

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПОТОКА ГАЗА В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРИРОВАНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЙ УРАВНЕНИЙ РЕЙНОЛЬДСА И НАВЬЕ-СТОКСА

© 2002 О. А. Рудаков, В. А. Митрофанов

ФГУП «Завод имени В. Я. Климова», г. Санкт-Петербург

Преобразованием к интегральной форме уравнений Рейнольдса и Навье-Стокса получена критериальная функция, подтвержденная экспериментальными данными, связывающая параметры турбулентности потока сплошной среды при движении его по каналу переменной геометрии с гидродинамическими критериями и параметрами, характеризующими геометрию канала.

В настоящее время при решении технических задач, связанных с расчетом параметров потока газа в камерах сгорания газотурбинных установок, для замыкания системы дифференциальных уравнений энергии, концентрации, количества движения в турбулентном потоке газа используют модельные дифференциальные уравнения переноса для параметров турбулентности ( $k - \varepsilon$ ,  $k - \kappa$  модель турбулентности и др.).

Проблема состоит в определении связи между осредненными параметрами потока и величиной динамического коэффициента турбулентной «вязкости» –  $\mu_{IT}$ . Коэффициенты турбулентной теплопроводности и турбулентной диффузии  $\lambda_T$  и  $D_T$  также характеризующие турбулентный обмен энергии и вещества, связаны с величиной динамического коэффициента турбулентной «вязкости» с помощью турбулентных чисел Прандтля  $Pr_T$  и Шмидта  $Sc_T$ , которые в теории турбулентности [1] принимаются постоянными

величинами  $\lambda_T = \frac{C_p \cdot \mu_{IT}}{Pr_T}$ ;  $D_T = \frac{\mu_{IT}}{\rho \cdot Sc_T}$ ,

где  $\rho$  – плотность жидкости.

Применение численных методов решения системы дифференциальных уравнений сохранения и переноса, о которых сказано выше, не позволяет выявить взаимосвязь между параметрами турбулентности и интегральными критериями, характеризующими геометрию проточной части камеры сгорания. Определение такой взаимосвязи является важной задачей для проектирования камеры сгорания, так как процессы турбулентно-

го смешения определяют все характеристики ее работы.

Найдем зависимость величины динамического коэффициента турбулентной «вязкости» газа от критериев, характеризующих геометрию проточной части камеры сгорания.

В соответствии с современными представлениями об аналогии механизмов молекулярного и турбулентного обмена выражение для динамического коэффициента турбулентной «вязкости» имеет вид [1], [2]:

$$\mu_{IT} \approx \rho \sqrt{\overline{(W')^2}} L, \quad (1)$$

где  $W'$  – вектор пульсационной составляющей скорости потока газа или жидкости (черточка сверху означает осреднение по времени);  $L$  – интегральный масштаб турбулентности.

Для определения пульсационной составляющей скорости в уравнении (1) используем систему уравнений Рейнольдса, описывающую движение несжимаемой жидкости [3], в форме

$$\rho \{ \overline{(W \nabla) W} + \overline{(W' \nabla) W'} \} = -\nabla P + \mu_I \Delta \overline{W}, \quad (2)$$

$$\nabla(\rho \overline{W}) = 0, \quad (3)$$

где  $W$  – вектор скорости потока жидкости;  $P$  – давление жидкости;  $\mu_I$  – динамический коэффициент вязкости жидкости.

Умножим и разделим левые части уравнений (2) и (3) на величину  $F \cdot dr$ , где  $F$  – элемент площади, нормальный к вектору скорости потока жидкости;  $dr$  – разность двух радиус-векторов элемента площади  $F$ .

После преобразований левые части уравнений (2) и (3) примут вид (знак, означающий осреднение по времени, в дальнейшем опускаем):

$$\frac{dG \cdot dW}{dV} + \frac{\rho \cdot W' \cdot dW' \cdot F}{dV}, \quad (4)$$

$$d(\rho WF). \quad (5)$$

Здесь  $dG = \rho \cdot W \cdot F$  и  $dV = F \cdot dr$ .

Подставив (4) и (5) в (2) и (3), после преобразований произведем интегрирование этих уравнений в следующих пределах:

$$\int_0^G dG \int_{W_1}^{W_2} dW + \int_{-W'}^{W'} \rho \cdot W' \cdot F \cdot dW' = - \int_{V_p} \nabla P \cdot dV + \int_{V_p} \mu_1 \cdot \Delta W \cdot dV, \quad (6)$$

$$\int_{W_1}^{W_2} F dW = - \int_{F_1}^{F_2} W dF. \quad (7)$$

Здесь  $V_p$  – величина объема, в котором происходят процессы турбулентного обмена количеством движения между слоями жидкости;  $G$  – расход жидкости через объем  $V_p$ ; индексы «1» и «2» обозначают величины параметров на входе и выходе из объема  $V_p$ .

Введем коэффициенты, характеризующие неравномерность распределения параметров по объему, и относительные координаты:

$$\pi = P/\delta P; U = W/\delta W; \bar{x} = x/\chi; \bar{y} = y/\chi; \bar{z} = z/\chi;$$

$$\bar{n} = \frac{x}{\chi \cdot \cos(n, \hat{x})} i + \frac{y}{\chi \cdot \cos(n, \hat{y})} j + \frac{z}{\chi \cdot \cos(n, \hat{z})} k,$$

где параметры в числителе представляют собой местные значения; знак « $\delta$ » обозначает изменение величины от выхода к входу в объем  $V_p$ ;  $i, j, k$  – единичные орты;  $n$  – нормаль к поверхности;  $\chi$  – характерный размер рассматриваемого объема.

После интегрирования и преобразований уравнений (6) и (7) (при преобразовании

интеграла, содержащего дифференциальный оператор  $\Delta$ , использована формула Грина) получим

$$\delta P = \frac{G}{V_p} \cdot \delta W \cdot \chi \left( \frac{C_2 \cdot \bar{\ell}_p \cdot C_3}{\text{Re}} \right) - C_3 \cdot \frac{\rho \cdot (W')^2 \cdot F_m \cdot \chi}{V_p}, \quad (8)$$

$$\frac{\delta W}{W_m} = - \frac{\delta F}{F_m}. \quad (9)$$

Здесь  $C_2 = \frac{C_0}{C_1}$  и  $C_3 = \frac{1}{C_1}$ . При этом в со-

ответствии с теоремой о среднем значении определенного интеграла

$$C_0 = \frac{\int_{S_p} \frac{\partial U}{\partial n} dS}{S_p}; C_1 = \frac{\int_{V_p} \left( \frac{\partial \pi}{\partial x} + \frac{\partial \pi}{\partial y} + \frac{\partial \pi}{\partial z} \right) dV}{V_p},$$

где  $S_p$  – площадь поверхности, охватывающей объем  $V_p$ ; индекс « $m$ » обозначает среднюю величину параметра в диапазоне ее изменения

от выхода к входу в объем  $V_p$ ;  $\bar{\ell}_p$  – относительная длина объема и  $\bar{\ell}_p \approx \frac{S_p}{F_m}$ .

Проанализируем уравнение (8). Левая его часть представляет собой потенциальную энергию жидкости. Члены, содержащиеся в правой части, это:  $\frac{G}{V_p}$  – гидродинамический

критерий переноса; произведение  $\left( \frac{G}{V_p} \cdot \delta W \right)$

количественно характеризует перенос количества движения через объем  $V_p$ ; произведе-

ние  $\left( \frac{G}{V_p} \cdot \delta W \cdot \chi \right)$  есть работа, затрачиваемая

на перенос количества движения через объем

$V_p$ ; отношение  $\frac{\bar{\ell}_p}{\text{Re}}$  характеризует работу, затра-

чиваемую на преодоление внутренних напряжений в жидкости;  $\rho(W')^2$  – потери энергии потока на генерацию турбулентных пуль-

саций; коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  учитывают влияние неравномерности распределения параметров в объеме  $V_p$  на работу по переносу количества движения и преодоление внутренних напряжений в жидкости.

Величину  $\delta P$  выразим в соответствии с [2]:

$$\delta P = -A \cdot \rho \cdot (\delta W)^2 = A \cdot \rho \cdot W_m^2 \cdot \left( \frac{\delta W}{W_m} \right)^2,$$

где  $A$  – коэффициент пропорциональности.

Подставим это выражение в (8) и, учитывая, что  $G = \rho \cdot W_m \cdot F_m$ , получим

$$-A \cdot \left( \frac{\delta W}{W_m} \right)^2 = \frac{F_m \cdot \chi}{V_p} \cdot \frac{\delta W}{W_m} \cdot \left( \frac{C_2}{Re} \cdot \bar{\ell}_p - C_3 \right) - C_3 \cdot \frac{\rho \cdot (W')^2}{\rho \cdot W_m^2} \cdot \frac{F_m \cdot \chi}{V_p};$$

$$\varepsilon^2 = C_1 \cdot A \cdot \frac{V_p}{F_m \cdot \chi} \cdot \left( \frac{\delta W}{W_m} \right)^2 + \frac{\delta W}{W_m} \cdot \left( \frac{C_0}{Re} \cdot \bar{\ell}_p - 1 \right). \quad (10)$$

Здесь  $\varepsilon = \frac{\sqrt{(W')^2}}{W_m}$  – интенсивность турбулентных пульсаций.

С учетом (9) уравнение (10) примет вид:

$$\varepsilon^2 = C_1 \cdot A \cdot \frac{V_p}{F_m \cdot \chi} \cdot \left( \frac{\delta F}{F_m} \right)^2 - \frac{\delta F}{F_m} \cdot \left( \frac{C_0}{Re} \cdot \bar{\ell}_p - 1 \right). \quad (11)$$

Уравнение (11) связывает среднюю в рассматриваемом объеме величину интенсивности турбулентных пульсаций с интегральными геометрическими критериями, характеризующими форму объема  $\frac{V_p}{F_m \chi}$  и относительное изменение площадей проходных сечений в нем  $\frac{\delta F}{F_m}$ .

Графики на рисунках 1 и 2 иллюстрируют возможность применения полученных

соотношений (10) и (11) для обобщения экспериментальных данных по измерению интенсивности турбулентных пульсаций в зоне смешения турбулентных струй (рис. 1) и вдоль конфузурного канала (рис. 2).

На рис. 1 представлены экспериментальные данные, заимствованные из работ [1] и [4]. На оси ординат на графике отложен квадрат средней величины интенсивности продольных турбулентных пульсаций скорости в зоне смешения спутных струй; по оси

абсцисс – величина  $\left| \frac{\delta W}{W_m} \right|$  для смешивающихся спутных струй:

$$\frac{\delta W}{W_m} = \frac{2 \cdot (W_2 - W_1)}{W_2 + W_1} = -\frac{2 \cdot (1 - m)}{1 + m}, \quad \text{где } W_2 - \text{ скорость спутного потока, } W_1 - \text{ скорость втекающей в него струи, } m = \frac{W_2}{W_1}.$$

С учетом этого уравнение (10) при  $Re = const$  может быть представлено в виде

$$\varepsilon^2 = A_1 \cdot \left( \frac{2 \cdot (1 - m)}{1 + m} \right)^2 + B \cdot \frac{2 \cdot (1 - m)}{1 + m}, \quad (12)$$

где  $A_1$  и  $B$  – постоянные.

Экспериментальные данные на графике (рис. 1) обобщаются с помощью соотношения (12) со значениями входящих в него постоянных:  $A_1 = 4,5 \cdot 10^{-3}$ ;  $B = 3,5 \cdot 10^{-3}$ .

Связь средней величины интенсивности турбулентных пульсаций в конфузурном канале со степенью конфузурности получим из соотношения (11), где

$$\frac{\delta F}{F_m} = \frac{2 \cdot (F_2 - F_1)}{F_2 + F_1} = -\frac{2 \cdot (N - 1)}{N + 1}, \quad F_1 \text{ и } F_2 - \text{ площади входа и выхода из конфузурного канала; } N = \frac{F_1}{F_2} - \text{ степень конфузурности.}$$

В работе [5] приведены данные по измерению интенсивности продольной и поперечной пульсаций скорости вдоль оси конфузурного канала со степенями конфузурности  $N = 6, 9, 16$  при  $Re = 3\,710$ .

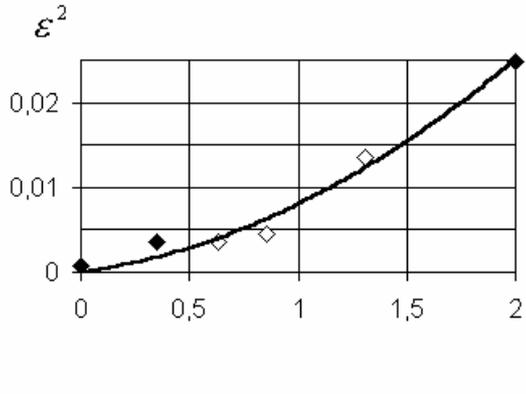


Рис. 1. Зависимость интенсивности турбулентных пульсаций скорости потока в зоне турбулентного смешения струи со спутным потоком от относительного изменения скорости потока струи:

◆ - данные из [1];  
◇ - данные из [4]

Для конфузора с прямолинейными об-  
разующими  $V_p = F_m \cdot \chi$ , тогда

$$\epsilon^2 = A \cdot \left[ \frac{2(N-1)}{N+1} \right]^2 + C \cdot \frac{2(N-1)}{N+1}, \quad (13)$$

где  $C$  – постоянная.

Экспериментальные данные, представ-  
ленные в [5], аппроксимируются вырази-  
ем (13) при  $A = 8 \cdot 10^{-4}$ ,  $C = 4 \cdot 10^{-4}$ , что иллю-  
стрирует график на рис. 2. Здесь по оси орди-  
нат отложена величина, равная сумме квад-  
ратов продольных и поперечных пульсаций,  
осредненная по длине конфузорного канала.

По оси абсцисс нанесено значение  $\left| \frac{\delta F}{F_m} \right|$  для  
конфузорного канала.

Масштаб турбулентных пульсаций в  
выражении (1) определим из уравнения На-  
вье-Стокса для нестационарного движения

жидкости, положив, что в течение короткого  
промежутка времени, соответствующего из-  
менению пульсационной составляющей ско-  
рости от 0 до  $W'$ , это уравнение адекватно  
описывает течение жидкости с турбулентны-  
ми пульсациями:

$$\rho \cdot \frac{\partial W}{\partial t} + \rho \cdot (W \nabla) \cdot W = -\nabla P + \mu_1 \cdot \Delta W. \quad (14)$$

В этом уравнении положим  $\frac{\partial W}{\partial t} \sim \frac{W'}{t'}$ ,  
где  $t'$  – время турбулентной пульсации ско-  
рости в потоке жидкости или газа.

В соответствии с представлениями о  
турбулентном течении  $t' = \frac{L}{W'}$ ,

$$\text{тогда } \frac{\partial W}{\partial t} \sim \frac{(W')^2}{L}.$$

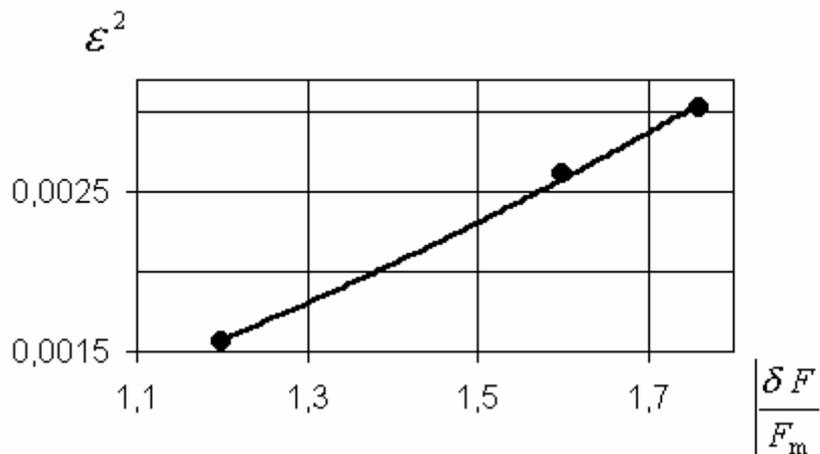


Рис. 2. Зависимость интенсивности турбулентных пульсаций скорости потока газа  
в конфузоре от относительного изменения площади конфузорного канала.

По данным работы [5]

Подставив это выражение в уравнение (13) и преобразовав его к интегральной форме способом, изложенным выше, с учетом уравнения (10) получим

$$L \approx \frac{V_p}{F_m} \cdot \frac{\varepsilon^2}{C_1 \cdot A \cdot \frac{V_p}{F_m \cdot \chi} \cdot \left(\frac{\delta W}{W_m}\right)^2 + \frac{\delta W}{W_m} \cdot \left(\frac{C_0}{Re} \cdot \bar{\ell}_p - 1\right)} = \frac{V_p}{F_m}.$$

Так как  $\frac{V_p}{F_m} \sim \chi$ , то окончательно  $L \sim \chi$ .

Справедливость полученного соотношения подтверждают опубликованные экспериментальные данные в [1].

С учетом вышеизложенного величина динамического коэффициента турбулентной «вязкости» газа может быть выражена в общем виде соотношением

$$\mu_{1T} \sim \rho \cdot W_m \cdot \sqrt{\varepsilon^2} \cdot L \sim \rho \cdot W_m \cdot \chi \cdot f \left( \frac{V_p}{F_m \cdot \chi}; \frac{\delta F}{F_m}; \frac{\bar{\ell}_p}{Re} \right),$$

которое связывает безразмерные интегральные параметры, характеризующие геометрию проточной части канала, с параметром турбулентности.

### Список литературы

1. Турбулентное смешение газовых струй / Под ред. Г. Н. Абрамовича. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1974.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Учебное пособие. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988.
3. Н. Я. Фабрикант. Аэродинамика. Ч. I. Государственное издательство теоретической литературы. М., 1949.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970.
5. Зысина-Моложен Л. М., Зысин Л. В., Поляк М. П. Теплообмен в турбомашинах. М.: Машиностроение, 1974.

## DEFINING COMBUSTOR GAS FLOW TURBULENCE PARAMETERS ON THE BASIS OF INTEGRATION AND TRANSFORMATIONS OF REYNOLDS AND NAVIER-STOKES EQUATIONS

© 2002 O. A. Rudakov, V. A. Mitrofanov

Federal State Enterprise “Plant named after V. Ya. Klimov”, St. Petersburg

By transforming the Reynolds and Navier-Stokes equations into the integral form a criterion function was obtained. The function was confirmed by experimental data. It relates the continuous flow turbulence parameters to hydrodynamic criteria and the parameters characterizing the channel variable geometry as the flow travels in the channel.