

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ КООРДИНАЦИИ  
В СИСТЕМЕ «ПОСТАВЩИК-ЗАКАЗЧИК» ПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА**© 2003 А. В. Барвинок<sup>1</sup>, В. Д. Богатырев<sup>2</sup>, Д. Г. Гришанов<sup>3</sup>, В. В. Сидоров<sup>3</sup><sup>1</sup> Ленинградский металлический завод<sup>2</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет<sup>3</sup> ОАО « АВТОВАЗ»

Исследуется задача синтеза процедуры формирования координирующих параметров моделей функционирования активных элементов, обеспечивающих реализацию целей системы «поставщик-заказчик».

Задача согласованного взаимодействия или задача координации привлекла к себе большое внимание в связи с развитием рыночных отношений, экономической самостоятельности предприятий. Это объясняется тем, что общая задача управления экономическими объектами разбивается на ряд подзадач, решаемых на различных уровнях управления. Декомпозиция же общей задачи управления влечет за собой проблему согласованности в работе отдельно функционирующих подсистем.

Можно привести ряд практических примеров, когда возникает необходимость в решении таких задач. Например, создание системы внутрифирменного оперативно-производственного управления на уровне промышленного комплекса, предприятия, производства, цеха. На уровне управления промышленным комплексом (предприятием) возникает необходимость в решении задач согласованного взаимодействия между отдельными предприятиями (производствами). Для цеховых систем управления наиболее важной задачей является распределение нагрузки между технологическими агрегатами, оптимизация их режимов. В системе «поставщик-заказчик» возникают задачи распределения заказа на поставку комплектующих (управления запасами, качеством поставок), решаемые на различных уровнях.

Отмеченные задачи координации взаимодействия между подсистемами связаны с определением на допустимых множествах управляющих воздействий, представляющих собой материальные потоки. Однако в последние годы для решения задачи согласо-

вания одновременно с исследованием координирующих материальных потоков определяются для подсистем процедуры оценки их деятельности, целевые функции, обеспечивающие реализацию заданных целей управления [1, 2]. Согласование в этом случае понимается не только в смысле анализа материальных потоков, но и как формирование оценок, целей подсистем, согласованных с общей целью системы. Такой подход позволяет учитывать целенаправленность подсистем при реализации заданных им управляющих воздействий и обеспечивать высокую эффективность функционирования системы в целом.

В настоящей статье исследуется задача синтеза процедуры формирования координирующих управляющих параметров моделей функционирования подсистем, обеспечивающих выполнение заданных целей системы «поставщик – заказчик». Рассматривается простая модель активной системы, представляющей собой промышленный комплекс, состоящий из финансово самостоятельных, независимых предприятий – поставщиков, которые в дальнейшем будем называть активными элементами системы «поставщик – заказчик». Такая модель активной системы содержит наиболее важные особенности, связанные с управлением активными системами, и является базой для дальнейших исследований более сложных производственных ситуаций, учитывающих технологическую зависимость активных элементов, неполную информированность заказчика, динамику и др.

Опишем в формализованном виде модель функционирования активного элемен-

та, состоящую из модели ограничений и целевой функции. Модель ограничений описывает производственные возможности элемента, определяемые технологическими и материальными ресурсами. Каждый элемент выбирает свое состояние  $y_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) из технологического множества допустимых значений  $Y_i(r_i)$  ( $i = \overline{1, n}$ ), зависящих от параметра  $r_i$ , принадлежащего заданному множеству  $R_i(r_i)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) и характеризующего нормы расхода технологических, материальных и финансовых ресурсов, а также другие особенности производственной системы.

Пусть целевыми функциями для каждого элемента являются функции  $f_i(r_i, y_i)$  ( $i = \overline{1, n}$ ), величины которых характеризуют степень соответствия достигнутых результатов поставленным целям и отражают внутренние интересы элементов. В качестве целевой функции может быть, например, один из экономических показателей: прибыль, объем реализации продукции, затраты и т. п. Стремление к увеличению значений целевой функции является целью функционирования элемента.

При известной целевой функции и множестве допустимых значений состояний модель функционирования активного элемента будет иметь вид:

$$f_i(r_i, y_i) \rightarrow \max \text{ по } y_i \in Y_i(r_i), i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Активность элемента в процессе производства продукции, как следует из модели, проявляется в выборе таких значений состояний  $y_i$ , которые обеспечивают максимальное значение целевой функции при заданных параметрах  $r_i \in R_i$ .

Обозначим через  $P_i(r_i, f_i)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) множество состояний для  $i$ -го элемента, на котором достигается максимум его целевой функции:

$$P_i(r_i, f_i) = \text{Arg} \max_{y_i \in Y_i(r_i)} f_i(r_i, y_i).$$

Примем, что  $g_i(r_i, f_i)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) представляют собой значения целевых функций элементов при  $y_i \in P_i(r_i, f_i)$ :

$$g_i(r_i, f_i) = \max_{y_i \in Y_i(r_i)} f_i(r_i, y_i), i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Величины  $g_i(r_i, f_i)$  представляют собой максимальные значения оценки эффективности функционирования элементов, которые они могут получить при заданных критериях и заданных технологических, материальных и финансовых ресурсах. Состояния  $y_i \in P_i(r_i, f_i)$  ( $i = \overline{1, n}$ ), выбранные элементами на основании своих критериев, могут отличаться от состояний, определенных на основании критерия, характеризующего эффективность функционирования системы «поставщик-заказчик» в целом. Реализация управляющих воздействий элементами, определенных с позиции эффективной работы всей системы, может в связи с этим привести к снижению величин целевых функций элементов, что в свою очередь является причиной возникновения противоречий в производственной системе и снижения ее эффективности.

Заказчик, исходя из эффективного функционирования производственной системы в целом, координирует работу элементов. Для этого он на основании своей целевой функции вырабатывает управляющие воздействия для каждого из элементов в виде заказа на поставку комплектующих.

Пусть  $x_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) - управляющие воздействия заказчика для элементов,  $f_i(r_i, x_i)$  ( $i = \overline{1, n}$ ) - значения их целевых функций при реализации управляющих воздействий. Сравнивая значения целевых функций  $g_i(r_i, f_i)$ , определяемых в соответствии с (2), со значениями  $f_i(r_i, x_i)$  для каждого элемента, можно сделать вывод о наличии противоречий в производственной системе. Так, если величина

$$\Delta g_i(x_i) = g_i(r_i, f_i) - f_i(r_i, x_i) > 0, \quad (3)$$

то целевые функции поставщиков при реализации управляющих воздействий заказчика уменьшатся на величины  $\Delta g_i(x_i)$ , а это означает, что в производственной системе имеет место противоречие. Система имеет сбалансированность целевых функций между поставщиками и заказчиком, если для каждого поставщика выполняется условие

$$\Delta g_i(x_i) < 0. \quad (4)$$

Разность  $\Delta g_i(x_i)$ , определяемая в соответствии с (3), является количественной мерой противоречий между  $i$ -ым поставщиком и заказчиком.

Будем называть управления  $x_i$  согласованными для каждого элемента, если выполняются неравенства (4). Таким образом, под согласованным понимается такое управление системой «поставщик – заказчик», при реализации которого для поставщиков обеспечивается максимальное значение их целевых функций:

$$x_i = y_i \in P_i(r_i, f_i). \quad (5)$$

Множество согласованных управлений, каждое значение из которого в случае его реализации элементом обеспечивают максимум его целевых функций, имеет вид:

$$S_i \{x_i \in Y_i(r_i, x_i) / \Delta g_i(x_i) \leq 0, i = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Согласованное управление (6) можно осуществить различными способами. В отличие от известных работ по согласованному управлению [1, 2], в которых эта задача решается путем выбора штрафных функций, будем определять согласованное взаимодействие путем выбора величины дополнительного эффекта, получаемого элементами при условии реализации ими управляющих воздействий заказчика. Поскольку назначаемый для каждого элемента дополнительный эффект является частью общего эффекта, получаемого от реализации элементами управляющих воздействий заказчика, то такой подход позволяет исключить неэффективные варианты решения задачи управления и оценить эффективность управления системой в целом.

Величину дополнительного эффекта можно получить путем выбора специальных стимулирующих функций, являющихся переменной частью целевых функций элементов, или путем изменения различных координирующих параметров моделей функционирования элементов.

Исследуем второй способ реализации согласованного управления в системе «поставщик – заказчик» с независимыми элементами, поскольку для него целевые функции

элементов остаются фиксированными, а переменными являются дополнительные координирующие параметры.

Модель функционирования каждого элемента зависит от параметров  $r_i$ , которые принадлежат заданным множествам  $R_i$  и могут служить в качестве дополнительных координирующих параметров в задачах согласованного управления элементами системы.

В качестве таких параметров могут выступать цены на выпускаемую продукцию и используемые ресурсы; технологические нормы расхода материальных и трудовых ресурсов, запасов; экономические нормативы формирования и распределения прибыли и т. п.

Задача заказчика по осуществлению согласованного управления поставщиками состоит в том, чтобы одновременно с определением управляющих воздействий  $x_i$ , представляющих собой желаемые с позиции заказчика состояния, выбрать такие значения координирующих параметров, изменения которых приводили бы к увеличению значений целевых функций, не меньших потерь  $\Delta g_i(x_i)$ .

Систему управления элементами промышленного комплекса, в которой согласованное взаимодействие осуществляется путем выбора изменений координирующих параметров, будем называть в дальнейшем параметрически скоординированной, а параметры, изменение которых обеспечивает компенсацию потерь, связанных с реализацией элементами управлений заказчика, будем называть согласованными по управлению.

Рассмотрим постановку и решение задачи синтеза величин изменения параметров, согласованных по управлению для активных элементов системы.

В формализованном виде задачу параметрической координации сформулируем следующим образом: требуется найти такие допустимые изменения параметров, при которых для любого заданного заказчиком допустимого и реализованного элементами управления  $x_i$  обеспечивается максимальное значение целевых функций элементов

$$\forall x_i \in X_i : f_i(r_i + \Delta r_i, x_i) \geq \max_{y_i \in Y_i(r_i)} f_i(r_i, y_i), i = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Множество согласованных управлений для этого случая можно записать в виде следующих соотношений:

$$S_i(\Delta r_i) = \{x_i \in Y_i(r_i, x_i) / f_i(x_i, \Delta r_i) \geq \max_{y_i \in Y_i(r_i)} f_i(x_i, \Delta r_i, y_i)\}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (8)$$

где  $f_i(x_i, \Delta r_i, y_i) = f_i(r_i, y_i) + \Delta f_i(x_i, \Delta r_i, y_i)$  – целевая функция  $i$ -го элемента с учетом изменения параметров при реализации управления  $x_i$ ;

$$\Delta f_i(x_i, \Delta r_i, y_i) = \begin{cases} \Delta f_i(x_i, \Delta r_i), & \text{если } y_i = x_i \\ 0, & \text{если } y_i \neq x_i \end{cases}$$

- изменение целевой функции  $i$ -го элемента с учетом изменения параметров управления  $x_i$ .

Учитывая, что

$$\max_{y_i \in Y_i(r_i)} f_i(x_i, \Delta r_i, y_i) = \max_{y_i \in Y_i(r_i)} f_i(r_i, y_i) = g_i(r_i, f_i),$$

условие (8) запишем в следующем виде:

$$S_i(\Delta r_i) = \{x_i \in Y_i(r_i, x_i) / \Delta f_i(x_i, \Delta r_i) \geq \Delta g_i(x_i)\}. \quad (9)$$

Для реализации задачи параметрической координации необходимо провести количественную оценку влияния изменения параметра  $r_i$  на состояние подсистемы  $y_i$ .

Количественно степень изменения состояний элемента будем характеризовать соответствующими коэффициентами чувствительности. Если  $y_i(r_i) \in P_i(r_i, f_i)$  – локально-оптимальное состояние  $i$ -го элемента при заданном значении вектора параметров  $r_i$ , то

величина  $\frac{\partial y_i(r_i)}{\partial r_i}$  представляет собой его чувствительность по координирующему параметру  $r_i$ .

При известных значениях коэффициентов чувствительности можно определить чувствительность целевых функций элементов к изменению координирующих параметров из уравнения

$$\frac{\partial f_i(r_i, y_i)}{\partial r_i} = \frac{\partial f_i(r_i, y_i)}{\partial y_i} \frac{\partial y_i}{\partial r_i} + \frac{\partial f_i(r_i, y_i)}{\partial r_i}. \quad (10)$$

Таким образом, анализ чувствительности состояний и целевых функций для любого элемента сводится к определению оптимального состояния  $y_i \in P_i(r_i, f_i)$ , формированию системы уравнений чувствительности и решению ее относительно коэффициентов

чувствительности  $\frac{\partial y_i}{\partial r_i}$  при , а затем определению чувствительности целевых функций  $\frac{\partial f_i(r_i, y_i)}{\partial r_i}$  из (10).

Сформулируем условия согласованного управления  $x_i$ , определяемого заказчиком и осуществляемого путем изменения координирующих параметров  $r_i$  моделей функционирования элементов, используя коэффициенты чувствительности целевых функций, в виде следующего утверждения:

пусть целевые функции дифференцируемы по переменным  $y_i \in Y_i(r_i)$ ,  $r_i \in R_i$ , тогда необходимым и достаточным условием согласованности управлений  $x_i$  является выполнение условия

$$S_i(\Delta r_i) = \{x_i \in Y_i(r_i, x_i) / \left( \frac{df_i(r_i, x_i)}{dr_i}, \Delta r_i \right) \geq \Delta g_i(x_i), r_i, r_i + \Delta r_i \in R_i\}, \quad (11)$$

где  $\frac{\partial f_i(r_i, x_i)}{\partial r_i}$  - вектор чувствительности целевой функции  $i$ -го элемента при  $y_i = x_i$ ;

$\Delta g_i(x_i) = g_i(r_i, f_i) - f_i(r_i, x_i)$  - потери  $i$ -го элемента, связанные с реализацией им управления  $x_i$  заказчика.

Величина  $\left( \frac{\partial f_i(r_i, x_i)}{\partial r_i}, \Delta r_i \right)$  представляет

собой дополнительный эффект, который получает элемент при условии реализации управляющих воздействий заказчика  $x_i$ . В связи с этим условие (11) показывает, что управляющие воздействия заказчика согласованы с целевыми функциями элементов, если получаемый элементами дополнительный эффект

$\left( \frac{\partial f_i(r_i, x_i)}{\partial r_i}, \Delta r_i \right)$  не меньше их потерь

$\Delta g_i(x_i)$ . Достоинство полученного условия (11) заключается в том, что оно позволяет в зависимости от знака коэффициента чувствительности целевой функции легко определить нижнюю границу увеличения или верхнюю границу уменьшения параметра  $r_i$ , при котором обеспечивается согласованность управлений. Практическая реализация условий согласованного управления  $x_i$  при известном векторе коэффициентов чувствительности целевой функции сводится к заданию каждо-

му из элементов одновременно с управляющими воздействиями  $x_i$  дополнительных координирующих воздействий  $\Delta r_i$ , определяемых из (11).

#### Список литературы

1. Бурков В. Н., Ириков В. А. Модели и методы управления организационными системами. М.: Наука, 1994. - 270 с.
2. Бурков В. Н., Новиков Д. А. Введение в теорию активных систем. М.: ИПУ РАН, 1996. - 126 с.

### MODELING THE PROBLEM OF PARAMETRIC COORDINATION IN THE INDUSTRIAL COMPLEX SYSTEM «SUPPLIER-CUSTOMER»

© 2003 A. V. Barvinok <sup>1</sup>, V. D. Bogatyryov <sup>2</sup>, D. G. Grishanov <sup>3</sup>, V. V. Sidorov <sup>3</sup>

<sup>1</sup>Leningrad Metallurgical Plant

<sup>2</sup>Samara State Aerospace University

<sup>3</sup>Joint-Stock Company «Avtovaz»

The paper investigates the problem of synthesizing the procedure of forming coordinating parameters of models of functioning of active elements which ensure the realization of the aims of the “supplier-customer” system.