

ДВУХКАНАЛЬНЫЙ ОПТИМАЛЬНЫЙ ДИСКРЕТНЫЙ ЗАКОН УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ И ИНЕРЦИОННОЙ АСИММЕТРИЕЙ ПРИ СПУСКЕ В АТМОСФЕРЕ МАРСА

© 2022

В. В. Любимов доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой
высшей математики;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
vlubimov@mail.ru

И. Бакри аспирант кафедры динамики полёта и систем управления;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
ibrahimbakry0@gmail.com

Рассматривается динамическая модель, описывающая возмущённое движение космического аппарата относительно центра масс в разрежённой атмосфере Марса как твёрдого тела при наличии на борту малой аэродинамической и инерционной асимметрии. Получены дискретные оптимальные законы управления углом атаки и угловой скоростью космического аппарата. При этом применяется метод динамического программирования и метод усреднения. Дискретные системы уравнений, рассматриваемые в работе, были решены с помощью метода Z-преобразования. Достоверность полученных законов управления подтверждена результатами численного интегрирования методом Эйлера.

Оптимальное управление; устойчивая ориентация; спускаемый космический аппарат; атмосфера Марса

Цитирование: Любимов В.В., Бакри И. Двухканальный оптимальный дискретный закон управления космического аппарата с аэродинамической и инерционной асимметрией при спуске в атмосфере Марса // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 3. С. 36-46.
DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-3-36-46

Введение

В настоящее время устойчивость ориентации космического аппарата имеет большое значение как для государственных, так и для частных космических агентств и компаний. Задача спуска космического аппарата (КА) в разрежённой атмосфере Марса является одной из наиболее технически сложных и аварийно-опасных задач современной космонавтики. В частности, в процессе атмосферного спуска наблюдается действие на асимметричный КА разнообразных возмущающих аэродинамических моментов. Отмеченные возмущающие моменты вызваны аэродинамической и инерционной асимметрией КА. Они способствуют реализации разнообразных резонансных явлений, приводящих к аварийным ситуациям при вводе в действие тормозной парашютной системы [1 – 3].

Известно, что марсианские космические аппараты «Марс-1 (1962)», «Фобос-1 (1988)», «Mars Observer (1992)», «Mars Polar Lander (1999)», «Deep Space-2 (1999)», «Бигль-2 (2003)», «Скиапарелли (2016)» [4 – 5] были потеряны или разбились о поверхность Марса, а также его спутников по причине сбоя в навигационной системе или при нарушении заданной ориентации данных космических аппаратов.

В работе рассматривается динамическая модель, описывающая возмущённое движение КА как твёрдого тела с бортовой малой аэродинамической и инерционной асимметрией относительно центра масс в разрежённой атмосфере Марса. Для упроще-

ния исследования управляемого движения КА относительно центра масс производится усреднение исходной системы квазилинейных уравнений движения. Целью работы является получение дискретных оптимальных законов управления углом атаки и угловой скоростью КА. Предполагается, что угол атаки и угловая скорость на практике управляются посредством бортовых реактивных двигателей малой тяги. При синтезе дискретных законов управления используются: метод динамического программирования (принцип Беллмана) [6] и метод усреднения [7].

Математическая модель

В математической модели применяются квазилинейные уравнения движения асимметричного космического аппарата относительно центр масса в атмосфере [8]. В этих уравнениях предполагается, что КА имеет малые значения угла атаки α , а также малые аэродинамические и инерционные асимметрии. Более того, величины угловой скорости и угла атаки КА считаются управляемыми в разрежённой атмосфере Марса. Управление заданными характеристиками движения КА относительно центра масс осуществляется с помощью бортовых реактивных двигателей малой тяги. В результате разложения правых частей квазилинейных уравнений управляемого движения КА в ряд Тейлора по угловой скорости ω_x (без учёта нелинейных членов второго порядка малости) получаем линеаризованную систему уравнений движения КА относительно центра масс при $\omega_x > 0$:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_x}{dt} &= \varepsilon \frac{m_x^\omega q s^2 L}{\bar{I}_x V} \omega_x + \varepsilon u_\omega, \\ \frac{d\alpha}{dt} &= -\varepsilon \frac{\bar{m}_A}{\bar{I}_x} \cos(\theta + \theta_*) \omega_x + \varepsilon u_\alpha, \\ \frac{d\theta}{dt} &= (1 - \bar{I}_x) \omega_x. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь u_ω – функция управления угловой скорости ω_x , $u_\omega = M_{xs}/I_x$; u_α – функция управления величиной пространственного угла атаки α , $u_\alpha = M_{ys}/2I\omega$; M_{xs}, M_{ys} – механические моменты от реактивных двигателей управления; ε – малый параметр, характеризующий величину управления, величину функции демпфирования $f_\omega = m_x^\omega q s^2 L / \bar{I}_x V$ и значение первого слагаемого в правой части уравнения для угла атаки; θ_* – угол, определяющий взаимное положение инерционной и аэродинамической асимметрий, $\theta = \varphi - \pi/2$ – быстрая фаза; \bar{m}_A – функция медленных переменных ω_x и α , характеризующая величину инерционной и аэродинамической асимметрий:

$$\begin{aligned} \bar{m}_A &= m_A \omega_1^{-2}, \quad m_A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}, \quad m_1^A = -(\omega^2/m_{z1}) m_{y0}^f - \bar{I}_{xz} \omega_x^2, \\ m_2^A &= -(\omega^2/m_{z1}) m_{z0}^f + \bar{I}_{xy} \omega_x^2, \quad \sin(\theta_1) = m_1^A/m_A, \quad \cos(\theta_1) = -m_2^A/m_A; \end{aligned}$$

$I_x, I_y = I_z = I$ – моменты инерции КА относительно осей связанной системы координат XYZ , $\bar{I}_x = I_x/I$; $\omega_\alpha = \sqrt{\bar{I}_x^2 \omega_x^2 / 4 + \omega^2}$, где $\omega = \sqrt{-m_{z0} q s L / I}$ – частота прецессии с угловой скоростью $\omega_x = 0$, q – скоростной напор, s – наибольшая площадь поперечного сечения КА; L – длина КА; m_{z0} – коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента.

Синтез оптимального управления

Задача синтеза состоит в том, чтобы найти приближенные оптимальные законы, обеспечивающие одновременную стабилизацию угловой скорости ω_x и угла атаки α . При этом требуется определить приближённые малые функции управления $u_\alpha \in U_\alpha$, $u_\omega \in U_\omega$, которые переводят начальный угол атаки α_0 и угловую скорость ω_{x0} к заданным малым значениям в течение времени T . С этой целью вводится следующий квадратичный функционал:

$$J(\omega_x, \alpha, u_\omega, u_\alpha) = \int_0^T (a_\omega \omega_x^2 + a_\alpha \alpha^2 + b_\omega u_\omega^2 + b_\alpha u_\alpha^2) dt \quad (2)$$

где $a_\omega, a_\alpha, b_\omega, b_\alpha$ – заданные положительные коэффициенты критерия оптимальности.

Для решения задачи оптимизации используется принцип Беллмана [6]:

$$\min_{u_\omega, u_\alpha} \left[a_\omega \omega_x^2 + a_\alpha \alpha^2 + b_\omega u_\omega^2 + b_\alpha u_\alpha^2 + \frac{\partial v}{\partial \omega_x} (f_\omega \omega_x + u_\omega) + \frac{\partial v}{\partial \alpha} \left(u_\alpha - \frac{\bar{m}_A}{\bar{I}_x} \omega_x \cos(\theta + \theta_*) \right) + \frac{\partial v}{\partial \theta} (1 - \bar{I}_x) \omega_x \right] = 0, \quad (3)$$

где $v(\omega_x, \alpha, \theta)$ – функция Беллмана.

Выделим в правой части уравнения (3) слагаемые, зависящие только от функций управлений u_ω, u_α . В результате получим функцию $F(u_\omega, u_\alpha) = b_\omega u_\omega^2 + b_\alpha u_\alpha^2 + (\partial v / \partial \omega_x) u_\omega + (\partial v / \partial \alpha) u_\alpha$. Условия оптимальности имеют следующий вид: $\partial F / \partial u_\omega = 0$ и $\partial F / \partial u_\alpha = 0$. Из решения данных уравнений найдём выражения для функций оптимальных управлений:

$$u_\omega = -\frac{1}{2b_\omega} \frac{\partial v}{\partial \omega_x}, u_\alpha = -\frac{1}{2b_\alpha} \frac{\partial v}{\partial \alpha}. \quad (4)$$

Следует отметить, что критерий Сильвестра для $F(u_\omega, u_\alpha)$ выполняется в стационарной точке (4). Действительно: $\partial^2 F / \partial u_\omega^2 = 2b_\omega > 0$, $\det H = 4b_\omega b_\alpha > 0$, где H – матрица Гессе. Подставляя функции управления (4) в уравнение (3) после упрощения и применения метода усреднения [9], получаем упрощённое уравнение Беллмана:

$$a_\omega \omega_x^2 + a_\alpha \alpha^2 - \frac{1}{4b_\alpha} \left(\frac{\partial v}{\partial \alpha} \right)^2 + \frac{\partial v}{\partial \omega_x} f_\omega \omega_x - \frac{1}{4b_\omega} \left(\frac{\partial v}{\partial \omega_x} \right)^2 = 0. \quad (5)$$

Далее будем искать порождающее решение уравнения (5) методом неопределённых коэффициентов, выбрав функцию Беллмана в виде $v = A\omega_x^2 + B\alpha^2$, где A, B – искомые коэффициенты. Для определения коэффициентов A, B произведём подстановку выражения $v = A\omega_x^2 + B\alpha^2$ в уравнение (5):

$$\omega_x^2 \left(-A^2/b_\omega + 2Af_\omega + a_\omega \right) + \alpha^2 \left(a_\alpha - B^2/b_\alpha \right) = 0. \quad (6)$$

В случае, если угловая скорость ω_x и угол атаки α одновременно не равны нулю, то уравнение (6) принимает вид системы из двух уравнений. Из решения этой системы определяются выражения для множителей A и B . Подставляя эти выражения в функцию $v = A\omega_x^2 + B\alpha^2$, находим искомые функции оптимального управления, которые при антидемпфировании ($f_\omega > 0$) и при демпфировании ($f_\omega < 0$) принимают вид:

$$u_\omega = - \left(f_\omega + \sqrt{f_\omega^2 - a_\omega b_\omega^{-1}} \right) \omega_x; \quad u_\alpha = -\sqrt{a_\alpha b_\alpha^{-1}} \alpha; \quad (7)$$

$$u_\omega = - \left(f_\omega + \sqrt{f_\omega^2 + a_\omega b_\omega^{-1}} \right) \omega_x; \quad u_\alpha = -\sqrt{a_\alpha b_\alpha^{-1}} \alpha. \quad (8)$$

Тогда в первом приближении метода усреднения первые два уравнения (1) примут вид:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d\alpha}{dt} \right\rangle &= -\varepsilon K_\alpha \alpha; \quad K_\alpha = \sqrt{a_\alpha b_\alpha^{-1}}, \\ \left\langle \frac{d\omega_x}{dt} \right\rangle &= -\varepsilon K_\omega \omega_x; \quad K_\omega = \begin{cases} \sqrt{f_\omega^2 + a_\omega b_\omega^{-1}}; & f_\omega < 0, \\ \sqrt{f_\omega^2 - a_\omega b_\omega^{-1}}; & f_\omega > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

Дискретное управление и его устойчивость

С целью получения искомого дискретного оптимального закона управления углом атаки и угловой скоростью запишем уравнение состояния с уравнением выхода в дискретном виде следующим образом [10]:

$$\begin{aligned} x(n+1) &= Ax(n), \\ y(n) &= Cx(n), \end{aligned} \quad (10)$$

где $x(n) = (\alpha(n) \quad \omega_x(n))^T$ – вектор состояния; $y(n)$ – функция выхода; A – матрица динамики; $A = \begin{pmatrix} -K_\alpha & 0 \\ 0 & -K_\omega \end{pmatrix}$; C – матрица выхода, $C = (1 \quad 1)$ и $n = 0, 1, 2, \dots$. Систему уравнений (9) запишем в виде разностных уравнений:

$$\begin{pmatrix} \alpha(n+1) \\ \omega_x(n+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -K_\alpha & 0 \\ 0 & -K_\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha(n) \\ \omega_x(n) \end{pmatrix}. \quad (11)$$

$$y(n) = (1 \quad 1) (\alpha(n) \quad \omega_x(n))^T. \quad (12)$$

При анализе устойчивости решений системы (11) находим характеристическое уравнение:

$$|A - \lambda I| = \det \begin{pmatrix} -K_\alpha - \lambda_1 & 0 \\ 0 & -K_\omega - \lambda_2 \end{pmatrix} = 0. \quad (13)$$

Корни уравнения (13) равны $\lambda_1 = -K_\alpha, \lambda_2 = -K_\omega$. Для обеспечения устойчивости решения системы (11) корни λ_1 и λ_2 должны иметь модули меньше единицы, т. е. $|\lambda_1| < 1$ и $|\lambda_2| < 1$. Линейная дискретная система (11 – 12) далее решается двумя способами: аналитическим методом обратного Z-преобразования и численным методом Эйлера.

Обратное Z-преобразование

Применяя метод Z-преобразования для системы (11 – 12), имеем [10]:

$$\begin{aligned} x(n) &= Z^{-1} \left((zI - A)^{-1} zx_0 \right), \\ y(n) &= Z^{-1} \left(C(zI - A)^{-1} zx_0 \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Заменяя матрицу A и вектор x_0 в системе уравнений (14), получим вектор:

$$x(n) = Z^{-1} \left((zI - A)^{-1} zx_0 \right) = Z^{-1} \left(\begin{matrix} \frac{z\alpha_0}{z + K_\alpha} & \frac{z\omega_{x0}}{z + K_\omega} \end{matrix} \right)^T. \quad (15)$$

Далее, умножая вектор (15) слева на вектор C , получим: $C(zI - A)^{-1} zx_0$. В результате умножения получаем:

$$y(n) = Z^{-1} \left(C(zI - A)^{-1} zx_0 \right) = Z^{-1} \left(\frac{z\alpha_0}{z + K_\alpha} + \frac{z\omega_{x0}}{z + K_\omega} \right). \quad (16)$$

Учитывая правые части уравнений (15) и (16) в системе (14) после выполнения обратного Z-преобразования, получим:

$$\begin{aligned} x(n) &= \left(\alpha_0 (-K_\alpha)^n \quad \omega_{x0} (-K_\omega)^n \right)^T, \\ y(n) &= \alpha_0 (-K_\alpha)^n + \omega_{x0} (-K_\omega)^n. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $x(n)$ – вектор состояния; $y(n)$ – скалярная функция выхода.

Дискретизация методом Эйлера

Применяя метод Эйлера, можно записать дискретную систему следующим образом [11]:

$$\begin{aligned} \alpha(n+1) &= \alpha(n) + hf(t(n), \alpha(n)), \\ \omega_x(n+1) &= \omega_x(n) + hf(t(n), \omega_x(n)). \end{aligned} \quad (18)$$

Для анализа устойчивости решений системы уравнений (18) запишем её следующим образом:

$$\begin{aligned}\alpha(n+1) &= \alpha(n)(1-hK_\alpha), \\ \omega_x(n+1) &= \omega_x(n)(1-hK_\omega).\end{aligned}\tag{19}$$

При этом характеристическое уравнение принимает вид:

$$\det \begin{pmatrix} \lambda_1 - (1-hK_\alpha) & 0 \\ 0 & \lambda_2 - (1-hK_\omega) \end{pmatrix} = 0.\tag{20}$$

Отсюда находим величины корней уравнения (20): $\lambda_1 = 1-hK_\alpha$ и $\lambda_2 = 1-hK_\omega$. Для обеспечения асимптотической устойчивости решений дискретной системы (19) необходимо и достаточно выполнение условия $|\lambda| < 1$. При этом $-1 < 1-h_\alpha K_\alpha < 1$ и $-1 < 1-h_\omega K_\omega < 1$. Решая эти неравенства относительно h , получаем:

$$h_\alpha \in (0, 2/K_\alpha); h_\omega \in (0, 2/K_\omega).\tag{21}$$

Следовательно, для асимптотической устойчивости решения дискретной системы уравнений (19) необходимо и достаточно, чтобы величины шагов интегрирования методом Эйлера принадлежали интервалам (21). При этом критическое значение шага интегрирования: $\max\{h_{\alpha kp} = 2/K_\alpha, h_\omega = 2/K_\omega\}$. Если шаг интегрирования определяется из выполнения условия $h \geq h_{kp}$, то численное решение дискретной системы уравнений (19) является неустойчивым. Значения шага по угловой скорости $h_\omega \in (0, 2/K_\omega)$ и шага по углу атаки $h_\alpha \in (0, 2/K_\alpha)$ в общем случае являются неравными, так как $K_\omega \neq K_\alpha$.

Рассмотрим случай, когда шаги интегрирования по угловой скорости и по углу атаки равны, т.е. $h_\alpha = h_\omega$ и $K_\omega = K_\alpha$ в каждый момент времени. В этом случае можно получить условие выбора одного из коэффициентов критерия оптимальности $a_\omega, a_\alpha, b_\omega, b_\alpha$:

$$a_\alpha = b_\alpha (f_\omega^2 + a_\omega/b_\omega) = b_\alpha K_\omega^2.\tag{22}$$

Погрешность метода Эйлера

Метод Эйлера является явным методом первого порядка, это означает, что локальная погрешность метода имеет порядок $O(h^2)$, а глобальная накопленная погрешность метода имеет порядок $O(h^1)$. Известно, что на погрешность численного метода Эйлера кроме формулы метода влияет также величина шага интегрирования h .

С уменьшением величины шага h наблюдается увеличение точности метода. При этом время интегрирования также увеличивается. Для преодоления этого противоречия будем использовать доступный интервал шага интегрирования, как мы уже сделали в (21) или использовать специальный простой закон для величины шага. Этот закон определяет зависимость переменного шага от заданной точности μ [12]. Он имеет вид:

$$h_{\text{новый}} = \begin{cases} h; & \text{если } \|y_{n+1} - y_n\| \leq \mu \\ qh; & \text{если } \|y_{n+1} - y_n\| > \mu \end{cases}; \quad (23)$$

$$q \leq (\mu / \|y_{n+1} - y_n\|)^{0,25}. \quad (24)$$

Здесь μ – заданная точность. При этом закон (23 – 24) обеспечивает скорость вычислений, точность и сходимость численных результатов достаточные для решения рассматриваемой задачи.

Численные результаты

Предположим, что космический аппарат имеет массово-инерционные характеристики, аналогичные спускаемому КА Mars Polar Lander, т.е. он имеет наибольший радиус основания конуса $r = 1,25$ м, высоту КА $l = 2$ м и массу КА $m = 576$ кг. Рассматриваемый спускаемый аппарат снижается в атмосфере Марса (средний радиус $R_0 = 3390$ км) со средним ускорением силы тяжести $g_0 = 3,86 \text{ мс}^{-2}$. Начальные условия входа в атмосферу следующие: скорость центра масс КА составляет $V(0) = 3500 \text{ мс}^{-1}$; высота $H(0) = 100$ км; угол входа $\vartheta(0) = -0,017$ рад; угол атаки равен амплитуде $a_1(0) = 0,32$ рад; вторая амплитуда равна нулю $a_2(0) = 0$; быстрая фаза равна $\theta(0) = 0,2\pi$ рад; угловая скорость равна $\omega_x(0) = 0,32 \text{ с}^{-1}$. В случае, если шаги интегрирования h_ω и h_α неравны, то при применении обратного Z-преобразования (17) и численного интегрирования усреднённой системы методом Эйлера (19) получаем результаты, показанные на рис. 1, а, б. Из этих численных результатов следует, что пространственный угол атаки и угловая скорость сходятся к нулю на интервале времени движения от 100 по 200 с.

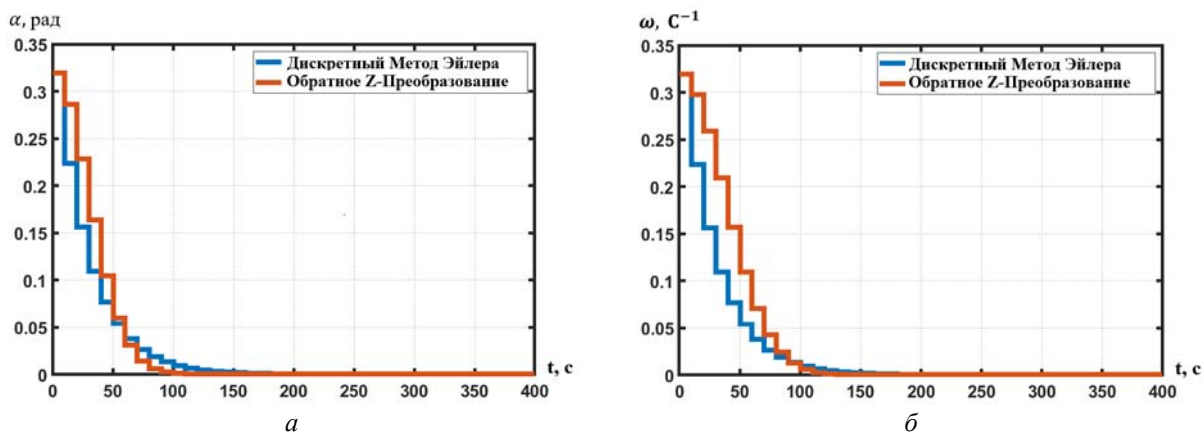


Рис. 1. Численное моделирование управляемого изменения угла атаки и угловой скорости с постоянными величинами шагов интегрирования:
 а – стабилизация дискретных величин угла атаки;
 б – стабилизация дискретных величин угловой скорости

Однако эти величины на интервале времени с 0 до 100 с отличаются с максимальной разницей в 0,07 рад по углу атаки и с максимальной разницей в $0,1 \text{ с}^{-1}$ по угловой

скорости (рис. 2, а, б). На рис. 2 представлены результаты численного моделирования разности значений управляемых переменных при двух методах расчёта с постоянными величинами шагов интегрирования.

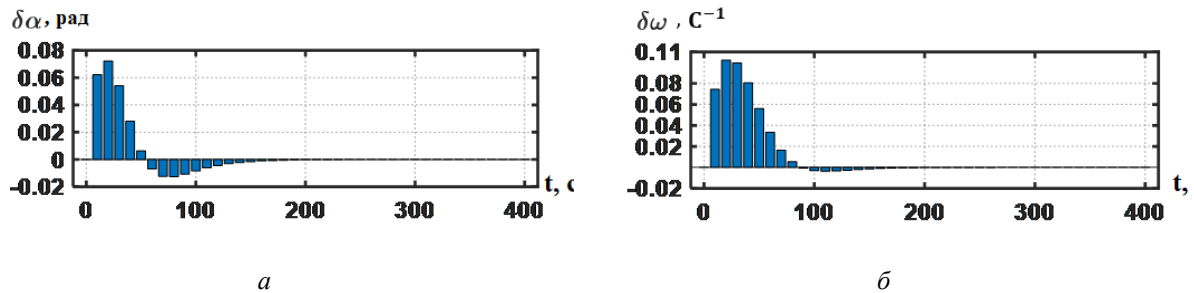


Рис. 2. Численное моделирование разности значений управляемых переменных при двух методах расчёта с постоянными величинами шагов интегрирования:
 а – разность значений угла атаки при двух методах расчёта;
 б – разность значений угловой скорости при двух методах расчёта

Подставляя шаги интегрирования $h_\alpha = \zeta_\alpha / K_\alpha$ и $h_\omega = \zeta_\omega / K_\omega$ в систему (19), находим:

$$\begin{aligned} \alpha(n+1) &= (1 - \zeta_\alpha) \alpha(n), \\ \omega_x(n+1) &= (1 - \zeta_\omega) \omega_x(n), \end{aligned} \tag{25}$$

где ζ_α и ζ_ω – произвольные значения из интервала $(0, 2)$.

В системе уравнений (25) изменение угла атаки и угловой скорости зависит только от параметров ζ_α и ζ_ω . Выбор величин ζ_α и ζ_ω больше единицы позволяет увеличить скорость сходимости угла атаки и угловой скорости. Напротив, выбор величин ζ_α и ζ_ω меньше единицы приводит к замедлению процесса сходимости решений по углу атаки и угловой скорости. Здесь предлагается применять специальный простой закон для определения значений ζ_α и ζ_ω . Этот закон даёт значение переменного шага в зависимости от заданной точности μ в (24). При точности $\mu = 0,01$ в процессе численного решения системы уравнений (25) с помощью закона с переменным шагом интегрирования (24) получим результаты, представленные на рис. 3, а, б.

На рис.4, а, б показаны разности значений управляемых переменных при двух методах расчёта с переменными величинами шагов интегрирования, которые обозначены следующим образом: $\delta\alpha$ – разность значений угла атаки, $\delta\omega$ – разность значений угловой скорости. Из сравнения рис. 2, а, б и рис. 4, а, б следует, что при использовании переменных величин шагов интегрирования точность расчёта повысилась. Действительно, максимальное отличие от результатов расчёта по Z-преобразованию составляет 0,039 рад по пространственному углу атаки и 0,01 – по угловой скорости.

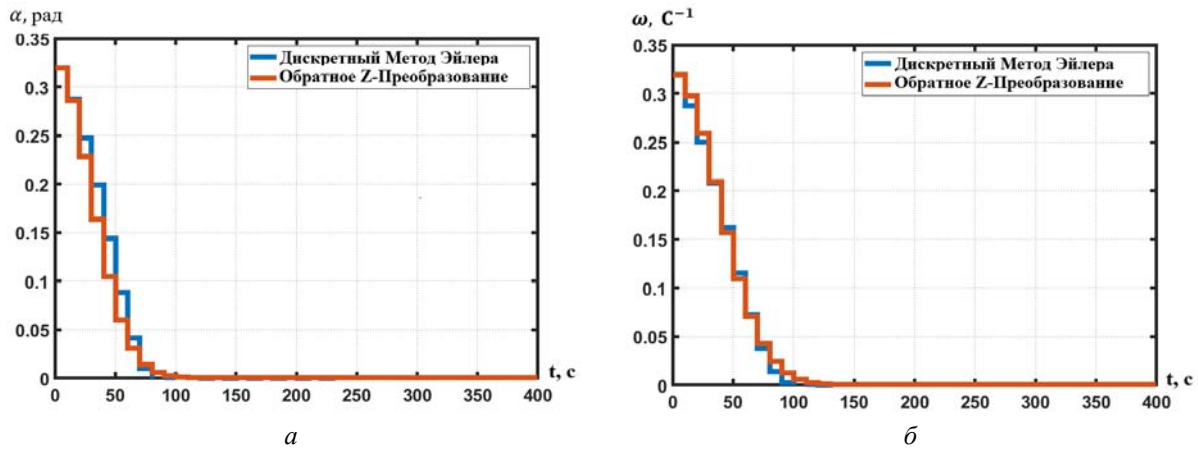


Рис. 3. Численное моделирование управляемого изменения угла атаки и угловой скорости с переменными величинами шагов интегрирования:
 а – стабилизация дискретных величин угла атаки;
 б – стабилизация дискретных величин угловой скорости

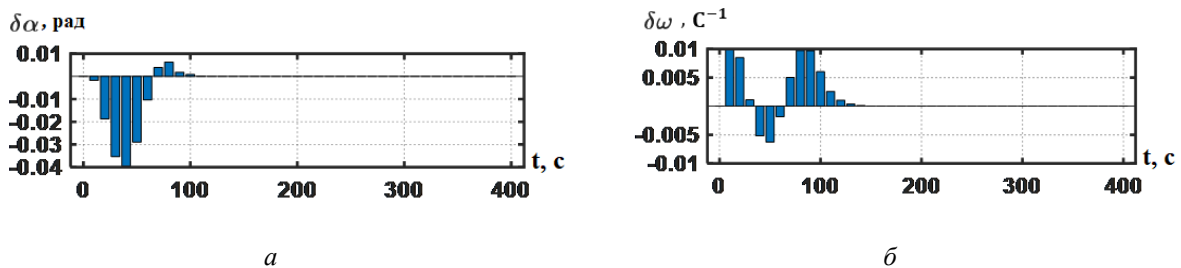


Рис. 4. Численное моделирование разности значений управляемых переменных при двух методах расчёта с переменными величинами шагов интегрирования:
 а – разность значений угла атаки; б – разность значений угловой скорости

Заключение

Использование метода динамического программирования Беллмана в сочетании с методом усреднения позволило решить задачу оптимизации управления ориентации космического аппарата при малых аэродинамических и инерционных асимметриях при спуске в разреженной атмосфере Марса. Были получены новые выражения для приближённого дискретного оптимального управления движением космического аппарата относительно центра масс в атмосфере Марса. Управление осуществлялось по двум каналам одновременно: по угловой скорости и пространственному углу атаки. Численные результаты работы подтверждают, что полученные приближённые дискретные выражения для оптимизации управления обеспечивают снижение угловой скорости и пространственного угла атаки до требуемых малых значений за время, соизмеримое со временем от момента начала спускаемого движения космического аппарата в атмосфере Марса до момента ввода в действие тормозной парашютной системы. Применение переменного шага при интегрировании методом Эйлера показало более точные результаты по сравнению с использованием постоянного шага интегрирования. Практическая значимость полученных дискретных законов двухканального управления подтверждается использованием малых реактивных двигателей, работающих в дискретном режиме.

Библиографический список

1. Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978. 167 с.
2. Lyubimov V.V. Numerical simulation of the resonance effect at re-entry of a rigid body with low inertial and aerodynamic asymmetries into the atmosphere // CEUR Workshop Proceedings. 2015. V. 1490. P. 198-210. DOI: 10.18287/1613-0073-2015-1490-198-210
3. Lyubimov V.V. Dynamics and control of angular acceleration of a re-entry spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere in the presence of the secondary resonance effect // Proceedings of the International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON 2015 (May, 21-23, 2015, Omsk, Russia). DOI: 10.1109/SIBCON.2015.7147134
4. Every mission to Mars ever. <https://www.planetary.org/space-missions/every-mars-mission>
5. 1998 Mars missions. https://mars.nasa.gov/internal_resources/818/
6. Bellman R.E. Dynamic programming. Princeton: Princeton University, 1972. 365 p.
7. Sanders D.A., Verhulst F., Murdock D. Averaging methods in nonlinear dynamical systems. New York: Springer, 2007. 434 p.
8. Заболотнов Ю.М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере космического корабля с малой асимметрией. III // Космические исследования. 1994. Т. 32, № 4-5. С. 112-115.
9. Freidlin M., Wentzell A. Some recent results on averaging principle // In book: «Stochastic Analysis and Nonparametric Estimation». New York: Springer, 2006. P. 1-19. DOI: 10.1007/978-0-387-75111-5_1
10. Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах. Прикладная математика для вузов. М.: Высшая школа, 2001. 445 с.
11. Atkinson K., Han W., Stewart D.E. Numerical solution of ordinary differential equations. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. 261 p.
12. Lopez L., Mastroserio C., Politi T. Variable step-size techniques in continuous Runge-Kutta methods for isospectral dynamical systems // Journal of Computational and Applied Mathematics. 1997. V. 82, Iss. 1-2. P. 261-278. DOI: 10.1016/S0377-0427(97)00048-4

TWO-CHANNEL OPTIMAL DISCRETE LAW OF CONTROL OF SPACECRAFT WITH AERODYNAMIC AND INERTIAL ASYMMETRY DURING DESCENT IN MARS ATMOSPHERE

© 2022

V. V. Lyubimov Doctor of Science (Engineering), Associate Professor, Head of the Department of Further Mathematics ;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
vlubimov@mail.ru

I. Bakry Postgraduate Student, Department of Flight Dynamics and Control Systems;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
ibrahimbakry0@gmail.com

At present, spacecraft attitude stability is of great importance for both state and private space companies and agencies. In this paper, we consider a mathematical model describing perturbed motion of spacecraft as a rigid body with significant aerodynamic and inertial asymmetry relative to the center of mass in the rarefied atmosphere of Mars. The aim of this work is to obtain an approximate discrete

optimized law of controlling the spacecraft attitude using Bellman's dynamic programming and averaging methods. Discrete systems of equations used in the work were solved using the Z-transform method. The reliability of the obtained control laws was confirmed by the results of numerical integration by the numerical Euler method.

Optimal control; attitude stability; discrete law; descent module; asymmetry; atmosphere; Mars

Citation: Lyubimov V.V., Bakry I. Two-channel optimal discrete law of control of spacecraft with aerodynamic and inertial asymmetry during descent in Mars atmosphere. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 3. P. 36-46. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-3-36-46

References

1. Yaroshevskiy V.A. *Dvizhenie neupravlyаемого tela v atmosphere* [Motion of an unstabilized body in the atmosphere]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1978. 167 p.
2. Lyubimov V.V. Numerical simulation of the resonance effect at re-entry of a rigid body with low inertial and aerodynamic asymmetries into the atmosphere. *CEUR Workshop Proceedings*. 2015. V. 1490. P. 198-210. DOI: 10.18287/1613-0073-2015-1490-198-210
3. Lyubimov V.V. Dynamics and control of angular acceleration of a re-entry spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere in the presence of the secondary resonance effect. *Proceedings of the International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON 2015 (May, 21-23, 2015, Omsk, Russia)*. DOI: 10.1109/SIBCON.2015.7147134
4. Every mission to Mars ever. Available at: <https://www.planetary.org/space-missions/every-mars-mission>
5. 1998 Mars missions. Available at: https://mars.nasa.gov/internal_resources/818/
6. Bellman R.E. *Dynamic programming*. Princeton: Princeton University, 1972. 365 p.
7. Sanders D.A., Verhulst F., Murdock D. *Averaging methods in nonlinear dynamical systems*. New York: Springer, 2007. 434 p.
8. Zabolotnov Y.M. Asymptotic analysis of quasilinear equations of motion of a spacecraft with small asymmetry in the atmosphere. III. *Cosmic Research*. 1994. V. 32, Iss. 4-5. P. 112-115.
9. Freidlin M., Wentzell A. Some recent results on averaging principle. *In book: «Stochastic Analysis and Nonparametric Estimation»*. New York: Springer, 2006. P. 1-19. DOI: 10.1007/978-0-387-75111-5_1
10. Pantelev A.V., Yakimova A.S. *Teoriya funktsiy kompleksnogo peremennogo i operatsionnoe ischislenie v primerakh i zadachakh. Prikladnaya matematika dlya vuzov* [The theory of functions of a complex variable and operational calculus in examples and problems. Applied mathematics for universities]. Moscow: Vysshaya Shkola, 2001. 445 p.
11. Atkinson K., Han W., Stewart D.E. *Numerical solution of ordinary differential equations*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. 261 p.
12. Lope L., Mastroserio C., Politi T. Variable step-size techniques in continuous Runge-Kutta methods for isospectral dynamical systems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 1997. V. 82, Iss. 1-2. P. 261-278. DOI: 10.1016/S0377-0427(97)00048-4