

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ФЕНОМЕНЫ БОЛЬШИХ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ КЛАСТЕРОВ НАНОСПУТНИКОВ

© 2011 Я. А. Мостовой

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Рассматривается решение задачи дистанционного зондирования Земли кластером простых наноспутников, объединённых в сеть и распределённых по межвитковому интервалу трассы орбиты. Количество наноспутников в кластере для реализации глобального беспрерывного наблюдения за одни сутки, учитывая неуправляемое и случайное положение таких спутников в кластере, предлагается получить статистическим моделированием на квадратных решётках. Наряду с порогом перколяции исследуется другой статистический феномен, выявленный при таком моделировании – точка максимальной кластеризации, обладающая робастными свойствами.

Статистическое моделирование, кластеры наноспутников, порог перколяции, модальный закон распределения вероятностей, робастность.

Введение

В процессе эволюционного развития спутники дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) достигли высокого совершенства. Для увеличения полосы наблюдения до значительной доли межвиткового интервала на этих аппаратах предусмотрены сложные системы навигации и угловой ориентации, позволяющие при соответствующем управлении угловым движением проводить наблюдение любых заданных целей, лежащих в стороне от трассы полёта, выполнять криволинейные маршруты съёмки, маршруты поперёк трассы и т.п. Такие спутники могут управлять параметрами своей орбиты и положением на ней за счёт бортовой двигательной установки автономно либо по командам с Земли. В рамках концепции ДЗЗ единичными или несколькими подобными сложными спутниками, образующими систему, развиваются классы тяжёлых спутников и так называемых малых спутников ДЗЗ.

В зависимости от поставленных целей и от достигаемых характеристик с учётом необходимости резервирования оборудования вес таких аппаратов ДЗЗ изменяется в диапазоне от нескольких сотен килограммов до нескольких тонн.

Возможна и другая концепция получения информации ДЗЗ путём запуска одновременно большого количества весьма простых сверхмалых спутников – наноспутников (НС), которые в совокупности и будут решать задачу глобального ДЗЗ.

В рамках этой концепции задача ДЗЗ решается не одиночным НС или системой нескольких НС, а кластером НС, распределённым по межвитковому интервалу трассы. Этот кластер должен рассматриваться как единая большая сеть с распределением ролей между НС кластера. Оценка необходимого количества НС в кластере – первая задача, которую нужно решить в рамках этой концепции.

Учитывая, что простейшие НС из-за малой массы не смогут иметь системы управления движением своего центра масс и организованное размещение отдельных НС в кластере не может быть поддержано и в общем случае является случайным, задачу определения необходимого количества спутников в таком генеральном кластере предлагается решить путём статистического моделирования процесса образования кластеров объектов на квадратной прямоугольной решётке.

Известно, что моделирование на таких решётках позволяет обнаружить и ис-

следовать статистический феномен порога перколяции как «пробоя» решётки перколяционным кластером [1].

Гораздо менее исследован другой статистический феномен моделирования больших сетей на решётках – наличие устойчивого (робастного) значения вероятности нахождения в ячейке решётки объекта, при котором число образовавшихся кластеров на решётке имеет максимум. При дальнейшем увеличении этой вероятности кластеры объектов растут, сливаются и их суммарное число падает.

Именно это малочувствительное к направлению перколяции и законам распределения вероятности нахождения в ячейке объекта значение может быть использовано для подсчёта необходимого числа НС в генеральном кластере.

1. Кластер наноспутников

Каждый рабочий НС кластера с целью уменьшения массы должен иметь простую систему ориентации, от которой не требуется перенаведение целевой аппаратуры на объекты в стороне от трассы, не должен иметь двигательной установки и полноценной автономной системы навигации, может не иметь прямой связи с Землёй. Зато этот «рой» наноспутников может решать задачу беспрерывного ДЗЗ в надире во всём межвитковом интервале за счёт количества спутников в кластере.

При этом в кластере НС должно иметься несколько спутников-серверов, не решающих задачу наблюдения, а поддерживающих связь с рабочими НС кластера, с одной стороны, и с Землёй, с другой стороны. Спутники – серверы принимают информацию с рабочих НС и передают её на Землю, а команды и данные, переданные с Земли, передаются ими же на рабочие НС.

В настоящее время возможно создание НС с такими простыми функциями, которые решают задачу ДЗЗ в надире, массой менее 10 кг, и следует ожидать в ближайшее время снижения этой массы до 3 – 4 кг [2]. Выведение нескольких со-

тен, а возможно и тысяч таких НС, что определяется характеристиками аппаратуры ДЗЗ, возможно специальным пуском одной ракеты, а возможно и попутно с выводением других полезных нагрузок.

Важно отметить, что цель рассматриваемой концепции ДЗЗ состоит не в том, что вместо тяжёлого и дорогого спутника запускается простой и лёгкий при этом малой ракетой, а в том, что повышается оперативность работ по ДЗЗ – рассматривается сразу весь межвитковый интервал, а сложный уникальный спутник заменяется большим количеством простых НС, производимых серийно.

Это должно сделать решение задачи ДЗЗ более экономически выгодным, несмотря на то, что суммарная масса выводимых на орбиту наноспутников ДЗЗ вряд ли уменьшится значительно по сравнению с традиционными тяжёлыми или малыми спутниками.

Очевидно, что резервирование бортовой аппаратуры при такой постановке задачи ДЗЗ для НС не требуется, управление «строим» спутников невозможно и не должно требоваться. Эти вопросы должны решаться количеством рабочих спутников в кластере и упомянутой структурой кластера (наличием спутников-серверов).

Конструкция НС, устройство его системы управления, энергоснабжения, аппаратуры ДЗЗ и других подсистем, проблемы разработки НС в настоящей статье не рассматриваются [2]. В статье рассматривается ключевой вопрос такой постановки задачи ДЗЗ: потребное количество НС в генеральном кластере.

2. Определение потребного количества НС в кластере методом статистического моделирования на квадратных решётках

При рассмотренной постановке задачи получения информации от совокупности НС требуется не только изучение свойств каждого НС, но и рассмотрение свойств кластера НС и, в частности, статистических феноменов, свойственных большим случайным кластерам объектов, образующих «сложную сеть» [1,3,4].

Определим трассу кластера НС, вращающихся на орбитах ИСЗ с практически одинаковым периодом, как совокупность трасс всех НС. С течением времени из-за вариаций периодов вращения у каждого из НС трассы НС разойдутся по долготам на экваторе и займут весь межвитковый интервал. Данный процесс разведения НС можно поддержать методикой отделения НС от ракеты-носителя и конструкцией систем отделения.

Процесс разведения НС по межвитковому интервалу в настоящей статье не рассматривается.

За целевой критерий, определяющий необходимое количество спутников в кластере, примем сплошное покрытие межвиткового интервала трассы орбиты выведения полосами наблюдения НС в надире. Выполнение этого критерия позволяет оперативно в течение суток получить глобальную беспрерывную информацию в широтном диапазоне, определяемом наклонением плоскости орбиты. Если была бы возможность «построить» кластер НС таким образом, чтобы его фронт покрывал полосами наблюдения межвитковый интервал L_{mv} на экваторе, то поставленный целевой критерий был бы выполнен при количестве НС, равном N . Здесь N – число НС, определяемое из выражения

$$L_{mv} = \sum_i^N li = N * li, \quad (1)$$

где li – полоса наблюдения i -го НС, которую примем постоянной для каждого НС.

Однако отсутствие двигательной установки и других средств управления орбитой после отделения от ракеты-носителя, наличие возмущений орбиты каждого из НС делает невозможным построение кластера подобным детерминированным «строением», и приходится констатировать случайное с течением времени положение НС относительно друг друга в рамках совокупности НС, которая выше названа генеральным кластером.

Ясно, что количество случайным образом размещённых НС для сплошного покрытия межвиткового интервала должно быть при прочих равных условиях

больше, чем определённое по выражению (1).

Задача протекания информации ДЗЗ через сеть случайно размещённых спутников (случайную среду) хорошо ложится на формулировки теории перколяции. В этом случае появление перколяционного кластера, который перекрывает межвитковый интервал, позволяет определить число НС в кластере.

Геометрически распределённую совокупность НС в границах межвиткового интервала трассы представим размещённой случайным образом на квадратной решётке или матрице с количеством узлов или ячеек, определяемым N – числом строк матрицы (1). При этом будем полагать, что геометрически межвитковый интервал отображается на высоту матрицы.

Пусть в каждой ячейке матрицы (или узле решётки) находится НС с вероятностью p или ячейка пуста с вероятностью $1-p$. Вероятность p можно интерпретировать как долю (концентрацию) занятых узлов при случайно-однородном заполнении решётки [1].

Поэтому далее в подрисуночных подписях вместе с выражением «вероятность наличия объекта в ячейке матрицы» употребляется более краткое выражение «доля примеси».

Для начала примем, что вероятность нахождения НС в ячейке матрицы является величиной постоянной по всей матрице.

Ответ на вопрос, какова должна быть вероятность нахождения НС в ячейке p , чтобы возник перколяционный кластер, соединяющий верхнюю и нижнюю часть матрицы, даёт теория перколяции.

Слово перколяция (от лат. percolatio – процеживание, фильтрация) означает протекание. Название возникло в связи с тем, что ряд первых работ в этом направлении был посвящён процессам просачивания (протекания) жидкостей или газов через случайную пористую среду.

Теория перколяции даёт метод моделирования важных прикладных задач,

так как описывает широкий класс явлений, которые называются критическими и характеризуются движением потока через случайную среду.

Теория перколяции может адекватно описывать движение, например, электрического тока через диэлектрик со случайной долей примеси проводящих фрагментов или движение потока информации по вычислительной сети, в которой поражена случайная часть узлов, или движение потока автомобилей по дорожной сети со случайной пропускной способностью каждого участка, или движение потока огня при лесном пожаре, или прохождение потока информации через случайным образом размещённые в пространстве спутники и т. п.

При определённых характеристиках этой случайной среды возникает «пробой» – принципиальное изменение состояния рассматриваемой системы: информационная сеть перестает функционировать, в дорожной сети возникает пробка, лесной пожар затихает и т. п.

Теория перколяции имеет много точных аналитических результатов, но основной используемый ею метод – численное моделирование на решётках или деревьях [1, 3].

Для примера возьмём плоскую решётку или матрицу 3×3 . Пусть начальное состояние матрицы «белое» – матрица состоит полностью из непроводящих ячеек. Начнём добавлять в матрицу проводящие ячейки.

Перколяцией называют момент появления такого состояния решётки (матрицы), при котором существует хотя бы один непрерывный путь через соседние проводящие ячейки, соприкасающиеся рёбрами от одного края до противоположного.

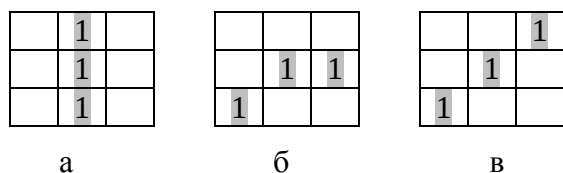


Рис.1. Перколяция есть (а), перколяции нет (б,в)

Добавим в матрицу «чёрные» проводящие элементы (бит состояния равен 1), например, в количестве трёх. В общем случае их недостаточно для перколяции снизу вверх, хотя при некоторых сочетаниях размещения проводящих ячеек (рис.1а) перколяция может иметь место. На рис.1б,в перколяции нет, так как «чёрные» ячейки не соприкасаются рёбрами.

Вопрос, на который отвечает теория перколяции, – при какой доле проводящих ячеек ($P_c = N_{\text{черн}} / N$) или при какой вероятности их появления возникает непрерывная цепочка, соединяющая верхнюю и нижнюю части решётки, т.е. возникает «пробой». Ясно, что в нашем примере при доле $2/9$ проводимости нет никогда, но при доле $3/9$ проводимость будет, но не во всех возможных случаях, т. е. пробой возникает с определённой вероятностью. При доле $7/9$ проводимость будет гарантирована – вероятность перколяции равна 1.

В результате статистической обработки серии математических экспериментов были определены пороги перколяции для различных размеров матрицы при равновероятном появлении НС в каждой её ячейке. Зависимость порога перколяции от размера матрицы представлена на рис. 2. Из графика видно, что при увеличении размера матрицы диапазон значений порога перколяции сужается, т.е. при бесконечном росте размера матрицы перколяция будет возникать скачком – ступенчато [1]. Обычно в теории перколяции стремятся рассматривать бесконечную (очень большую) матрицу, однако в нашем случае в соответствии с постановкой задачи необходимо рассматривать матрицу конечных размеров.

Отметим, что при числе НС, случайно размещённых в межвитковом интервале, большем, чем N , согласно (1), сплошное покрытие полосами наблюдения межвиткового интервала на экваторе может наступить раньше возникновения перколяционного кластера.

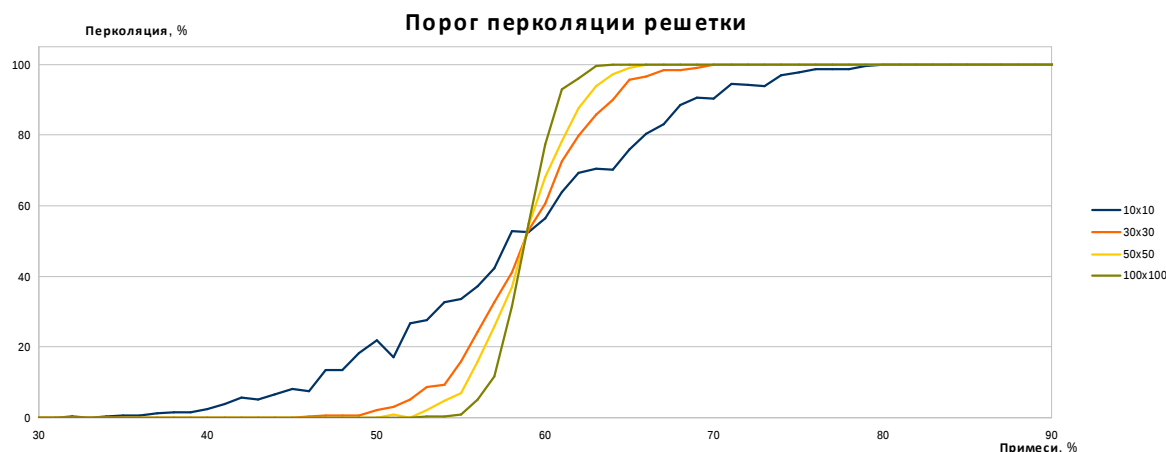


Рис.2. Зависимость порога перколяции от вероятности наличия НС в ячейке (доли примеси) для различных размеров матрицы

Для проведения серии математических экспериментов была выбрана матрица размера 50 x 50, которая заполнялась сначала с учётом равновероятностного распределения НС по ячейкам. Серия включала от 500 до 1000 статистических экспериментов с построением случайной матрицы для каждого значения вероятности наличия НС в ячейке матрицы. По по-

лученным матрицам были распознаны алгоритмом Хошена – Коппельмана все кластеры, построены графики и определены статистические показатели. Визуализация одной из полученных матриц приведена на рис. 3. Все возникшие кластеры, в том числе и перколяционный, окрашивались разными цветами.

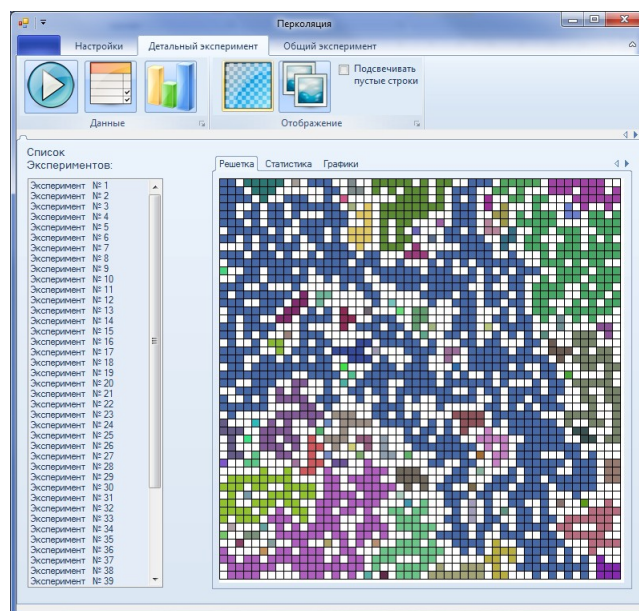


Рис.3. Визуализация кластеров на решётке в одном из экспериментов с наличием перколяционного кластера. Пустые ячейки не закрашены. Перколяционный кластер на рисунке имеет более интенсивный серый цвет

На рис. 4 а приведена зависимость среднего размера кластера решётки от вероятности наличия НС в ячейке (доли

примеси). По этому графику видно, что вероятности, меньшей 0,5, соответствует небольшое значение среднего размера

кластера, а при вероятности наличия НС в ячейке больше, чем порог перколяции, функция возрастает стремительно. Это объясняется тем, что при малых вероятностях наличия объектов в ячейке решётка заполнена большим количеством класте-

ров маленького размера, а при значениях этой вероятности, больших, чем порог перколяции, эти маленькие кластеры объединяются с перколяционным кластером, который стремительно увеличивается.

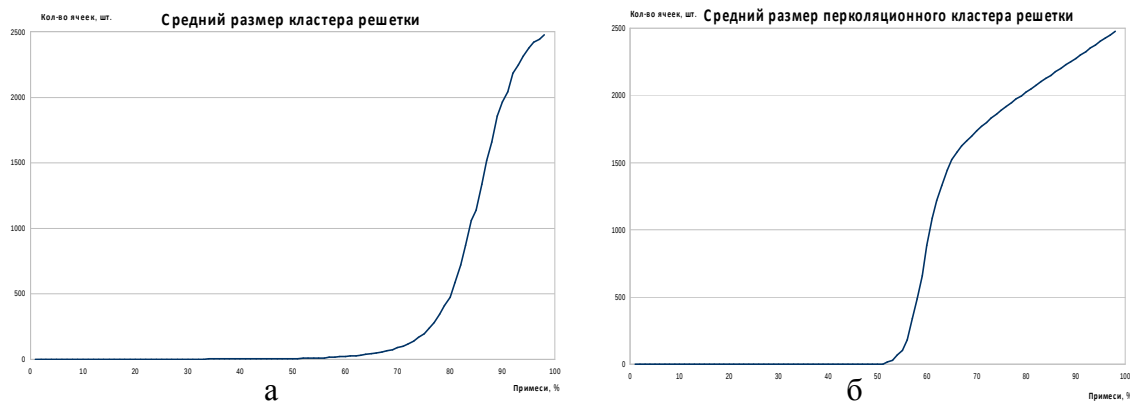


Рис. 4. Зависимость среднего размера кластера решётки (а) и среднего размера перколяционного кластера (б) от вероятности появления в ячейке НС (доли примеси)

По рис. 5, на котором изображены полученные значения порогов перколяции, можно определить диапазон значений порога перколяции для матрицы 50 x 50. Он равен $0,5 \div 0,67$. При этом теоретическое значение для бесконечной матрицы равно 0,593 [1]. Этот диапазон

вероятностей наличия в ячейке НС соответствует возникновению и стремительному росту среднего размера перколяционного кластера (рис. 4 б). После достижения верхнего значения порога перколяции (0,67) приращение функции заметно уменьшается.

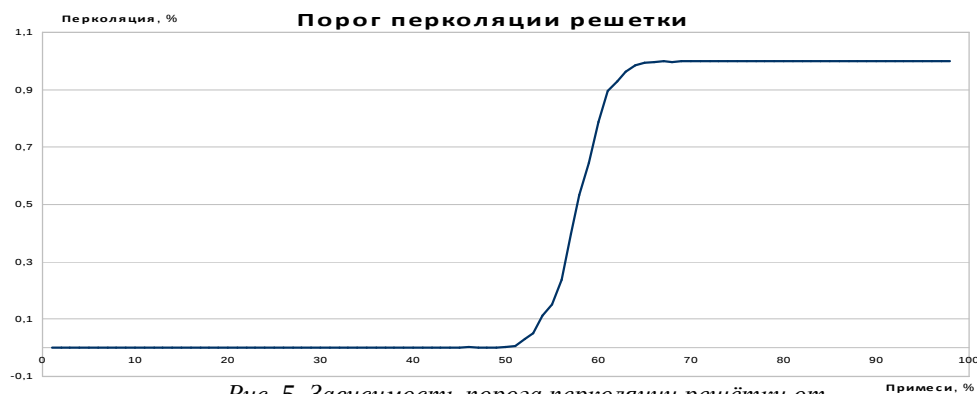


Рис. 5. Зависимость порога перколяции решётки от вероятности наличия в ячейке НС (доли примеси)

Зависимость количества кластеров решётки от вероятности наличия в ячейке НС (доли примеси) отражена на рис. 6. По мере увеличения этой вероятности в диапазоне 0,1 – 0,25 матрица заполняется НС и количество кластеров растёт. Максимальное значение количества кластеров

достигается при вероятности наличия в ячейке НС (концентрации примеси), приблизительно равной 0,25. После этой точки при добавлении новых НС они начинают более активно присоединяться к уже образованным кластерам, происходит слияние кластеров и рост их размеров со снижением общего количества кластеров.

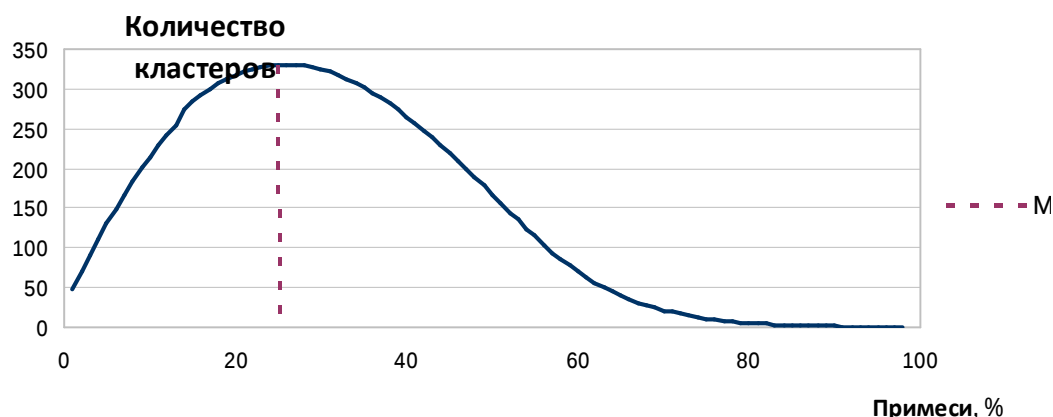


Рис. 6. Зависимость среднего количества кластеров решетки от вероятности наличия в ячейке НС (доли примеси)

При вероятности наличия в ячейке НС (доли примеси), равной 0,25, в матрице присутствует большое число кластеров небольших размеров (рис. 7).

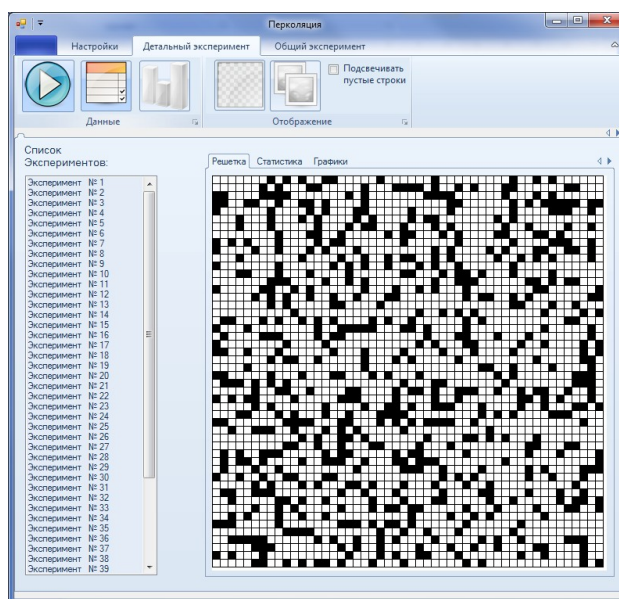


Рис. 7. Визуализация кластеров на решётке при вероятности наличия в ячейке НС, равной 0,25. Чёрным цветом закрашены ячейки, содержащие объект

Рассмотренные результаты позволяют гарантированно оценивать порог перколяции значением 0,67, что даёт число спутников в перколяционном кластере $N_{пк}$, равное $N_{пк} = 0,67 \cdot N_p$, где N_p – число ячеек в матрице.

Однако такое значение НС будет явно избыточным, так как структура перколяционного кластера достаточно ветвиста и рыхла (рис. 3), и в одной любой строке

матрицы находится (при вертикальном направлении перколяции, принятом в статье) множество ячеек, занятых НС.

В этом случае лучше иметь не один сплошной перколяционный кластер, а множество небольших кластеров, проекции размеров которых на вертикальную ось перекрывают друг друга и покрывают всю высоту матрицы (отсутствуют нулевые строки), которая интерпретируется как межвитковый интервал.

Точка максимума на кривой рис. 6 со значением вероятности нахождения в ячейке матрицы НС, равным 0,25, даёт среднее максимальное количество кластеров. Средний размер кластера в этом случае имеет значение около 2 (рис. 7). Проведённые проверки показывают отсутствие нулевых строк матрицы во всех полученных экспериментах. Это можно подтвердить и вероятностным расчётом наличия пустой строки в матрице при $p = 0,25$.

Использование точки максимального количества кластеров для определения необходимого числа НС позволяет более чем в два раза снизить потребное число НС, распределённых по межвитковому интервалу, для выполнения выбранного геометрического критерия покрытия.

Этот результат тем более важен, если учесть показанное ниже замечательное свойство значения вероятности наличия НС в ячейке, равного 0,25 – вероятности образования в среднем максимального количества кластеров. Это значение мало изменяется при изменении размера матрицы и при изменении законов распределения по матрице вероятности нахождения НС в ячейке (при сохранении средней по матрице вероятности наличия НС в ячейке).

3. Статистическое моделирование больших сетей на квадратных решётках при модальных законах распределения вероятностей нахождения объекта в ячейке

Предположение о возможности равномерного по решётке распределения вероятности нахождения объекта в ячейке или вероятности примеси требует рассмотрения для конкретных применений.

Рассмотрим в качестве более общего случая направленную градиентную перколяцию, для которой вероятность приме-

си или вероятность нахождения объекта в ячейке переменна либо по ширине матрицы вдоль каждой строки, либо переменна по высоте матрицы вдоль каждого столбца [3]. При этом закон распределения этой вероятности имеет моду, т.е. вероятность возрастает к оси матрицы и уменьшается к краям матрицы.

Будем выдерживать при этом среднее значение вероятности нахождения объекта в ячейке по всей матрице и соответственно откладывать его по оси ординат графиков. Такой подход позволяет выделять влияние неравномерности распределения из-за наличия моды в законе распределения.

Величину увеличения вероятности нахождения объекта в ячейке на оси матрицы и уменьшения её к краям будем описывать параметром f , характеризующим относительное увеличение вероятности по оси матрицы по сравнению со средним её значением. Мода закона распределения может совпадать с рассматриваемым направлением перколяции либо она может быть «поперёк» рассматриваемого направления перколяции (рис. 8).

Проведённое статистическое моделирование на конечной решётке показало, что оба статистических феномена: наличие порога перколяции и наличие точки максимальной кластеризации – имеют место как в случае вертикального, так и в случае горизонтального градиентов вероятности наличия объекта в ячейке.

При этом значение порога перколяции изменяется значительно, а значение средней по матрице вероятности наличия объекта в ячейке в точке максимальной кластеризации, которую обозначим $P_{мк}$, практически не меняется (таблица 1).

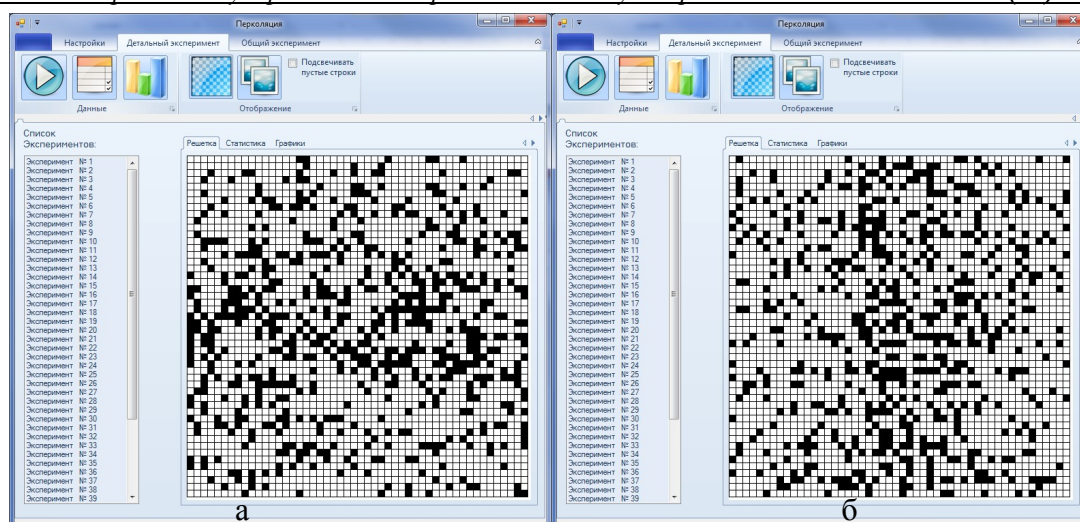


Рис. 8. Вид кластеров НС на решётке 50×50 при вероятности наличия НС в ячейке $P_{mk}=0,25$, соответствующей максимальному числу кластеров, при модальных законах распределения НС по матрице

а – мода горизонтальна и $f=0,5$,
б – мода вертикальна и $f=0,5$

Таблица 1. Статистические характеристики распределения примеси при различных градиентах

Закон распределения вероятностей объектов по матрице	Значение порога перколяции	Значение P_{mk} в точке максимальной кластеризации	Среднее количество кластеров в точке P_{mk}	Относительная частота нулевых строк на матрицу при P_{mk}	Примечание
равномерный	0.5 – 0.67	0.25	329	0	$f=0$
модальный вертикальный	0.4 – 0.55	0.25	293	0	$f=0.6$
модальный горизонтальный	0.65 – 0.77	0.25	290	0.04	$f=0.6$

При этом нулевые строки при P_{mk} в матрицах отсутствуют в подавляющем числе экспериментов – сгенерировано и рассмотрено по 1000 случайных матриц для каждого из распределений и для каждого значения вероятности нахождения в ячейке объекта.

Таким образом, процедура определения необходимого числа наноспутников в кластере, обеспечивающих сплошное покрытие межвиткового интервала полосами наблюдения размером 50 км, для полученного значения P_{mk} будет робастной, т.е. малочувствительной к ошибкам и предположениям относительно законов

распределения вероятностей нахождения объекта в ячейке.

Закключение и выводы

Рассмотрены статистические феномены образования случайных кластеров при моделировании больших сетей на решётках.

Показано, что наряду со значением вероятности нахождения объекта в ячейке, описывающим порог перколяции, на оси вероятности нахождения объекта в ячейке имеется другая замечательная точка – точка максимальной кластеризации, в которой среднее число кластеров по мат-

рице имеет максимум. По мере увеличения вероятности наличия объектов в ячейке матрица заполняется объектами и количество кластеров растёт. Максимальное значение количества кластеров достигается при вероятности наличия в ячейке НС (объекта), равной 0,25. После этой точки при добавлении новых НС (объектов) они начинают более активно присоединяться к уже образованным кластерам и происходит слияние кластеров со снижением их общего количества.

В качестве примера рассмотрена концепция получения информации ДЗЗ путём запуска одновременно большого количества весьма простых сверхмалых спутников – наноспутников (НС), которые, будучи распределёнными по межвитковому интервалу трассы случайным образом, в совокупности будут оперативно решать задачу глобального ДЗЗ.

В рассмотренном примере создания кластеров наноспутников ДЗЗ значение вероятности нахождения НС в ячейке равно 0,25, что гораздо меньше порога перколяции. Это значение является наиболее предпочтительным для определения

количества НС в кластере, так как в этом случае обеспечивается робастность – нечувствительность к предположениям относительно законов распределения вероятности нахождения НС в ячейках матрицы.

Работа выполнена по гранту РФФИ N 11 – 07 – 12062 офи – 2011.

Библиографический список

1. Тарасевич, Ю. Ю. Перколяция: теория, приложения, алгоритмы. / Ю. Ю. Тарасевич. – Москва: УРСС, 2002. – 109с.
2. www.portalnano.ru/read/prop/pro/materials/functional/4cosmos/nanosatellites.
3. Москалев, П. В. Математическое моделирование пористых структур. / П. В. Москалев, В. В. Шитов. – Москва: Физматлит, 2007. – 120 с.
4. Ландэ, Д. В. Интернетика: Навигация в сложных сетях: модели и алгоритмы. / Д. В. Ландэ, А. А. Снарский, И. В. Безсуднов. – Москва: Книжный дом «Либерком», 2009. – 264 с.

STATISTICAL PHENOMENA OF GREATER DISTRIBUTED CLUSTERS OF NANOSATELLITES

© 2011 Ya. A. Mostovoy

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov
(National Research University)

The paper deals with the solution of the Earth remote sensing problem by a cluster of ordinary nanosatellites combined in a network and distributed over the inter-turn interval of the orbit. The number of nanosatellites in a cluster used to perform global observations for 24 hours can be determined by statistical modeling on square matrices, taking into account uncontrollable and random position of such satellites in a cluster. Another statistical phenomenon is investigated along with the percolation threshold, namely, the point of maximum clusterization possessing robustness.

Statistical modeling, cluster of nanosatellites, threshold percolation, modal law of probability distribution, robustness.

Информация об авторах

Мостовой Яков Анатольевич, д.т.н., профессор, профессор кафедры геоинформатики и информационной безопасности. Самарский государственный аэрокосмиче-

ский университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: компьютерное управление сложными техническими системами (СТС), инженерия программного обеспечения для СТС, имитационное математическое моделирование для отладки, проектирования и управления СТС.

Mostovoy Yakov Anatolyevitch, doctor of technical sciences, professor, professor of the department of geoinformatics and information security, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), jakob.mostovoi@yandex.ru. Area of research: computer control of complex technical systems (CTS), software engineering for CTS, simulation mathematical modeling for debugging, designing and controlling CTS.