

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОИСТОГО ТКАНЕВОГО КОМПОЗИТА

© 2022

- В. А. Комаров** доктор технических наук, профессор, профессор кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов, директор научно-образовательного центра авиационных конструкций; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [vkomarov@ssau.ru](mailto:vkomarov@ssau.ru)
- А. А. Павлов** инженер научно-образовательного центра авиационных конструкций; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [alex-alex.pavlov@yandex.ru](mailto:alex-alex.pavlov@yandex.ru)
- С. А. Павлова** кандидат технических наук, инженер научно-образовательного центра авиационных конструкций; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [pavlova.sa@ssau.ru](mailto:pavlova.sa@ssau.ru)

Рассматривается задача об определении девяти упругих характеристик ортотропного тканевого композита. На тестовом примере приводится оценка влияния трансверсальных упругих характеристик на результаты расчёта напряжённо-деформированного состояния композитных конструкций. Для определения трансверсальных упругих констант ортотропного тканевого композита предлагается использовать представительный объём повторяющейся структуры материала. Рассматриваются особенности создания конечно-элементной модели представительного объёма слоистого тканевого композита. Для определения упругих свойств ортотропного тканевого композита предлагаются кинематические граничные условия специального вида и расчётные соотношения, виртуально имитирующие механический эксперимент с представительным объёмом материала. Приводятся результаты сравнения вычисленных характеристик и данных натурных испытаний по стандартным методикам, которые свидетельствуют о возможности прогнозирования трансверсальных упругих характеристик вычислительными методами с достаточно высокой точностью для использования в практических задачах.

*Композиционный материал; упругие характеристики; представительный объём; виртуальный эксперимент; механические испытания*

---

**Цитирование:** Комаров В.А., Павлов А.А., Павлова С.А. Экспериментально-аналитическое определение упругих характеристик слоистого тканевого композита // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 2. С. 65-79. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-2-65-79

### Введение

В аэрокосмических конструкциях широкое применение находят слоистые композиционные материалы, где в качестве армирующего материала выступают угле- и стеклоткани различного плетения. Они удобны в технологическом отношении и способны эффективно работать в плоскости слоёв на различные случаи нагружения.

Для расчёта напряжённо-деформированного состояния (НДС) конструкций из слоистых композитов используется метод конечных элементов (МКЭ), который реализован в таких современных коммерческих программных пакетах, как ANSYS, ABAQUS, Nastran и ряде других. При проектировании в среде ANSYS Mechanical используется два типа элементов: экономный оболочечный элемент SHELL181 и более универсальный твердотельный элемент типа SOLID185.

Для описания НДС композитных конструкций с использованием элементов SHELL181 и SOLID185 необходимо задание девяти упругих характеристик материала: трёх модулей упругости ( $E_{11}, E_{22}, E_{33}$ ), трёх модулей сдвига ( $G_{12}, G_{23}, G_{13}$ ) и трёх коэффициентов Пуассона ( $\mu_{12}, \mu_{23}, \mu_{13}$ ).

Характеристики  $E_{11}, E_{22}, \mu_{12}, G_{12}$  можно определить из испытаний по стандартам (например, ASTM D3039 [1] или ГОСТ 25.601-80 [2] – для определения  $E_{11}, E_{22}, \mu_{12}$  при испытаниях на растяжение; ASTM D3518 [3] – для определения  $G_{12}$  при испытаниях на сдвиг).

Остальные пять характеристик –  $E_{33}, G_{23}, G_{13}, \mu_{23}, \mu_{13}$  – связаны с работой композита в плоскостях, перпендикулярных плоскости слоёв. Будем называть их в дальнейшем *трансверсальными*. Получение достоверных значений данных характеристик из испытаний затруднительно из-за высокой сложности измерений деформаций в межслоевом пространстве композиционного материала.

Целью данной работы является оценка значимости трансверсальных упругих характеристик и разработка экспериментально-аналитической методики их определения по компонентам ортотропного композита с использованием идеи представительного объёма [4].

### Значимость полноты набора упругих характеристик

Для оценки влияния трансверсальных упругих характеристик  $E_{33}, G_{23}, G_{13}, \mu_{23}, \mu_{13}$  на результаты расчётов НДС композитных конструкций методом конечных элементов рассмотрим специально сконструированный тестовый пример (рис. 1): слоистую пластину, жёстко закреплённую на одном конце и нагруженную крутящим моментом на другом. Особенность данного примера состоит в том, что форма пластины и нагрузка на неё предполагают возникновение межслоевых касательных напряжений и концентрацию нормальных напряжений в заделке.

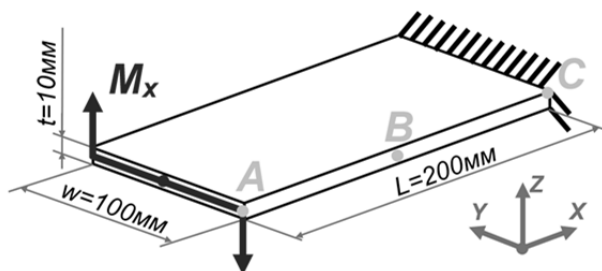


Рис. 1. Тестовый пример. Схема нагружения композитной пластинки

В качестве материала тестовой пластины рассмотрим углепластик Ероху Carbon Wet (295 МПа) с известным набором упругих характеристик и два гипотетических материала с заниженными и завышенными значениями характеристик  $E_{33}, G_{23}, G_{13}, \mu_{23}, \mu_{13}$  (табл. 1).

Таблица 1. Упругие характеристики рассматриваемых материалов

Наименование	$E_{11},$ ГПа	$E_{22},$ ГПа	$G_{12},$ ГПа	$\mu_{12}$	$E_{33},$ ГПа	$G_{23},$ ГПа	$G_{13},$ ГПа	$\mu_{23}$	$\mu_{13}$
Ероху Carbon Wet (295 МПа)	59,16	59,16	17,5	0,04	7,20	2,70	2,70	0,3	0,3
Гипотетический материал 1	59,16	59,16	17,5	0,04	3,60	1,38	1,38	0,3	0,3
Гипотетический материал 2	59,16	59,16	17,5	0,04	10,0	4,55	4,55	0,1	0,1

Композитная пластинка моделировалась в системе ANSYS с использованием твердотельных конечных элементов SOLID 185 со свойствами указанных ортотропных материалов. Направления упругих свойств рассматриваемых материалов задавались в локальной системе координат элемента, которая, в свою очередь, соответствует направлению укладки армирующего слоя параллельно длинной стороне слоистой пластины. Характерный размер конечных элементов в композитной пластинке задавался равным  $2,5 \times 2,5 \times 2,5$  мм. Расчёт НДС пластинки выполнялся для случая действия крутящего момента величиной  $100\,000 \text{ Н} \times \text{мм}$ .

Результаты расчётов контролировались по *максимальным перемещениям*  $\Delta$  в точке *A*, по *касательным напряжениям*  $\tau_{xz}$  в точке *B* (в центре боковой грани) и *нормальным напряжениям*  $\sigma_x$  в точке *C* (табл. 2).

Таблица 2. Результаты расчёта композитной пластины

№	Наименование	$\Delta$ , мм	$\tau_{xz}$ , МПа	$\sigma_x$ , МПа
1	Ероху Carbon Wet (ECW)	0,198	10,3	198,0
2	Гипотетический материал 1 (ГМ1)	0,220	7,7	172,0
3	Гипотетический материал 2 (ГМ2)	0,185	12,7	215,0
	Расхождение «ECW – ГМ1», %	10,0	25,4	13,1
	Расхождение «ECW – ГМ2», %	6,5	18,9	7,9

Из вычислительного эксперимента следует, что величины трансверсальных упругих характеристик могут оказывать существенное влияние на величины напряжений и деформаций толстостенных слоистых конструкций.

### Модель представительного объёма ортотропного тканевого композита

Тканевый композит состоит из двух компонентов – высокопрочных волокон и связующего, каждый из которых имеет, как правило, паспортные данные о механических характеристиках: модуль упругости волокна  $E_f$  и упругие характеристики связующего (матрицы) после полимеризации  $E_m$  и  $\mu_m$ .

Идея «представительной ячейки» [4 – 5] состоит в том, чтобы выделить фрагмент повторяющейся пространственной структуры армирования и последовательно решить следующие задачи:

- определить свойства *нити*, пропитанной связующим (микроуровень);
- разработать геометрическую модель переплетения нитей в *представительном объёме*;
- разработать конечно-элементную модель переплетения нитей и окружающего их связующего с учётом локальных свойств компонентов структуры в *представительном объёме* (мезоуровень);
- определить интегральные характеристики слоистой структуры композиционного материала в *представительном объёме* (макроуровень).

На завершающем этапе представительный объём предлагается рассматривать как цифровой двойник гетерогенного материала, для которого можно выполнить виртуальные механические испытания путём задания специальных граничных условий и проведения расчёта напряженно-деформированного состояния (НДС) по МКЭ. По результатам этого расчёта из сопоставления перемещений и соответствующих реакций могут быть вычислены интегральные упругие характеристики рассматриваемого материала.

Рассмотрим особенности каждого из перечисленных этапов в случае использования представительного объёма для определения упругих трансверсальных констант  $E_{33}$ ,  $G_{23}$ ,  $G_{13}$ ,  $\mu_{23}$ ,  $\mu_{13}$  ортотропного углепластика.

В качестве сквозного примера, сохраняя общность рассуждений, будем рассматривать углепластик на основе биаксиальной ткани полотняного плетения GG200P и двухкомпонентного эпоксидного связующего SR8100/SD8824, изготовленный авторами методом вакуумной инфузии.

### Определение упругих свойств пропитанной нити

В составе ткани нити представляют собой пучки однонаправленных волокон армирующего материала, которые взаимно искривлены. Материал пропитанных нитей следует рассматривать как ортотропный с учётом кривизны нитей.

Для описания упругих свойств пропитанных нитей необходимо знание и задание следующих характеристик: три модуля упругости  $E_{11}^{ya}, E_{22}^{ya}, E_{33}^{ya}$ , три модуля сдвига  $G_{12}^{ya}, G_{23}^{ya}, G_{13}^{ya}$  и три коэффициента Пуассона  $\mu_{12}^{ya}, \mu_{23}^{ya}, \mu_{13}^{ya}$ , где индекс «ya» обозначает принадлежность характеристики к пропитанной нити (от англ. «yarn»).

Для определения упругих характеристик ортотропных материалов на основе однонаправленных волокон могут быть использованы различные подходы [6]. Среди них определённой простотой и наглядностью обладают аналитические модели, базирующиеся на правиле смеси.

В данной работе для вычисления свойств пропитанной нити рассмотрим использование микромеханической модели Чамиса [7], которая является модификацией правила смеси.

В модели Чамиса в качестве исходных используются следующие данные: характеристики волокна  $E_{11}^f, E_{22}^f, E_{33}^f, G_{12}^f, G_{23}^f, \mu_{12}^f, \mu_{23}^f$ , определяемые из паспортных данных или экспериментально; упругие свойства связующего  $E_m$  и  $\mu_m$ ; данные об объёмном содержании волокон в пропитанной нити  $V_f$ . Объёмное содержание волокон  $V_f$  является одной из наиболее существенных характеристик для определения упругих свойств нити, которая в значительной мере зависит от технологии изготовления композита.

В данной работе определение объёмного содержания рассматриваемого углепластика GG200P/SR8100-SD8824 выполнялось на основе анализа цифровых микроскопических снимков поперечного сечения структуры композита [8].

Исходные данные для определения упругих характеристик нити углеродной ткани GG200P, основанной на волокнах марки T300 и пропитанной связующим SR8100/SD8824, представлены в табл. 3.

Таблица 3. Исходные данные для вычисления упругих характеристик пропитанной нити ткани GG200P

Наименование	$E_{11}^f$ , ГПа	$E_{22}^f$ , ГПа	$E_{33}^f$ , ГПа	$G_{12}^f$ , ГПа	$G_{23}^f$ , ГПа	$\mu_{12}^f$	$\mu_{23}^f$	$E_m$ , ГПа	$\mu_m$	$V_f$ , %
Углеродные волокна T300	230	15	15	24	7,5	0,22	0,25	–	–	–
Эпоксидное связующее SR8100/SD8824	–	–	–	–	–	–	–	2,9	0,35	–
Углеродная нить GG200P	–	–	–	–	–	–	–	–	–	0,69

Для определения свойств пропитанной нити использовались следующие расчётные соотношения модели Чамиса:

$$E_{11}^{ya} = V_f E_{11}^f + V_m E_m, \tag{1}$$

$$E_{22}^{ya} = E_{33}^{ya} = \frac{E_m}{1 - \sqrt{V_f} \left(1 - \frac{E_m}{E_{22}^f}\right)}, \quad (2)$$

$$G_{12}^{ya} = G_{13}^{ya} = \frac{G_m}{1 - \sqrt{V_f} \left(1 - \frac{G_m}{G_{12}^f}\right)}, \quad (3)$$

$$G_{23}^{ya} = \frac{G_m}{1 - \sqrt{V_f} \left(1 - \frac{G_m}{G_{23}^f}\right)}, \quad (4)$$

$$\mu_{12}^{ya} = \mu_{13}^{ya} = V_f \mu_{12}^f + V_m \mu_m, \quad (5)$$

$$\mu_{23}^{ya} = V_f \mu_{23}^f + V_m \left(2\mu_m - \frac{\mu_{12}^{ya}}{E_{11}^{ya}} E_{22}^{ya}\right), \quad (6)$$

где  $V_m = 1 - V_f$  – объёмное содержание связующего в пропитанной нити.

На выходе модель Чамиса позволяет получить девять упругих характеристик пропитанной нити:  $E_{11}^{ya}, E_{22}^{ya}, E_{33}^{ya}, G_{12}^{ya}, G_{23}^{ya}, G_{13}^{ya}, \mu_{12}^{ya}, \mu_{23}^{ya}, \mu_{13}^{ya}$ . Свойства пропитанной нити GG200P, полученные с использованием соотношений (1) – (6), представлены в табл. 4. Полученные упругие свойства пропитанной нити использовались при построении конечно-элементной модели композитной структуры с учётом переплетения нитей.

Таблица 4. Результаты вычисления упругих характеристик пропитанной нити углеродной ткани GG200P

Наименование	$E_{11}^{ya}$ , ГПа	$E_{22}^{ya}$ , ГПа	$E_{33}^{ya}$ , ГПа	$G_{12}^{ya}$ , ГПа	$G_{23}^{ya}$ , ГПа	$G_{13}^{ya}$ , ГПа	$\mu_{12}^{ya}$	$\mu_{23}^{ya}$	$\mu_{13}^{ya}$
Нить GG200P	159,7	9,5	9,5	5,9	4,0	5,9	0,26	0,40	0,26

### Создание цифровой геометрической модели структуры композита

Модель представительного объёма на мезоуровне должна учитывать структурные особенности композиционного материала – характер переплетения, форму поперечного сечения и кривизну нитей. Поэтому наиболее удобным видится подход к построению мезоуровневой модели представительного объёма ортотропного тканевого композита на основе подготовленной цифровой геометрической модели переплетённых нитей и окружающего их объёма связующего.

В данной работе построение геометрической модели осуществлялось с помощью приложения TechGen [9]. Данное приложение представляет собой программный пакет с открытым исходным кодом, реализующим методы моделирования текстильных структур [10]. Отличительной особенностью данного приложения является наличие программного интерфейса на языке Python, что позволяет использовать его возможности в сторонних приложениях.

Для построения цифровой геометрической модели представительной ячейки требуется задать геометрические (структурные) параметры армирующего материала и настроечные параметры препроцессора TexGen.

Прогнозирование трансверсальных упругих свойств слоистого композита на основе однослойной модели представительного объёма уступает подходам, основанным на многослойных моделях. В данной работе на основе вычислительных экспериментов предлагается использовать модель представительного объёма, состоящую из трёх слоёв с размерностью  $4 \times 4$  нити, так как она при прочих равных условиях позволяет наиболее точно прогнозировать упругие свойства композита [11].

Исходные данные, используемые для построения геометрической модели представительного объёма слоистого углепластика, представлены в табл. 5.

Таблица 5. Исходные данные для препроцессора TexGen

Характеристика	Размерность	Величина	Источник
Армирующий материал – углеродная ткань GG200P			
Ширина нитей основы $w_x$	мм	1,8	Паспорт ткани и измерение на образцах ткани
Ширина нитей утка $w_y$	мм	1,8	
Шаг нитей основы $s_x$	мм	2,0	
Шаг нитей утка $s_y$	мм	2,0	
Толщина нитей основы $t_x$	мм	0,125	
Толщина нитей утка $t_y$	мм	0,125	
Композиционный материал GG200P/SR8100-SD8824			
Толщина монослоя $t$	мм	0,25	Измерение на многослойных образцах
Параметры препроцессора TexGen			
Количество нитей основы $n_x$	шт	4	[11]
Количество нитей утка $n_y$	шт	4	
Количество слоёв $n$	шт	3	

На основе данных табл. 5 TexGen позволяет сформировать геометрическую модель, которая содержит информацию о геометрических параметрах переплетения нитей и окружающего их связующего, а также ориентации нитей в представительном объёме (рис. 2).

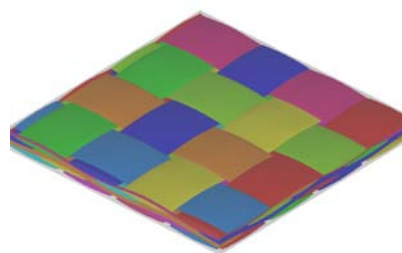


Рис. 2. Геометрическая модель углепластика GG200P/SR8100-SD8824

### **Создание конечно-элементной модели переплетения нитей и окружающего их связующего**

Создание конечно-элементной модели (КЭМ) переплетения нитей и окружающего их связующего с учётом локальных свойств компонентов структуры предлагается осуществлять в два этапа (рис. 3). Исходными данными для построения КЭМ являются свойства пропитанной нити и цифровая геометрическая модель представительного объёма слоистого композита.

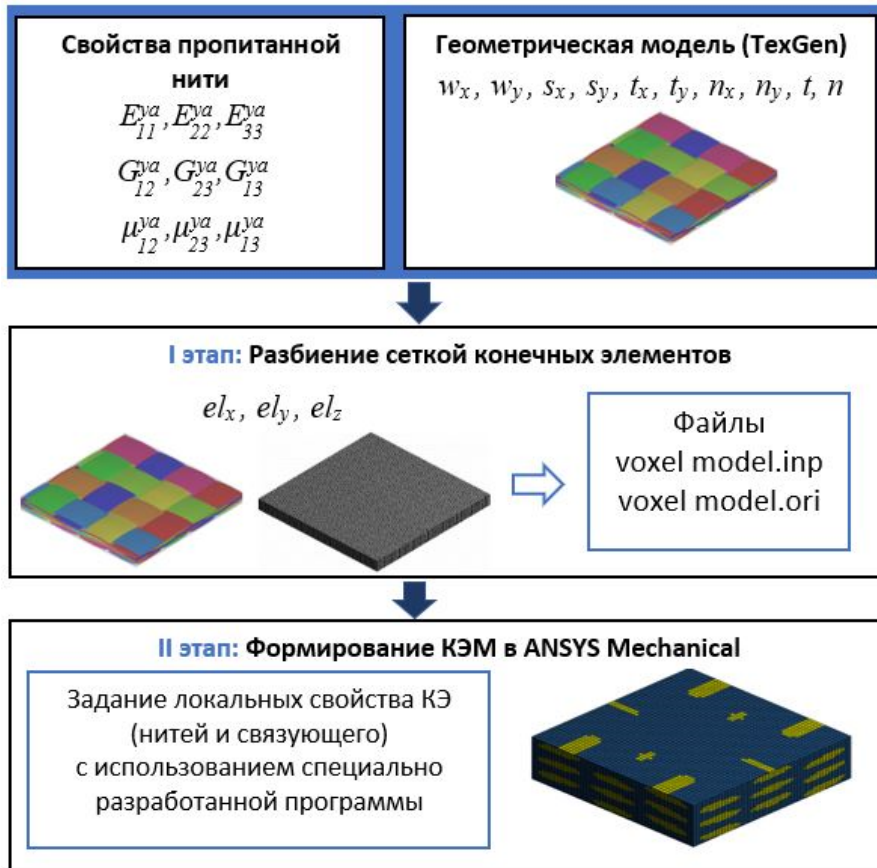


Рис. 3. Этапы построения КЭМ слоистого композита

На первом этапе цифровая геометрическая модель слоистого композита разбивается сеткой конечных элементов. В данной работе предлагается использовать алгоритм VMA (Vertex Merge Algorithm) [12], который вписывает геометрическую модель в ортогональную сетку, имеющую фиксированный шаг разбиения по трём направлениям –  $el_x, el_y, el_z$ .

На втором этапе осуществляется формирование конечно-элементной модели представительного объёма слоистой структуры в среде ANSYS Mechanical. Для создания гетерогенной модели со свойствами связующего и нити предлагается использовать твердотельный элемент SOLID185, который поддерживает как изотропную, так и ортотропную формулировку материала.

Основная сложность данного этапа заключается в задании локальных свойств конечных элементов. Для решения рассматриваемой задачи разработана специальная программа на языке Python, которая определяет преимущественную принадлежность конечного элемента к геометрической модели пропитанной нити или связующему. Назначение свойств конечных элементов происходит следующим образом. В случае, если объём конечного элемента не менее чем на  $\frac{1}{2}$  принадлежит конкретной компоненте материала, то задаются соответствующие свойства – нити или связующего.

Кривизну нитей в КЭМ предлагается учитывать путём ориентации локальной системы координат элементов нитей в направлении касательной к кривой, образованной центрами масс сечений нити. Создание сетки конечных элементов осуществляется автоматически средствами ANSYS Mechanical.

В результате формируется конечно-элементная модель переплетения нитей и окружающего их связующего, которая учитывает особенности структуры плетения и упругие свойства отдельных компонентов ортотропного тканевого композита (рис. 4).

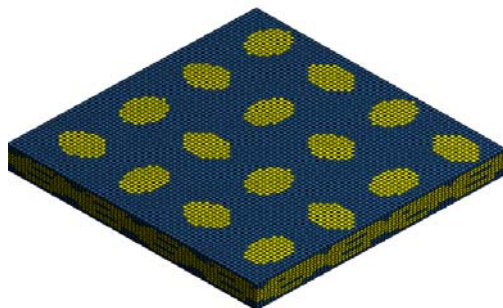


Рис. 4. Конечно-элементная модель GG200P/SR8100-SD8824

### Определение упругих характеристик на основе модели представительного объёма

Для определения упругих свойств ортотропного тканевого композита на основе модели представительного объёма рассмотрим случаи нагружения, которые вызывают деформации материала подобные физическому эксперименту. Для этого необходимо задать соответствующие кинематические граничные условия закрепления и деформирования модели и получить зависимости, по которым можно рассчитать значения упругих констант.

В работе [13] описаны кинематические граничные условия для призматической модели представительного объёма, а также зависимости для определения пяти упругих констант. Следуя данной работе, рассмотрим шесть случаев жёсткого нагружения, которые имитируют растяжение в трёх ортогональных направлениях и сдвиг в трёх ортогональных плоскостях. Сформулируем необходимые зависимости для определения всех девяти упругих констант.

Для представительного объёма призматической формы, имеющего размеры  $l_x$ ,  $l_y$ ,  $l_z$ , введём следующие обозначения плоских граней  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$  и зададим систему координат  $XYZ$  (рис. 5).

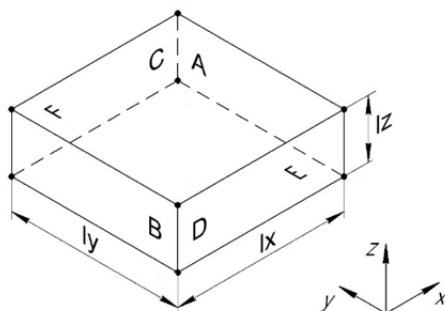


Рис. 5. Обозначения граней представительного объёма

Рассмотрим простейший случай равномерного растяжения представительного объёма в направлении оси  $X$ . Введём следующие закрепления: будем считать равными нулю перемещения всех узлов конечно-элементной модели на грани  $B$  в направлении



оси  $X$  ( $u_x^B = 0$ ); на грани  $D$  – в направлении оси  $Y$  ( $u_y^D = 0$ ); на грани  $E$  – в направлении оси  $Z$  ( $u_z^E = 0$ ). Зададим перемещения всех узлов грани  $A$  на величину  $u_x^A = w$  (рис. 6).

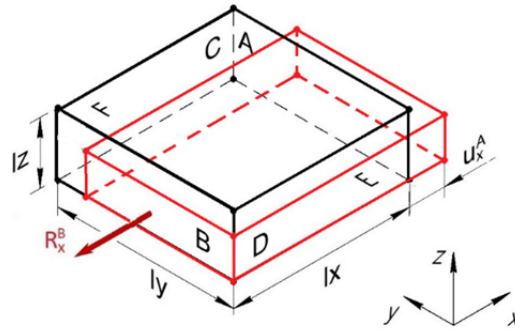


Рис. 6. Схема деформированного состояния КЭМ представительной ячейки при имитации нагружения на растяжение

Выполним линейно-статический расчёт КЭМ представительного объёма на заданные граничные условия и определим реакцию  $R_x^B$  узлов, лежащих в плоскости  $B$ , в направлении оси  $X$  и усреднённые перемещения узлов граней  $C$  и  $F$  в направлении осей  $Y$  и  $Z$  соответственно –  $\overline{\Delta l_y^C}$  и  $\overline{\Delta l_z^F}$ :

$$R_x^B = \sum_{i=1}^{n^B} r_{x_i}^B,$$

$$\overline{\Delta l_y^C} = \frac{\sum_{i=1}^{n^C} \Delta l_y^C}{n^C},$$

$$\overline{\Delta l_z^F} = \frac{\sum_{i=1}^{n^F} \Delta l_z^F}{n^F},$$

где  $r_{x_i}^B$  – реакция в  $i$ -том узле на плоскости  $B$ ;  $n^B$  – количество узлов на плоскости  $B$ ;  $\Delta l_y^C$  – значение проекции перемещения  $i$ -го узла на ось  $Y$ , лежащего в плоскости  $C$ ;  $\Delta l_z^F$  – значение проекции перемещения  $i$ -го узла на ось  $Z$ , лежащего в плоскости  $F$ ;  $n^C$  – количество узлов на плоскости  $C$ ;  $n^F$  – количество узлов на плоскости  $F$ .

Определим продольные деформации представительного объёма  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$ :

$$\varepsilon_x = \frac{u_x^A}{l_x},$$

$$\varepsilon_y = \frac{\overline{\Delta l_y^C}}{l_y},$$

$$\varepsilon_z = \frac{\overline{\Delta l_z^F}}{l_z}.$$

Вычислим нормальные напряжения  $\sigma_x$  :

$$\sigma_x = \frac{R_x^B}{l_y l_z}.$$

Определим модуль упругости  $E_{11}$  и коэффициенты Пуассона  $\mu_{12}$  и  $\mu_{13}$  :

$$E_{11} = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x},$$

$$\mu_{12} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x},$$

$$\mu_{13} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}.$$

Рассмотренный виртуальный эксперимент на растяжение КЭМ представительного объёма соответствует механическим испытаниям на растяжение с той особенностью, что реальные испытания на растяжение проводятся на достаточно длинных образцах, в которых в средней части образца производятся замеры деформаций тем или иным способом. Полное усилие растяжения образца в испытаниях фиксируется с помощью датчика силы. Особенность рассмотренного виртуального эксперимента состоит в том, что грани  $A$  и  $B$  имитируют работу нагружающих элементов испытательной машины, которые позволяют свободно деформироваться граням в плоскостях  $Y$  и  $Z$ . Таким образом, виртуальный эксперимент реализует «чистое» растяжение, т.е.  $\sigma_y = 0$  и  $\sigma_z = 0$ .

Виртуальные испытания на растяжение в направлениях  $Y$  и  $Z$  проводятся аналогично.

Виртуальные испытания на сдвиг можно выполнить следующим образом, имитируя стандартные испытания с помощью жёсткой рамки [14]. Будем считать все шесть граней абсолютно жёсткими в направлении деформаций из плоскости –  $u_x^A = 0$ ,  $u_x^B = 0$ ,  $u_y^C = 0$ ,  $u_y^D = 0$ ,  $u_z^E = 0$ ,  $u_z^F = 0$ . Введём закрепление всех узлов на грани  $D$  по всем степеням свободы. Зададим перемещения всем узлам грани  $C$  на величину  $u_x^C = w$  (рис. 7).

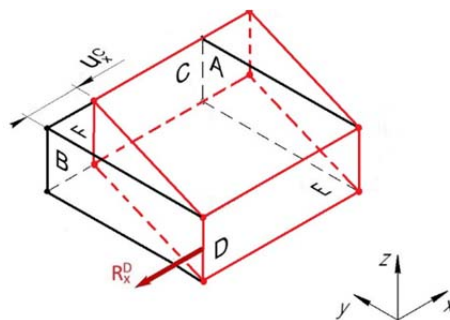


Рис. 7. Схема деформированного состояния представительной ячейки при имитации нагружения на сдвиг

Выполним линейно-статический расчёт КЭМ представительного объёма и определим суммарную реакцию  $R_x^D$  на грани  $D$ :

$$R_x^D = \sum_{i=1}^{n^D} r_{x_i}^D,$$

где  $r_{x_i}^D$  – реакция в  $i$ -том узле на плоскости  $D$ ;  $n^D$  – количество узлов на плоскости  $D$ .

Вычислим касательные напряжения  $\tau_{xy}$ :

$$\tau_{xy} = \frac{R_x^D}{l_x l_z}.$$

Определим сдвиговую деформацию  $\gamma_{xy}$  и модуль упругости  $G_{12}$ :

$$\gamma_{xy} = \frac{u_x^C}{l_y},$$

$$G_{12} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}}.$$

Аналогичным образом могут быть рассмотрены сдвиги КЭМ представительного объёма в плоскостях  $XZ$  и  $YZ$ .

Особенность виртуального эксперимента по сравнению с механическими испытаниями состоит в том, что реализуется «чистый» сдвиг без учёта влияния усилий затяжки болтов на жёсткой раме.

Сводка граничных условий и расчётных соотношений для определения девяти упругих характеристик ортотропного тканевого композита представлена в табл. 6.

Таблица 6. Граничные условия и расчётные соотношения для определения упругих характеристик ортотропного тканевого композита

	Растяжение в направлении оси $X$	Растяжение в направлении оси $Y$	Растяжение в направлении оси $Z$
Граничные условия	$u_x^A = w, u_x^B = 0,$ $u_y^D = 0, u_z^F = 0$	$u_y^C = w, u_x^B = 0,$ $u_y^D = 0, u_z^F = 0$	$u_z^E = w, u_x^B = 0,$ $u_y^D = 0, u_z^E = 0$
Реакция	$R_x^B = \sum_{i=1}^{n^B} r_{x_i}^B$	$R_y^D = \sum_{i=1}^{n^D} r_{y_i}^D$	$R_z^E = \sum_{i=1}^{n^E} r_{z_i}^E$
Деформация	$\varepsilon_x = \frac{u_x^A}{l_x}$	$\varepsilon_y = \frac{\overline{\Delta l_y^C}}{l_y}$	$\varepsilon_z = \frac{\overline{\Delta l_z^E}}{l_z}$
Нормальные напряжения	$\sigma_x = \frac{R_x^B}{l_y l_z}$	$\sigma_y = \frac{R_y^D}{l_x l_z}$	$\sigma_z = \frac{R_z^E}{l_x l_y}$
Модуль упругости	$E_{11} = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}$	$E_{22} = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y}$	$E_{33} = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z}$
Коэффициент Пуассона	$\mu_{12} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}, \mu_{13} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}$	$\mu_{23} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_y}$	$\mu_{32} = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z}$

Продолжение табл. 6. Граничные условия и расчётные соотношения для определения упругих характеристик ортотропного тканевого композита

	Сдвиг в плоскости XY	Сдвиг в плоскости YZ	Сдвиг в плоскости XZ
Граничные условия	$u_y^B = 0, u_x^D = 0,$ $u_y^A = 0, u_x^A = 0,$ $u_z^A = 0, u_x^C = w$	$u_z^B = 0, u_x^E = 0,$ $u_y^A = 0, u_x^A = 0,$ $u_z^A = 0, u_y^F = w$	$u_z^D = 0, u_y^E = 0,$ $u_y^A = 0, u_x^A = 0,$ $u_z^A = 0, u_x^F = w$
Реакция	$R_x^D = \sum_{i=1}^{n^D} r_{x_i}^D$	$R_y^F = \sum_{i=1}^{n^F} r_{y_i}^F$	$R_x^F = \sum_{i=1}^{n^F} r_{x_i}^F$
Деформация	$\gamma_{xy} = \frac{u_x^C}{l_y}$	$\gamma_{yz} = \frac{u_y^F}{l_z}$	$\gamma_{xz} = \frac{u_x^F}{l_z}$
Касательные напряжения	$\tau_{xy} = \frac{R_x^D}{l_x l_z}$	$\tau_{yz} = \frac{R_y^F}{l_x l_y}$	$\tau_{xz} = \frac{R_x^F}{l_x l_y}$
Модуль сдвига	$G_{12} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}}$	$G_{23} = \frac{\tau_{yz}}{\gamma_{yz}}$	$G_{13} = \frac{\tau_{xz}}{\gamma_{xz}}$

Для рассматриваемого углепластика GG200P/SR8100-SD8824 в табл. 7 представлены результаты расчёта девяти упругих характеристик с использованием предлагаемых граничных условий и расчётных соотношений (табл. 6) при  $l_x = 7,6$  мм,  $l_y = 7,6$  мм,  $l_z = 0,79$  мм и  $w = 1$  мм. Свойства материала и параметры структуры представительного объёма рассматриваемого углепластика задавались по табл. 3 – 5.

Таблица 7. Вычисленные значения упругих характеристик углепластика GG200P/SR8100-SD8824

Наименование	$E_{11},$ ГПа	$E_{22},$ ГПа	$E_{33},$ ГПа	$G_{12},$ ГПа	$G_{23},$ ГПа	$G_{13},$ ГПа	$\mu_{12}$	$\mu_{23}$	$\mu_{13}$
Углепластик GG200P/SR8100-SD8824	55,94	55,16	9,65	5,5	3,2	3,2	0,05	0,45	0,45

### Валидация

Для валидации разработанной методики авторами статьи изготовлены образцы углепластика CC201P/SR8100-SD8824 для определения  $E_{11}, \mu_{12}$  и  $G_{12}$  по стандартам [1; 3]. Испытания проводились в лаборатории композиционных материалов и конструкций Самарского университета с использованием универсальной сервогидравлической испытательной машины фирмы MTS 322.21, оснащённой датчиком силы MTS 661.21F-03 и датчиком перемещений. Серия испытаний для каждого вида нагружения содержала по 10 испытательных образцов. Нагружение каждого образца партии в процессе испытаний проводилось со скоростью 5 мм/мин. В ходе эксперимента запись показаний датчиков силы и перемещения была синхронизирована по времени и производилась непрерывно с периодом  $10^{-2}$  с. Статистическая обработка экспериментальных данных проводилась в соответствии с нормативной документацией для конкретного типа испытаний и приведена в табл. 8. Полученные значения коэффициента вариации (CV) не превышают 10%, что позволяет рассматривать экспериментальные данные как эталонные.

Таблица 8. Сравнение вычисленных и экспериментальных упругих характеристик углепластика CC201P/SR8100-SD8824

	$E_{11}$ , ГПа	$G_{12}$ , ГПа	$\mu_{12}$
Экспериментальные значения	56,33	6,1	0,057
CV, %	4,5	6,1	4,5
Вычисленные значения	55,94	5,5	0,05
Расхождение, %	2,2	8	11,5

Результаты сравнения вычисленных упругих характеристик с результатами испытаний свидетельствуют о возможности прогнозирования трансверсальных упругих характеристик вычислительными методами.

### Заключение

Поставленный специальный вычислительный эксперимент показал, что величины трансверсальных упругих характеристик могут оказывать существенное влияние на результаты расчёта напряжённо-деформированного состояния конструкций из слоистых композитов. Предлагаемая методика построения конечно-элементной модели представительного объёма ортотропного тканевого композита и способ задания специальных кинематических граничных условий с соответствующими расчётными соотношениями позволяют определять девять упругих характеристик слоистого композита при наличии ограниченного набора данных о свойствах компонентов материала.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по проекту FSSS-2020-0016.

### Библиографический список

1. ASTM Test Method D 3039 - 08. Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials. American Society for Testing and Materials, 2008. 13 p.
2. ГОСТ 25.601-80. Методы механических испытаний композиционных материалов с полимерной матрицей (композитов). Метод испытания плоских образцов на растяжение при нормальной, повышенной и пониженной температурах. М.: Издательство стандартов, 1980. 15 с.
3. ASTM Test Method D 3518 - 08. Standard test method for in-plane shear properties of polymer matrix composite materials by tensile test of a laminate. American Society for Testing and Materials, 2008. 7 p.
4. Verpoest I., Lomov S.V., Huysmans G., Ivens J. Modelling the processing and properties of textile composites: an integrated approach // 9th European Conference on Composite Materials (July, 5-6, 2000, Brighton).
5. Lomov S.V., Huysmans G., Luo Y., Parnas R.S., Prodromou A., Verpoest I., Phelan F.R. Textile composites: modelling strategies // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2001. V. 32, Iss. 10. P. 1379-1394. DOI: 10.1016/S1359-835X(01)00038-0
6. Vignoli L.L., Savi M.A., Pacheco P.M.C.L., Kalamkarov A.L. Comparative analysis of micromechanical models for the elastic composite laminae // Composites Part B: Engineering. 2019. V. 174. DOI: 10.1016/j.compositesb.2019.106961
7. Chamis C. Mechanics of composite materials: past, present, and future // Journal of Composites Technology & Research. 1989. V. 11, Iss. 1. P. 3-14. DOI: 10.1520/CTR10143J
8. Gommer F., Endruweit A., Long A.C. Quantification of micro-scale variability in fibre bundles // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2016. V. 87. P. 131-137. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.04.019

9. Brown L.P., Endruweit A., Long A., Jones I.A. Characterisation and modelling of complex textile geometries using TexGen // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. V. 406, Iss. 1. DOI: 10.1088/1757-899X/406/1/012024

10. Sherburn M. Geometric and mechanical modelling of textiles. Ph.D. Thesis. Nottingham, 2007. 271 p.

11. Matveev M.Y., Long A., Brown L.P., Jones I.A. Effects of layer shift and yarn path variability on mechanical properties of a twill weave composite // Journal of Composite Materials. 2017. V. 51, Iss. 7. P. 913-925. DOI: 10.1177/0021998316655870

12. Frey P., Sarter B., Gautherie M. Fully automatic mesh generation for 3-D domains based upon voxel sets // International Journal of Numerical Methods in Engineering. 1994. V. 37, Iss. 16. P. 2735-2753. DOI: 10.1002/NME.1620371604

13. Cao Y., Feng Yu., Wang W., Wu D., Zhu Zh. Estimation of lamina stiffness and strength of quadriaxial non-crimp fabric composites based on semi-laminar considerations // Applied Sciences. 2016. V. 6, Iss. 9. DOI: 10.3390/app6090267

14. ASTM Test Method D 8067 - 08. Standard test method for in-plane shear properties of sandwich panels using a picture frame fixture. American Society for Testing and Materials, 2008. 12 p.

## EXPERIMENTAL AND ANALYTICAL DETERMINATION OF THE ELASTIC CHARACTERISTICS OF LAYERED WOVEN COMPOSITES

© 2022

- V. A. Komarov** Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of the Department of Aircraft Construction and Design, Chief of the Research and Educational Center for Aircraft Construction (AVICON); Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [vkomarov@ssau.ru](mailto:vkomarov@ssau.ru)
- A. A. Pavlov** Engineer of the Research and Educational Center of Aircraft Construction (AVICON); Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [alex-alex.pavlov@yandex.ru](mailto:alex-alex.pavlov@yandex.ru)
- S. A. Pavlova** Candidate of Science (Engineering), Engineer of the Research and Educational Center for Aircraft Construction (AVICON); Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [pavlova-sva@yandex.ru](mailto:pavlova-sva@yandex.ru)

The challenge of determining nine elastic characteristics of orthotropic woven composites is considered. Using a test example, the influence of transverse elastic characteristics on the results of the stress-strain state analysis of composite structures is assessed. To determine the transverse elastic constants of an orthotropic woven composite, we propose to use a representative volume of the material's repeated structure. The features of creating a finite element model of a representative volume of a layered woven composite are considered. To determine the elastic properties of an orthotropic woven composite, kinematic boundary conditions of a special type and calculation ratios are proposed that virtually simulate a mechanical experiment with a representative volume of material. The results of comparison of the calculated characteristics and field test data by standard methods are presented, which indicate the possibility of predicting transverse elastic characteristics by computational methods with a sufficiently high accuracy for use in practical tasks.

*Composite material; elastic characteristics; representative volume; virtual experiment; mechanical tests*

---

*Citation:* Komarov V.A., Pavlov A.A., Pavlova S.A. Experimental and analytical determination of the elastic characteristics of layered woven composites. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 2. P. 65-79. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-2-65-79

## References

1. ASTM Test Method D 3039 - 08. Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials. American Society for Testing and Materials, 2008. 13 p.
2. GOST 25.601-80. Design calculation and strength testings. Methods of mechanical testing of polymeric composite materials test for tensile properties on plane specimens at normal, elevated and low temperatures. Moscow: Izdatel'stvo Standartov Publ., 1980. 15 c. (In Russ.)
3. ASTM Test Method D 3518 - 08. Standard test method for in-plane shear properties of polymer matrix composite materials by tensile test of a laminate. American Society for Testing and Materials, 2008. 7 p.
4. Verpoest I., Lomov S.V., Huysmans G., Ivens J. Modelling the processing and properties of textile composites: an integrated approach. *9th European Conference on Composite Materials (July, 5-6, 2000, Brighton)*.
5. Lomov S.V., Huysmans G., Luo Y., Parnas R.S., Prodromou A., Verpoest I., Phelan F.R. Textile composites: modelling strategies. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2001. V. 32, Iss. 10. P. 1379-1394. DOI: 10.1016/S1359-835X(01)00038-0
6. Vignoli L.L., Savi M.A., Pacheco P.M.C.L., Kalamkarov A.L. Comparative analysis of micromechanical models for the elastic composite laminae. *Composites Part B: Engineering*. 2019. V. 174. DOI: 10.1016/j.compositesb.2019.106961
7. Chamis C. Mechanics of composite materials: past, present, and future. *Journal of Composites Technology & Research*. 1989. V. 11, Iss. 1. P. 3-14. DOI: 10.1520/CTR10143J
8. Gommer F., Endruweit A., Long A.C. Quantification of micro-scale variability in fibre bundles. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2016. V. 87. P. 131-137. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.04.019
9. Brown L.P., Endruweit A., Long A., Jones I.A. Characterisation and modelling of complex textile geometries using TexGen. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018. V. 406, Iss. 1. DOI: 10.1088/1757-899X/406/1/012024
10. Sherburn M. Geometric and mechanical modelling of textiles. PhD Thesis. Nottingham, 2007. 271 p.
11. Matveev M.Y., Long A., Brown L.P., Jones I.A. Effects of layer shift and yarn path variability on mechanical properties of a twill weave composite. *Journal of Composite Materials*. 2017. V. 51, Iss. 7. P. 913-925. DOI: 10.1177/0021998316655870
12. Frey P., Sarter B., Gautherie M. Fully automatic mesh generation for 3-D domains based upon voxel sets. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*. 1994. V. 37, Iss. 16. P. 2735-2753. DOI: 10.1002/NME.1620371604
13. Cao Y., Feng Yu., Wang W., Wu D., Zhu Zh. Estimation of lamina stiffness and strength of quadriaxial non-crimp fabric composites based on semi-laminar considerations. *Applied Sciences*. 2016. V. 6, Iss. 9. DOI: 10.3390/app6090267
14. ASTM Test Method D 8067 - 08. Standard test method for in-plane shear properties of sandwich panels using a picture frame fixture. American Society for Testing and Materials, 2008. 12 p.