

ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ ВРАЩАЮЩИХСЯ РАБОЧИХ КОЛЁС ТУРБОМАШИНЫ

© 2011 Д. П. Давыдов

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Разработан эффективный алгоритм определения резонансных частот вращения для исследования вынужденных колебаний рабочих колёс газотурбинных двигателей (ГТД). Алгоритм основан на введении интерполирующих функций в частотной области и не требует построения резонансной диаграммы. Проведены сравнительные расчётные исследования резонансных частот колебаний модельного рабочего колеса.

Рабочее колесо, частота вращения, возбуждающая гармоника, напряжение, модуль упругости, матрица волновых динамических жёсткостей, резонансная диаграмма.

До 60% поломок лопаток ГТД имеют усталостный характер и связаны с действием переменных напряжений при вибрациях. Одним из наиболее эффективных путей обеспечения динамической прочности рабочих колёс является их проектирование с заданными динамическими свойствами. Оно позволяет без материальных затрат, связанных с коррекцией выполненных в металле конструкций, добиться того, чтобы резонансы с наиболее опасными гармониками были невозможны, а с остальными – происходили на заданных проходных режимах работы двигателя. Такое проектирование может быть выполнено только с применением достаточно точных и эффективных по быстродействию методик расчёта колебаний рабочих колёс.

Существующие методы исследования динамики рабочих колёс позволяют определить его резонансные частоты вращения либо путём решения задачи о вынужденных колебаниях под действием интересующей возбуждающей гармоники, либо путём расчёта собственных колебаний и последующего построения резонансной диаграммы. И тот, и другой способы требуют для достижения достаточной точности многократного вычисления

упруго-инерционных характеристик колеса для различных значений частоты вращения ротора W и в связи с этим являются малоэффективными.

Так как модуль упругости материала и статические напряжения от действия поля центробежных сил и неравномерного нагрева в сечениях конструкции зависят от w , то для сокращения объёма вычислений при расчёте резонансных частот вращения рабочего колеса удобно предварительно определить эти величины для заданного числа n частот $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$, а затем в расчётах использовать интерполяционные многочлены Лагранжа. Статические напряжения и модуль упругости для любой частоты вращения w могут быть вычислены по формулам:

$$S^{cm}(w) = \sum_{i=0}^n S^{cm}(w_i) \prod \frac{w - w_{i+1}}{w_i - w_{i+1}}, \quad (1)$$

$$E(w) = \sum_{i=1}^n E(w_i) \prod \frac{w - w_{i+1}}{w_i - w_{i+1}}. \quad (2)$$

Во многих случаях, особенно когда исследуемые резонансные частоты близки к максимальной частоте w_{\max} , хорошие расчётные результаты даёт использование квадратичных зависимостей.

Интерполируя в интересующем диапазоне частот (рис. 1) статические напряжения и модуль упругости функцией типа $y = gw^2 + b$, получаем

$$S^{cm}(w) = g_1 w^2 + b_1, \quad E(w) = g_2 w^2 + b_2. \quad (3)$$

Здесь коэффициенты

$$g_1 = \frac{S_{w_2}^{cm} - S_{w_1}^{cm}}{w_2^2 - w_1^2}, \quad b_1 = \frac{S_{w_1}^{cm} w_2^2 - S_{w_2}^{cm} w_1^2}{w_2^2 - w_1^2},$$

$$g_2 = \frac{E_{w_2} - E_{w_1}}{w_2^2 - w_1^2}, \quad b_2 = \frac{E_{w_1} w_2^2 - E_{w_2} w_1^2}{w_2^2 - w_1^2},$$

где $S_{w_1}^{cm}, S_{w_2}^{cm}, E_{w_1}, E_{w_2}$ – напряжения и модули упругости материала на границах диапазона исследования $[w_1, w_2]$.

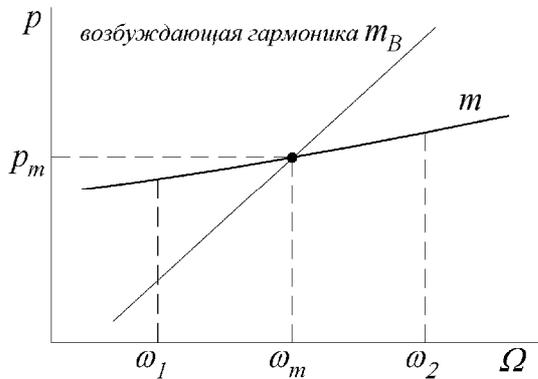


Рис. 1. Фрагмент резонансной диаграммы

С учетом введенных интерполирующих функций (3) матрица волновых динамических жесткостей лопаточного и дискового конечных элементов всегда может быть записана [1] в виде следующей суммы:

$$[H] = [K] + w^2[C] - p_m^2[M], \quad (4)$$

где

$[K]$ – матрица статических жесткостей;

$[C]$ – матрица влияния вращения на жесткость;

$[M]$ – матрица масс.

Хорошо известно [2], что резонанс (рис. 1) по форме с m волнами деформаций происходит на частоте колебаний p , равной собственной p_m и связанной с частотой вращения ротора соотношением

$$p = p_m = m w_m, \quad (5)$$

где w_m – резонансная частота вращения ротора.

Подстановка (5) в выражение (4) позволяет записать матрицу волновых динамических жесткостей элемента через резонансную частоту вращения ротора:

$$[H] = [K] - w_m^2(m^2[M] - [C]). \quad (6)$$

Таким образом, задача о нахождении резонансных частот вращения рабочего колеса сводится к обобщенной проблеме вычисления собственных значений w_m^2 системы

$$[K]\{q\} = w_m^2(m^2[M] - [C])\{q\}. \quad (7)$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$\det|[K] - w_m^2(m^2[M] - [C])| = 0$$

и может быть решено любым из известных методов.

Разработанный алгоритм определения резонансных частот вынужденных колебаний рабочих колес реализован в виде вычислительной программы на языке программирования Фортран. Для определения собственных значений и векторов использовались процедуры библиотеки IMSL, которые предусматривают:

- приведение матрицы к трёхдиагональному виду посредством преобразований подобия по методу Хаусхолдера;
- приведение полученной трёхдиагональной матрицы к диагональной с нахождением собственных значений с использованием QR-разложения;
- вычисление для каждого собственного значения отвечающего ему собственного вектора.

Достоверность результатов, получаемых с помощью разработанного алгоритма, была проверена при сопоставлении резонансных частот, определённых путём расчёта собственных колебаний и построения резонансной диаграммы. Расчётные исследования проводились на модельном рабочем колесе, показанном на рис. 2.

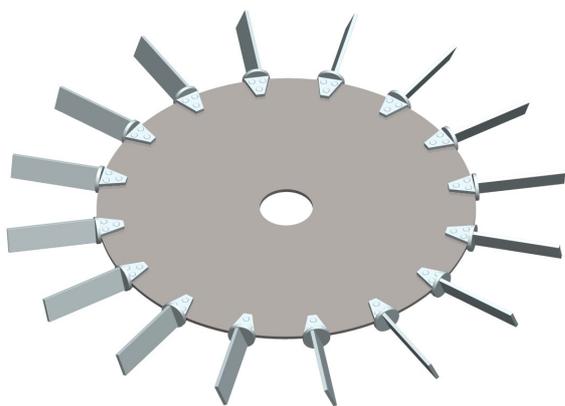


Рис. 2. Модельное рабочее колесо

На рис. 3 представлена резонансная диаграмма данного колеса. Крестиками отмечены резонансные частоты, рассчитанные с помощью разработанной программы.

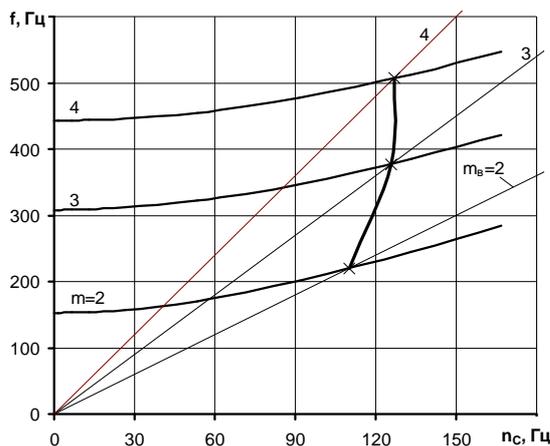


Рис. 3. Резонансная диаграмма модельного рабочего колеса

Сопоставление результатов расчётов показало хорошую сходимость резонансных частот. Расхождение не превышает 0.2%. При этом время, затраченное на построение резонансной диаграммы, несравнимо больше времени расчётов с использованием разработанной программы, что подтверждает высокую производительность предлагаемого алгоритма.

Таким образом, представление матриц волновых динамических жёсткостей лопаточного и дискового конечных элементов в форме (4) позволяет существенно уменьшить объём вычислений при нахождении резонансных частот вращения рабочих колёс турбомшины. Это, в свою очередь, позволяет значительно сократить время и средства, затрачиваемые на формирование требуемых вибрационных свойств у рабочих колёс на этапах проектирования и доводки.

Библиографический список

1. Давыдов, Д. П. Дисковый волновой конечный элемент [Текст] / Д. П. Давыдов, А. И. Ермаков // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2009. – №3. С. 34–39.
2. Иванов, В. П. Колебания рабочих колёс турбомашин [Текст] / В. П. Иванов. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.

FAST ALGORITHM FOR FINDING THE RESONANCE FREQUENCIES OF GAS TURBINE ENGINE ROTATING BLADE DISKS

© 2011 D. P. Davydov

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov
(National Research University)

A fast algorithm for finding the resonance frequencies of gas turbine engine rotating blade disks has been developed. The algorithm is based on the use of interpolation function in the frequency domain. The algorithm does not require a resonance diagram. Comparative analysis of the resonance frequencies of model blade disks has been carried out.

Blade disk, rotational frequency, inducing harmonic, stress, elasticity modulus, wave dynamic stiffness matrix, resonance diagram.

Информация об авторах

Давыдов Данила Петрович, ассистент кафедры конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: динамика и прочность. E-mail: davydov-ssau@yandex.ru.

Davydov Danila Petrovitch, assistant of the aerospace engine design department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), davydov-ssau@yandex.ru. Area of research: dynamics and strength.