

УДК 519

СОГЛАСОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ КОМПЛЕКСОМ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

© 2003 А. Ф. Гречников¹, Д. Г. Гришанов², О. В. Павлов³, А. Н. Пушков²

¹ОАО «Самарский металлургический завод»

²ОАО «АВТОВАЗ»

³Самарский государственный аэрокосмический университет

Сформулирована задача согласованного управления технологическим комплексом с последовательно соединенными элементами. Определены в аналитическом виде условия согласования, позволяющие сбалансировать целевую функцию последнего элемента с целевыми функциями всех предыдущих элементов и повысить эффективность функционирования технологического комплекса

Рассмотрим технологический комплекс (ТК), состоящий из n последовательно соединенных технологических элементов (агрегатов). Первый агрегат потребляет сырье в количестве y_0 , а выпускаемая им и всеми другими, кроме последнего, продукция служит сырьем для последующего технологического процесса. Последний элемент выпускает готовую продукцию. Структурная схема ТК изображена на рис. 1.

Состояние выходных параметров каждого производственного элемента зависит от состояния предыдущего элемента. Для описания задачи выбора состояний элементами и ТК используем следующие обозначения:

$y_i = (y_{i-1}, y_i)$ - вектор состояния i -го элемента, $i = \overline{1, n}$;

Y_i - множество возможных значений вектора состояния i -го элемента;

$y_i \in Y_i$;

y_{li} - вектор состояния i -ой подсистемы, состоящей из i последовательно соединенных элементов;

$Y_{li} = \prod_{s=1}^i Y_s = \{y_s \in Y_s, s = \overline{1, i}\}$ - множество возможных значений вектора состояния i -ой подсистемы;

$y_{li} \in Y_{li}$;

$y_{1n} = \prod_{i=1}^n Y_i = \{y_i \in Y_i, i = \overline{1, n}\}$ - вектор состояния

ТК, состоящего из n последовательно соединенных элементов;

Y_{1n} - множество возможных значений вектора состояния технологического комплекса;

$y_{1n} \in Y_{1n}$;

r_i - вектор параметров i -го элемента;

R_i - множество возможных значений вектора параметров i -го элемента;

$r_i \in R_i$.

В приведенных обозначениях множества Y_i представляют собой технологические и ресурсные ограничения для каждого элемента. Пусть целевые функции элементов имеют вид $f_i(r_i, y_i)$, $i = \overline{1, n}$. Тогда задачу выбора состояний каждым элементом можно представить следующим образом:

$$f_i(r_i, y_i(y_{i-1})) \rightarrow \max_{y_i(y_{i-1}) \in Y_i} \quad (1)$$

Зависимость технологического множества $Y_i(y_p, y_{i-l})$ и целевой функции элемента не только от своего состояния, но и от состояний предыдущих элементов усложняет задачу выбора (1). Это усложнение связано с

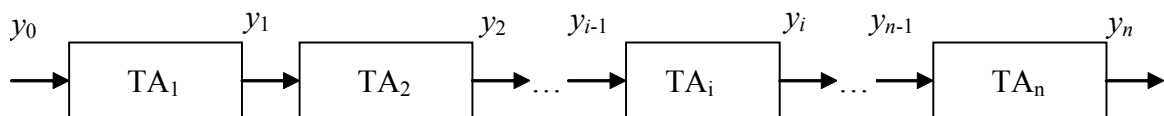


Рис. 1. Структурная схема технологического комплекса

тем, что эффективность функционирования ТК с последовательной схемой соединения элементов будет определяться согласованностью в работе всех производственных элементов. Для согласованности работы всех агрегатов необходимо решение задачи согласования их целевых функций [1, 2].

Будем считать, что целевая функция последнего элемента $f_n(r_n, y_{1n})$ характеризует количественно эффективность работы одновременно этого элемента и ТК в целом. Значение целевой функции $f_n(r_n, y_{1n})$ зависит не только от состояний y_n , выбираемых последним элементом, но и от состояний y_p ,

выбранных предыдущими элементами. Поэтому задача определения максимального значения $f_n(r_n, y_{1n})$ сводится к определению не только оптимальных значений y_n , но и оптимальных с точки зрения критерия $f_n(r_n, y_{1n})$ состояний $y_p, i = \overline{1, n}$ других элементов.

При известной информации о возможностях элементов задача выбора состояний $y_{1n} = (y_p, i = \overline{1, n-1})$ имеет вид

$$f_n(r_n, y_{1n}) \rightarrow \max_{y_{1n} \in Y_{1n}} \quad (2)$$

Из этой задачи определяются такие значения состояний y_i всех элементов, при которых значение целевой функции последнего элемента $f_n(r_n, y_{1n})$ максимально.

Решение задачи (2) образует множество $P_n(r_n, f_n)$, и для любого состояния ТК $y_{1n}^* = (y_i^*, i = \overline{1, n}) \in P_n(r_n, f_n)$ справедливо неравенство

$$f_n(r_n, y_{1n}^*) \geq f_n(r_n, y_{1n}).$$

Обозначим через $g_i(r_p, y_i^*, f_i), i = \overline{1, n}$ значения целевых функций элементов, определенных при состояниях $y_i^* \in OP_n(r_n, f_n), i = \overline{1, n}$, найденных в результате решения задачи (2). Определим состояния элементов, которые максимизируют значения целевых функций элементов $f_i(r_p, y_{1i}), i = \overline{1, n}$. Задача определения максимального значения целевой функции i -го элемента $f_i(r_p, y_{1i})$ сводится к опреде-

лению не только состояний y_p но и определению состояний $y_s, s = \overline{1, i-1}$ всех предыдущих элементов. При известной информации о возможностях элементов задача выбора состояний $y_{1i} = (y_s, s = \overline{1, i-1})$, максимизирующая значение целевой функции i -го элемента $f_i(r_p, y_{1i})$, можно записать в виде

$$f_i(r_i, y_{1i}) \rightarrow \max_{y_{1i} \in Y_{1i}} \quad (3)$$

Пусть $y_{1i}^{**} = (y_s^{**}, s = \overline{1, i-1}) = \text{Arg max}_{y_{1i} \in Y_{1i}} f_i(r_i, y_{1i})$ - оптимальное состояние, обеспечивающее максимальное значение целевой функции i -го элемента $f_i(r_p, y_{1i})$. Обозначим максимальную величину целевых функций элементов, определенных при состояниях y_{1i}^{**} , найденных в результате решения задачи (3), через $g_i(r_p, y_i^{**}, f_i), i = \overline{1, n-1}$:

$$g_i(r_i, y_i^{**}, f_i) = \max_{y_{1i} \in Y_{1i}} f_i(r_i, y_{1i}), i = \overline{1, n-1}.$$

Величина $g_i(r_p, y_i^{**}, f_i)$ представляет собой максимальное значение целевой функции, которое может получить i -й элемент при заданном критерии $f_i(r_p, y_i)$, заданном объеме сырья y_o и заданных технологических ограничениях для всех элементов от первого до i -го включительно.

Состояния элементов $y_{1i}^{**} = (y_s^{**}, s = \overline{1, i-1})$, определенные с точки зрения критерия i -го элемента $f_i(r_p, y_{1i})$, могут отличаться от состояний $y_s^*, s = \overline{1, i}$, определенных на основании критерия последнего элемента $f_n(r_n, y_{1n})$, характеризующего эффективность работы всего технологического комплекса. Тогда реализация выбранных элементами состояний y_i^{**} приведет к снижению максимальной величины $g_n(r_n, y_n^*, f_n)$. Определив разность между значениями $g_i(r_p, y_i^{**}, f_i)$ и $g_i(r_p, y_i^*, f_i)$, можно выявить противоречия в производственной системе с последовательно соединенными элементами, равные количественно значениям

$$\Delta g_i(y_i^*) = g_i(r_i, y_i^{**}, f_i) - g_i(r_i, y_i^*, f_i) \geq 0, i = \overline{1, n-1}. \quad (4)$$

Из (4) следует, что если какой-то элемент реализует оптимальное состояние, выбранное с точки зрения его критерия $f_i(r_i, y_i)$, то максимальное значение целевой функции последнего элемента $f_n(r_n, y_n)$ уменьшается на величину $\Delta g_i(y_i^*)$, и, следовательно, уменьшается эффективность работы всего технологического комплекса. Величины потерь $\Delta g_i(y_i^*), i = \overline{1, n-1}$ характеризуют, таким образом, количественную меру несбалансированности целевой функции последнего элемента с целями всех других элементов, соединенных в последовательную схему.

Согласование целей между последним элементом и всеми другими предыдущими элементами ТК можно осуществить рядом способов. Один из них заключается в выборе целевых функций элементов или переменной части их таким образом, чтобы для любого реализуемого и оптимального с позиции критерия последнего элемента состояния $y_i \in Y_i, y_i^* \in P_n(r_n, f_n)$ разность $\Delta g_i(y_i^*)$

была величиной неположительной, то есть $\forall y_i^* \in Y_i, \Delta g_i(y_i^*) \leq 0, i = \overline{1, n-1}$.

Для решения задачи согласования целей введем в рассмотрение следующую целевую функцию элементов:

$$f_i(r_i, y_i^*, y_i) = f_i(r_i, y_i) + c_i(y_i^*, y_i), i = \overline{1, n-1},$$

$$\text{где } c_i(y_i^*, y_i) = \begin{cases} c_i(y_i) > 0, & \text{если } y_i = y_i^*, \\ 0, & \text{если } y_i \neq y_i^*. \end{cases} \quad (5)$$

Величина $c_i(y_i^*, y_i)$ является переменной частью целевой функции в задаче согласования и представляет собой дополнительный эффект, получаемый i -м элементом в случае реализации состояний, обеспечивающих максимум целевой функции последнего элемента.

Для согласования целей последнего элемента с целями всех других предыдущих элементов необходимо выполнение следующих условий:

$$\forall y_i \in Y_i(y_i^*, y_{i-1}^*), y_i^* \in P_n(r_n, f_n): f_i(r_i, y_i^*) + c_i(y_i^*, y_i) \geq \max_{y_i \in Y_i(y_i, y_{i-1})} f_i(r_i, y_i^*, y_i), i = \overline{1, n-1}. \quad (6)$$

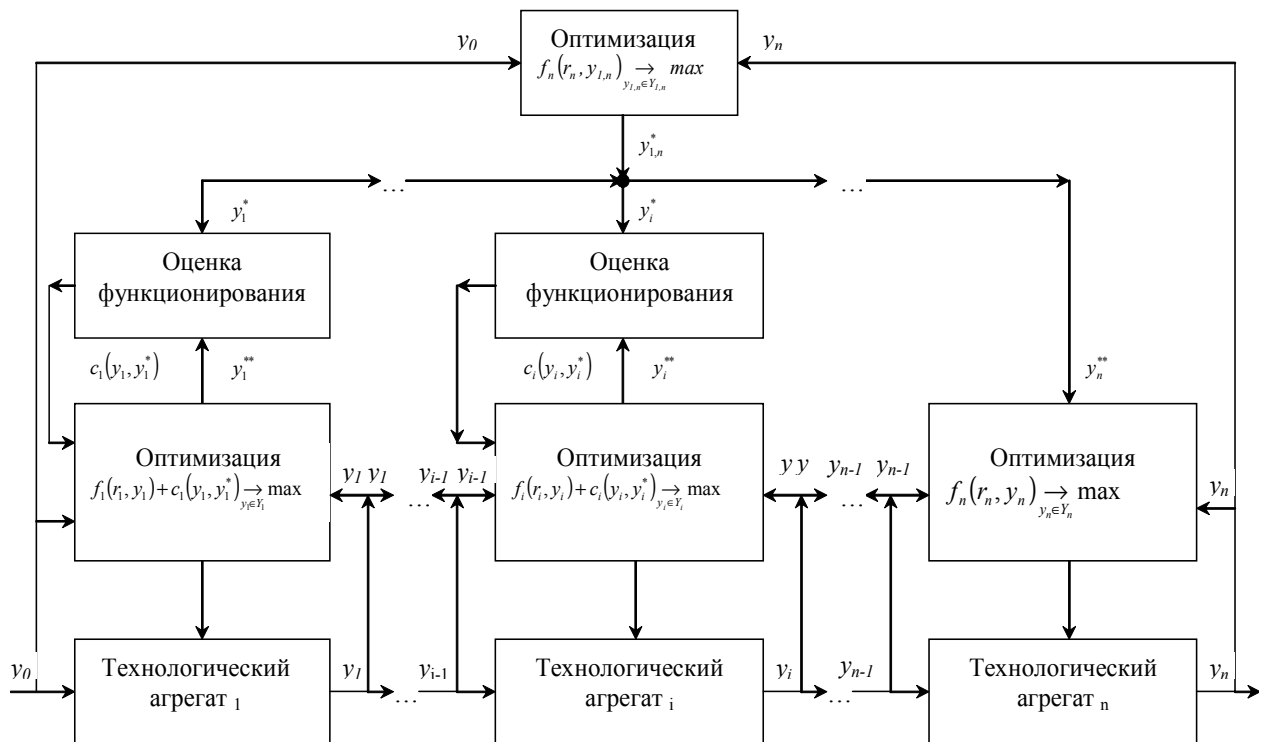


Рис. 2. Блок-схема согласования целей ТК с последовательным соединением элементов

Целевая функция каждого элемента, как следует из (5), зависит от выбранного им состояния y_i и состояния y_i^* , обеспечивающего максимум целевой функции последнего элемента. Сравнение значений состояний y_i и y_i^* позволяет осуществить оценку результатов функционирования каждого элемента и в соответствии с этой оценкой выбрать такие значения функций $c_i(y_i^*)$, чтобы выполнялись условия (6). На рис. 2 представлена блок-схема согласования целей последнего элемента с целями всех других промежуточных элементов.

Будем считать, что состояния $y_{1n-1}^* = (y_i^*, i = \overline{1, n-1})$, обеспечивающие максимум целевой функции последнего элемента, согласованы с целями всех предыдущих элементов $f_i(r_i, y_i, y_i^*), i = \overline{1, n-1}$, если для любого $y_i^* \in Y_i(y_i, y_{i-1})$ выполняется неравенство $c_i(y_i^*, y_i) \geq \Delta g_i(y_i^*), y_i^* \in P_n(r_n, f_n), i = \overline{1, n-1}$.

Множество согласованных состояний, обеспечивающих выполнение (7), запишем в виде

$$S_i^y = \{y_i^* \in P_n(r_n, f_n) | c_i(y_i^*, y_i) \geq \Delta g_i(y_i^*), y_i^* \in Y_i(y_i, y_{i-1})\}, i = \overline{1, n-1}. \quad (8)$$

Введенные понятия и обозначения позволяют сформулировать задачу согласованного управления последовательно соединенными элементами ТК, осуществляемого выбором функций дополнительного эффекта: требуется найти такие допустимые функции стимулирования, при которых для допустимого и реализованного всеми элементами состояния обеспечивается максимум целевых функций последнего и всех предыдущих элементов. Реализация поставленной задачи позволяет настроить функционирование всех элементов на эффективную работу последнего элемента. В формализованном виде эту задачу можно записать следующим образом: определить такие значения

$$c_i(y_i, y_i^*) = \begin{cases} c_i(y_i^*) > 0, y_i = y_i^*, \\ 0, y_i \neq y_i^*, \end{cases}$$

которые удовлетворяют неравенству

$$f_i(r_i, y_i^*) + c_i(y_i^*) \geq \max_{y_i \in Y_i(y_i, y_{i-1})} f_i(r_i, y_i, y_i^*), i = \overline{1, n-1}, \quad (9)$$

где $c_i(y_i, y_i^*) \in F_i^c, y_i^* \in P_n(r_n, f_n)$;

F_i^c - множество допустимых функций стимулирования i -го элемента; $f_i(r_i, y_i, y_i^*) = f_i(r_i, y_i) + c_i(y_i, y_i^*), i = \overline{1, n-1}$ - целевые функции элементов с учетом функций стимулирования, получаемых при реализации состояния y_i^* , обеспечивающего максимум целевой функции последнего элемента.

При известной информации о целевых функциях элементов выбор функции $c_i(y_i^*), i = \overline{1, n-1}$ можно осуществить из следующего условия для функции дополнительного эффекта:

$$S_i^y = \left\{ y_i \in P_n(r_n, f_n) \left| \left(\frac{\partial c_i(y_i^*)}{\partial y_i^*} \right) \geq \left(\frac{\partial f_i(r_i, y_i)}{\partial y_i} \right) \right. \right. \\ \left. \left. | y_i = y_i^*, y_i^* \in Y_i(y_i, y_{i-1}) \right. \right\}. \quad (10)$$

Из полученного уравнения следует, что, выбирая функцию стимулирования $c_i(y_i^*)$ в соответствии с условиями (10), можно компенсировать потери элементов, связанные с реализацией состояния y_i^* , и тем самым сбалансировать целевую функцию последнего элемента с целевыми функциями всех предыдущих элементов, что позволяет повысить эффективность функционирования ТК.

Список литературы

1. Бурков В. Н. Новиков Д. А. Как управлять проектами: Научно-практическое издание. Серия «Информатизация России на пороге XXI века». М.: СИНТЕГ-ГЕО, 1997. - 188 с.
2. Бурков В. Н., Новиков Д. А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: СИНТЕГ, 1999. - 128 с.

COORDINATED MANAGEMENT OF A TECHNOLOGICAL COMPLEX WITH SEQUENTIALLY CONNECTED UNITS

© 2003 A. F. Gretchnikov¹, D. G. Grishanov², O. V. Pavlov³, A. N. Pushkov²

¹ Joint-Stock Company “Samara Metallurgical Plant”

² Joint-Stock Company “Avtovaz”

³ Samara State Aerospace University

The task of coordinated management of a technological complex with sequentially connected units is formulated. Coordination conditions are defined analytically. These conditions make it possible to balance the criterion function of the final unit with the criterion functions of all preceding units and on this basis to increase the efficiency of technological complex functioning.