

## ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ ПРИЗНАКИ ИЗНОСА БОКОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ПАРАМЕТРОВ ЗУБЦОВОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ

© 2022

**А. Е. Сундуков** кандидат технических наук, директор;  
ООО «Турбина СК», г. Самара  
[sunduckov@mail.ru](mailto:sunduckov@mail.ru)

Износ боковых поверхностей зубьев редукторов авиационных газотурбинных двигателей является распространённым и наиболее опасным их дефектом. Практика показывает, что наиболее эффективным методом контроля технического состояния роторных машин, в том числе зубчатых зацеплений, является виброакустическая диагностика. Использование широко применяемого диагностического признака износа боковых поверхностей зубьев зубчатого зацепления в виде интенсивности  $n$ -мерного вектора гармонического ряда от ряда зубцовых гармоник в рассматриваемом случае затруднительно. Это связано с необходимостью измерения параметров вибрации в широком диапазоне частот и низкой интенсивностью высших зубцовых гармоник. Факторы, влияющие на величину кинематической погрешности, такие как: технологические (погрешности изготовления и сборки), режимные (частота вращения, температура, передаваемая нагрузка), конструктивные (податливость деталей зубчатого зацепления, модификация боковой поверхности зубьев) и износ боковых поверхностей зубьев, приводят к существенному росту ширины зубцовой спектральной составляющей. Это позволило предложить диагностические признаки износа на основе анализа изменения её ширины. На примере дифференциального редуктора турбовинтового двигателя экспериментально подтверждено, что использование автоспектра с шириной фильтра много меньше ширины зубцовой спектральной составляющей малоэффективно при исследовании рассматриваемого дефекта. Более чувствительны к износу характеристики спектральной составляющей первой зубцовой гармоники в виде её ширины на выбранных уровнях относительно максимального значения и их комбинаций, интенсивности зубцовой гармоники, определённой в функции спектральной плотности мощности. Полученные зависимости предложенных параметров от величины износа имеют явно выраженный нелинейный характер. Предложенные диагностические признаки позволяют в несколько раз сократить исследуемый частотный диапазон.

*Турбовинтовой двигатель; редуктор; зубцовая составляющая; износ зубьев; диагностические признаки*

---

**Цитирование:** Сундуков А.Е. Диагностические признаки износа боковых поверхностей зубьев на основе анализа параметров зубцовой спектральной составляющей // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 3. С. 141-149. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-3-141-149

### Введение

Вибрационное состояние роторных машин в значительной степени зависит от наличия дефектов в их зубчатых передачах [1]. Одной из основных характеристик, определяющих их вибрационное состояние, является кинематическая погрешность [2]. Она характеризуется наличием ряда факторов: технологических (погрешность изготовления и сборки), режимных (частота вращения, температура, передаваемая нагрузка), конструктивных (податливость деталей привода, модификация боковой поверхности зубьев), износом боковых поверхностей зубьев [3 – 5]. Наиболее эффективным методом контроля технического состояния роторных машин, в том числе зубчатых зацеплений, является вибродиагностика [6; 7]. При этом используется достаточно обширный перечень способов анализа вибрационных процессов (см., например, [6]). Износ является одним из основных дефектов планетарных редукторов авиационных газотурбинных

двигателей (ГТД) [2]. Главная опасность этого дефекта заключается в генерации вибрации, возбуждающей резонансные колебания элементов конструкций [8; 9]. В ряде работ отмечается, что успешная диагностика дефектов зубчатых колёс возможна при использовании совокупности гармонических составляющих. Поэтому в практике вибродиагностики применяется диагностический признак износа в виде интенсивности  $n$ -мерного вектора гармонического ряда от зубцовой составляющей [10; 11]. При этом считается, что наиболее чувствительными к данному дефекту являются высшие гармоники этого ряда [12]. Как правило, частота первой зубцовой гармоники редукторов авиационных ГТД составляет несколько килогерц. Использование высших гармоник ряда (рекомендуемое их число – 5 [10]) требует измерения параметров вибрации в широком диапазоне частот, вплоть до 20...30 кГц. Передача высокочастотных колебаний от источника возбуждения до вибропреобразователя, установленного на картере редуктора, приводит к значительному их затуханию. Это существенно усложняет задачу вибродиагностики зубчатых зацеплений редукторов авиационных ГТД с использованием данного диагностического признака.

Принято считать, что ширина спектральных составляющих авиационных ГТД определяется, в основном, только девиацией частоты вращения ротора на стационарном режиме работы машины, определяемой системой поддержания относительного постоянства частоты вращения ротора двигателя. Анализ литературных источников показывает, что отмеченные выше факторы, влияющие на кинематическую погрешность, и соответствующая частотная модуляция приводят к существенному расширению зубцовой спектральной составляющей. Так, например, для отремонтированного зубчатого зацепления редуктора рассматриваемого далее двигателя (ширина зубцовой спектральной составляющей на уровне 0,5 от её максимального значения) за счёт частотной модуляции, вызванной работой системы регулирования, составляет всего ~50% полной ширины. Остальные 50% ширины вызваны влиянием отмеченных выше факторов. Износ боковых поверхностей зубьев ещё в большей степени увеличивает эту ширину за счёт роста бокового зазора и увеличения кинематической погрешности. Использование параметров полной ширины спектральной составляющей первой зубцовой гармоники позволяет предложить ряд новых диагностических признаков износа боковых поверхностей зубьев.

### **Постановка задачи и метод решения**

Целью работы является разработка метода использования параметров первой зубцовой гармоники в вибродиагностике величины износа боковых поверхностей зубьев без привлечения широко применяемого в практике вибродиагностики этого дефекта интенсивности  $n$ -мерного вектора от ряда зубцовых гармоник. В этом случае в разы сужается требуемый частотный диапазон исследований.

Работа выполнена на примере зубцовой гармоники пары «солнечная шестерня – сателлиты» вибрации дифференциального редуктора турбовинтового двигателя. Использовались следующие параметры зубцовой спектральной составляющей: её ширина на различных уровнях от максимального значения, их комбинации. Для сопоставления данных с принятой практикой выполнена оценка интенсивности зубцовой гармоники при выполнении автоспектра с разрешением по частоте 1,76 Гц. Кроме того, выполнен анализ в режиме спектральной плотности мощности. Анализировалась вибрация двигателей с разной степенью износа боковых поверхностей зубьев, полученная с вибропреобразователя, установленного на стыке картеров компрессора и вала заднего воздушного винта [8]. Режим работы двигателя максимальный, средняя частота спектральной составляющей ~4560 Гц, частотный диапазон измерений до 5000 Гц. Для уменьшения влияния на результаты исследований общего вибрационного фона оценка ширины

спектральной составляющей выполнена в режиме спектральной плотности мощности при минимальном разрешении по частоте, обеспечивающей относительно гладкую её огибающую. Следует отметить, что при использовании интенсивности  $n$ -мерного вектора, посчитанного по пяти кратным гармоникам, исследования вибрационного состояния редуктора необходимо было бы проводить в диапазоне частот до 23000 Гц.

### Результаты и их обсуждение

Анализировались следующие параметры:  $\Pi_1$  – ширина спектральной составляющей на уровне 0,5 относительно максимального значения;  $\Pi_2$  – ширина спектральной составляющей на уровне  $1/e$  от максимального значения;  $\Pi_3$  – максимальная ширина спектральной составляющей, определяемая по точкам пересечения её огибающей справа и слева со значениями общего вибрационного фона; разности  $\Pi_2 - \Pi_1$ ,  $\Pi_3 - \Pi_1$ ,  $\Pi_3 - \Pi_2$  [13];  $A$  – амплитудное значение интенсивности спектральной составляющей при разрешении по частоте 1,76 Гц (режим автоспектра);  $S$  – спектральная плотность мощности на частоте зубцовой составляющей.

Выбор уровней оценки параметров 0,5 и  $1/e$  относительно максимального значения продиктован тем, что именно для этих уровней предложены аналитические соотношения, определяющие ширину спектральной составляющей, модулированной по частоте некоторым узкополосным процессом. Максимальная ширина обеспечивает учёт полной ширины спектральной составляющей.

Исследовались двигатели с разной степенью износа боковых поверхностей зубьев пары «солнечная шестерня – сателлиты» дифференциального редуктора турбовинтового двигателя. При этом рассматривались четыре вида износа [8]:

- текущий – максимальный износ зубьев солнечной шестерни относительно эвольвенты после последнего ремонта (износ 1);
- текущий полный – максимальный износ зубьев солнечной шестерни относительно исходной эвольвенты (износ 2);
- текущий суммарный – сумма максимальных износов зубьев солнечной шестерни и сателлитов относительно эвольвент после последнего ремонта (износ 3);
- суммарный полный – сумма максимальных износов зубьев солнечной шестерни и сателлитов относительно исходных эвольвент (износ 4).

Значения износов для десяти исследованных двигателей представлены в табл. 1.

Таблица 1. Значения износов

№ двигателя	Износ, мм			
	1	2	3	4
1	0,006	0,010	0,015	0,018
2	0,004	0,014	0,007	0,030
3	0,017	0,017	0,025	0,027
4	0,008	0,016	0,013	0,021
5	0,014	0,014	0,034	0,034
6	0,007	0,018	0,017	0,027
7	0,018	0,018	0,024	0,024
8	0,015	0,013	0,032	0,032
9	0,020	0,020	0,034	0,036
10	0,020	0,020	0,024	0,036

Соответствующие экспериментальные данные по исследуемым характеристикам приведены в табл. 2.

Таблица 2. Значения исследуемых параметров

№ двигателя	$\Pi_1$ , Гц	$\Pi_2$ , Гц	$\Pi_3$ , Гц	$\Pi_2 - \Pi_1$ , Гц	$\Pi_3 - \Pi_1$ , Гц	$\Pi_3 - \Pi_2$ , Гц	$A$ , м/с <sup>2</sup>	$S$ , (м/с <sup>2</sup> ) <sup>2</sup> /Гц
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	6,2	7,7	12,4	1,5	6,2	4,7	0,54	2,90
2	8,7	10,1	18,4	1,4	9,7	8,3	2,47	5,20
3	8,6	10,2	17,7	1,6	9,1	7,5	1,10	3,40
4	10,6	12,2	17,5	1,6	6,9	5,3	0,88	3,90
5	8,7	10,8	21,0	2,1	12,3	13,4	7,09	9,00
6	8,5	9,7	14,0	1,2	5,5	4,3	7,58	3,40
7	7,3	10,1	15,3	2,8	8,0	5,2	9,85	8,00
8	7,6	9,8	15,9	2,2	8,3	6,1	65,83	5,20
9	7,9	10,2	21,1	2,3	13,2	10,9	31,66	19,40
10	21,3	23,1	33,3	1,8	12,0	12,0	42,26	28,10

Оценка связи исследуемых параметров с величинами износа дала максимальные значения коэффициентов корреляции ( $r$ ) для следующих видов износов:  $\Pi_1 - 0,50$  (износ 2),  $\Pi_2 - 0,53$  (износ 2),  $\Pi_3 - 0,70$  (износ 4),  $\Pi_2 - \Pi_1 - 0,71$  (износ 1),  $\Pi_3 - \Pi_1 - 0,84$  (износ 4),  $\Pi_3 - \Pi_2 - 0,81$  (износ 4),  $A - 0,57$  (износ 4),  $S - 0,79$  (износ 4). Значимость парного коэффициента корреляции проверяется на основе  $t$ -критерия Стьюдента [14]. Параметр  $t$  определялся из соотношения:

$$t = \left[ \frac{r^2}{1-r^2} (n-2) \right]^{\frac{1}{2}},$$

где  $n$  – объём статистики.

Если  $t > t_{кр}$  ( $t_{кр}$  – критическое значение, определяемое по соответствующей таблице при заданном значении уровня значимости  $P$  и объёма статистики  $n$ ), коэффициент корреляции признается значимым и даётся заключение о тесной статистической взаимосвязи между исследуемыми параметрами. В технических приложениях принято использовать  $P = 0,05$ . Выполненный анализ показывает, что статистически значимыми являются коэффициенты корреляции параметров  $\Pi_3$ ,  $\Pi_2 - \Pi_1$ ,  $\Pi_3 - \Pi_1$ ,  $\Pi_3 - \Pi_2$  и интенсивность зубцовой гармоники  $S$ , полученная в режиме спектральной плотности мощности.

Ниже представлен графический вид зависимостей параметров, имеющих статистически значимые коэффициенты  $r$  (рис. 1 – 5).

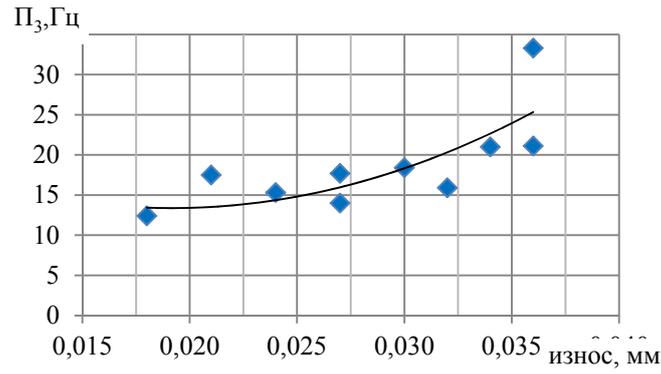


Рис. 1. Зависимость параметра  $\Pi_3$  от величины износа 4,  $r = 0,70$

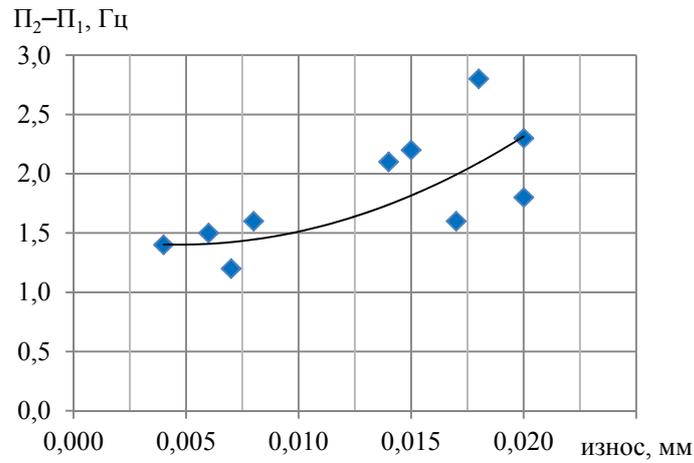


Рис. 2. Зависимость параметра  $\Pi_2 - \Pi_1$  от величины износа 1,  $r = 0,71$

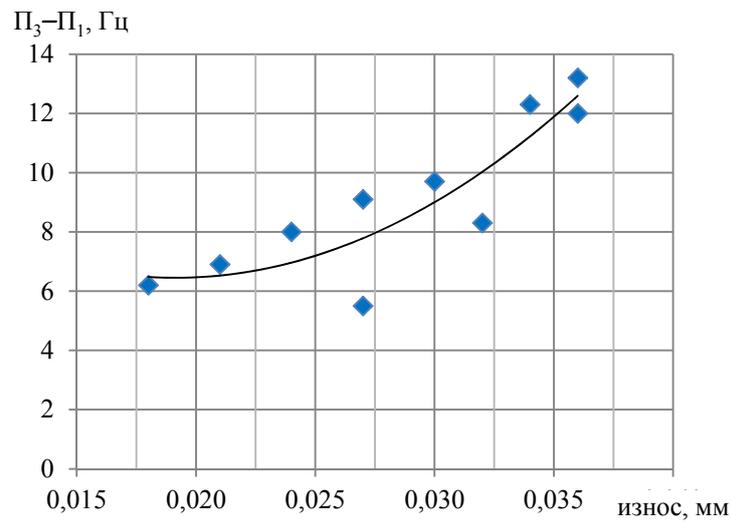


Рис. 3. Зависимость параметра  $\Pi_3 - \Pi_1$  от величины износа 4,  $r = 0,84$

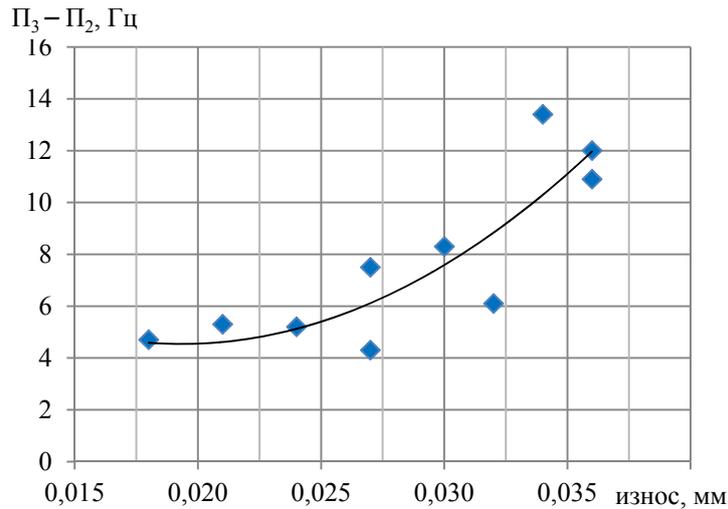


Рис. 4. Зависимость параметра  $\Pi_3 - \Pi_2$  от величины износа 4,  $r = 0,81$

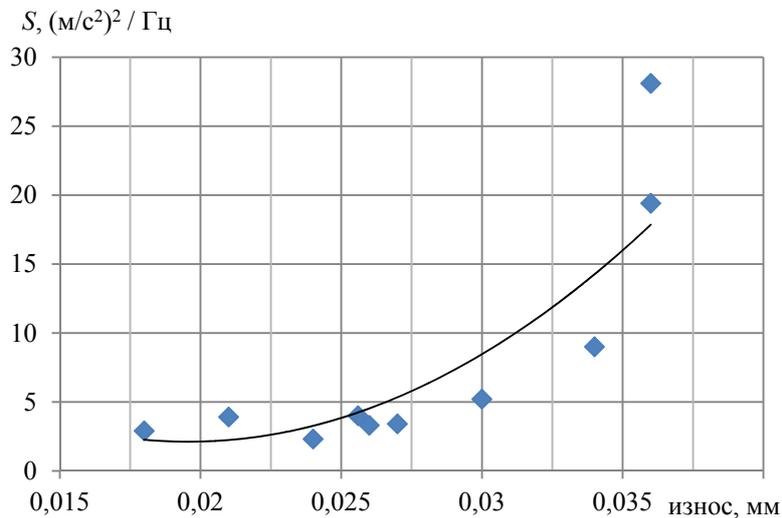


Рис. 5. Зависимость параметра  $S$  от величины износа 4,  $r = 0,79$

Соответствующие уравнения аппроксимации имеют вид:

$$\begin{aligned} \Pi_3 & y = 42139x^2 - 1614x + 28,84 ; \\ \Pi_2 - \Pi_1 & y = 3898x^2 - 36,62x + 1,488 ; \\ \Pi_3 - \Pi_1 & y = 21604x^2 - 826,7x + 14,36 ; \\ \Pi_3 - \Pi_2 & y = 26748x^2 - 1034x + 14,53 ; \\ S & y = 58255x^2 - 2279x + 24,41 . \end{aligned}$$

Максимальное значение коэффициента корреляции для параметра  $\Pi_2 - \Pi_1$  получено для износа 1 (максимальный износ солнечной шестерни относительно эвольвентограммы после последнего ремонта). Для остальных параметров – износ 4 (сумма максимальных износов солнечной шестерни и сателлитов, определённая относительно исходных эвольвентограмм).

Представленные данные показывают существенную нелинейность зависимостей исследованных характеристик от величины износа. Наибольшие коэффициенты корреляции получены для разностей максимальной ширины с её значениями на уровне 0,5 и  $1/e$  для случая максимального полного износа. Наименьшее значение коэффициента корреляции выявлено для параметра: максимальная ширина спектральной составляющей. Это, видимо, связано с недостаточно точным определением точки пересечения огибающей спектральной составляющей с уровнем вибрационного фона.

### Заключение

Экспериментально подтверждено, что интенсивность первой зубцовой гармоники, полученная с использованием автоспектра с разрешением по частоте, существенно меньше фактической её ширины и малоэффективна в вибродиагностике износа боковых поверхностей зубьев зубчатого зацепления. Более информативны:

- максимальная ширина спектральной составляющей;
- разность её максимальной ширины с шириной на уровнях 0,5 и  $1/e$  относительно максимального значения, их разность;
- интенсивность зубцовой спектральной составляющей, полученная в режиме спектральной плотности мощности.

Оценка комбинаций ширины зубцовой спектральной составляющей на разных уровнях относительно максимального значения позволяет отслеживать не только изменение ширины, но и формы спектральной составляющей.

Использование рассматриваемых параметров обеспечивает диагностику износа боковых поверхностей зубьев зубчатого зацепления без привлечения интенсивностей высших гармоник, что в разы сужает требуемый частотный диапазон исследований.

### Библиографический список

1. Liu G., Parker R.G. Dynamic modeling and analysis of tooth profile modification for multimesh gear vibration // Journal of Mechanical Design (Transactions of the ASME). 2008. V. 130, Iss. 12. DOI: 10.1115/1.2976803
2. Авиационные зубчатые передачи и редукторы: справочник / под ред. Э.Б. Вулгакова. М.: Машиностроение, 1981. 374 с.
3. Кожаринов Е.В., Калинин Д.В., Голованов В.В. Снижение вибронапряжённости авиационных зубчатых передач // Авиационные двигатели. 2020. № 1 (6). С. 57-64. DOI: 10.54349/26586061\_2020\_1\_57
4. Шевелёва Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. М.: Станкин, 1999. 494 с.
5. Litvin F.L., Hong-Tao Lee. Generation and tooth contact analysis for spiral bevel gears with predesigned parabolic function transmission errors. Technical Report. Chicago: NASA, 1989. 218 p.
6. Неразрушающий контроль. Справочник в 7 т. Т. 7, кн. 2. Вибродиагностика / под ред. В.В. Клюева. М.: Машиностроение, 2005. 828 с.
7. Skeinik R., Petersen D. Automated fault detection via selective frequency band alarming in PC-based predictive maintenance systems. CSI, Knaxville, TN 37923, USA.
8. Авраменко А.А., Крючков А.Н., Плотников С.М., Сундуков Е.В., Сундуков А.Е. Совершенствование методов вибродиагностики износа зубьев шестерён дифференциального редуктора турбовинтового двигателя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технология и машиностроение. 2018. Т. 17, № 3. С. 16-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-3-16-26

9. Курушин М.И., Балякин В.Б., Курушин А.М. Экспериментальные исследования причин возбуждения колебаний элементов турбовинтового двигателя с дифференциальным редуктором // Известия Самарского научного центра РАН. 2014. Т. 16, № 4. С. 132-136.

10. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. М.: Машиностроение, 1987. 288 с.

11. Иванова М.А. Автоматизированная система вибродиагностирования технического состояния механизмов на базе ЭВМ // В сб.: «Точность и надёжность систем». Рига: РПИ, 1983. С. 49-60.

12. Рендолл Р.В. Новый метод моделирования дефектов зубчатых колёс // Труды американского общества инженеров-механиков. Конструирование и технология машиностроения. 1982. Т. 104, № 2. С. 1-11.

13. Сундуков А.Е. Способ измерения энергетической ширины спектральной составляющей вибрации машин: патент РФ № 2750846; опубл. 05.07.2021; бюл. № 19.

14. Соколов Г.А., Сагитов Р.В. Введение в регрессионный анализ и планирование регрессионных экспериментов в экономике: учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2010. 202 с.

## **DIAGNOSTIC INDICATORS OF TOOTH FLANK WEAR BASED ON THE ANALYSIS OF TOOTH SPECTRAL COMPONENT PARAMETERS**

© 2022

**A. E. Sunduckov** Candidate of Science (Engineering), Director;  
Turbina SK, LLC, Samara, Russian Federation;  
[sunduckov@mail.ru](mailto:sunduckov@mail.ru)

The wear of gear tooth flanks of aircraft gas turbine engines is the most common and the most dangerous of their defects. Practice shows that vibroacoustic diagnostics is the most effective method for monitoring the technical condition of rotary machines, including gears. It has been shown that, in this case, it is difficult to use a widely applied diagnostic indicator of gear tooth flank wear as the intensity of an  $n$ -dimensional vector from a series of tooth harmonics. This is due to the need to measure vibration parameters in a wide frequency range and low intensity of higher tooth harmonics. The factors affecting the kinematic error, such as: technological factors (manufacturing and assembly defects), operational mode-related factors (speed, temperature, transmitted load), design-related factors (flexibility of gearing parts, tooth flank modification), and tooth flank wear, lead to a significant increase in the width of the tooth spectral component. This allowed us to suggest diagnostic indicators of wear based on the analysis of changes in its width. Using the example of a turboprop differential gearbox, we experimentally confirmed that the use of an auto power spectrum with filter width much smaller than the width of the tooth spectral component is ineffective in studying the defect being considered. The parameters of the spectral component of the first tooth harmonic such as its width at the selected levels relative to the maximum value and their combinations, and the tooth harmonic intensity defined as a function of the power spectrum density are more sensitive to wear. The resulting dependences of the proposed parameters on the amount of wear have a pronounced non-linear nature. These diagnostic indicators allow several-fold reduction of the frequency range being analyzed.

*Turboprop engine; gearbox; tooth component; tooth wear; diagnostic indicators*

---

*Citation:* Sunduckov A.E. Diagnostic indicators of tooth flank wear based on the analysis of tooth spectral component parameters. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 3. P. 141-149. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-3-141-149

## References

1. Liu G., Parker R.G. Dynamic modeling and analysis of tooth profile modification for multimesh gear vibration. *Journal of Mechanical Design (Transactions of the ASME)*. 2008. V. 130, Iss. 12. DOI: 10.1115/1.2976803
2. *Aviatsionnye zubchaty peredachi i reduktory: cpravochnik / pod red. E.B. Vulgakova* [Aircraft transmission gears and gear boxes: guide / ed. by E.B. Vulgakov]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1981. 374 p.
3. Kozharinov E.V., Kalinin D.V., Golovanov V.V. Reduction of aviation gear's vibration. *Aviation Engines*. 2020. No. 1 (6). P. 57-64. (In Russ.) DOI: 10.54349/26586061\_2020\_1\_57
4. Sheveleva G.I. *Teoriya formoobrazovaniya i kontakta dvizhushchikhsya tel* [Theory of shaping and contact of moving bodies]. Moscow: Stankin Publ., 1999. 494 p.
5. Litvin F.L., Hong-Tao Lee. Generation and tooth contact analysis for spiral bevel gears with predesigned parabolic function transmission errors. Technical Report. Chicago: NASA, 1989. 218 p.
6. *Nerazrushayushchiy kontrol'. Spravochnik v 7 t. T. 7, kn. 2. Vibrodiagnostika / pod red. V.V. Klyueva* [Nondestructive testing: Handbook. In 7 volumes. V. 7. Book 2. Vibration-based diagnostics / ed. by V.V. Klyuev]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 2005. 828 p.
7. Skeinik, R., Petersen D. Automated fault detection via selective frequency band alarming in PC-based predictive maintenance systems. CSI, Knaxville, TN 37923, USA.
8. Avramenko A.A., Kryuchkov A.N., Plotnikov S.M., Sundukov E.V., Sundukov A.E. Refining methods of vibration diagnostics of wear of turbo-prop engine differential speed reduction unit gear teeth. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 3. P. 16-26. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-3-16-26
9. Kurushin M.I., Balyakin V.B., Kurushin A.M. Experimental investigation of the courses of vibration excitation of elements of gas turbine engines with a differential reduction gearbox. *Izvestiya Samarskogo Nauchnogo Tsentra RAN*. 2014. V. 16, no. 4. P. 132-136. (In Russ.)
10. Genkin M.D., Sokolova A.G. *Vibroakusticheskaya diagnostika mashin i mekhanizmov* [Vibroacoustic diagnostics of machines and mechanisms]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 288 p.
11. Ivanova M.A. Avtomatizirovannaya sistema vibrodiagnostirovaniya tekhnicheskogo sostoyaniya mekhanizmov na baze EVM. *V sb.: «Tochnost' i Nadezhnost' Sistem»*. Riga: RPI Publ., 1983. P. 49-60. (In Russ.)
12. Randall R.B. A new method of modelling gear defects. *Journal of Engineering for Industry. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. Series B*. 1982. V. 104, Iss. 2. P. 1-11.
13. Sundukov A.E. *Sposob izmereniya energeticheskoy shiriny spektral'noy sostavlyayushchey vibratsii mashin* [Method for measuring energy width of spectral component of machine vibration]. Patent RF, no. 2750846, 2021. (Publ. 05.07.2021, bull. no. 19)
14. Sokolov G.A., Sagitov R.V. *Vvedenie v regressionnyy analiz i planirovanie regressionnykh eksperimentov v ekonomike: ucheb. posobie* [Introduction to regression analysis and designing regression experiments in economics]. Moscow: INFRA-M Publ., 2010. 202 p.