

РАСЧЁТ ПЕРЕЛЁТОВ С ВЫСОКОЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОРБИТ НА ГЕОСТАЦИОНАРНУЮ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТАЦИОНАРНОГО ПЛАЗМЕННОГО ДВИГАТЕЛЯ

© 2022

А. А. Кветкин инженер;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
emancipee163@yandex.ru

А. В. Колесов аспирант;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
kolesov19930720@mail.ru

Представлены решения задачи выбора перелётов космического аппарата с высокоэллиптических орбит на геостационарную орбиту с использованием стационарного плазменного двигателя и задачи оптимального изменения большой полуоси, эксцентриситета и наклона, минимизирующего невязки по этим элементам с применением локально-оптимального закона управления, обеспечивающего совместное изменение этих параметров. Приведён алгоритм определения весовых коэффициентов, обеспечивающий одновременность выполнения граничных условий по большой полуоси, эксцентриситету и наклону. Представлены результаты численного моделирования по результатам оптимизации перелётов спутника связи с высокоэллиптической орбиты на геостационарную. По результатам проведения численного моделирования построены графики зависимости параметров орбиты от времени. По результатам полученных данных делается вывод о возможности применения схемы совместного изменения параметров орбиты.

Стационарный плазменный двигатель; электрореактивная двигательная установка; геостационарная орбита; динамическая оптимизация параметров орбиты; весовые коэффициенты

Цитирование: Кветкин А.А., Колесов А.В. Расчёт перелётов с высокоэллиптических орбит на геостационарную с использованием стационарного плазменного двигателя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 4. С. 25-32. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-4-25-32

Введение

В задачах оптимизации космических манёвров основными критериями оптимальности являются масса полезной нагрузки и продолжительность перелёта. При выборе баллистических схем перелётов приходится искать компромисс между этими критериями. Электрореактивные двигатели (ЭРД) малой тяги, такие как стационарные плазменные двигатели, использующие принцип ускорения заряженных частиц рабочего тела в электростатических или электромагнитных полях, обладают высокой скоростью истечения рабочего тела (15...30 км/с), что обеспечивает существенно меньший расход рабочего тела по сравнению с двигателем на химическом топливе. Однако для космических систем с двигателем малой тяги реактивное ускорение составляет всего $0,1...10 \text{ мм/с}^2$, поэтому манёвры с малой тягой в «сильных» гравитационных полях достаточно продолжительны и занимают от нескольких недель до нескольких месяцев [1 – 4]. В статье предлагается решение задачи перевода спутника связи с высокоэллиптической орбиты на геостационарную орбиту (ГСО) при помощи стационарного плазменного двигателя СПД-140Д.

Задача динамической оптимизации параметров орбиты

Если рассматривать тягу при космических маневрах как возмущающую силу, то движение космического аппарата (КА) можно описать уравнениями Ньютона теории возмущённого движения. Такая система уравнений позволяет определить качественный характер переключения компонента вектора тяги при управлении параметрами орбиты (большой полуоси A , эксцентриситета e и наклона i) [5; 6].

В работе [4] сформулирована задача об оптимальном изменении параметров орбиты A, e, i , минимизирующем невязки по этим элементам, а также найден локально-оптимальный закон управления, обеспечивающий совместное изменение этих параметров.

В качестве математической модели движения КА с электрореактивной двигательной установкой (ЭРДУ) выбирается система дифференциальных уравнений в оскулирующих элементах:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dt} = \frac{2p}{(1-e)^2} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[e \sin \vartheta \cdot S + (1 + e \cos \vartheta) \cdot T \right], \\ \frac{de}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[\sin \vartheta \cdot S + \frac{e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{1 + e \cos \vartheta} \cdot T \right], \\ \frac{di}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \cdot \frac{\cos u}{1 + e \cos \vartheta} W, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{e} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[-\cos \vartheta \cdot S + \frac{\sin \vartheta (2 + e \cos \vartheta)}{1 + e \cos \vartheta} T - \frac{e \sin u \cdot \text{ctgi} \cdot W}{1 + e \cos \vartheta} \right], \\ \frac{d\Omega}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \cdot \frac{\sin u}{\sin i (1 + e \cos \vartheta)} W, \\ \frac{du}{dt} = \frac{\sqrt{\mu p}}{p^2} \left[(1 + e \cos \vartheta)^2 - \frac{p^2}{(1 + e \cos \vartheta) \mu} \text{ctgi} \cdot \sin u \cdot W \right], \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{(1 + e \cdot \cos \vartheta)}{p} \sqrt{\frac{\mu}{p}}, \end{array} \right.$$

где $p = A(1 - e^2)$ – фокальный параметр; $\vartheta = u - \omega$ – истинная аномалия; e – эксцентриситет; ω – угловое расстояние перицентра от узла; Ω – долгота восходящего узла; i – наклонение орбиты; τ – время прохождения через перицентр; t – время; ϑ – истинная аномалия; u – аргумент широты; S, T, W – проекции реактивного ускорения на направление радиуса-вектора, на перпендикулярное к нему направление в плоскости орбиты и на перпендикулярное направление к плоскости орбиты; $\mu = f \cdot M$ – произведение гравитационной константы на массу притягивающего центра.

За счёт подбора значений соответствующих весовых коэффициентов можно контролировать скорость изменения элементов орбиты и добиться одновременности выполнения конечных условий.

Приведём алгоритм определения этих весовых коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, обеспечивающий одновременность выполнения граничных условий по большой полуоси, эксцентриситету и наклонению соответственно.

1. В первом приближении принимаем $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \cong 0,333$.
2. Определяем средние скорости изменения параметров орбиты за виток:

$$V_A^{cp} = \frac{1}{t_\kappa - t_0} \int_{t_0}^{t_\kappa} \left| \frac{dA}{dt} \right| dt,$$

$$V_e^{cp} = \frac{1}{t_\kappa - t_0} \int_{t_0}^{t_\kappa} \left| \frac{de}{dt} \right| dt,$$

$$V_i^{cp} = \frac{1}{t_\kappa - t_0} \int_{t_0}^{t_\kappa} \left| \frac{di}{dt} \right| dt,$$

где V_A^{cp} – средняя скорость изменения большой полуоси за виток; V_e^{cp} – средняя скорость изменения эксцентриситета за виток; V_i^{cp} – средняя скорость изменения наклона орбиты за виток; $t_\kappa - t_0 = t^*$ – время одного витка.

3. Определяем требуемые максимальные скорости изменения параметров орбиты V_A, V_e, V_i за то же время t^* :

$$V_A = \frac{|A_0 - A_\kappa|}{t^*},$$

$$V_e = \frac{e_0 - e_\kappa}{t^*},$$

$$V_i = \frac{i_0 - i_\kappa}{t^*},$$

где A_0, e_0, i_0 – начальные значения параметров орбиты; A^*, e^*, i^* – значения параметров орбиты на момент времени $t = t^*$; $A_\kappa, e_\kappa, i_\kappa$ – конечные значения параметров орбиты.

4. Определяем коэффициенты K_A, K_e, K_i параметров орбиты, показывающие во сколько раз нужно изменить весовые коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, чтобы обеспечить одновременность выполнения граничных условий:

$$K_A = \alpha_1 \frac{V_A}{V_A^{cp}},$$

$$K_e = \alpha_2 \frac{V_e}{V_e^{cp}},$$

$$K_i = \alpha_3 \frac{V_i}{V_i^{cp}}.$$

5. Находим новые значения весовых коэффициентов:

$$\alpha_1 = \frac{K_A}{K_A + K_e + K_i},$$

$$\alpha_2 = \frac{K_e}{K_A + K_e + K_i},$$

$$\alpha_3 = \frac{K_i}{K_A + K_e + K_i}.$$

Для приведения большой полуоси, эксцентриситета и наклона к их конечным значениям за один и тот же интервал времени необходимо варьировать весовые коэффициенты во внутреннем итерационном цикле.

Частная задача по перелёту спутника связи с электрореактивной двигательной установкой

Описанное в предыдущей части решение задачи динамической оптимизации было применено к решению задачи перелёта спутника связи с электрореактивной двигательной установкой (ЭРДУ) с высокоэллиптической орбиты на геостационарную орбиту (ГСО). Исходные данные приведены в табл. 1.

Таблица 1. Исходные данные к решению задачи перелёта спутника связи с электрореактивной двигательной установкой с высокоэллиптической орбиты на геостационарную орбиту

Высота перигея, $H_{\text{П}}$, км	Высота апогея, $H_{\text{А}}$, км	Наклонение орбиты, i , град	Стартовая масса, m_0 , кг	Масса топлива, $m_{\text{Т}}^{\text{ЭРДУ}}$, кг	Сухая масса спутника, $m_{\text{сух}}$, кг	Тяга двигателя, P , мН	Удельный импульс, $I_{\text{уд}}$, с	Мощность энергоустановки, $m_{\text{ЭУ}}^{\text{ЭРДУ}}$, кВт
200	63000	51,7	6330	994,3	5335,7	1450	1750	22,5

Для расчёта перелёта спутника связи с ЭРДУ с высокоэллиптической орбиты на ГСО был создан программный комплекс. По результатам расчётов, ориентируясь на минимальное время перелёта (используя 5 стационарных плазменных двигателей СПД-140Д), время перелёта составило 136,25 суток. Время достижения необходимого значения каждого параметра орбиты приведено в табл. 2. Траектория пространственного движения спутника связи с высокоэллиптической орбиты на ГСО приведена на рис. 1 [4].

Таблица 2. Конечные параметры орбиты

Параметр орбиты	Необходимое значение параметра орбиты	Время достижения параметром необходимого значения, сут.
e	0,001	136,25
i , град.	0,001	135,50
A , км	35786	135,40

Разное время достижения параметрами орбиты необходимого значения обусловлено тем, что необходимо последовательное управление, в котором нужно очень точно подобрать весовые коэффициенты. Так как в данной задаче разница времени достижения параметрами необходимого значения минимальна, последовательное управление не требуется.

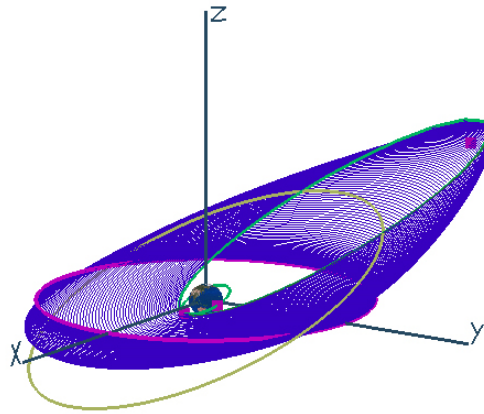


Рис. 1. Траектория пространственного движения КА

В результате моделирования получены зависимости наклона орбиты, размера большой полуоси, радиуса перигея и эксцентриситета орбиты от времени, графически представленные на рис. 2 – 5.

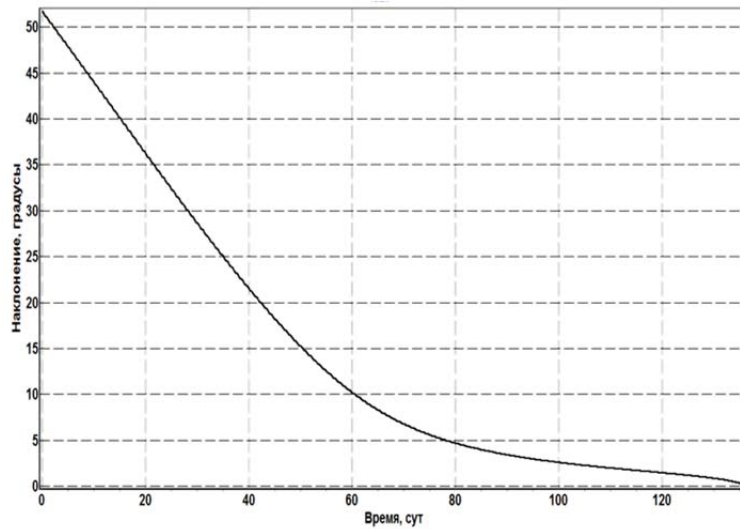


Рис. 2. Зависимость наклона орбиты от времени

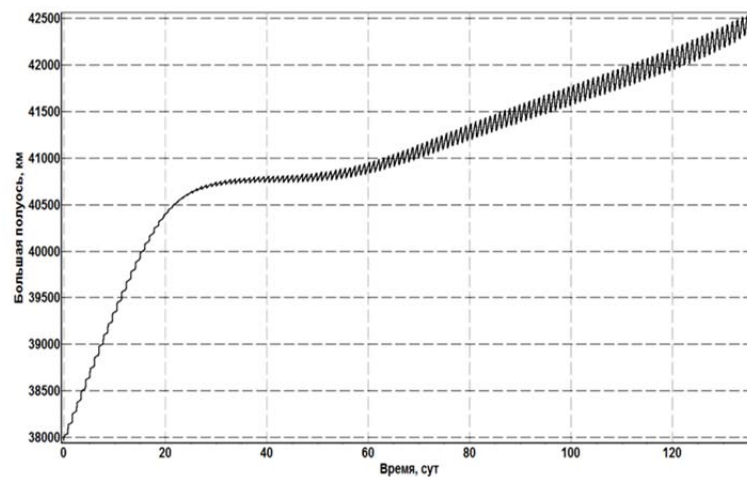


Рис. 3. Зависимость большой полуоси орбиты от времени

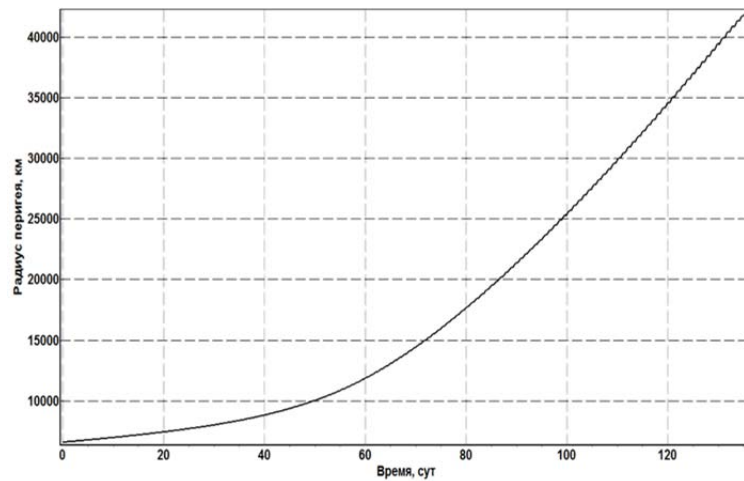


Рис. 4. Зависимость радиуса перигея орбиты от времени

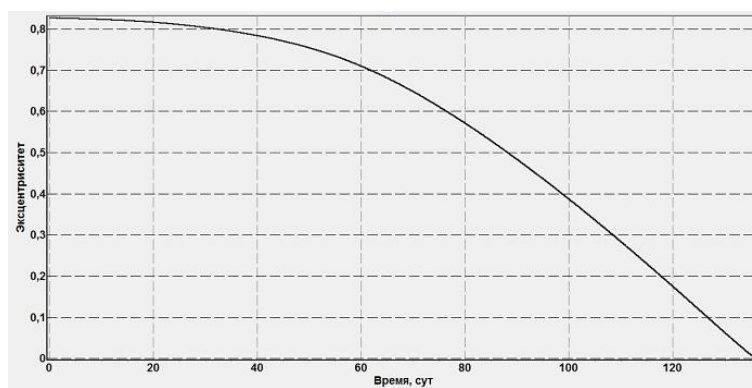


Рис. 5. Зависимость эксцентриситета орбиты от времени

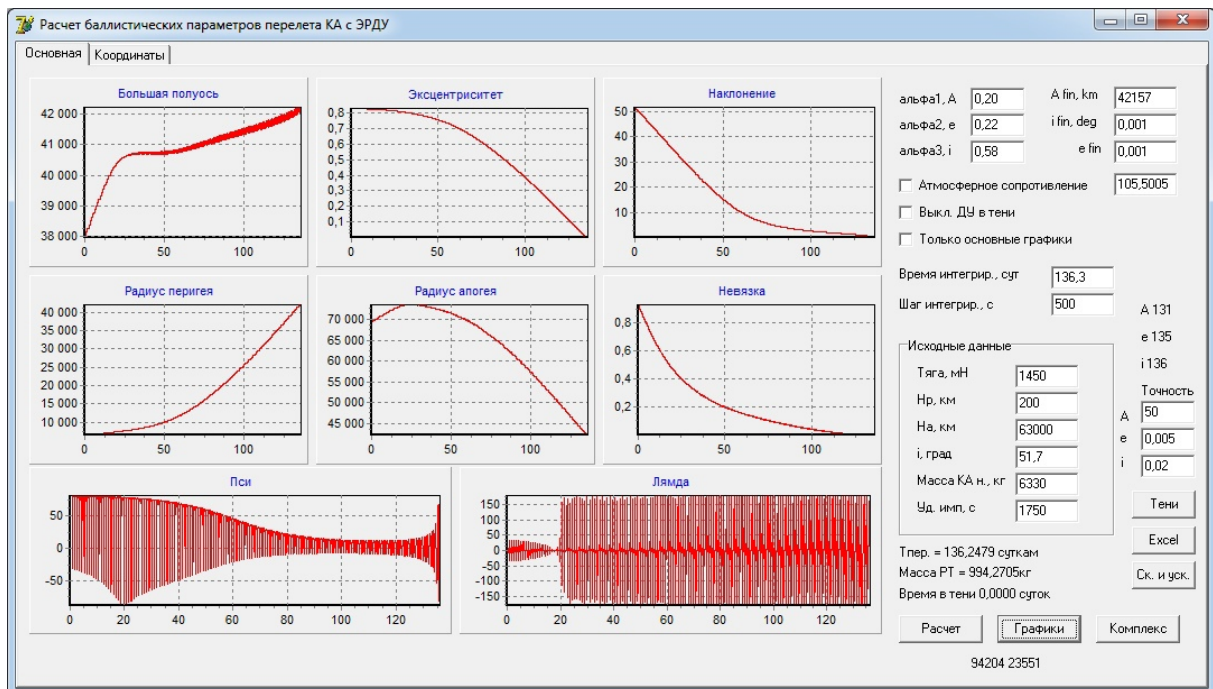


Рис. 6. Главный вид окна программного комплекса

В главном окне разработанного программного комплекса (рис. 6) производится занесение параметров начальной и конечной орбит, характеристик электрореактивной двигательной установки, указывается начальная масса космического аппарата. Кроме того, необходимо задать требования к точности достижения орбитальных параметров своих конечных значений, что, в свою очередь, является условием окончания участка выведения и попадание в область параметров целевой орбиты Q . Вводятся безразмерные коэффициенты $\alpha_A, \alpha_i, \alpha_e$, которые определяют одновременность достижения параметров орбиты своих конечных значений. Коэффициенты могут быть заданы как вручную, так и вычисляться автоматически.

Моделирование показало, что производная функционала не меняет свой знак, а сам функционал монотонно убывает до нуля, минимизируя невязки по большой полуоси, эксцентриситету и наклонению орбиты.

Вышеописанное решение совместного изменения элементов орбиты является простым в использовании, даёт нижнюю оценку продолжительности перелёта и обеспечивает достаточную точность.

Заключение

Приведён способ решения задачи оптимизации параметров перелёта при выведении КА на геостационарную орбиту при помощи стационарного плазменного двигателя. Создан программный комплекс для расчёта перелёта космического аппарата с высокоэллиптических орбит на геостационарную орбиту. Получены расчёты перелёта спутника связи с высокоэллиптической на геостационарную орбиту с использованием стационарного плазменного двигателя.

Авторы благодарят научного руководителя профессора Салмина В. В. за внимание к работе, помощь и поддержку.

Библиографический список

1. Космическая техника / под ред. Г. Сейферта. М.: Наука, 1964. 727 с.
2. Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полёта. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975. 702 с.
3. Ишков С.А., Салмин В.В. Оптимизация траекторий и параметров межорбитальных транспортных аппаратов с двигателями малой тяги // Космические исследования. 1989. Т. 27, № 1. С. 42-53.
4. Салмин В.В., Петрухина К.В., Кветкин А.А. Расчёт приближённо-оптимальных перелётов космического аппарата с двигателями малой тяги с высокоэллиптической на геостационарную орбиту // Космическая техника и технологии. 2019. № 4 (27). С. 94-108. DOI: 10.33950/spacetech-2308-7625-2019-4-94-108
5. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. М.: Наука, 1975. 528 с.
6. Попович П.Р., Скребушевский Б.С. Баллистическое проектирование космических систем. М.: Машиностроение, 1987. 240 с.

CALCULATION OF OPTIMUM TRANSFERS FROM HIGH-ELLIPTIC ORBITS TO GEOSTATIONARY ORBITS USING A STATIONARY PLASMA ENGINE

© 2022

A. A. Kvetkin Engineer;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
emancipee163@yandex.ru

A. V. Kolesov Postgraduate Student;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
kolesov19930720@mail.ru

The paper presents solutions of the problem of choosing flights of a spacecraft from high elliptic orbits to a geostationary orbit using a stationary plasma engine. The problem of optimal variation of the semi-major axis, eccentricity and inclination, minimizing the discrepancies in these elements with the use of a locally optimal control law that ensures a joint change of these parameters is also solved. An algorithm for determining the weighting coefficients is given; the algorithm ensures simultaneous fulfillment of boundary conditions for the semi-major axis, eccentricity and inclination is given. The results of numerical simulation based on the results of optimization of flights of a communication satellite from a highly elliptical orbit to the geostationary orbit are presented. Based on the results of numerical simulation, plots of the orbit parameters against time are constructed. The results of the data obtained make it possible to draw a conclusion about the possibility of applying a scheme of joint changes in the orbit parameters.

Stationary plasma engine; electric propulsion system; geostationary orbit; dynamic optimization of orbit parameters; weight coefficients

Citation: Kvetkin A.A., Kolesov A.V. Calculation of optimum transfers from high-elliptic orbits to geostationary orbits using a stationary plasma engine. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 4. P. 25-32. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-4-25-32

References

1. Space technology / ed. by H.S. Seifert. New York: Jon Wiley and Sons, 1959. 750 p.
2. Grodzovskiy G.L., Ivanov Yu.N., Tokarev V.V. *Mekhanika kosmicheskogo poleta. Problemy optimizatsii* [Space flight mechanics. Optimization problems]. Moscow: Nauka Publ., 1975. 702 p.
3. Ishkov S.A., Salmin V.V. Optimization of trajectories and parameters of interorbital transport vehicles with low thrust engines. *Cosmic Research*. 1989. V. 27, Iss. 1. P. 42-53. (In Russ.)
4. Salmin V.V., Petrukhina K.V., Kvetkin A.A. Calculation of suboptimal high-elliptical orbit to geostationary orbit transfers for spacecraft with low thrusters. *Space Engineering and Technology*. 2019. No. 4 (27). P. 94-108. (In Russ.). DOI: 10.33950/spacetech-2308-7625-2019-4-94-108
5. Moiseev N.N. *Elementy teorii optimal'nykh sistem* [Elements of the theory of optimal systems]. Moscow: Nauka Publ., 1975. 528 p.
6. Popovich P.R., Skrebushevskiy B.S. *Ballisticheskoe proektirovanie kosmicheskikh sistem* [Ballistic design of space systems]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 240 p.