением математической модели на основе расчётной сетки. От тщательности создания сетки, а именно от количества и формы панелей сетки, зависит конечный результат аэродинамических расчётов. Настройка работы численного метода проводится путём создания математической модели самолёта-аналога таким об-

разом, чтобы результаты, полученные расчётным путём, совпадали с экспериментальными данными (рис.1). Это достигается за счёт использования предложенной функции сходимости  $\nabla(z, \bar{x}, \dots, i, n)$ , которая компенсирует расхождение результатов теории и эксперимента, связанное с особенностями формирования расчётной сетки. Дальнейший пересчёт функций сходимости на параметры проектируемого самолёта и использование уже «настроенного» математического аппарата позволяет получить результаты высокой достоверности при сравнении с результатами будущего аэродинамического эксперимента. Характеристиками распределения аэродинамической нагрузки является относительная циркуляция  $\bar{\Gamma}(z) = \frac{c_n(z)b(z)}{C_{n\ кр}B_{cp}}$  и относительный центр давления  $\bar{x}_d(z) = -\frac{m_z(z)}{c_n(z)}$  в сечениях  $Z_i$  по размаху крыла.

При условии  $\bar{\Gamma}_{ne}(z) = \bar{\Gamma}_{np}(z)$  можно утверждать, что  $\frac{c_{n_e}(z)b(z)}{C_{n_e\ кр}B_{cp}} = \frac{c_{n_p}(z)b(z)}{C_{n_p\ кр}B_{cp}}$ .

Соответственно,

$$\frac{c_{n_p}(z)}{c_{n_e}(z)} = \frac{\int_0^1 \nabla(z, \bar{x}, \dots, i, n) \bar{p}_p(z, \bar{x}) d\bar{x}}{\int_0^1 \bar{p}_e(z, \bar{x}) d\bar{x}} = 1,$$

где  $c_{n_e}(z)$  – значения коэффициента нормальной подъёмной силы в сечении  $Z_i$ ;  $b(z)$  – хорда крыла в сечении  $Z_i$ ;  $C_{n_e\ кр}$  – суммарное значение коэффициента нормальной подъёмной силы;  $B_{cp}$  – средняя хорда крыла;  $\bar{p}_e(z, \bar{x})$  и  $\bar{p}_p(z, \bar{x})$  – функции экспериментального и теоретического распределения относительного давления по хорде;  $\nabla(z, \bar{x}, \dots, i, n) = \text{tg}(Fip(z, \bar{x}, \dots, i, n)) / \text{tg}(Fie(z, \bar{x}, \dots, i, n))$  – функция сходимости результатов, полученная на основе экспериментальных и расчётных данных (рис. 2).

При расчёте коэффициента сопротивления существует погрешность. Погрешность определяется расчётом малой величины, которая является результатом разности больших величин, поэтому в методе проводится корректировка величины сопротивления по формуле

$\Delta c_d = 2(V^* - 1)Q$ ,  
 где  $V^*$  – относительная критическая скорость,  $Q$  – суммарная интенсивность источников в поле течения вблизи скачка уплотнения [11].

Способ Сквара – Янга [12] вычисляет величину полного профильного сопротивления по параметрам пограничного слоя на задней кромке  $c_d = 2\theta_\infty$ , где  $\theta_\infty$  – толщина потери импульса далеко вниз по потоку.

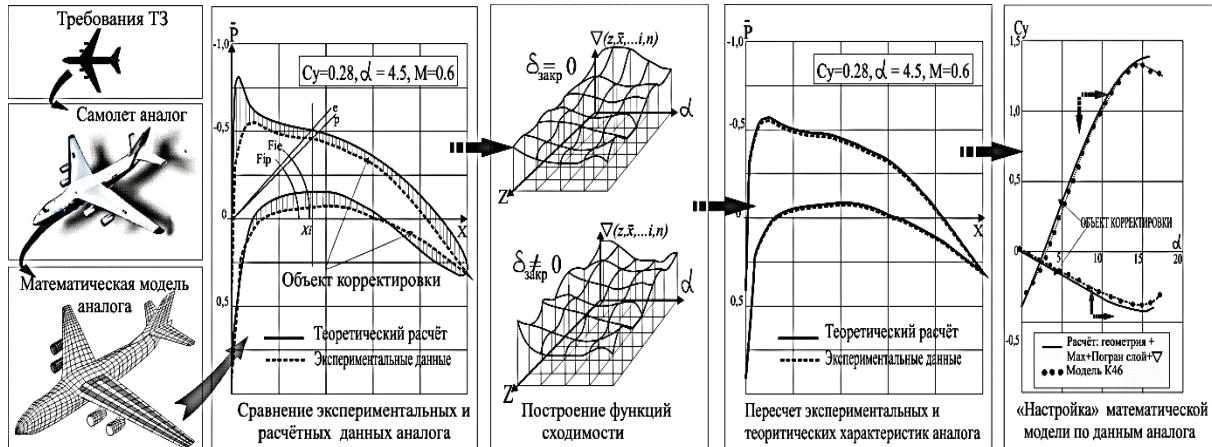


Рис.1. Последовательность работы с аналогами и синтез функции сходимости

Предполагается, что аэродинамический след развивается при нормальном градиенте давления. Подход основан на оценке величины потери импульса в следе профилей на бесконечности. Этот метод позволяет рассчитать турбулентный след с учётом кривизны профилей и взаимо-

действия вязких слоёв. Необходимо отметить, что методы, основанные на толщине потери импульса следа, не учитывают волновое сопротивление [13]. Последовательность шагов выполнения расчёта по предложенному методу показана на рис. 2.

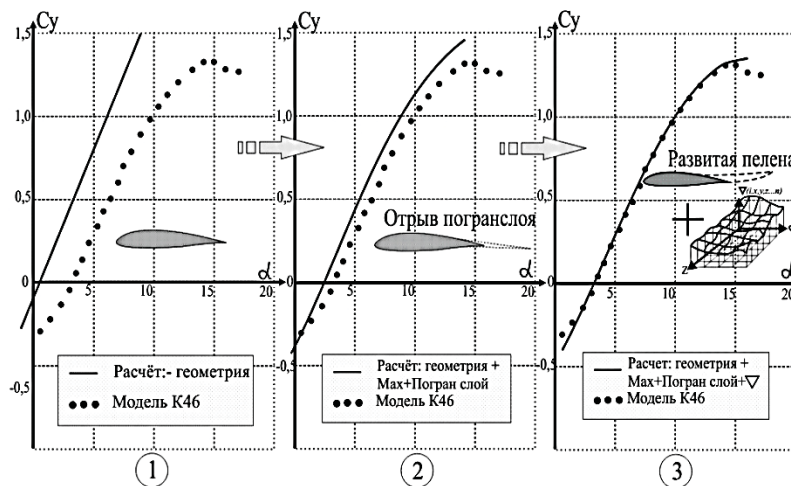


Рис.2. Последовательность шагов расчёта: 1 – безотрывное обтекание, 2 – с учётом вязкости и сжимаемости, 3 – с учётом развитой пелены и функции сходимости

Шаг 1. Проводится теоретический расчёт обтекания безотрывным несжимаемым потоком с использованием панельного метода, сетка которого геометрически подобна и соответствует по числу па-

нелей, вихревых особенностей и контрольных точек сетке самолёта-аналога.

Шаг 2. Проводится расчёт обтекания с учётом вязкости, сжимаемости и толщины пограничного слоя.

Шаг 3. Проводится уточняющий расчёт с учётом энергетических потерь на развитую пелену и функции сходимости, учитывающей особенности математической модели объекта расчёта.

### Выводы

1. Учёт вязкости и сжимаемости потока в теоретических аэродинамических расчётах позволяет приблизить результаты к результатам аэродинамических экспериментов.

2. Для повышения точности расчётов необходимо учитывать условия обтекания и при расчёте параметров пограничного слоя надо использовать методы расчёта, соответствующие ламинарному или турбулентному обтеканию.

3. Использование математической модели на основе расчётной сетки панельного метода требует настройки параметров сетки по моделям-аналогам с использованием функции сходимости.

### Библиографический список

1. Бондарь Ю.И., Евдокимов С.А., Приходько С.Л. Расчет интенсивности вихревой системы самолета АН-2 для оптимизации расположения навесного оборудования при проведении сельскохозяйственной химобработки // Применение авиации в народном хозяйстве: сб. науч. тр. МАП, ГОСНИИГА. Вып. 268. М., 1987. С. 60-72.

2. Исаев С.И., Миронов Б.М., Никитин В.М. Основы термодинамики, газовой динамики и теплопередачи. М.: Машиностроение, 1968. 275 с.

3. Lock R.C., Firmin M.C.P. Survey of techniques for estimating viscous effects in external aerodynamics // Proceedings of IMA Conference on Numerical Methods in Aeronautical Fluid Dynamics, 30 March - 1 April 1981. Edited by P. Roe. Academic Press, 1983.

4. Ляпунов С.В., Михайлов Ю.С. Расчёт трансзвукового безотрывного обтекания профиля с учетом вязкости // Труды ЦАГИ. 1984. Вып. 2254. 48 с.

5. Lighthill M.J. On displacement thickness // J.Fluid Mech. 1958. V.4. P.383.

6. Green J.E., Weeks D.J., Brooman J.W.F. Prediction of turbulent boundary layers and wakes in compressible flow by a lag-entrainment method // RAE Technical Report 72231 (ARC-RM 3791), 1977.

7. Williams B.R. The prediction of separated flow using a viscous-inviscid interaction method. ICAS-84-2.3.3, 1984.

8. Cross A.G.T. Boundary layer calculation and viscous-inviscid coupling. ICAS-86-2.4.1, 1986.

9. Drela M., Giles M.B. Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils // AIAA Journal. 1987. V. 25, No. 10. P. 1347-1355.

10. Галкин В.М., Крымасова Г.В. Реализация программы расчёта ламинарного и турбулентного пограничного слоя, перехода и следа на микро-ЭВМ APPLE-II и возможности развития её вычислительной мощности // НТО-1250 дсп., 1985.

11. Ляпунов С.В. Расчёт волнового сопротивления при околосзвуковом обтекании профиля с применением неконсервативных разностных схем // НТО ЦАГИ N 7561, 1987.

12. Cooke J.C. The drag of infinite swept wings, with an addendum // ARC. CP N 1040. 1964.

13. Боксер В.Д., Серебрянский Я.М. Приближенный метод определения волнового сопротивления при наличии местной сверхзвуковой зоны // Ученые записки ЦАГИ. 1978. Т. IX. № 5.

### Информация об авторе

**Бондарь Юрий Иванович**, старший преподаватель кафедры авиационных и космических систем Национального технического университета «Киевский политехнический институт». E-mail:

[bomis@meta.ua](mailto:bomis@meta.ua). Область научных интересов: внешние нагрузки, статическая аэроупругость, аэродинамика, прочность летательных аппаратов.

## METHOD OF REDUCING DESIGN AERODYNAMIC CHARACTERISTICS TO THE RESULTS OF DRAIN TESTS OF A TRANSPORT CATEGORY AIRCRAFT MODEL

© 2014 Y. I. Bondar

National Technical University of Ukraine  
“Kiev Polytechnic Institute”, Kiev

A method of reducing design aerodynamic characteristics to the results of drain tests by adjusting a mathematical model of the aircraft being designed on the basis of an aerodynamic prototype is presented in the paper.

*Numerical methods in aerodynamics, drain aerodynamic research, pressure along the airfoil chord, mathematical model.*

### References

1. Bondar Y.I., Evdokimov S.A., Prikhodko S.L. Calculation of intensity of the vortical system of AN-2 plane for the optimisation of locating the outboard equipment when carrying out agricultural chemical treatment // Coll. scientif. works. «Aircraft Application in a national economy», МАР, GOSNIIGA, Art.268. М., 1987. P.60-72 (In Russ.).
2. Isaev S.I., Mironov B.M., Nikitin V.M. Osnovy termodinamiki, gazovoy dinamiki i teploperedachi. [Foundations of thermodynamics, gas dynamics and thermal transfer]. М.: Mashinostroenie Publ. 1968. 275 p.
3. Lock R.C., Firmin M.C.P. Survey of techniques for estimating viscous effects in external aerodynamics. Proceedings of IMA Conference on Numerical Methods in Aeronautical Fluid Dynamics, 30 March - 1 April 1981, edited by P. Roe, Academic Press, 1983.
4. Lyapunov S.V., Mikhaylov Y.S. Calculation of a transonic continuous flow around a profile taking viscosity into account // Trudy CAGI. 1984. Is. 2254. 48 p. (In Russ.).
5. Lighthill M.J. On displacement thickness // J. Fluid Mech. 1958. V.4. P. 383.
6. Green J.E., Weeks D.J., Brooman J.W.F. Prediction of turbulent boundary layers and wakes in compressible flow by a lag-entrainment method // RAE Technical Report 72231 (ARC-RM 3791), 1977.
7. Williams B.R. The prediction of separated flow using a viscous-inviscid interaction method. ICAS-84-2.3.3, 1984.
8. Cross A.G.T. Boundary layer calculation and viscous-inviscid coupling. ICAS-86-2.4.1, 1986.
9. Drela M., Giles M.B. Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils // AIAA Journal. 1987. V. 25, No. 10. P. 1347-1355.
10. Galkin V.M., Krymasova G.V. Implementation of a program of calculation of a laminar and turbulent boundary layer, passage and track on micro-computer APPLE-II and possibility of development of its compu-

tational capability. NTO-1250 dcp., 1985.(In Russ.).

11. Lyapunov S.V. Calculation of wave a resistance in case of transonic flow around the profile with the application of nonconservative difference circuits // NTO CAGI N-7561, 1987. (In Russ.).

12. Cooke J.C. The drag of infinite swept wings, with a addendum. ARC.CP N-1040, 1964.

13. Bokser V.D, Serebpiyskiy J.M. An approximate method of determining wave drag with a local supersonic zone // Scientific notes of TsAGI. V. IX, no. 5, 1978. (In Russ.).

#### **About the author**

**Bondar Yury Ivanovich**, Senior Lecturer, Department of Aerospace Systems, National Technical University “Kiev Polytechnic Institute”, Kiev, Ukraine. E-mail:

[bomis@meta.ua](mailto:bomis@meta.ua). Area of research: external loads, static aeroelasticity, aerodynamics, strength of flight vehicles.