УДК 629.78

ОПТИМАЛЬНОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ СЕАНСОВ НАВИГАЦИОННЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИНФОРМАЦИИ ОТ ИНТЕГРИРОВАННЫХ НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ

© 2004 И. В. Елисеев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается задача повышения эффективности выполнения целевой задачи космическим аппаратом дистанционного зондирования Земли за счет оптимального размещения сеансов навигационных определений на временных интервалах планирования. Данная задача трактуется как задача оптимального управления динамической системой, определяемой дискретным аналогом дифференциального уравнения типа Риккати. Для решения используется подход, основанный на сведении исходной нелинейной задачи к эквивалентной линейной большей размерности. Анализируются результаты решения, полученные для случаев наличия и отсутствия шумов в модели движения. Оценивается влияние зон ненаблюдаемости на полученное решение.

1. Техническая постановка задачи. Показатели эффективности выполнения целевой задачи космическим аппаратом дистанционного зондирования Земли (КАДЗЗ), такие как информационная производительность, линейное разрешение на местности, сдвиг изображения, сферическая ошибка по положению и по скорости, непосредственно зависят от параметров движения его центра масс [1]. Поэтому КАДЗЗ нуждается в высокоточном координатно-скоростном навигационном определении центра масс.

Повышенным требованиям к точности навигационных определений в настоящее время наиболее полно удовлетворяют спутниковые радионавигационные системы (СРНС). Одним из приоритетных направлений развития аппаратуры потребителя информации от СРНС является ее объединение с другими источниками навигационной информации в интегрированные навигационные комплексы. Большинство подвижных объектов имеют в составе своего оборудования помимо приемников сигналов от СРНС автономные нерадиотехнические системы, основными из которых являются инерциальные навигационные системы (ИНС). Типовая ИНС может состоять из триады датчиков углового движения, триады акселерометров, электронных блоков, процессора с программным обеспечением и интерфейса с аппаратурой СРНС. Из состава ИНС, реализуемых на борту КАДЗЗ, может быть исключен блок акселерометров, поскольку в силу определенности движения информация о параметрах движения центра масс может быть получена из математической модели движения, реализованной в бортовой вычислительной машине.

Дальнейшее совершенствование навигационной аппаратуры, включающей в себя приемник сигналов от СРНС, связано с улучшением алгоритмического обеспечения, которое в свою очередь можно получить за счет оптимизации планирования размещения сеансов навигационных определений (СНО) по СРНС на временных интервалах функционирования КАДЗЗ. Применительно к ИНС/СРНС интегрированным комплексам это направление оптимизации состоит в определении при заданных ограничениях на трудоемкость навигации (фиксированном количестве СНО по СРНС) размещения СНО по СРНС на временном интервале функционирования КАДЗЗ, минимизирующего ошибки ИНС (или математической модели движения) и, как следствие, доставляющего минимум критериям оптимальности, сформированным на основе показателей эффективности КАДЗЗ.

2. Математическая постановка задачи. Данная задача при допущении, что обработка измерительной информации осуществляется по алгоритму, представляющему собой фильтр Калмана, является задачей оптимального управления динамической системой, описываемой дифференциальным уравнением типа Риккати [2]. В дискретном виде модель оптимизируемой системы задается соотношениями [2]

$$\begin{cases} K_i^* = \left(K_i^{-1} + \gamma_i D_{\eta i}^{-1} \right)^{-1}, \\ K_i = A_{i,i-1} K_{i-1}^* A_{i,i-1}^T + D_{\xi i}, \quad i \in 1,\dots,N, \quad K_0^* = K_0, \end{cases} \tag{1}$$

где K_i^* - ковариационная матрица ошибок навигационных определений по ИНС/СРНС; K_i - ковариационная матрица ошибок навигационных определений по ИНС; $D_{\xi i}$ - ковариационная матрица случайных возмущений, действующих на ИНС; $D_{\eta i}$ - ковариационная матрица ошибок навигационных определений по СРНС; параметр γ_i формализует программу проведения СНО по СРНС и принимает значения 1, если в i-й момент СНО проводится, и 0, если не проводится; N - количество подынтервалов дискретности, на которые разбивается временной интервал функционирования КАДЗЗ; $A_{i,i-1}$ - матрица, определяемая выбранной математической моделью движения.

Критерии оптимальности, по которым оптимизируется система (1), отражают специфику показателей эффективности КАДЗЗ и имеют вид:

$$I = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} tr\left\{ C^T K_i^* C \right\}, \tag{2}$$

где C – нормирующая матрица, определяющая вид конкретного критерия оптимальности.

Ограничение на трудоемкость навигации записывается следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{N} \gamma_i = N_\Sigma \;\; \sum_{i=1}^{N} \gamma_i = N_\Sigma\,, \tag{3}$$

где N_Σ - количество СНО по СРНС.

Таким образом, задача оптимального размещения СНО по СРНС состоит в выборе такой последовательности значений управляющей функции , которая, удовлетворяя ограничению (3), переводила бы систему (1) из начального состояния в конечное (определяемых началом и концом временного интервала функционирования КАДЗЗ), доставляя минимум критерию (2).

3. Алгоритм решения задачи. Непосредственное решение сформулированной задачи [3] затруднительно из-за нелинейности оптимизируемой системы (1), и поэтому используем подход, основанный на переходе к эквивалентной задаче [2]. Эквивалентная оптимизируемая система имеет вид

$$\begin{cases} S_{i,j} = S_{i-1,j} + \gamma_i R_{i,j} Q_{i,j}, \\ Q_{i,j} = Q_{i-1,j} + V_{i,j} S_{i-1,j}, \quad i = 1,\dots,j, \quad j = 1,\dots,N. \end{cases}$$

(4)

Здесь $R_{i,j} = (A_{j,i-1}^T)^{-1} D_{\eta i}^{-1} A_{j,i-1}^{-1}$, $V_{i,j} = A_{j,i} D_{\xi i} A_{j,i}^T$, $S_{i,j}, Q_{i,j}$ - матрицы, определяемые из соотношения

$$K_{i,j} S_{i,j} = Q_{i,j}\,, \tag{5}$$

где $K_{i,j} = A_{j,i} K_i^* A_{j,i}^T$ - прогнозируемая на момент j матрица K_i^*.

Эквивалентный критерий оптимальности с учетом ограничения

$$S_{j,j} = C \tag{6}$$

записывается в виде

$$I^{экв} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} tr\left\{ C^T Q_{j,j} \right\}. \tag{7}$$

Применение формализма дискретного принципа максимума Понтрягина для эквивалентной задачи (4)-(7) с учетом ограничения (3) позволяет получить необходимые условия оптимальности в виде

$$\gamma_i = \begin{cases} 1, & если \quad i \in G, \\ 0, & если \quad i \notin G, \end{cases} \tag{8}$$

где $G = \left\{ i_1, i_2, \dots, i_N \right\}$ - множество дискретных моментов времени, в которые программная последовательность $\{M_i\}$ с элементом

$$M_i = \sum_{j=1}^{N} tr\left\{Q_{i,j}^T R_{i,j} Q_{i,j}\right\} \quad (9)$$

достигает своих наибольших N_Σ значений.

Соотношения (4), (5), (6), (8), (9) определяют следующую краевую задачу: для системы (4) необходимо подобрать такие начальные матрицы $S_{0,j}$, чтобы система переводилась из состояния $\left(S_{0,j} \vdots K_{0,j} S_{0,j}\right)^T$ в состояние $\left(C \vdots Q_{j,j}\right)^T$ (где на $Q_{j,j}$ не накладывается никаких ограничений) с помощью управления, определяемого из условий (8),(9) и (3).

Решение краевой задачи проводится методом Крылова-Черноусько [4], в соответствии с которым методом последовательных приближений определяется неподвижная точка $S_{0,j}$ некоторого оператора $\boldsymbol{A}\left\{S_{0,j}\right\}$, то есть точка, удовлетворяющая уравнению

$$S_{0,j} = \boldsymbol{A}\left\{S_{0,j}\right\}. \quad (10)$$

Алгоритм решения данной краевой задачи будет состоять из следующей последовательности действий:

1. Задается начальный план измерений.
2. В соответствии с планом находится вектор (значение оператора А):

2.1. Решается система линейных уравнений

$$\left(W_2^\gamma\right)_j d_j^0 = C\,. \quad (11)$$

2.2. Восстанавливается вектор k_j^0:

$$\left(W_1^\gamma\right)_j d_j^0 = k^0\,. \quad (12)$$

Здесь матрицы $\left(W_1^\gamma\right)_j$ и $\left(W_2^\gamma\right)_j$ вычисляются в зависимости от используемого плана измерений $\{\gamma_i^0\}$:

$$\left(W_1^\gamma\right)_j = \Lambda_{qs}^\gamma(j,1) + \Lambda_{qq}^\gamma(j,1) K_{1,j}\,, \quad (13)$$

$$\left(W_2^\gamma\right)_j = \Lambda_{ss}^\gamma(j,1) + \Lambda_{sq}^\gamma(j,1) K_{1,j}\,, \quad (14)$$

где матрицы $\left(\Lambda_{ss}^\gamma\right)_{j,1}$, $\left(\Lambda_{sq}^\gamma\right)_{j,1}$, $\left(\Lambda_{qs}^\gamma\right)_{j,1}$, $\left(\Lambda_{qq}^\gamma\right)_{j,1}$ являются соответствующими блоками в матрице Λ^γ, представляющей собой дискретный аналог фундаментальной матрицы для системы (4) и определяемой в результате операции:

$$\Lambda^\gamma(j,1) = \begin{bmatrix} \Lambda_{ss}^\gamma(j,1) & \Lambda_{sq}^\gamma(j,1) \\ \Lambda_{qs}^\gamma(j,1) & \Lambda_{qq}^\gamma(j,1) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^{j} \begin{bmatrix} E_n + \gamma_i^0 R_{i,j}^0 V_{i,j} & \gamma_i^0 R_{i,j}^0 \\ V_{i,j} & E_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

3. Ищется новый план измерений в виде

$$\{\gamma_i'\} = \{\gamma_i'^0\}_{\mu 0} \cup \{\gamma_i^0\}_{1-\mu 0}\,. \quad (16)$$

Здесь план измерений определяется из условия (8). Параметр μ^0 представляет собой долю числа измерений, соответствующих плану $\{\gamma_i'^0\}$ и выбираемых из него для формирования нового плана $\{\gamma_i'\}$; соответственно значение $(1-\mu^0)$ - долю измерений из плана $\{\gamma_i^0\}$, оставленных для формирования $\{\gamma_i'\}$. Рассматриваемый прием обновления плана $\{\gamma_i^0\}$ состоит в добавлении $\mu^0 \overline{N}_\Sigma$ моментов измерений, в которых программная последовательность $\{\widetilde{M}_i^0\}$ принимает наибольшие значения, и при этом из обновленного плана удаляется такое же количество моментов измерений, в которых значение $\{\widetilde{M}_i^0\}$ минимально.

Параметр выбирается из условия

$$\mu^0 = \arg\min_{\overline{\mu}_0 \in \Re} I(\overline{\mu}^0)\,, \quad (17)$$

где $\Re = \{0, \frac{1}{N_\Sigma}, \frac{2}{N_\Sigma}, ..., \frac{N_\Sigma - 1}{N_\Sigma}, 1\}$ - множество дробно-рациональных чисел, вводимое с целью исключения «дробных» планов, то есть планов, в которых $0 < \gamma_i < 1$; $I'(\overline{\mu}_0)$ - эквивалентное значение выбранного критерия, определяемое в соответствии с (7) как

$\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} tr\left\{C^T \kappa^1(\overline{\mu}_0)\right\}$, где $k^1(\overline{\mu}_0)$ вычисляется на основе действия 2 при новом управлении $\{\gamma_i'\}$.

Затем действия 2-3 повторяются с заменой номера итерации “0” номером “1” и так далее до момента, когда значение критерия оптимальности на текущей итерации не будет отличаться от значения, полученного на предыдущей итерации, на некоторую заданную величину, определяющую точность решения краевой задачи.

4. Решение оптимизационной задачи в случае отсутствия шумов в модели движения. Важнейшим средством повышения эффективности численного решения краевой задачи является выбор такого начального приближения для размещения СНО, которое обеспечивало бы быструю сходимость итерационной процедуры. В качестве такового предлагается использовать решение аналогичной краевой задачи при отсутствии случайных возмущений, действующих на ИНС. В этом случае за счет упрощения эквивалентной системы (4) ($V_{i,j} = 0$, $Q_{i,j} = Q_{i-1,j} = const$) и возможности проинтегрировать упрощенную систему сначала в прямом, а затем в обратном времени, оператор $\boldsymbol{A}\{\bullet\}$ может быть записан в явном виде

$$\boldsymbol{A}\left\{S_{0,j}\right\} = C - B_j S_{0,j}, \tag{18}$$

где B_j определяется соотношением

$$B_j = \left[\sum_{i=1}^{j} \gamma_i R_{i,j}\right] K_{0,j}. \tag{19}$$

Кроме того, при отсутствии случайных возмущений, действующих на ИНС, может быть получено аналитическое выражение для выбора начального приближения:

$$M_i^0 = \sum_{j=i}^{N} \left\{K_{0,j} R_{i,j} K_{0,j}\right\}. \tag{20}$$

Для определения программ размещения СНО по СРНС в случае отсутствия случайных возмущений рассматривался КАДЗЗ, функционирующий на околокруговой орбите в диапазоне высот 250…500 км. На временных интервалах планирования различной протяженности (от 1 до 16 витков) размещались СНО в количестве N_Σ от 1 до 5. В качестве вектора ошибок ИНС взят 6-мерный вектор, элементами которого являются проекции ошибок координат и скорости на оси орбитальной системы координат, и поэтому размерность матрицы K_i [6×6]. Использовалась математическая модель движения КАДЗЗ, описывающая возмущенное движение в отклонениях от околокруговой орбиты [5]. Для упрощения формализации процесса навигационных определений по СРНС использовались аппроксимационные модели поля потенциальной точности навигационных определений, создаваемого СРНС [6]. В качестве критериев оптимальности для КАДЗЗ рассматривались критерии, определяющие среднее на временном интервале планирования значение величины ухудшения информационной производительности I_1, ухудшения линейного разрешения на местности I_2, возрастания сдвига изображения на местности I_3, возрастания сферической ошибки по положению I_4, возрастания сферической ошибки по скорости I_5 [1].

Анализ результатов моделирования позволяет сделать следующие выводы:

1. Для критериев I_1, I_4 оптимальное размещение СНО одинаково и подчиняется правилу равномерного размещения СНО на временном интервале планирования:

$$i_k = k\frac{N}{N_\Sigma + 1},\ k = 1,\ldots,N_\Sigma, \tag{21}$$

где i_k - дискретный момент времени проведения СНО.

2. Для критериев I_2, I_3, I_5 оптимальное размещение СНО одинаково и зависит от соотношения количества размещаемых СНО N_Σ и протяженности интервала функционирования КАДЗЗ (интервала планирования),

выраженной в витках $N_в$, подчиняясь правилу:

$$\begin{cases} i_k = \dfrac{1}{2} k \dfrac{N}{N_в}, & если \quad N_\Sigma < N_в, \\ i_k = k \dfrac{N}{N_\Sigma + 1}, & если \quad N_\Sigma \geq N_в, \qquad k = 1, \ldots, N_\Sigma. \end{cases}$$

(22)

5. Решение оптимизационной задачи в случае наличия шумов в модели движения. Для нахождения программ оптимального размещения СНО в случае наличия шумов в модели движения рассматривались следующие возмущающие ускорения, действующие на КАДЗЗ: ускорения, обусловленные нецентральностью поля тяготения и аномалиями гравитационного потенциала; ускорения, вызванные тормозящим действием атмосферы; «немоделируемые» ускорения, то есть не поддающиеся непосредственной формализации в виде аналитических моделей; ускорения, вызванные движением КАДЗЗ относительно центра масс.

В качестве начального приближения $\{\gamma_i^0\}$ для решения оптимизационной задачи принимались программы размещения СНО, соответствующие соотношениям (21), (22).

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

1. Для критериев I_1, I_4 программа оптимального размещения СНО в случае наличия шумов в модели движения практически совпадает с программой оптимального размещения СНО в случае отсутствия шумов в модели и подчиняется правилу равномерного размещения СНО на интервале планирования (21). Присутствующий сдвиг моментов времени проведения СНО в первом случае относительно моментов проведения СНО во втором случае больше для СНО, расположенных во второй половине интервала планирования.

2. Для критериев I_2, I_3, I_5 программа размещения СНО на интервале планирования зависит от соотношения количества размещаемых СНО N_Σ и протяженности интервала планирования $N_в$:

- если $N_\Sigma \geq N_в$, то программа размещения СНО соответствует приведенной в выводе 1;

- если $N_\Sigma < N_в$, то моменты времени оптимального размещения СНО сдвигаются относительно моментов времени квазиоптимального размещения СНО (при отсутствии шумов в модели движения) в направлении моментов времени, соответствующих равномерному размещению СНО. Сдвиг моментов времени проведения СНО увеличивается с удалением от начала интервала планирования. При фиксированной протяженности интервала планирования с увеличением количества размещаемых СНО сдвиг стремится к нулю.

6. Исследование влияния зон ненаблюдаемости на размещение СНО. Зоны ненаблюдаемости оказывают существенное влияние на размещение СНО, если их расположение на интервале планирования совпадает с оптимальными (в смысле того или иного критерия) моментами проведения СНО. Причинами возникновения на интервале планирования зон ненаблюдаемости первого типа могут быть выход из строя сегмента СРНС, затемнение антенны навигационного приемника элементами конструкции, организованные помехи. Все эти причины обусловлены отсутствием на входе навигационного приемника сигнала от одного или нескольких навигационных искусственных спутников Земли (НИСЗ), выбранных для решения задачи навигационного определения. Протяженность таких зон ненаблюдаемости сравнительно невелика.

С практической точки зрения к зонам ненаблюдаемости второго типа целесообразно отнести участки интервала планирования, на которых КАДЗЗ решает целевую задачу своего функционирования. Эти участки характеризуются тем, что хотя сигнал и поступает на антенну навигационного приемника, но задача навигации не решается в связи с ее второстепенностью по сравнению с целевой задачей. Протяженность таких зон ненаблюдаемости значительно больше протяженности зон ненаблюдаемости первого типа и может составлять до 40 и более процентов от протяженности интервала планирования.

Кроме того, отличительной особенностью зон второго типа является то, что их появление на интервале планирования заранее известно или по крайней мере прогнозируемо, в то время как появление зон первого типа трудно предсказуемо.

Для исследования влияния зон ненаблюдаемости второго типа на размещение СНО проведены расчеты для случая отсутствия шумов в модели движения. При этом предполагалось, что СНО по СРНС не проводится в случае отсутствия сигнала хотя бы от одного НИСЗ. В данном случае из соотношений, определяющих последовательность программных функций, исключаются M_i^l элементы, удовлетворяющие условию

$$i \in \overline{T}\,, \tag{23}$$

где $\overline{T} = \left\{ i_1, i_2, \ldots, i_{\overline{T}} \right\}$ - множество дискретных моментов времени, в которых СНО проводить невозможно.

Протяженность зон ненаблюдаемости варьировалась в диапазоне 5...40 % от протяженности интервала планирования. Анализ результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Для любого критерия моменты времени оптимального размещения СНО при наличии зон ненаблюдаемости стремятся к моментам времени оптимального размещения СНО при отсутствии зон ненаблюдаемости. На размещение СНО существенное влияние оказывает увеличение протяженности зон ненаблюдаемости. Если протяженность зоны ненаблюдаемости в окрестности оптимального момента времени проведения какого-либо i-го СНО ($i = 1, \ldots, N_\Sigma$) не превышает некоторого критического значения, то данный СНО необходимо проводить в начале зоны ненаблюдаемости. После достижения и превышения протяженности зоны ненаблюдаемости этого критического значения, i-й СНО стремится к расположению в непосредственной близости от i-1 или i+1 СНО. Для критериев оптимальности I_1, I_4 критическое значение зависит от протяженности интервала планирования и количества СНО N_Σ, размещаемых на интервале. Для критериев оптимальности I_2, I_3, I_5 изменение критического значения протяженности зоны ненаблюдаемости в случае, если $N_\Sigma \geq N_в$, соответствует критериям I_1, I_4. Если $N_\Sigma < N_в$, то критическое значение постоянно.

2. Оптимальное размещение i-го СНО для критериев I_1, I_4 подчиняется следующему логическому условию:

ЕСЛИ протяженность i-ой зоны ненаблюдаемости меньше критического значения,
ТО i-й СНО размещается в начале i-ой зоны ненаблюдаемости;
ИНАЧЕ: **ЕСЛИ** i =1,
ТО первый СНО размещается в начале первой зоны ненаблюдаемости;
ИНАЧЕ: **ЕСЛИ** в месте проведения i-1-го СНО нет зоны ненаблюдаемости
ИЛИ величина протяженности i-1-ой зоны ненаблюдаемости меньше критического значения,
ТО i-й СНО размещается в непосредственной близости от i-1 СНО;
ИНАЧЕ: i-й СНО размещается в начале i-ой зоны ненаблюдаемости.

3. Оптимальное размещение i-го СНО для критериев I_2, I_3, I_5 подчиняется следующему логическому условию:

ЕСЛИ $N_\Sigma \geq N_в$,
ТО размещение СНО происходит по логическому условию п.2;
ИНАЧЕ: **ЕСЛИ** протяженность i-ой зоны ненаблюдаемости меньше критического значения,
ТО i-й СНО размещается в начале i-ой зоны ненаблюдаемости;
ИНАЧЕ: i-й СНО размещается в непосредственной близости от i+1 СНО.

7. Заключение. Таким образом, выявлены общие закономерности оптимального размещения СНО для КАДЗЗ и оценена степень чувствительности оптимального размещения СНО к различным неблагоприятным факторам (случайным возмущениям, действующим на КАДЗЗ; появлению зоны ненаблюдаемости на интервале планирования). Полученные результаты позволяют повысить эффективность выполнения целевых задач КАДЗЗ за счет оптимального размещения СНО.

Список литературы

1. Белоконов И. В. Модели критериального базиса космических систем наблюдения для оптимизации навигации по спутниковым радионавигационным системам. // Сб. Трудов VII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Самара, 1996., ч. I, с. 35-38.

2. Малышев В. В., Красильщиков М. Н., Карлов В. И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппараттов. М.: Машиностроение, 1989.

3. Черноусько Ф. Л., Колмановский В.Б. Оптимальное управление при случайных возмущениях. М.: Наука, 1980.

4. Крылов И. А., Черноусько Ф. Л. Алгоритм метода последовательных приближений для задач оптимального управления. // ЖВМ и МФ 1962, Т2, № 6, с. 142-153.

5. Эльясберг П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1969.

6. Белоконов И. В., Елисеев И. В. Исследование условий оптимальности программ проведения измерений при спутниковой радионавигации КА при отсутствии шумов в модели движения.// Сб. Трудов IX Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Самара, 1999, ч. I, с. 47-52.

OPTIMUM DISTRIBUTION OF NAVIGATIONAL POSITION AND VELOCITY SESSIONS FOR A SPACECRAFT WITH REMOTE SOUNDING OF THE EARTH USING DATA FROM INTEGRATED NAVIGATION COMPLEXES

© 2004 I. V. Yeliseev

Samara State Aerospace University

The problem of increasing the mission efficiency of a spacecraft with remote sounding of the Earth using optimum distribution of sessions at time intervals is discussed. The problem is treated as one of optimum control of a dynamic system defined by a discrete analog of a Riccati differential equation. A method based on reducing the initial non-linear problem to the equivalent linear one with a larger number of equations is used. The results obtained for both the presence and absence of noise in the motion models are analyzed. The effect of unobservability zones on the result is estimated.