

ISSN 1810-3189 (print)
ISSN 2782-294X (online)
Подписной индекс 72674

**ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ
И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**

**PHYSICS OF WAVE PROCESSES
AND RADIO SYSTEMS**

2024

**Том 27 | Vol. 27
№ 3 | No. 3**

**ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ
И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**
**PHYSICS OF WAVE PROCESSES
AND RADIO SYSTEMS**

Периодическое печатное издание, журнал
2024. Том 27, № 3 (107)

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Журнал включен в библиографические базы данных ВИНТИ (<http://www.viniti.ru>), ULRICHS Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), РИНЦ (<https://www.elibrary.ru>) и DOAJ (<https://doaj.org>).

Учредители и издатели журнала:

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики»

Главный редактор:

д.ф.-м.н., проф. *Клюев Д.С.*
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

Зам. главного редактора:

д.ф.-м.н., проф. *Ивахник В.В.*
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (г. Самара, Россия)

Редакционная коллегия:

д.ф.-м.н., проф. *Бобрешов А.М.*
Воронежский государственный университет (г. Воронеж, Россия)

д.т.н., проф. *Бузов А.Л.*
АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (г. Самара, Россия)

проф. *Ван Лил Э.*
Лёвенский католический университет (г. Лёвен, Бельгия)

д.т.н., проф. *Волобуев А.Н.*
Самарский государственный медицинский университет (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Воскресенский Д.И.*
Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

акад. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Гуляев Ю.В.*
Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.т.н., проф. *Дмитриков В.Ф.*
Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
имени проф. М.А. Бонч-Бруевича (г. Санкт-Петербург, Россия)

член-корр. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Иванов Д.В.*
Поволжский государственный технологический университет (г. Йошкар-Ола, Россия)

д.т.н., проф. *Кузаев Г.А.*
Норвежский университет естественных и технических наук (г. Тронхейм, Норвегия)

д.т.н., проф. *Мещанов В.П.*
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского (г. Саратов, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов Г.А.*
Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов О.Г.*
Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.ф.-м.н. *Нещерет А.М.*

АО «Самарское инновационное предприятие радиосистем» (г. Самара, Россия)

акад. РАН, д.ф.-м.н., проф. *Никитов С.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., доц. *Осипов О.В.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Пономарев Л.И.*

Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Потапов А.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

лект. *Сидоров К.А.*

Кардиффский университет (г. Кардифф, Великобритания)

д.ф.-м.н., проф. *Чернокожин Е.В.*

Тель-Авивский университет (г. Тель-Авив, Израиль)

д.ф.-м.н., проф. *Черняков М.С.*

Бирмингемский университет (г. Бирмингем, Великобритания)

Ответственный секретарь:

д.ф.-м.н., доц. *Табаков Д.П.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

Выпускающий редактор: *Мурзинова Т.А.*

Лит. редактирование и корректура: *Мурзиновой Т.А.*

Информация на английском языке: *Стрельникова М.С.*

Компьютерный набор и верстка: *Градинарь И.М.*

Адрес редакции:

443010, Россия, Самарская обл., г. Самара, ул. Льва Толстого, д. 23

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, к. 342

Тел. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/pwp>

Адрес издателя:

443086, Россия, Самарская обл., г. Самара, Московское шоссе, д. 34, корп. 22а, 312б,

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,
Центр периодических изданий Самарского университета.

Тел. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Издается с 1998 г. Выходит 1 раз в квартал.

Издание зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий
и массовых коммуникаций, регистрационный номер серии ПИ № ФС 77-68199 от 27.12.2016

Подписной индекс 72674 в объединенном интернет-каталоге «Пресса России»



Все статьи распространяются по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция»)

4.0 Всемирная. Для подробной информации посетите <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева, 2024

© Поволжский государственный университет
телекоммуникаций и информатики, 2024

Подписано в печать 26.09.2024. Дата выхода в свет 30.09.2024

Формат 60 × 84/8. Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 14,75

Цена свободная. 0+. Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинала-макета в типографии ООО «Слово»

443070, Российская Федерация, г. Самара, ул. Песчаная, д. 1.

Тел.: (846) 244-43-47, e-mail: izdatkniga@yandex.ru

**FIZIKA VOLNOVYH PROCESSOV
I RADIOTEHNIČESKIE SISTEMY
PHYSICS OF WAVE PROCESSES
AND RADIO SYSTEMS**

Periodical Printed Publication, Journal

2024, vol. 27, no. 3 (107)

The journal is included by the Higher Attestation Commission into the List of leading scientific journals and publications in the Russian Federation, where basic scientific results of doctoral theses should be published (Bulletin of the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science).

The journal is included in bibliographic databases VINITI (<http://www.viniti.ru>), ULRICHS Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), RSCI (<https://www.elibrary.ru>), and DOAJ (<https://doaj.org>).

Journal Founders and Publishers

Samara National Research University

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

Editor in Chief:

prof. *D.S. Klyuev*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

Deputy Chief Editor:

prof. *V.V. Ivakhnik*

Samara National Research University (Samara, Russia)

Editorial Board:

prof. *A.M. Bobreshov*

Voronezh State University (Voronezh, Russia)

prof. *A.L. Buzov*

Samara Innovative Business Radio Systems (Samara, Russia)

prof. *M.S. Cherniakov*

University of Birmingham (Birmingham, UK)

prof. *E.V. Chernokozhin*

Tel Aviv University (Tel Aviv, Israel)

prof. *V.F. Dmitrikov*

The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications (Saint Petersburg, Russia)

academician of RAS, prof. *Yu.V. Gulyaev*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

corresp. member of RAS, prof. *D.V. Ivanov*

Volga State University of Technology (Yoshkar-Ola, Russia)

prof. *G.A. Kouzaev*

Norwegian University of Science and Technology (Trondheim, Norway)

prof. *V.P. Meshchanov*

Saratov State University (Saratov, Russia)

prof. *G.A. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

prof. *O.G. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

A.M. Neshcheret

Samara Innovative Business Radio Systems (Samara, Russia)

academician of RAS, prof. *S.A. Nikitov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

asst. prof. *O.V. Osipov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

prof. *L.I. Ponomarev*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

prof. *A.A. Potapov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

PhD, lecturer *K.A. Sidorov*

Cardiff University (Cardiff, UK)

prof. *E. Van Lil*

KU Leuven (Leuven, Belgium)

prof. *A.N. Volobuev*

Samara State Medical University (Samara, Russia)

prof. *D.I. Voskresensky*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

Executive Editor:

asst. prof. *D.P. Tabakov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

Commissioning Editor: *T.A. Murzinova*

Proofreading: *T.A. Murzinova*

Language Editor: *M.S. Strelnikov*

Typesetting: *I.M. Gradinar*

Editorial Office: 23, L. Tolstoy St., Rm. 342, Samara, 443010, Samara Region, Russia

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatic.

Tel. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/index.php/pwp>

Publisher Office: 34, bldg. 22a, Moskovskoye shosse, rm. 312b,

Samara, 443086, Samara Region, Russia, Samara National Research University,

Center of Periodical Publications of Samara University.

Tel. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Published since 1998. Frequency 1 time a quarter.

Edition is registered by The Federal Service for Supervision of Communications,

Information Technology, and Mass Media – PI N° FS 77-68199 of 27.12.2016

Subscription index in the united internet-catalog «Press of Russia» 72674



All articles are licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

For more information, see <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Samara National Research University, 2024

© Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 2024

Содержание

<i>В.Г. Мизонова, Е.Г. Дегтерев, Г.М. Соколова</i> Влияние возмущений плотности ионосферной плазмы на условия распространения электромагнитных свистовых волн в ионосфере	7
<i>Д.П. Табаков, Б.М.А. Аль-Нозайли</i> Решение внутренней задачи для конечной регулярной двумерной решетки спиральных элементов, возбуждаемой плоской электромагнитной волной.....	17
<i>П.В. Мокшин, Д.Л. Головашкин, В.С. Павельев</i> Итерационный подход к расчету фотонно-кристаллических элементов.....	34
<i>П.А. Семёнов, В.В. Земляков, С.А. Вяткина</i> Метод фазового синтеза в мультиапертурных оптических системах на основе итерационных алгоритмов обработки изображений	40
<i>А.А. Головков</i> Параметрический синтез различных радиоустройств с заданным количеством каскадов типа «нелинейная часть – смешанный четырехполюсник»	47
<i>Р.О. Сальников, И.К. Мешков, А.Р. Гизатулин, А.Л. Тимофеев, А.Х. Султанов, А.А. Харенко, А.Г. Мешкова</i> Анализ методов снижения пик-фактора сигнала в условиях влияния эффекта Доплера в гибридных сетях связи	61
<i>Л.Н. Козлова, А.Е. Коровкин, Д.Я. Раздоркин, Н.В. Токарева</i> Облучающая система следящей приемо-передающей двухзеркальной антенны С/К-диапазонов.....	71
<i>Г.С. Макеева</i> Плазмонные антенны на основе прямоугольных графеновых нанолент с управляемой поляризацией терагерцового и инфракрасного излучения	81
<i>Д.П. Табаков, В.Ю. Зондаи</i> Электродинамический анализ синусоидальной антенны малых волновых размеров.....	91
<i>О.В. Осипов, Д.Н. Панин, Е.С. Семенов, Н.А. Цилимбаев</i> Прохождение оптической волны через многослойную структуру с киральными слоями с дисперсией.....	99
<i>Д.С. Клюев, А.Н. Волобуев, К.А. Адыширин-Заде, Т.А. Антипова, Н.Н. Александрова</i> Влияние атмосферной турбулентности на спектральный состав радиосигнала	110
К сведению авторов	117

Contents

<i>Vera G. Mizonova, Evgeniy G. Degteryov, Galina M. Sokolova</i> Influence of density variations of ionosphere plasma on the conditions of electromagnetic whistler waves propagation in the ionosphere	7
<i>Dmitry P. Tabakov, Bassam Mohammed-Ali Al-Nozaili</i> Solving an internal problem for finite regular two-dimensional lattice spiral elements, excitable plate electromagnetic wave	17
<i>Pavel V. Mokshin, Dimitry L. Golovashkin, Vladimir S. Pavelyev</i> Iterative approach for photonic crystal devices design	34
<i>Petr A. Semenov, Viacheslav V. Zemlyakov, Svetlana A. Vyatkina</i> Phase synthesis method in multi-aperture optical systems based on iterative image processing algorithms	40
<i>Alexander A. Golovkov</i> Parametrical synthesis of various radio devices with the set quantity of identical cascades of type «the nonlinear part – the mixed two-port network»	47
<i>Roman O. Salnikov, Ivan K. Meshkov, Azat R. Gizatulin, Alexander L. Timofeev, Albert Kh. Sultanov, Artemy A. Kharenko, Alina G. Meshkova</i> Analysis of methods for reducing the signal PAPR under the influence of the Doppler effect in hybrid communication networks.....	61
<i>Lyudmila N. Kozlova, Alexander E. Korovkin, Dmitriy Ya. Razdorkin, Natalia V. Tokareva</i> Feed system tracking receive/transmit shaped Cassegrain antenna C/K bands	71
<i>Galina S. Makeeva</i> Plasmonic antennas based on rectangular graphene nanoribbons with controlled polarization of terahertz and infrared radiation	81
<i>Dmitry P. Tabakov, Wadzanai J. Zondai</i> Electrodynamic analysis of a sinusoidal antenna for small wave sizes	91
<i>Oleg V. Osipov, Dmitry N. Panin, Evgeny S. Semenov, Nikita A. Tsilimbaev</i> Transmission of an optical wave through a multilayer structure with dispersive chiral layers	99
<i>Dmitriy S. Klyuev, Andrey N. Volobuev, Kaira A. Adyshirin-Zade, Tatyana A. Antipova, Natalia N. Aleksandrova</i> Influence of atmospheric turbulence on the spectral composition of the radio signal	110
Information for authors	117

Влияние возмущений плотности ионосферной плазмы на условия распространения электромагнитных свистовых волн в ионосфере

В.Г. Мизонова , Е.Г. Дегтерев, Г.М. Соколова 

Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева
603950, Россия, г. Нижний Новгород,
ул. Минина, 24

Аннотация – Обоснование. Возмущения плазменной плотности, вызванные инфразвуковыми волнами, могут оказывать заметное влияние на условия распространения и отражения электромагнитных волн свистового диапазона, падающих на ионосферу сверху. Цель. В работе исследуется взаимосвязь коэффициента отражения свистовой волны от ионосферы сверху, поля электромагнитной волны на земной поверхности и параметров инфразвуковой волны. **Методы.** Для нахождения поля электромагнитной волны используются метод коллокаций решения граничной задачи для плоскостойкой ионосферы и метод теории возмущения. **Результаты.** Наиболее сильная модуляция коэффициента отражения свистовых волн от утренней ионосферы связана с возмущениями концентрации на высотах порядка 80–110 км, где декремент затухания распространяющихся мод излучения увеличивается более чем на порядок в пределах достаточно локальной по высоте (менее 15–20 км) области. При этом относительное изменение коэффициента отражения свистовой волны может достигать почти 40 %. **Заключение.** Полученные результаты важны для понимания взаимосвязи магнитосферных волновых процессов различной природы. Исследование модуляции инфразвуковыми волнами коэффициента отражения свистовых волн от ионосферы сверху актуально для объяснения режимов работы плазменного магнитосферного мазера.

Ключевые слова – ионосфера; магнитосфера; свистовая волна; инфразвуковая волна; коэффициент отражения.

Введение

Процессы распространения низкочастотных электромагнитных волн свистового диапазона (от 0,5 до 10 кГц) через ионосферу к поверхности Земли могут зависеть от множества различных факторов. Основными факторами являются зависимость плазменной концентрации и пространственное распределение полей в падающей сверху волне. Однако при внешне схожих глобальных условиях характеристики волн, как отраженных, так и дошедших до поверхности Земли, могут существенно различаться [1–4]. Одна из причин различий в условиях прохождения свистовых волн через ионосферу обусловлена с неоднородностями плазменной концентрации [5–7]. В частности, неоднородности плазменной концентрации могут быть связаны с инфразвуковыми волнами.

Инфразвуковые волны генерируются молниевыми разрядами, вулканической активностью, землетрясениями, прохождением атмосферных фронтов и цунами, а также явлениями антропогенного характера – работой реактивных двигателей и др. [8]. Дисперсионное соотношение для инфразвуковых волн можно записать в виде $\omega_S^2 = c_S^2(k^2 + 1/4H^2)$, где $c_S \approx 370$ м/с – скорость

звука, $H \approx 10$ км – высота однородной атмосферы; k – волновое число инфразвуковой волны. Периоды инфразвуковых волн имеют порядок нескольких минут [9].

В данной работе рассматривается задача о воздействии колебаний плазменной концентрации, вызванных инфразвуковой волной, на коэффициент отражения свистовых волн от утренней ионосферы сверху и поле волны, дошедшей до земной поверхности. Для вычислений поля свистовой волны используется метод коллокаций решения граничной задачи. Анализ зависимостей коэффициента отражения свистовых волн и поля вблизи земной поверхности от характеристик регулярных неоднородностей плазменной концентрации важен для понимания взаимосвязи волновых процессов в магнитосфере. Вызванные инфразвуковыми волнами неоднородности ионосферной концентрации объясняют возможность модуляции добротности резонатора в плазменном магнитосферном мазере, режим работы которого зависит от декремента затухания плотности энергии ϵ свистовых волн в магнитосферном резонаторе и, следовательно, величины коэффициента отражения свистовых волн от ионосферы сверху [10; 11]. Колебательные режимы плазменного магнито-

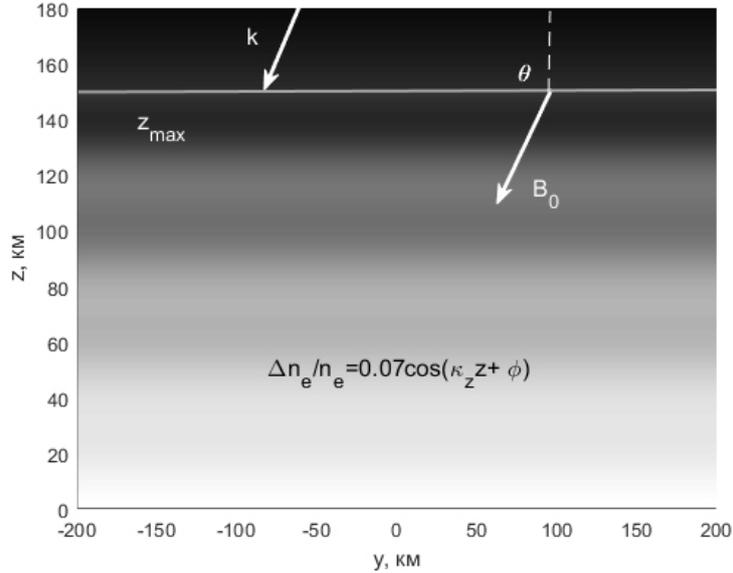


Рис. 1. Схема, поясняющая постановку задачи
 Fig. 1. Scheme that illustrate the formulation of the problem

сферного мазера и свистовые излучения типичны для утренних условий, когда коэффициенты отражения свистовых волн не превышают значений порядка 0,05.

1. Постановка задачи, исходные уравнения и метод решения

Предположим, что на ионосферу падает сверху свистовая электромагнитная волна с частотой ω . Пусть ось z направлена вертикально вверх, значения $z = 0$ и $z = z_{\max}$ соответствуют поверхности Земли и поверхности падения свистовой волны, магнитное поле Земли лежит в плоскости y, z и составляет с осью z угол ϑ . Ионосферную плазму выше границы $z > z_{\max}$ будем считать однородной. Рассмотрим задачу о влиянии малых возмущений плазменной концентрации в инфразвуковой волне на процессы распространения свистовой волны. Для плазменной концентрации используем модельную зависимость

$$n_e(z, \mathbf{r}_{\perp}) = n_{e0}(z) + \Delta n_e \cos(\kappa_z z + \phi(t)), \quad (1)$$

где первое слагаемое определяет невозмущенную концентрацию $n_{e0}(z)$, а второе связано с ее слабым ($|\Delta n_e| \ll n_{e0}$) возмущением в инфразвуковой волне. Частоту инфразвуковой волны будем считать пренебрежимо малой по сравнению с частотой свистовой волны и рассматривать величину $\phi(t)$ как параметр, не изменяющийся за время исследуемых процессов. Схема, поясняющая постановку задачи, приведена на рис. 1.

В случае зависимости вида (1) ионосферу можно определять как плоскослоистую анизотропную

среду с тензором диэлектрической проницаемости [12]:

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & & & \\ ig \cos \vartheta & & & \\ -ig \sin \vartheta & & & \\ & -ig \cos \vartheta & & ig \sin \vartheta \\ \epsilon \cos^2 \vartheta + \eta \sin^2 \vartheta & & (\eta - \epsilon) \sin \vartheta \cos \vartheta & \\ (\eta - \epsilon) \sin \vartheta \cos \vartheta & & \epsilon \sin^2 \vartheta + \eta \cos^2 \vartheta & \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где в приближении «холодной плазмы»

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_{pe}^2 (\omega + iv_e)}{\omega((\omega + iv_e)^2 - \omega_{Be}^2)} - \frac{\omega_{pi}^2 (\omega + iv_i)}{\omega((\omega + iv_i)^2 - \omega_{Bi}^2)}, \quad (3)$$

$$\eta = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + iv_e)} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega(\omega + iv_i)},$$

$$g = -\frac{\omega_{pe}^2 \omega_{Be}}{\omega((\omega + iv_e)^2 - \omega_{Be}^2)} + \frac{\omega_{pi}^2 \omega_{Bi}}{\omega((\omega + iv_i)^2 - \omega_{Bi}^2)};$$

ω_{pe} и ω_{pi} – электронная и ионная плазменные частоты; ω_{Be} и ω_{Bi} – величины электронной и ионной гирочастот; v_e и v_i – частоты электронных и ионных столкновений с нейтральными частицами.

Учитывая, что в плоскослоистой среде поперечная компонента волнового вектора \mathbf{k}_{\perp} сохраняется, напряженности электрического и магнитного полей свистовой волны представим в виде $\mathbf{E}(z) \exp i(\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega t)$, $\mathbf{H}(z) \exp i(\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega t)$. Тогда из уравнений Максвелла получаем систему уравнений для поперечных компонент поля E_x, E_y, H_x, H_y (см., например, [13]):

$$\frac{d\mathbf{F}}{dz} = \hat{\mathbf{M}}\mathbf{F}. \quad (4)$$

Здесь вектор-столбец \mathbf{F} образован горизонтальными компонентами напряженностей поля волны

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{pmatrix}, \quad (5)$$

матрица $\hat{\mathbf{M}}$ составлена из компонент тензора диэлектрической проницаемости и поперечных компонент волнового вектора

$$\hat{\mathbf{M}}(n_e(z), \mathbf{k}_\perp) = \quad (6)$$

$$= \begin{pmatrix} -k_x \frac{g \sin \vartheta}{\varepsilon_{zz}} & -k_x \frac{i(\eta - \varepsilon) \sin 2\vartheta}{2\varepsilon_{zz}} & \frac{ick_x k_y}{\omega} - \frac{\omega g \eta \cos \vartheta}{c \varepsilon_{zz}} & \frac{i\omega \varepsilon \eta}{c \varepsilon_{zz}} - \frac{ic}{\omega} k_x^2 \\ -k_y \frac{g \sin \vartheta}{\varepsilon_{zz}} & -k_y \frac{i(\eta - \varepsilon) \sin 2\vartheta}{2\varepsilon_{zz}} & \frac{ick_y^2}{\omega} + \frac{i\omega}{c} \left(\frac{g^2 \sin^2 \vartheta}{\varepsilon_{zz}} - \varepsilon \right) & -\frac{ick_x k_y}{\omega} - \frac{g \eta \cos \vartheta}{\varepsilon_{zz}} \frac{\omega}{c} \\ -\frac{k_x k_y}{\varepsilon_{zz}} \frac{ic}{\omega} & \frac{ic}{\omega} \frac{k_x^2}{\varepsilon_{zz}} - \frac{i\omega}{c} & \frac{i\omega}{c} \frac{ic}{\omega} \frac{k_y^2}{\varepsilon_{zz}} & \frac{ic}{\omega} \frac{k_x k_y}{\varepsilon_{zz}} \\ -k_y \frac{i(\eta - \varepsilon) \sin 2\vartheta}{2\varepsilon_{zz}} & k_x \frac{i(\eta - \varepsilon) \sin 2\vartheta}{2\varepsilon_{zz}} & -k_y \frac{g \sin \vartheta}{\varepsilon_{zz}} & k_x \frac{g \sin \vartheta}{\varepsilon_{zz}} \end{pmatrix};$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon \sin^2 \vartheta + \eta \cos^2 \vartheta.$$

В выражениях (5) использована система единиц СИ для напряженности электрического поля \mathbf{E} и нормированная величина напряженности магнитного поля $\mathbf{H} = Z_0 \mathbf{H}_{SI}$ [14]; $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$ – волновое сопротивление вакуума; c – скорость света в вакууме. Значения плазменной концентрации (1) определяют величины электронной и ионной плазменных частот, частот столкновений заряженных частиц с нейтральными и, следовательно, элементы тензора диэлектрической проницаемости (3) и матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ (6). Собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\hat{\mathbf{M}}(n_e(z), \mathbf{k}_\perp, 0) \mathbf{P}_j = ik_{z(j)} \mathbf{P}_j, \quad j = 1 \div 4 \quad (7)$$

соответствуют локальным корням дисперсионного соотношения $k_{z(j)}$ и векторам поляризации j -й моды

$$\mathbf{P}_j = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ H_x \\ H_y \end{pmatrix}_j. \quad (8)$$

Дополним систему волновых уравнений (4)–(6) граничными условиями. Два из четырех условия определим на нижней границе $z = 0$, считая ее хорошим проводником:

$$E_x(z = 0) = 0, \quad E_y(z = 0) = 0. \quad (9)$$

Чтобы получить два других граничных условия, поле волны \mathbf{F} на уровне $z = z_{\max}$ представим как суперпозицию четырех мод

$$\mathbf{F}(z = z_{\max}) = \sum_{j=1}^4 A_j \mathbf{P}_j. \quad (10)$$

Здесь A_j – амплитуда и \mathbf{P}_j – вектор поляризации j -й волновой моды при $z = z_{\max}$.

Считая, что первый и второй корень относятся к падающей и отраженной волнам, а третий и четвертый – к нарастающему и затухающему в направлении оси z решениям, граничные условия при $z = z_{\max}$ запишем в виде

$$A_1 = 1, \quad A_3 = 0. \quad (11)$$

Первое из этих условий задает величину поля в падающей волне, а второе исключает экспоненциально нарастающее решение в области $z > z_{\max}$.

Решая последовательно систему уравнений (4)–(6) с граничными условиями (9), (11), можно найти горизонтальное волновое поле $E_{x,y}, H_{x,y}$ в области $0 \leq z \leq z_{\max}$. Вертикальные компоненты напряженностей E_z, H_z могут быть выражены через поперечные компоненты

$$E_z = -((\eta - \varepsilon) \sin \vartheta \cos \vartheta / \varepsilon_{zz}) E_y + \quad (12)$$

$$+ (ig \sin \vartheta / \varepsilon_{zz}) E_x + c(k_x H_y - k_y H_x) /$$

$$/ (\omega \varepsilon_{zz}) - ic Z_0 j_z / (\omega \varepsilon_{zz}),$$

$$H_z = c(k_y E_x - k_x E_y) / \omega.$$

$$E_z = -((\eta - \varepsilon) \sin \vartheta \cos \vartheta / \varepsilon_{zz}) E_y + (ig \sin \vartheta / \varepsilon_{zz}) E_x +$$

$$+ c(k_x H_y - k_y H_x) / (\omega \varepsilon_{zz}), \quad H_z = c(k_y E_x - k_x E_y) / \omega.$$

В частности, горизонтальное магнитное поле $H_\perp(z = 0)$ на поверхности Земли и коэффициент отражения по энергии сверху равны, соответственно:

$$H_\perp(z = 0) = \sqrt{H_x^2(z = 0) + H_y^2(z = 0)}. \quad (13)$$

$$R = \frac{S_z(r)}{S_z(i)}, \quad (14)$$

где $S_{i,r} = (2Z_0)^{-1} \text{Re}[E_{\perp i,r}^* H_{\perp i,r}]$ – вертикальные составляющие вектора Пойнтинга падающей (i) на

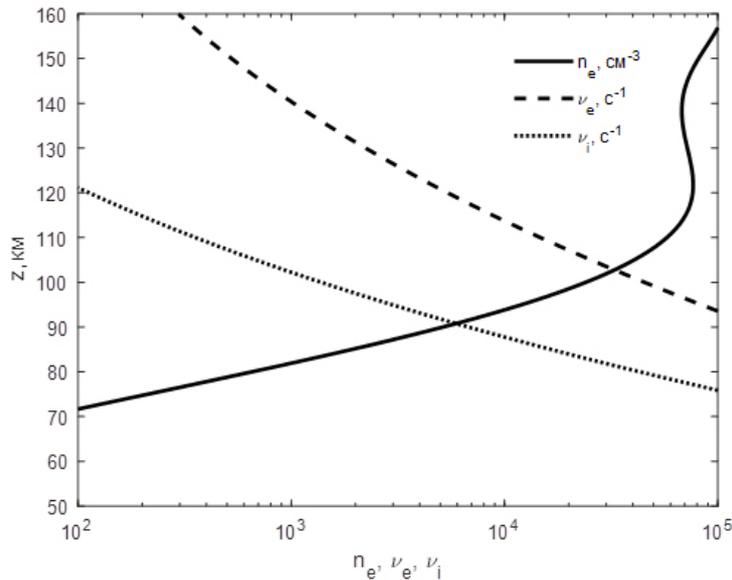


Рис. 2. Высотные профили плазменной концентрации (сплошная линия) частоты столкновений электронов (пунктирная линия) и ионов (кор. пунктирная линия) с нейтральными частицами
Fig. 2. Altitude profiles of plasma density (solid line) and collision frequencies of electrons (dotted line) and ions (dashdot line) with neutral particles

границу $z = z_{\max}$ волны и отраженной (r) от этой границы.

2. Результаты расчетов. Обсуждение

Для расчетов использованы профили плазменной концентрации и частот столкновений заряженных частиц с нейтральными, изображенные на рис. 2. Данные для плазменной концентрации получены с помощью модели IRI [15] и соответствуют 50° с. ш. и 40° в. д. 1.IV.2020 г., 6.00 по местному времени. Угол между направленной вверх вертикальной осью z и магнитным полем при этом равен $\vartheta = 157^\circ$. Зависимости частот столкновений заряженных частиц с нейтральными соответствуют данным, приведенным в книге [16]. Зависимость возмущений плазменной концентрации (1) соответствует инфразвуковой ветви акустико-гравитационных волн, фазовая скорость которых порядка скорости звука и пренебрежимо мала по сравнению с фазовой скоростью электромагнитных волн свистового диапазона.

Численное решение уравнений (4)–(6), (9), (11) получено с помощью решателя обыкновенных дифференциальных уравнений `bvp4c` Matlab. Решатель является конечно-разностным кодом, реализующим формулы коллокации для граничной задачи [17]. Метод основан на решении начальной задачи с параллельным решением алгебраического уравнения для уточнения «пристрелки». В рассматриваемом случае граница падения излучения составила $z_{\max} = 150$ км. Во-первых, при

таком выборе верхней границы удается получить численно стабильное решение системы волновых уравнений. Во-вторых, выше этой границы для свистовой волны рассматриваемого диапазона выполняются условия плавной неоднородности плазмы $|k_j \Delta z| \gg 1$, где Δz – масштаб неоднородности плазмы и k_j – волновое число свистовой волны. В-третьих, значения коэффициентов отражения и прохождения к Земле определяются в основном процессами в нижней части ионосферы [18]. Значения магнитной напряженности при расчетах были нормированы на величину электрической напряженности в падающей волне

$$E_i = (E_{x(i)}^2 + E_{y(i)}^2 + E_{z(i)}^2)^{1/2} \Big|_{z=z_{\max}}$$

Примеры результатов расчетов для свистовых волн с частотами 0,85 кГц и 1,5 кГц приведены на рис. 3–5. На рис. 3 представлено решение дисперсионного соотношения (7) для невозмущенной ионосферной плазмы ($\Delta n_e = 0$) при $n_{\perp} = k_{\perp} c / \omega = 0$. Из приведенных графиков видно, что мнимая часть вертикального показателя преломления $n_z = k_z c / \omega$ распространяющихся волновых мод увеличивается в несколько раз в относительно локальной по высоте области 80–110 км. Следовательно, характеристики распространения и отражения свистовых волн могут быть особенно чувствительны к возмущениям плазменной плотности именно на этих высотах. Поскольку значения показателя преломления на этих высотах много больше единицы, приведенные зависимо-

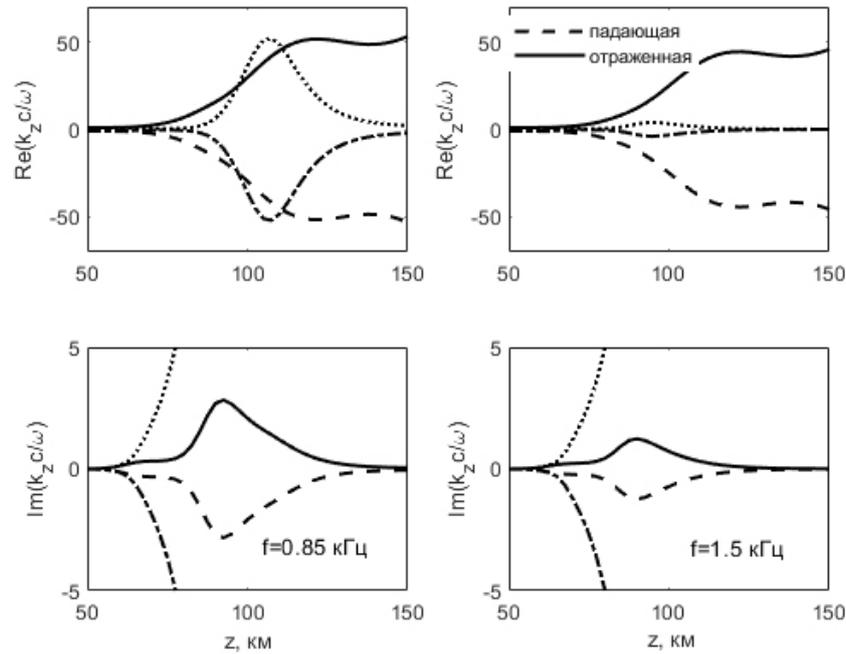


Рис. 3. Решения дисперсионного соотношения для реальной и мнимой частей показателя преломления $n_z = k_z c / \omega$
 Fig. 3. Dispersion relation solution for the real and imaginary part of the refractive index $n_z = k_z c / \omega$

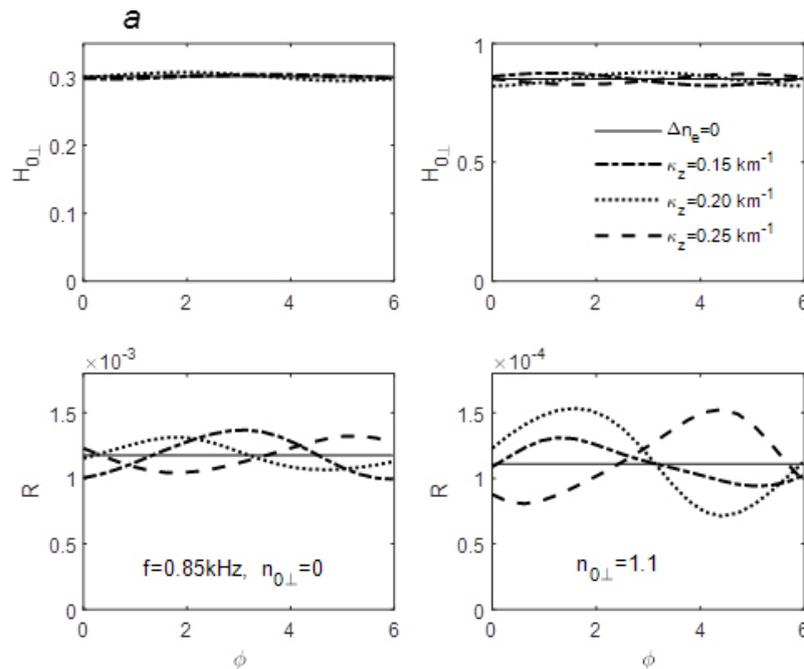


Рис. 4. Нормализованная амплитуда магнитного поля $H_{0\perp}$ на земной поверхности и коэффициент отражения R от ионосферы сверху при различных параметрах инфразвуковой волны. Частота свистовой волны $f = 0,85$ кГц
 Fig. 4. Normalized amplitude of wave magnetic field $H_{0\perp}$ on the Earth's surface and the reflection coefficient R from the ionosphere from above for different parameters of the infrasonic wave. The frequency of whistler wave is $f = 0,85$ kHz

сти справедливы также для наклонно падающих волн с горизонтальными компонентами n_{\perp} порядка единицы или нескольких единиц.

На рис. 4 (для свистовой волны с частотой 0,85 кГц) и 5 (для свистовой волны с частотой 1,5 кГц) изображены зависимости нормализованной амплитуды магнитного поля на земной по-

верхности $H_{0\perp}$ (13) (именно эта величина обычно измеряется в наземных обсерваториях) и коэффициента отражения от ионосферы сверху R (14) от фазы инфразвуковой волны ϕ . Графики соответствуют глубине модуляции в инфразвуковой волне $\Delta n_e / n_{e0} = 0,07$ и значениям вертикальной длины инфразвуковой волны волны $2\rho / \kappa_z$ 42 км (1,5),

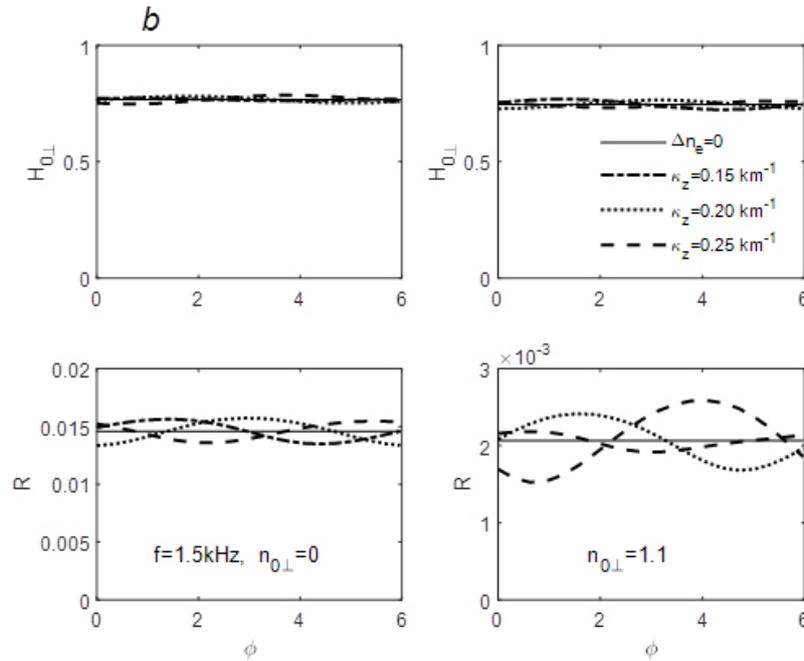


Рис. 5. Нормализованная амплитуда магнитного поля на земной поверхности $H_{0\perp}$ и коэффициент отражения R от ионосферы сверху при различных параметрах инфразвуковой волны. Частота свистовой волны $f = 1,5$ кГц
Fig. 5. Normalized amplitude of wave magnetic field $H_{0\perp}$ on the Earth's surface and the reflection coefficient R from the ionosphere from above for different parameters of the infrasonic wave. The frequency of whistler wave is $f = 1,5$ kHz

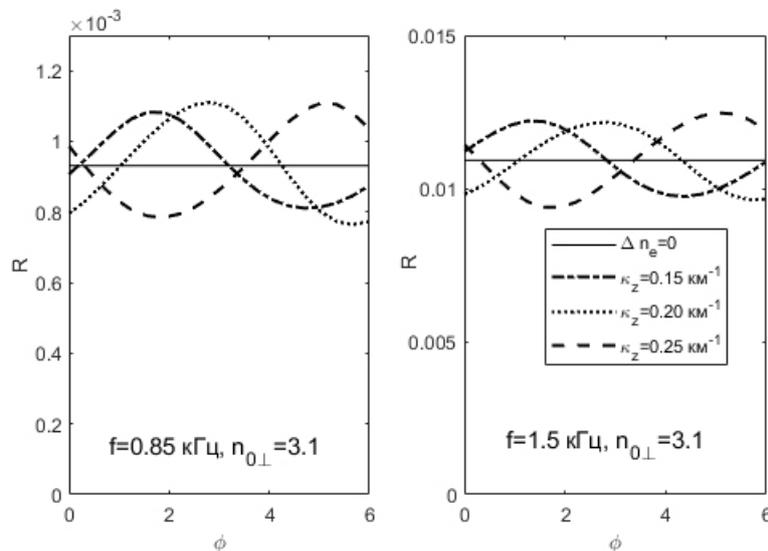


Рис. 6. Коэффициент отражения R свистовой волны от ионосферы сверху вне «конуса выхода» при различных параметрах инфразвуковой волны
Fig. 6. The reflection coefficient R of whistler wave from the ionosphere from above out of «exit cone» for different parameters of the infrasonic wave

31 км и 25 км. Графики в левой части рис. 4, 5 соответствуют нормальному падению волны $n_{\perp} = 0$. Графики в правой части рис. 4, 5 приведены для случая $n_y = 1,1$, что практически соответствует границе «конуса выхода» свистовой волны к земной поверхности. На рис. 6 приведены зависимости коэффициента отражения R (14) от фазы ϕ для случая наклонного падения с $n_y = 3,1$. Так как в этом случае волна не достигает земной по-

верхности, магнитное поле $H_{0\perp}$ становится на несколько порядков ниже.

В случае нормального падения свистовой волны ($n_{\perp} = 0$) при глубине модуляции плазменной плотности 7 % вариации магнитного поля $H_{0\perp}$ не превышали 2 % (при $f = 1,5$ кГц) и 3,3 % (при $f = 0,85$ кГц), тогда как вариации коэффициента отражения R могли достигать 7,5 % (при $f = 1,5$ кГц) и 15 % (при $f = 0,85$ кГц). В случае наклонного па-

дения свистовой волны вблизи границы «конуса выхода» ($n_{\perp} = 1,1$) вариации магнитного поля $H_{0\perp}$ достигали 3,5 %, вариации коэффициента отражения были еще значительнее и составили 18 % (при $f = 1,5$ кГц) и 38 % (при $f = 0,85$ кГц). В случае наклонного падения свистовой волны вне «конуса выхода» ($n_{\perp} = 3,1$) магнитное поле $H_{0\perp}$ на несколько порядков ниже, вариации коэффициента отражения – 15 % (при $f = 1,5$ кГц) и 19 % (при $f = 0,85$ кГц).

Магнитное поле $H_{0\perp}$ и коэффициент отражения R наиболее чувствительны к возмущениям плотности в зоне сильного затухания свистовой волны (для рассматриваемых частот 80–110 км, см. рис. 3).

Заключение

Рассмотрена задача о влиянии возмущений плазменной плотности, вызванной инфразвуковыми волнами, на отражение и распространение электромагнитных волн свистового диапазона, падающих на утреннюю ионосферу сверху. Исследована взаимосвязь коэффициента отражения свистовой волны от ионосферы сверху, поля электромагнитной волны на земной поверхности и параметров инфразвуковой волны.

Влияние возмущения плазменной плотности на отражение и прохождение низкочастотных элек-

тромагнитных волн через ионосферу существенным образом зависит от высоты локализации этого возмущения. Наиболее сильные изменения коэффициента отражения обусловлены изменениями плазменной концентрации на высотах 80–110 км, где декремент затухания распространяющихся мод излучения увеличивается более чем на порядок в пределах достаточно локальной по высоте области. Относительное изменение коэффициента отражения свистовой волны в этом случае может достигать почти 40 % при глубине модуляции плазменной концентрации 7 %. При этом более существенные изменения коэффициента отражения имеют место для волн с меньшей частотой и волн вблизи границы «конуса выхода», то есть при близких к единице значениях поперечного показателя преломления. Максимальное относительное изменение горизонтального волнового магнитного поля на земной поверхности при этом не превышает 3,5 %.

Полученные результаты актуальны для понимания взаимосвязи волновых процессов в магнитосфере. В частности, вызванные инфразвуковыми волнами неоднородности ионосферной концентрации объясняют возможность сильной модуляции добротности резонатора в плазменном магнитосферном мазере.

Список литературы

1. Srivastava R.N. VLF hiss, visual aurora and geomagnetic activity // *Planetary and Space Science*. 1976. Vol. 24, no. 4. P. 375–379. DOI: [https://doi.org/10.1016/0032-0633\(76\)90050-7](https://doi.org/10.1016/0032-0633(76)90050-7)
2. Experimental evidence of the simultaneous occurrence of VLF chorus on the ground in the global azimuthal scale – from pre-midnight to the late morning / J. Manninen [et al.] // *Annales Geophysicae*. 2012. Vol. 30, no. 4. P. 725–732. DOI: <https://doi.org/10.5194/angeo-30-725-2012>
3. Conjugate observations of quasi-periodic emissions by Cluster and DEMETER spacecraft / F. Nèmc [et al.] // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2013. Vol. 118, no. 1. P. 198–208. DOI: <https://doi.org/10.1029/2012JA018380>
4. Нестеров В. Влияние солнечной активности на фазу принимаемого сигнала ОНЧ-диапазона // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2019. Т. 22, № 3. С. 21–26. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.3.21-26>
5. Sonwalkar V.S., Narikumar J. An explanation of ground observations of auroral hiss: Role of density depletions and meter-scale irregularities // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2000. Vol. 105, no. A8. P. 18867–18883. DOI: <https://doi.org/10.1029/1999JA000302>
6. Kuzichev I.V. On whistler mode wave scattering from density irregularities in the upper ionosphere // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. 2012. Vol. 117, no. A6. P. A06325. DOI: <https://doi.org/10.1029/2011JA017130>
7. Некоторые особенности взаимодействия радиосигнала с турбулентной атмосферой / Д.С. Ключев [и др.] // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2022. Т. 25, № 4. С. 122–128. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.122-128>
8. Blanc E. Observations in the upper atmosphere of infrasonic waves from natural or artificial sources – A summary // *Annales Geophysicae*. 1985. Vol. 3. P. 673–687.
9. Госсард Э., Хук У. Волны в атмосфере. М.: Мир, 1978. 529 с.
10. Беспалов П.А., Трахтенгерц В.Ю. Альфвеновские мазеры. Горький: ИПФ АН СССР, 1986. 190 с.
11. Савина О.Н., Беспалов П.А. Отклик плазменного магнитосферного мазера на атмосферные возмущения // *Геомагнетизм и аэронавигация*. 2022. Т. 62, № 5. С. 599–606 DOI: <https://doi.org/10.31857/S001679402205011X>
12. Шафранов В.Д. Электромагнитные волны в плазме // *Вопросы теории плазмы / под ред. М.А. Леонтовича*. Т. 3. С. 3–140. М.: Атомиздат. 1963. 342 с.

13. Bespalov P.A., Mizonova V.G. Propagation of a whistler wave incident from above on the lower nighttime ionosphere // *Annales Geophysicae*. 2017. Vol. 35, no. 3. P. 671–675. DOI: <https://doi.org/10.5194/angeo-35-671-2017>
14. Budden K.G. *The Propagation of Radio Waves: The Theory of Radio Waves of Low Power in the Ionosphere and Magnetosphere*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1985. 669 p. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511564321>
15. Bilitza D., Reinisch B. International reference ionosphere 2007: Improvements and new parameters // *Advances in Space Research*. 2008. Vol. 42, no. 4. P. 599–609. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2007.07.048>
16. Гуревич А.В., Шварцбург А.Б. *Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере*. М.: Наука, 1973. 272 с.
17. Ортега Дж., Пул У. *Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений*. М.: Наука, 1986. 288 с.
18. Bespalov P.A., Mizonova V.G., Savina O.N. Reflection from and transmission through the ionosphere of VLF electromagnetic waves incident from the mid-latitude magnetosphere // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 2018. Vol. 175. P. 40–48. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2018.04.018>

Информация об авторах

Мизонова Вера Геннадьевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей и ядерной физики Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

Область научных интересов: физика магнитосферной плазмы, волновые процессы и турбулентность в ионосфере и атмосфере.

E-mail: vermiz@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8480-6244>

AuthorID (eLibrary): 33094

ResearcherID (WoS): L-5955-2018

Дегтерев Евгений Геннадьевич, старший преподаватель кафедры общей и ядерной физики Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

Область научных интересов: физика неупорядоченных структур, распространение волн в неупорядоченных средах.

E-mail: egdnn@mail.ru

SPIN-код (eLibrary): 5814-5413

AuthorID (eLibrary): 1060574

Соколова Галина Марковна, старший преподаватель кафедры общей и ядерной физики Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

Область научных интересов: физика металлов, взаимодействие рентгеновского излучения с веществом.

E-mail: sokolovagm@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3193-2391>

SPIN-код (eLibrary): 1300-7047

AuthorID (eLibrary): 25550

ResearcherID (WoS): AAD-5684-2020

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2027, vol. 27, no. 3, pp. 7–16

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.3.7-16](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.7-16)

UDC 550.388

Original Research

Received 5 March 2024

Accepted 8 April 2024

Published 30 September 2024

Influence of density variations of ionosphere plasma on the conditions of electromagnetic whistler waves propagation in the ionosphere

Vera G. Mizonova , Evgeniy G. Degterev, Galina M. Sokolova 

Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev

24, Minin Street,

Nizhny Novgorod, 603950, Russia

Abstract – Background. Plasma density variations caused by infrasonic wave can significantly affect conditions of propagation and reflection of whistler electromagnetic wave incident on the ionosphere from above. **Aim.** In that work, relationship between the coefficient of wave energy reflection from ionosphere, electromagnetic wave field near the ground surface and parameters of infrasonic wave are studied. **Methods.** The collocation method for solving the boundary problem for a plane-layered ionosphere and the perturbation theory method are used to find the electromagnetic wave field. **Results.** The greatest modulation of the reflection coefficient is associated with density perturbations at altitudes 80–110 km where whistler decay increases by an order of magnitude at the local altitude region (less than 15–20 km). In that case, the reflection coefficient variation can achieve 40 %. **Conclusion.** The results obtained are important for understanding the interconnection of magnetosphere radiation processes of

different nature. The study of the modulation of coefficient of whistler reflection from the ionosphere is relevant for explaining the operation modes of a plasma magnetospheric maser.

Keywords – ionosphere; magnetosphere; whistler wave; infrasonic wave; reflection coefficient.

✉ vermiz@mail.ru (Vera G. Mizonova)

 © Vera G. Mizonova, Evgeniy G. Degterov, Galina M. Sokolova, 2024

References

1. R. N. Srivastava, “VLF hiss, visual aurora and geomagnetic activity,” *Planetary and Space Science*, vol. 24, no. 4, pp. 375–379, 1976, doi: [https://doi.org/10.1016/0032-0633\(76\)90050-7](https://doi.org/10.1016/0032-0633(76)90050-7).
2. J. Manninen et al., “Experimental evidence of the simultaneous occurrence of VLF chorus on the ground in the global azimuthal scale – from pre-midnight to the late morning,” *Annales Geophysicae*, vol. 30, no. 4, pp. 725–732, 2012, doi: <https://doi.org/10.5194/angeo-30-725-2012>.
3. F. Němec et al., “Conjugate observations of quasi-periodic emissions by Cluster and DEMETER spacecraft,” *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, vol. 118, no. 1, pp. 198–208, 2013, doi: <https://doi.org/10.1029/2012JA018380>.
4. V. Nesterov, “Influence of solar activity on the phase of the received signal VLF range,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 22, no. 3, pp. 21–26, 2019, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.3.21-26>. (In Russ.)
5. V. S. Sonwalkar and J. Harikumar, “An explanation of ground observations of auroral hiss: Role of density depletions and meter-scale irregularities,” *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, vol. 105, no. A8, pp. 18867–18883, 2000, doi: <https://doi.org/10.1029/1999JA000302>.
6. I. V. Kuzichev, “On whistler mode wave scattering from density irregularities in the upper ionosphere,” *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, vol. 117, no. A6, p. A06325, 2012, doi: <https://doi.org/10.1029/2011JA017130>.
7. D. S. Klyuev et al., “Some features of a radio signal interaction with a turbulent atmosphere,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 4, pp. 122–128, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.4.122-128>. (In Russ.)
8. E. Blanc, “Observations in the upper atmosphere of infrasonic waves from natural or artificial sources – A summary,” *Annales Geophysicae*, vol. 3, pp. 673–687, 1985.
9. E. Gossard and W. Hooke, *Waves in the Atmosphere*. Moscow: Mir, 1978. (In Russ.)
10. P. A. Bespalov and V. Yu. Trakhtengerts, *Alfven Masers*. Gor’kiy: IPF AN SSSR, 1986. (In Russ.)
11. O. N. Savina and P. A. Bespalov, “Response of a plasma magnetospheric maser to atmospheric disturbances,” *Geomagnetizm i aeronomiya*, vol. 62, no. 5, pp. 599–606, 2022, doi: <https://doi.org/10.31857/S001679402205011X>. (In Russ.)
12. V. D. Shafranov, “Electromagnetic waves in plasma,” in *Plasma Theory Questions*, M. A. Leontovich, Ed., Moscow: Atomizdat, 1963, vol. 3, pp. 3–140. (In Russ.)
13. P. A. Bespalov and V. G. Mizonova, “Propagation of a whistler wave incident from above on the lower nighttime ionosphere,” *Annales Geophysicae*, vol. 35, no. 3, pp. 671–675, 2017, doi: <https://doi.org/10.5194/angeo-35-671-2017>.
14. K. G. Budden, *The Propagation of Radio Waves: The Theory of Radio Waves of Low Power in the Ionosphere and Magnetosphere*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1985, doi: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511564321>.
15. D. Bilitza and B. Reinisch, “International reference ionosphere 2007: Improvements and new parameters,” *Advances in Space Research*, vol. 42, no. 4, pp. 599–609, 2008, doi: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2007.07.048>.
16. A. V. Gurevich and A. B. Shvartsburg, *Nonlinear Theory of Radio Wave Propagation in the Ionosphere*. Moscow: Nauka, 1973. (In Russ.)
17. J. Ortega and W. Poole, *An Introduction to Numerical Methods for Differential Equations*. Moscow: Nauka, 1986. (In Russ.)
18. P. A. Bespalov, V. G. Mizonova, and O. N. Savina, “Reflection from and transmission through the ionosphere of VLF electromagnetic waves incident from the mid-latitude magnetosphere,” *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, vol. 175, pp. 40–48, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2018.04.018>.

Information about the Authors

Vera G. Mizonova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of General and Nuclear Physics, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

Research interests: physics of magnetospheric plasma, wave processes and turbulence in the ionosphere and atmosphere.

E-mail: vermiz@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8480-6244>

AuthorID (eLibrary): 33094

ResearcherID (WoS): L-5955-2018

Evgeniy G. Degterov, senior lecturer of the Department of General and Nuclear Physics, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

Research interests: physics of disordered structures, wave propagation in disordered structures.

E-mail: egdnn@mail.ru

SPIN-code (eLibrary): 5814-5413

AuthorID (eLibrary): 1060574

Galina M. Sokolova, senior lecturer of the Department of General and Nuclear Physics, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

Research interests: physics of metals, interaction of x-rays with matter.

E-mail: sokolovagm@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3193-2391>

SPIN-code (eLibrary): 1300-7047

AuthorID (eLibrary): 25550

ResearcherID (WoS): AAD-5684-2020

Решение внутренней задачи для конечной регулярной двумерной решетки спиральных элементов, возбуждаемой плоской электромагнитной волной

Д.П. Табаков¹ , Б.М.А. Аль-Нозайли²

¹ Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

443010, Россия, г. Самара,

ул. Л. Толстого, 23

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева

443086, Россия, г. Самара,

Московское шоссе, 34

Аннотация – Обоснование. Работа направлена на развитие и исследование строгих методов решения внутренней задачи электродинамики для многоэлементных структур (метаструктур), состоящих из конечного числа элементов, а также на исследование протекающих в них физических процессов. Частным случаем подобных структур являются двумерные решетки с фиксированным межэлементным расстоянием, состоящие из одинаковых элементов, имеющих одну и ту же пространственную ориентацию (регулярные решетки). **Цель.** На основе итерационного подхода осуществляется решение внутренней задачи электродинамики для конечной регулярной двумерной решетки спиральных элементов. С целью получения априорной информации об электродинамических характеристиках элементов решетки и обоснования выбора систем проекционных функций осуществляется анализ спектральных характеристик интегрального оператора внутренней задачи для одиночного спирального элемента. Затем производится расчет токов на элементах структуры, определяются их спектральные характеристики. Результаты спектрального анализа позволяют повысить эффективность решения внутренней задачи. **Методы.** В основе исследований лежит строгий электродинамический подход, в рамках которого для указанной структуры в тонкопроволочном приближении формируется интегральное представление электромагнитного поля, сводящееся при рассмотрении на поверхности проводников совместно с граничными условиями к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода, записанных относительно неизвестных распределений тока на проводниках (внутренняя задача). Решение внутренней задачи в рамках метода моментов сводится к решению СЛАУ с блочной матрицей. **Результаты.** Предложена математическая модель конечной двумерной решетки спиральных элементов излучающей структуры. Для указанной структуры в случае ее возбуждения плоской электромагнитной волной на основе итерационного подхода решена внутренняя задача электродинамики. В широкой полосе частот проведены: анализ сходимости итерационного процесса, спектральный анализ интегрального оператора внутренней задачи для одиночного спирального элемента, а также спектральный анализ функций стороннего поля и токовых функций на элементах решетки. **Заключение.** Показана целесообразность определения спектральных характеристик интегральных операторов внутренней задачи для элементов, образующих метаструктуру. Выявлена связь между частотной зависимостью собственных чисел интегрального оператора внутренней задачи одиночных элементов, образующих метаструктуру, с резонансными явлениями, возникающими в метаструктуре, подтверждено влияние резонансов на сходимость итерационного процесса. Показана целесообразность рассмотрения усредненных амплитудных токовых спектров. Выявлено, что усредненный спектр токовых функций близок к вырожденному, особенно вблизи резонансных частот. Это позволяет использовать в качестве проекционных функций компактный набор собственных функций, имеющих существенные амплитуды в окрестности исследуемой частоты, что существенно упрощает решение внутренней задачи.

Ключевые слова – метаструктура; спиральная структура; интегральное уравнение Фредгольма; тонкопроволочное приближение; интегральное представление электромагнитного поля; резонанс; распределение тока; метод Гаусса – Зейделя; метод собственных функций.

Введение

Одной из наиболее актуальных задач электродинамики является исследование процессов, протекающих в многоэлементных излучающих и переизлучающих структурах с последующим определением характеристик создаваемых и рассеиваемых ими электромагнитных полей (ЭМП) соответственно. В первом случае принято говорить о задаче излучения, во втором – о задаче дифракции ЭМВ. Исследование процессов, протекающих в структурах, предполагает определение токовых

функций, носителями которых выступают элементы структур, что составляет суть внутренней задачи электродинамики. Определение характеристик ЭМП, порождаемых токовыми функциями, составляет суть внешней задачи электродинамики.

Актуальность задачи, обозначенной в самом начале, связана с ее очень большой общностью. Так, под многоэлементными излучающими структурами можно понимать любые структуры, имеющие более одного элемента – носителя токовых функций. Это определение включает подавляющее

большинство используемых на практике антенн, и наиболее ярким примером здесь являются фазированные антенные решетки. Под определение многоэлементных переизлучающих структур попадают киральные структуры [1], фотонные кристаллы [2], дифракционные решетки, некоторые типы замедляющих структур и линз диапазона СВЧ, а также любые материальные среды, рассматриваемые на микроскопическом уровне. Все перечисленные переизлучающие структуры, за исключением последних, можно отнести к метаструктурам (метаматериалам). Метаматериалы синтезируются внедрением в исходный природный материал частиц с самыми различными формами, которые модифицируют диэлектрическую и магнитную восприимчивость исходного материала. Свойства метаматериалов обусловлены периодической микроструктурой, создаваемой человеком. Основопологающей работой по метаматериалам можно считать работу [3] В.Г. Веселаго. Метаматериалы могут обладать свойствами, принципиально отсутствующими у естественных материалов, встречающихся в природе, например отрицательным коэффициентом преломления [4] (левосторонние материалы). Подобные материалы были изобретены и продемонстрированы Д.Р. Смитом и сотрудниками калифорнийского университета в Сан-Диего [5] спустя более чем 30 лет после публикации статьи В.Г. Веселаго. В основу были положены работы Дж.В. Пендри [6–8]. В настоящее время метаматериалы находят применение в СВЧ- и антенно-фидерных устройствах, позволяя улучшить их параметры. В обзоре [9] представлены результаты, касающиеся применения метаматериалов при построении СВЧ-устройств и антенн. Примером метаматериалов другого рода являются фотонные кристаллы [2], на основе которых можно создавать оптические фильтры, волноводы и многие другие устройства.

Одним из наиболее важных вопросов, возникающих при анализе многоэлементных излучающих и переизлучающих структур, является учет межэлементных взаимодействий. Без решения этого вопроса невозможно построение адекватных математических моделей структур. Под адекватностью будем понимать корректность качественного и количественного отображения математической моделью процессов, происходящих в структуре. Эффективная математическая модель может существенно сократить время и ресурсы, затрачиваемые на анализ либо синтез структуры с требуемыми характеристиками.

На протяжении развития электродинамики, оптики и техники СВЧ-устройств появилось достаточно большое количество соответствующих методов, имеющих свои достоинства и недостатки. Долгое время в инженерной практике для расчета взаимодействия в многоэлементных излучающих структурах использовался метод наведенных ЭДС. Основные принципы этого метода изложены в работе [10]. Метод наведенных ЭДС позволяет находить наведенные собственные сопротивления элементов антенны, а также амплитуды и фазы токов в пассивных элементах. Из недостатков метода отметим, что он накладывает определенные ограничения на длину и расстояние между элементами в силу использования приближенных распределений тока. Сейчас для решения подобных задач применяют системы автоматизированного проектирования (САПР), использующие в своей основе метод моментов [11], метод конечных элементов и метод конечных разностей [12]. К недостаткам такого подхода можно отнести высокие требования к ЭВМ и стоимость программного обеспечения, отсутствие математической модели анализируемой структуры в явном виде.

Что касается метаматериалов, то здесь также можно использовать САПР с уже упомянутыми достоинствами и недостатками. Для метаматериалов значительных либо неограниченных волновых размеров с регулярной структурой наиболее эффективным вариантом является применение строгих методов, использующих в своей основе периодические граничные условия. Упрощенный подход к анализу предполагает использование методов теории цепей (эквивалентные схемы), а также эффективных диэлектрических и магнитных проницаемостей. Для метаструктур больших волновых размеров для анализа целесообразно использовать оптические и квазиоптические методы. При этом в обязательном порядке необходимо обоснование адекватности упрощенной модели исследуемой структуры [13].

Таким образом, разработка универсальных методов расчета межэлементного взаимодействия является актуальной задачей. В [14] рассмотрен итерационный подход к решению интегральных уравнений теории проволочных антенн на основе многошагового метода минимальных невязок. Здесь метод применялся непосредственно к общей матрице системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). В [15] в качестве основы для расчета взаимодействия было предложено использование модификации метода Гаусса – Зей-

дела [16] для случая блочной матрицы СЛАУ. Метод применен для решения задачи дифракции на метаструктуре – тонком слое конечных размеров, состоящем из двойных разомкнутых колец. Сделан вывод, что предложенный метод может быть эффективен для расчета метаструктур, имеющих конечные размеры. В [17] рассмотрена задача дифракции плоской электромагнитной волны на киральном слое, представляющем собой прямоугольную эквидистантную решетку 10×10 элементов, состоящую из пятисегментных S-элементов. Показано, что, несмотря на довольно малое количество хаотически ориентированных S-элементов, диаграммы рассеяния имеют вполне детерминированный характер. В [18] материалы статьи [15] были дополнены алгоритмами расчета элементов блочной матрицы СЛАУ для случая построения структуры из однотипных элементов, обладающих различными видами симметрий. Показано, что данные алгоритмы позволяют существенно сокращать время расчета. В [19] рассмотрен вопрос использования метода [15] для расчета распределений токов на директорной антенне [20]. Доказано, что для директорной антенны в исследуемом диапазоне частот метод обладает хорошей сходимостью. В [21] исследована возможность использования итерационного подхода к решению внутренней задачи для симметричного вибратора с рефлектором из параллельных прямолинейных проводников. Вместе с этим представлен ключевой алгоритм расчета элементов блочной матрицы, имеющий линейную оценку сложности в зависимости от числа элементов рефлектора, даны рекомендации по выбору систем проекционных функций и учету имеющихся у структуры симметрий. Проведено исследование распределений токов, входного сопротивления и характеристик излучения рассматриваемой структуры.

В настоящей статье рассмотрено решение внутренней задачи для конечной регулярной двумерной решетки, состоящей из конических спиральных элементов. Возбуждение решетки осуществлялось плоской линейно-поляризованной электромагнитной волной. Решение внутренней задачи выполнялось на основе метода, описанного в [15]. Предложен алгоритм вычисления компактной блочной матрицы на основе алгоритмов, описанных в [18]. С учетом влияния резонансных свойств элементов, образующих решетку, на сходимость итерационного процесса, а также с целью обоснования выбора системы проекционных функций в рамках метода моментов проведен

спектральный анализ интегрального оператора внутренней задачи для одиночного спирального элемента, суть которого описана в [22]. Приведены результаты спектрального анализа токовых функций для одиночного спирального элемента и для элементов, находящихся в решетке. Исследована сходимость решения внутренней задачи для решетки элементов. Полученным результатам дана соответствующая интерпретация. Определены направления дальнейшего развития темы.

1. Основные расчетные выражения

Основные расчетные выражения были достаточно подробно приведены в [21]. Здесь мы изложим соответствующий материал с уточнением некоторых моментов. Рассмотрим излучающую либо переизлучающую структуру, образованную совокупностью элементов v_n , ($n \in \mathcal{N}: 1 \dots N$, N – число элементов), полученных на основе совокупности уникальных элементов \underline{v}_u путем параллельного переноса и (или) вращения ($u \in \mathcal{U}: 1 \dots U$, U – число уникальных элементов). Внутренняя задача электродинамики для рассматриваемой структуры сводится к операторной системе вида [19]:

$$\sum_{n'} \Psi_{n,n'}(\eta_{n'}) = \zeta_n, \quad n' \in \mathcal{N}. \quad (1)$$

В данной системе $\Psi_{n,n'}$, $n \neq n'$ – операторы взаимодействия элементов v_n и $v_{n'}$; $\Psi_{n,n} = \Psi_n$ – собственный оператор элемента v_n ; ζ_n – функции, порождаемые сторонними полями, $\eta_{n'}$ – токовые функции, подлежащие определению. К системе (1) применяется схема метода моментов [11]: с помощью систем базисных $\{\beta\}_{n'} \equiv \{\beta_{q'}\}_{n'}$ и тестовых $\{\tau\}_n \equiv \{\tau_q\}_n$ функций ($q = q_n \in \mathcal{Q}: 1 \dots Q$, $q' = q_{n'} \in \mathcal{Q}': 1 \dots Q'$) определяется оператор скалярного произведения функций. Искомые функции $\eta_{n'}$ аппроксимируются рядами:

$$\eta_{n'} = \sum_{q'} I_{q'}^{(n')} \beta_{n',q'}. \quad (2)$$

Относительно неизвестных коэффициентов $I_{q'}^{(n')}$ формируется система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида

$$\bar{\mathbf{Z}} \mathbf{I} = \mathbf{E}. \quad (3)$$

Здесь $\bar{\mathbf{Z}}$ – блочная матрица обобщенных импедансов; \mathbf{I} , \mathbf{E} – соответственно, блочные векторы неизвестных и правой части,

$$\bar{\mathbf{Z}} \supset \bar{z}_{n,n'} \supset Z_{q,q'}^{(n,n')} = \langle \tau_{n,q}, \Psi_{n,n'}(\beta_{n',q'}) \rangle,$$

$$\mathbf{I} \supset \mathbf{i}_{n'} \supset I_{q'}^{(n')}, \quad \mathbf{E} \supset \mathbf{e}_n \supset E_q^{(n)} = \langle \tau_{n,q}, \zeta_n \rangle.$$

Элементы блочной матрицы с одинаковыми индексами $\bar{\mathbf{z}}_{n,n} = \bar{\mathbf{z}}_n$ будем называть матрицами собственных импедансов, элементы с разными индексами – матрицами взаимных импедансов. Последние определяют взаимодействие между элементами метаструктуры. Скобки « $\langle \rangle$ » используются для обозначения скалярного произведения. Введем в рассмотрение массив уникальных матриц $\{\bar{\mathbf{z}}_k\} \equiv \{\bar{\mathbf{z}}\}$ ($k \in \mathcal{K}: 1 \dots U \dots K$). Будем считать, что первые U матриц массива $\{\bar{\mathbf{z}}\}$ являются собственными матрицами импедансов уникальных элементов \mathbf{v}_u , а оставшиеся $K-U$ элементов – матрицами взаимных импедансов. Массив $\{p_{n,n'}^{(\bar{\mathbf{z}})}\}$ с элементами $p_{n,n'}^{(\bar{\mathbf{z}})} = k$ будет устанавливать соответствие между парой индексов $n, n' \in \mathcal{N}$ и индексом $k \in \mathcal{K}$. Таким образом, имеем:

$$\bar{\mathbf{z}}_{n,n'} = \bar{\mathbf{z}}_k, \quad k = p_{n,n'}^{(\bar{\mathbf{z}})} \in \{p_{n,n'}^{(\bar{\mathbf{z}})}\} \equiv \{p^{(\bar{\mathbf{z}})}\}.$$

В общем случае, когда структура состоит из хаотично расположенных, отличных друг от друга элементов \mathbf{v}_n , введение представленных массивов $\{\bar{\mathbf{z}}\}$ и $\{p^{(\bar{\mathbf{z}})}\}$ не имеет смысла и лишь несущественно увеличивает затраты машинной памяти и машинного времени. Но в случае, когда в структуре имеются однотипные элементы, а также присутствует регулярность в их взаимном расположении, имеет место неравенство $K < N^2$, и введение указанных массивов становится оправданным, при этом они, по сути, несут в себе базовую часть априорной информации о структуре. Алгоритм расчета массива уникальных матриц будет рассмотрен далее.

Заключительным этапом решения внутренней задачи является решение блочной СЛАУ (3). В данном случае наиболее рациональным представляется использование итерационных методов, основанных на расщеплении матрицы [16], однако в случае отсутствия диагонального преобладания в матрице $\bar{\mathbf{Z}}$ они не обеспечивают сходимости итерационного процесса.

Достичь сходимости классических итерационных методов можно, рассматривая именно блочную СЛАУ (3) в предположении, что между элементами структуры отсутствует достаточно сильная связь. Также на сходимость итерационного процесса существенным образом влияет выбор систем проекционных функций (СПФ). Оптимальным вариантом в данном случае представляется использование систем собственных функций (СФ) входящих в структуру элементов или СПФ, близких к СФ [23]. Вычисление СФ представляет собой вспомогательную задачу, сложность реше-

ния которой определяется числом уникальных элементов \mathbf{v}_u и их свойствами. Полная проблема собственных значений для матриц собственных импедансов уникальных элементов $\bar{\mathbf{z}}_u$, полученных в рамках метода моментов с помощью базисных функций $\beta_{u,q}$ и тестовых функций $\tau_{u,q}$, формулируется в виде

$$\bar{\mathbf{z}}_u \bar{\mathbf{J}}^{(u)} = \mathcal{D}(\mathbf{x}^{(u)}) \bar{\mathbf{J}}^{(u)}.$$

Здесь $\bar{\mathbf{J}}^{(u)}$ – матрица, столбцы которой содержат собственные векторы (СВ) матрицы $\bar{\mathbf{z}}_u$; $\mathcal{D}(\mathbf{x}^{(u)})$ – диагональная матрица, формируемая вектором $\mathbf{x}^{(u)}$, элементы ξ_q которого являются соответствующими собственными значениями (СЗ) матрицы $\bar{\mathbf{z}}_u$; \mathcal{D} – оператор, формирующий диагональную матрицу. Операндом \mathcal{D} является вектор элементов главной диагонали либо матрица, элементы главной диагонали которой используются оператором \mathcal{D} для создания диагональной матрицы. Далее будем считать, что для рассматриваемых одиночных элементов комплексные матрицы $\bar{\mathbf{z}}_u$ симметричны. СЗ ξ_q аппроксимируют СЗ собственных интегральных операторов $\underline{\Psi}_u$, СФ указанных интегральных операторов аппроксимируются с помощью СВ следующим образом:

$$\check{\beta}_{u,q} \approx \sum_{q'=1}^Q J_{q',q}^{(u)} \beta_{u,q'}, \quad J_{n,q}^{(u)} \in \bar{\mathbf{J}}^{(u)}.$$

Далее эта задача будет рассмотрена для конечного спирального элемента, образующего исследуемую структуру.

Применяя процедуру Гаусса – Зейделя [16] к блочной СЛАУ, можно записать следующую форму ее решения:

$$\mathbf{i}_n^{(l+1)} = \bar{\mathbf{p}}_n \mathbf{e}_n - \sum_{l>i} \bar{\mathbf{w}}_{n,n'} \mathbf{i}_{n'}^{(l)} - \sum_{l<i} \bar{\mathbf{w}}_{n,n'} \mathbf{i}_{n'}^{(l+1)}, \quad (4)$$

здесь и далее l – номер шага итерационного процесса,

$$\bar{\mathbf{p}}_n = \bar{\mathbf{z}}_{n,n}^{-1}, \quad \bar{\mathbf{w}}_{n,n'} = \bar{\mathbf{p}}_n \bar{\mathbf{z}}_{n,n'}$$

– соответственно, обращенные собственные матрицы и весовые матрицы; $\bar{\mathbf{p}}_n$ выступают в качестве матриц преобуславливателя. В процедуре (4) можно также использовать более простой вариант

$$\bar{\mathbf{p}}_n = \mathcal{D}(\bar{\mathbf{z}}_{n,n})^{-1}.$$

Если положить во второй сумме (4) $l+1=l$, то формула будет соответствовать методу простой итерации. Критерий оценки сходимости строится в соответствии с неравенством:

$$\delta_l = \max_n (|\mathbf{i}_n^{(l+1)} - \mathbf{i}_n^{(l)}| / |\mathbf{i}_n^{(l+1)}|) \leq \delta, \quad (5)$$

где δ_* – сколь угодно малое наперед заданное число. Под $|\mathbf{v}|$ здесь и далее будем понимать евклидову норму для вектора \mathbf{v} .

2. Интегральные представления электромагнитного поля тонкопроволочной многоэлементной структуры

Многоэлементная тонкопроволочная структура L представляет собой совокупность N тонких проводников L_1, L_2, \dots, L_N произвольной формы, расположенных в свободном пространстве с волновым сопротивлением W_m . Для простоты предположим, что радиус всех проводников одинаков и равен ε . Каждый проводник можно описать векторным уравнением, зависящим от натурального параметра l :

$$\mathbf{r}_n(l) = \hat{\mathbf{x}}X_n(l) + \hat{\mathbf{y}}Y_n(l) + \hat{\mathbf{z}}Z_n(l), \quad l \in [L_{n,\min}, L_{n,\max}],$$

где $X_n(l), Y_n(l), Z_n(l)$ – гладкие функции. Под $L_n = L_{n,\max} - L_{n,\min}$ также будем понимать длину n -го проводника. Интегральное представление электромагнитного поля (ИП ЭМП) такой структуры можно записать как [24]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{n'=1}^N \int_{L_{n'}} I_{n'}(l') \mathbf{K}^{(F)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{n'}(l')) dl', \quad F \equiv E, H; \quad (6)$$

здесь $I_{n'}(l')$ – распределение полного тока по образующей $L_{n'}$;

$$\mathbf{K}^{(E)} = \frac{W_m}{ik} \left[k^2 \hat{\mathbf{I}}' G dl - \frac{\partial}{\partial l} ((\mathbf{r} - \mathbf{r}') B) \right],$$

$$\mathbf{K}^{(H)} = \hat{\mathbf{I}}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}') B$$

– ядра ИП ЭМП; $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_{n'}(l')$ – векторное уравнение образующей $L_{n'}$; $\hat{\mathbf{I}}' = \hat{\mathbf{I}}_{n'}(l') = d\mathbf{r}_{n'}(l')/dl'$ – единичный вектор касательной, определенный в точке l' на образующей $L_{n'}$;

$$G = \frac{\exp(-ikR)}{4\pi R}, \quad B = \frac{1}{R} \frac{\partial G}{\partial R} = -\frac{ikR+1}{R^2} G,$$

$$R = \sqrt{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 + \varepsilon^2}$$

– соответственно, функция Грина для свободного пространства и ее производная; R – расстояние, регуляризованное радиусом проводников ε .

Для $I_{n'}(l')$ целесообразно представление в виде рядов типа (2). Исходное ИП ЭМП (6) при этом приобретает вид:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{n'} \sum_{q'} I_{q'}^{(n')} \int_{L_{n'}} \beta_{n',q'}(l') \mathbf{K}^{(F)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{n'}(l')) dl', \quad F \equiv E, H;$$

На каждой образующей справедливо граничное условие для идеального проводника:

$$(\mathbf{E}^{((in))}(\mathbf{r}_n(l)) + \mathbf{E}(\mathbf{r}_n(l))) \cdot \hat{\mathbf{I}}_n(l) = 0. \quad (7)$$

Умножая поочередно (7) на тестовые функции $\tau_{n,q}(l)$ и интегрируя по l , получаем СЛАУ для вычисления $I_{q'}^{(n')}$, по форме совпадающую с (3), в которой:

$$Z_{q,q'}^{(n,n')} = \int_{L_n} \int_{L_{n'}} \tau_{n,q}(l) \beta_{n',q'}(l') \mu^{(n,n')}(l, l') dl' dl, \quad (8)$$

$$E_q^{(n)} = \int_{L_n} \tau_{n,q}(l) v^{(n)}(l) dl;$$

$$\mu^{(n,n')}(l, l') = \hat{\mathbf{I}}_n(l) \cdot \mathbf{K}^{(E)}(\mathbf{r}_n(l), \mathbf{r}_{n'}(l')),$$

$$v^{(n)}(l) = \hat{\mathbf{I}}_n(l) \cdot \mathbf{E}^{((in))}(\mathbf{r}_n(l)).$$

Конкретизируем способ вычисления интегралов в (8) с помощью процедуры сегментации проводников, предполагающей представление n -го проводника в виде совокупности $M+1$ узлов $L_n^{(M)}$: $\mathbf{r}_{n,1}, \mathbf{r}_{n,2}, \dots, \mathbf{r}_{n,M+1}$. Между узлами с номерами m и $m+1$ находится m -й сегмент $\mathbf{r}_{n,m}(l)$, уравнение которого может быть записано в следующем виде:

$$\mathbf{r}_{n,m}(l) = \hat{\mathbf{r}}_{n,m} + \hat{\mathbf{I}}_{n,m} l, \quad l \in [-\Delta_{n,m}/2, \Delta_{n,m}/2].$$

Здесь $\hat{\mathbf{r}}_{n,m} = (\mathbf{r}_{n,m} + \mathbf{r}_{n,m+1})/2$ – центр сегмента; $\Delta_{n,m} = |\mathbf{r}_{n,m+1} - \mathbf{r}_{n,m}|$ – длина сегмента; $\hat{\mathbf{I}}_{n,m} = (\mathbf{r}_{n,m+1} - \mathbf{r}_{n,m})/\Delta_{n,m}$ – единичный вектор касательной на сегменте; здесь и далее индексы $m \in \mathcal{M}: 1 \dots M$ и $m' \in \mathcal{M}': 1 \dots M'$ будем ассоциировать с сегментами на n -м и n' -м элементе структуры соответственно.

В качестве базисных возьмем взвешенные суммы функций, кусочно-постоянных в пределах каждого сегмента:

$$\beta_{n,q}^{(M)}(l) = \sum_m \beta_{n,q}(\hat{i}_{n,m}) \sigma(l, \hat{i}_{n,m}, \Delta_{n,m}), \quad (9)$$

где $\hat{i}_{n,m}$ – значение натурального параметра на сегментированной образующей $L_n^{(M)}$, соответствующее центру сегмента с индексом m ; $\sigma(l, \hat{i}, \Delta)$ – функция, описывающая прямоугольный единичный импульс, имеющий центр в точке \hat{i} и ширину Δ . В качестве тестовых будем использовать взвешенные суммы дельта-функций Дирака:

$$\tau_{n,q}^{(M)}(l) = \sum_m \tau_{n,q}(\hat{i}_{n,m}) \delta(l - \hat{i}_{n,m}). \quad (10)$$

Такой подход можно рассматривать как обобщенный метод коллокаций [25]. Из представленных выражений видно, что в случае (9) роль весовых коэффициентов играют значения функций $\beta_{n,q}(l)$, вычисленные в точках коллокации $\hat{i}_{n,m}$,

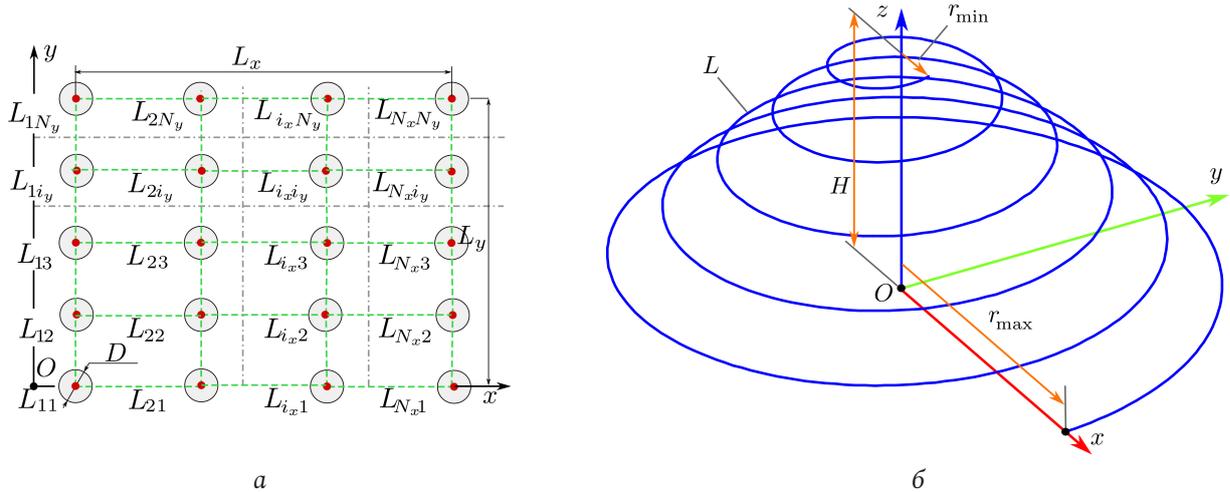


Рис. 1. Геометрия решетки (а) и образующих ее элементов (б)
 Fig. 1. Geometry of the lattice (a) and its constituent elements (b)

а в случае (10) аналогичная роль принадлежит функциям $\tau_{n,q}(l)$.

Применяя приведенные выражения в (8) с учетом свойств дельта-функции, получаем формулы для расчета матричных коэффициентов и коэффициентов правой части СЛАУ с помощью конечных сумм:

$$Z_{q,q'}^{(n,n')} \approx \sum_m \sum_{m'} \tau_{n,q}(i_{n,m}) \beta_{n',q'}(i_{n',m'}) \mu_{m,m'}^{(n,n')}, \quad (11)$$

$$E_q^{(n)} \approx \sum_m \tau_{n,q}(i_{n,m}) v_m^{(n)},$$

здесь:

$$\mu_{m,m'}^{(n,n')} = \int_{\Delta_{n',m'}} \mu^{(n,n')}(i_{n,m}, l') dl', \quad v_m^{(n)} = v^{(n)}(i_{n,m}).$$

Традиционному методу коллокаций соответствует выбор:

$$\beta_{n,q}(l) = \delta_{l, i_{n,q}}, \quad \tau_{n,q}(l) = \delta_{l, i_{n,q}},$$

где $\delta_{x,y}$ – дельта Кронекера. Корректное решение СЛАУ в рамках метода коллокаций достигается при выполнении условия [26] для любого сегмента: $2\epsilon \leq \Delta \leq 12\epsilon$ (12)

3. Исследуемая структура

Геометрия исследуемой метаструктуры (общий вид) приведена на рис. 1, а, геометрия образующих ее элементов – на рис. 1, б. Структура представляет собой решетку с прямоугольной сеткой, лежащую в плоскости xOy . Общий размер метаструктуры можно определить как $L_x \times L_y$. В узлы решетки помещены переизлучающие элементы, имеющие одинаковую форму и одинаковую пространственную ориентацию, что с учетом фиксированного

межэлементного расстояния позволяет считать решетку регулярной. Размер переизлучающих элементов не превышает значения D . Возбуждение переотраженного излучения осуществляется плоской электромагнитной волной (ПЭМВ), имеющей линейную поляризацию. Угол падения ПЭМВ на структуру может иметь произвольное значение. Стороннее электрическое поле $E^{(in)}$, порождаемое волной, возбуждает токи, распределяющиеся по переотражающим элементам. Эти токи становятся источниками ЭМП, создаваемого метаструктурой.

Проведем детальное рассмотрение решетки метаструктуры. Для узлов решетки и соответствующих элементов решетки удобно применять двойную индексацию. Индексы вдоль соответствующих осей будем использовать обозначения i_x, i_y . При заполнении итоговой матрицы СЛАУ осуществляется переход от двойной к сквозной индексации ($n = 1 \dots N$):

$$n = i_x + (i_y - 1)N_x, \quad i_x = 1, \dots, N_x, \quad i_y = 1, \dots, N_y. \quad (13)$$

Рассмотрим параметры, задающие геометрию решетки. В дальнейшем h_x и h_y будут означать расстояние между соседними элементами. С использованием этих обозначений можно вычислить координаты узлов решетки:

$$r_{i_x, i_y} = \hat{x}(h_x(i_x - 1) - L_x/2) + \hat{y}(h_y(i_y - 1) - L_y/2).$$

Обозначения N_x и N_y будем использовать для числа элементов вдоль соответствующих осей. В этом случае:

$$L_x = (N_x - 1)h_x, \quad L_y = (N_y - 1)h_y.$$

Элементы L_{i_x, i_y} метаструктуры – конические спирали, образованные идеальным проводником,

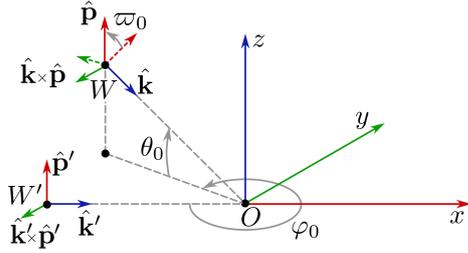


Рис. 2. Связь плоской электромагнитной волны W с первичной волной W' и глобальной декартовой системой координат
Fig. 2. Relationship between a plane electromagnetic wave W and the primary wave W' and the global Cartesian coordinate system

имеющим круглое сечение. Ось каждой спирали параллельна оси Oz . Сам элемент показан на рис. 1, б. Минимальный радиус спирали – r_{\min} , максимальный радиус спирали – r_{\max} . Высота спирали равна H число витков обозначим как N_l . Осью спиральных элементов будем считать линию, совпадающую с осью Oz . Диаметр проводников 2ϵ существенно меньше λ и существенно меньше размера спиралей и межвиткового расстояния. Это позволяет использовать тонкопроволочное приближение при построении модели метаструктуры (выражения, приведенные в предыдущем разделе).

Общее уравнение конической архимедовой спирали имеет вид

$$L: \mathbf{r}(t) = (r_{\max} - h_r t) \cos(st) \hat{\mathbf{x}} + (r_{\max} - h_r t) \sin(st) \hat{\mathbf{y}} + h_z t \hat{\mathbf{z}}, \quad (14)$$

$$t \in [0, 2\pi N_l].$$

Здесь t является ненатуральным параметром; r_{\min} , r_{\max} – соответственно минимальный и максимальный радиус спирали; H – ее высота; N_l – число витков. С помощью h_r обозначен радиальный коэффициент намотки, с помощью h_z – коэффициент намотки по высоте. Параметр $s = \pm 1$ позволяет изменять направление намотки спирали, что дает возможность использовать приведенное параметрическое уравнение для анализа соответствующих киральных структур (левых и правых). Переменные h_r и h_z можно вычислить при заданных r_{\min} , r_{\max} , H и N_l с помощью следующих формул:

$$h_r = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2\pi N_l}, \quad h_z = \frac{H}{2\pi N_l}. \quad (15)$$

Для определения натурального параметра на конической спирали следует использовать выражение

$$l(t) = \int_0^t |\mathbf{l}(t')| dt', \quad (16)$$

в котором $\hat{\mathbf{l}}(t) = d\mathbf{r}(t)/dt$ – касательный орт, определенный в точке $\mathbf{r}(t)$ образующей. Таким образом, уравнение образующей конической архимедовой спирали, имеющего запись в натуральном параметре, можно получить с помощью (14), где следует использовать подстановку $t \rightarrow t(l)$. Для функции $t(l)$ на конической архимедовой спирали не существует явного выражения, поэтому она может быть определена только численно с использованием выражения (16) на основе метода обратной интерполяции [16]. Любой элемент L_{i_x, i_y} решетки может быть получен согласно выражению:

$$L_{i_x, i_y} : \mathbf{r}_{i_x, i_y}(l) = \mathbf{R}^{-(z)}(\phi_{i_x, i_y}) \mathbf{r}(l) + \mathbf{r}_{i_x, i_y}. \quad (17)$$

Здесь $\mathbf{R}^{-(z)}(\phi)$ – матрица поворота вокруг оси Oz на угол ϕ . Далее можно перейти к сквозной нумерации (13) и использовать для расчетов выражения, приведенные в предыдущем разделе.

Поле ПЭМВ W (рис. 2) имеет следующий вид:

$$\mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{p}} E_0 \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r} + \psi_0), \quad (18)$$

$$\mathbf{H}^{(in)}(\mathbf{r}) = [\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{p}}] \frac{E_0}{W_m} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r} + \psi_0).$$

Здесь $\mathbf{k} = k \hat{\mathbf{k}}$, $\hat{\mathbf{k}}$ является волновым ортом; k используется для обозначения волнового числа; E_0 – амплитуда вектора электрического поля; W_m – волновое (характеристическое) сопротивление среды; ψ_0 – начальная фаза волны; $\hat{\mathbf{p}}$ – вектор поляризации, определяющий направление колебаний вектора \mathbf{E} волны.

Расчеты ПЭМВ W предполагают ее определение пятью параметрами: амплитудой E_0 , фазой ψ_0 , углом поляризации ϖ_0 и углами θ_0 и ϕ_0 . Эти углы определяют направление распространения волны. Дадим определение базовой волны W' (рис. 2). Ее орты $\hat{\mathbf{k}}'$, $\hat{\mathbf{p}}'$ определяются ортами глобальной прямоугольной системы координат. Для определенности будем полагать, что $\hat{\mathbf{p}}' = \hat{\mathbf{z}}$, $\hat{\mathbf{k}}' = \hat{\mathbf{x}}$. Таким образом, волна W' обладает вертикальной поляризацией и распространяется вдоль оси Ox . Связь ортов волн W и W' запишем как:

$$\mathbf{v} = \mathbf{R}^{-(z)}(\phi_0) \mathbf{R}^{-(y)}(\theta_0) \mathbf{R}^{-(x)}(\varpi_0) \mathbf{v}', \quad \mathbf{v} = \hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{k}}.$$

В данном выражении $\mathbf{R}^{-(f)}(\phi)$ – матрицы поворота вокруг соответствующих осей, ϕ – угол поворота; $f = x, y, z$.

4. Алгоритм расчета массива уникальных матриц

В [18] рассмотрены непосредственный и ключевой алгоритмы расчета элементов $\{p^{(\bar{z})}\}$ и

$\{\underline{z}\}$. Указанные алгоритмы, в свою очередь, могут быть строгими и приближенными. Достоинством непосредственного алгоритма является универсальность, а основным недостатком – повышенная вычислительная сложность, связанная с необходимостью сравнения блоков матрицы \underline{Z} . Однако в [18] не было указано, что подобный подход может быть эффективен при расчете на множестве частот и (или) при большом количестве вариантов возбуждения структуры, так как процедура расчета применяется однократно. Для расчета массива уникальных матриц рассматриваемой структуры предлагается использование приближенного комбинированного алгоритма. Суть алгоритма заключается в том, что в качестве информативных параметров $\iota_{n'}$, ι_n выступают усеченные системы базисных $\{\beta\}_{n'} \equiv \{\beta_{\tilde{q}}\}_{n'}$ и тестовых $\{\tilde{\tau}\}_n \equiv \{\tau_{\tilde{q}}\}_n$ функций ($\tilde{q} = \tilde{q}_n \in \tilde{Q}: 1 \dots \tilde{Q}$, $\tilde{q}' = \tilde{q}'_n \in \tilde{Q}': 1 \dots \tilde{Q}'$; $\tilde{Q} \ll Q$, $\tilde{Q}' \ll Q'$). Ключом $\kappa = \kappa(\iota_n, \iota_{n'})$ в данном случае выступают матрицы собственных и взаимных импедансов небольшой размерности $\tilde{\mathbf{z}}_{n,n'} = \langle \tau_{n,\tilde{q}}, \Psi_{n,n'}(\beta_{n',\tilde{q}'}) \rangle$. Для рассматриваемой структуры усеченные СПФ целесообразно строить на основе следующих систем функций:

$$\beta_{n,q}(l) = \sqrt{2} \cos((2q-1)\pi l / (2L)), \quad \tau_{n,q}(l) = \beta_{n,q}(l). \quad (19)$$

Данные системы близки к системе СФ тонкого прямолинейного проводника длиной L при небольших значениях отношений L/λ [23]. Вычисления $\tilde{\mathbf{z}}_{n,n'}$ для рассматриваемой структуры целесообразно проводить в рамках обобщенного метода коллокаций с помощью выражений (9)–(11).

Алгоритм расчета состоит из следующих шагов:

- для текущих n, n' на основе информативных параметров ι_i, ι_j соответствующих элементов вычисляется ключ $\kappa = \kappa(\iota_n, \iota_{n'})$;
- выполняется поиск ключа κ' в $\{\underline{\kappa}\}$ удовлетворяющего условию $\rho = |\kappa - \kappa'| / |\kappa'| \leq \rho^*$, где ρ^* – допустимое значение невязки ключей;
- если ключ κ' в k -й позиции вектора $\{\underline{\kappa}\}$, удовлетворяет условию $\rho \leq \rho^*$, то $p_{n,n'}^{(\underline{z})} = k$;
- если ни один ключ $\kappa' \in \{\underline{\kappa}\}$ не удовлетворяет условию $\rho \leq \rho^*$, то вектор $\{\underline{\kappa}\}$ дополняется ключом κ , вектор $\{\underline{z}\}$ – матрицей $\tilde{\mathbf{z}}_{n,n'}$, а $p_{n,n'}^{(\underline{z})} = K'$, где K' – число элементов дополненного вектора $\{\underline{\kappa}\}$.

Алгоритм выполняется сначала для совпадающих, а затем – для несовпадающих n и n' . На первом этапе определяется число матриц собственных импедансов, а на втором – число ма-

триц взаимных импедансов в уникальном массиве матриц.

5. Исследование спектральных характеристик матрицы импедансов одиночного спирального элемента

Ранее было показано, что геометрия спирали (рис. 1, б) может быть определена с помощью шести параметров: радиусов нижнего и верхнего оснований r_{\max} и r_{\min} , высоты спирали H , направления ее вращения s , числа витков N_l и радиуса спирального проводника ε . При известных указанных параметрах по формулам (15) вычисляются коэффициенты h_r и h_z , входящие в уравнение образующей спирали (14). При исследовании спектральных характеристик матрицы импедансов одиночного спирального элемента целесообразным представляется использование нормированных параметров, где в качестве главного параметра, нормируемого к длине волны λ , следует использовать удвоенный максимальный радиус спирали $2r_{\max}$, определяющий максимальные габариты одиночного элемента при $H < 2r_{\max}$. Отношение $2r_{\max} / \lambda$ обозначим символом ζ . При проведении численного моделирования исследовалась спираль, геометрия которой определялась следующими соотношениями: $2r_{\min} / (2r_{\max}) = 0,3682$, $H / (2r_{\max}) = 0,025$, $\varepsilon / (2r_{\max}) = 0,0037$, $N_l = 2$, $s = 1$. При этом $L / (2r_{\max}) \approx 4,323$, или $L / \lambda = \chi \approx 4,323\zeta$. Последнее соотношение полезно знать в силу того, что в структурах, подобных рассматриваемым, возникают резонансы трех типов: тонкопроволочные, поверхностные и объемные. Тонкопроволочные резонансы определяются преимущественно длиной и формой проводника, являются высокодобротными и наиболее ярко проявляются при полуцелых значениях χ , не превышающих нескольких единиц. Поверхностные резонансы определяются формой поверхности, служащей носителем спирального элемента, объемные резонансы определяются объемом, содержащим спиральный проводник. Резонансы последних двух типов имеют, как правило, существенно более низкую добротность и возникают при кратных значениях волновых размеров структуры, также не превышающих нескольких единиц.

При численном моделировании параметр ζ менялся в пределах от 0,0125 до 0,53, при этом $\chi \in [0,054; 2,28]$. Матрицы импедансов формировались в рамках традиционного метода коллокаций, при этом число сегментов M предполагалось рав-

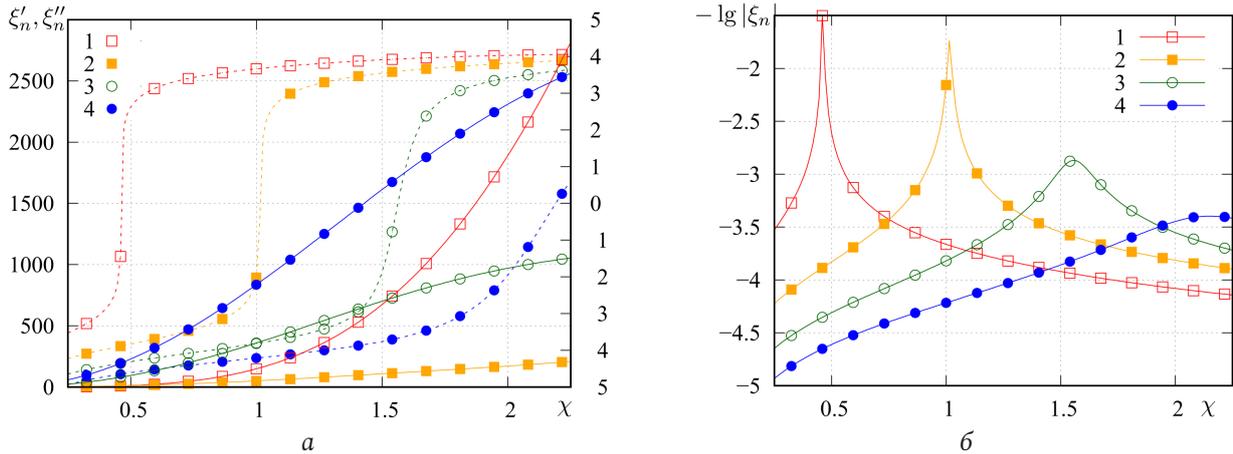


Рис. 3. Зависимость $\xi'_n = \text{Re}\xi_n$ (сплошные кривые, а), $\xi''_n = \text{sgn}(\text{Im}(\xi_n)) \lg(1+|\text{Im}(\xi_n)|)$ (штриховые кривые, а) и $-\lg|\xi_n|$ (б) от χ ; номер маркера (линии) соответствует номеру собственного значения
 Fig. 3. Dependence $\xi'_n = \text{Re}\xi_n$ (solid curves, a), $\xi''_n = \text{sgn}(\text{Im}(\xi_n)) \lg(1+|\text{Im}(\xi_n)|)$ (dashed curves, a) and $-\lg|\xi_n|$ (b) from χ ; marker (line) number corresponds to number eigenvalue

ным 179, что при заданном отношении $\varepsilon/(2r_{\max})$ удовлетворяло условию (12). Здесь и далее волновое сопротивление среды W_m полагалось равным 120π Ом, что справедливо для вакуума или воздушной среды. При этом предполагалось, что среда являлась недиссипативной, поэтому для вычисления волнового числа использовалось выражение $k = 2\pi/\lambda$.

На рис. 3 представлены зависимости $\xi'_n = \text{Re}\xi_n$, $\xi''_n = \text{sgn}(\text{Im}(\xi_n)) \lg(1+|\text{Im}(\xi_n)|)$ (а) и $-\lg|\xi_n|$ (б), индекс n соответствует номеру кривой на графиках. Приведенные графики показывают, что зависимость СЧ от частоты имеет резонансный характер, и в рассматриваемом диапазоне мы наблюдаем четыре резонанса. Эти резонансы можно классифицировать как тонкопроволочные вследствие близкого соответствия значениям $n/2$. При этом графики показывают, что резонанс для первой собственной функции наступает при χ , несколько меньшем, чем $1/2$, а резонансы для последующих собственных функций возникают для значений χ , больших, чем $n/2$, причем с ростом n отклонения в большую сторону возрастают. Этот момент можно понять, если представить каждую собственную функцию в виде суперпозиции пары бегущих волн, распространяющихся по проводнику во взаимно противоположных направлениях. В этом случае становится очевидным, что фазовая скорость данных волн для $n = 1$ будет меньше скорости света, а для $n > 1$ – больше скорости света. Рост фазовой скорости, в свою очередь, связан с увеличением межвиткового взаимодействия, которому способствуют рост χ и особенности форм высших собственных функций. Также здесь мож-

но отметить, что добротность резонансов довольно быстро падает с ростом n .

На рис. 4 приведен вид первых четырех нормированных собственных функций $\tilde{\beta}_n(l/L)/\tilde{\beta}_{n,\max}$, вычисленных при соответствующих резонансных значениях χ . Здесь хорошо видно, что форма собственных функций близка к (19), но при этом общая амплитуда СФ при $n > 1$ имеет существенную мнимую составляющую. Также здесь можно отметить асимметрию форм СФ, возрастающую с ростом n . Очевидно, что данная асимметрия определяется формой спирального элемента. Амплитудные распределения показывают, что СФ представляют собой преимущественно стоячую волну, при этом отличные от нуля значения тока в узлах при $n > 1$ говорят о незначительном присутствии компоненты бегущей волны. Направление распространения данной компоненты на проводнике можно идентифицировать по направлению убывания амплитуды СФ.

Таким образом, исследование спектральных характеристик матрицы импедансов одиночного спирального элемента позволяет сделать вывод об обоснованности дальнейшего применения СПФ (19) и оценить резонансные явления, возникающие в элементах метаструктуры. Здесь также можно заметить, что эта оценка имеет приближенный характер, так как резонансные характеристики элемента в достаточно плотной структуре будут отличаться от аналогичных характеристик одиночного элемента. В данном случае можно ожидать изменения добротности резонансов и смещения резонансных частот.

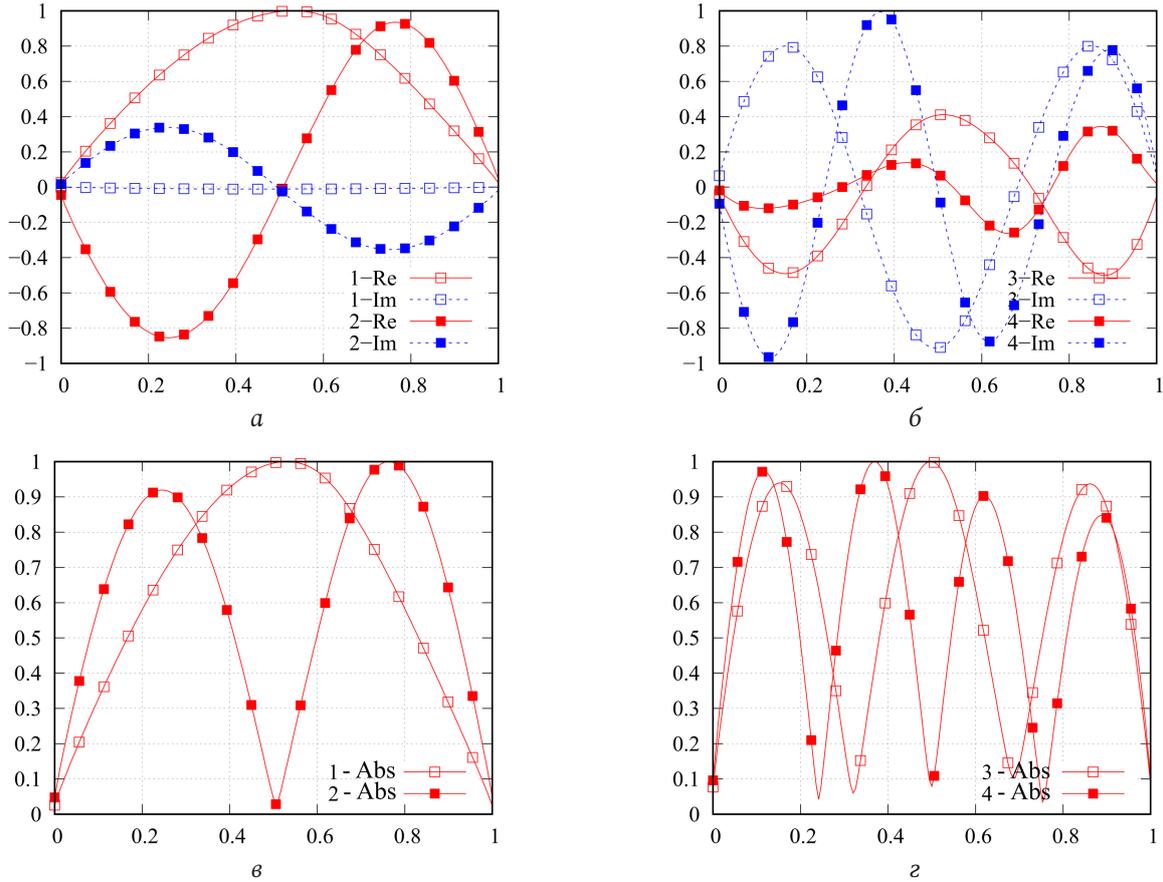


Рис. 4. Вид первых четырех нормированных собственных функций $\tilde{\beta}_n(l/L) / \tilde{\beta}_{n,\max}$, вычисленных при соответствующих резонансных значениях χ ; номера и составляющие собственных функций указаны на графиках

Fig. 4. Form of the first four normalized eigenfunctions $\tilde{\beta}_n(l/L) / \tilde{\beta}_{n,\max}$, calculated for the corresponding resonant values χ ; numbers and components of eigenfunctions are indicated on the charts

6. Исследование эффективности алгоритма сжатия блочной матрицы и сходимости итерационного процесса

При численном моделировании структуры использовались геометрические параметры одиночного элемента, приведенные в предыдущем разделе. Считалось, что все элементы L_{i_x, i_y} , связанные с одиночным элементом L выражением (17), имеют один и тот же фиксированный угол $\phi_{i_x, i_y} = \phi$, который в расчетах полагался равным 0 градусов. Структура возбуждалась ПЭМВ W , ЭМП которой определяется выражениями (18). Амплитуда вектора электрического поля E_0 полагалась равной 1 В/м, начальная фаза $\psi_0 = 0^\circ$, угол $\varpi_0 = 0^\circ$, угол поляризации $\varpi_0 = 90$ (Н-поляризация); угол падения θ_0 принимал значения 0, 45 и 90°. Эти случаи мы будем называть случаями торцевого, бокового и нормального падения ПЭМВ соответственно.

Геометрия решетки определяется структуры четырьмя параметрами: расстояниями между соседними узлами решетки h_x и h_y вдоль соответ-

ствующих осей координат и числом элементов N_x , N_y вдоль соответствующих осей. Отношение h_x / λ обозначим символом ϑ . При численном моделировании предполагалось, что $h_x = h_y = h_a$, $N_x = N_y = N_a$. Рассматривались структуры с $N_a = 2, 4 \dots 24$. Общее число элементов N подобных структур определяется как N_a^2 . Для рассматриваемой структуры параметры ς и ϑ связаны соотношением $\varsigma / \vartheta = 0,53$, при этом данное соотношение, по сути, является коэффициентом заполнения структуры элементами. При $\varsigma / \vartheta = 1$ соседние элементы структуры вплотную примыкают друг к другу. Исследования проводились в диапазоне $\vartheta \in [0,0625; 1]$. Сходимость итерационного процесса в нашем случае зависит только от N_a и ϑ . Коэффициент сжатия K/N зависит только от N_a . На рис. 5 показан график зависимости коэффициента сжатия K/N от числа элементов структуры N . Видно, что данная зависимость является линейной и может быть приближенно описана функцией $K/N \approx (4/15)N = (4/15)N_a^2$. Отметим, что при непосредственном расчете матричных

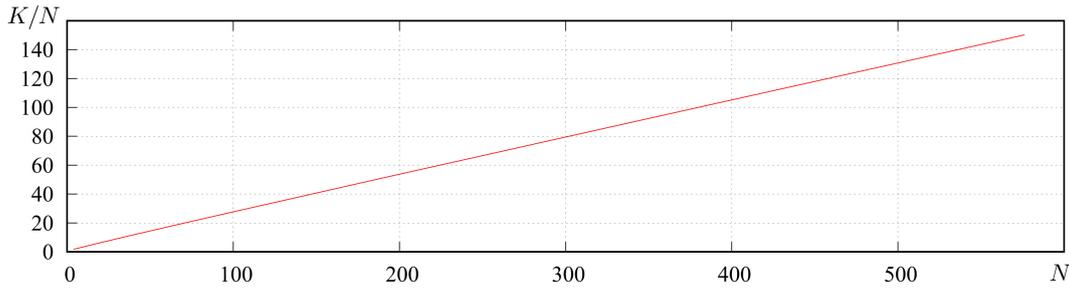


Рис. 5. Зависимость коэффициента сжатия K/N от числа элементов структуры N
 Fig. 5. Dependence of the compression ratio K/N on the number of structure elements N

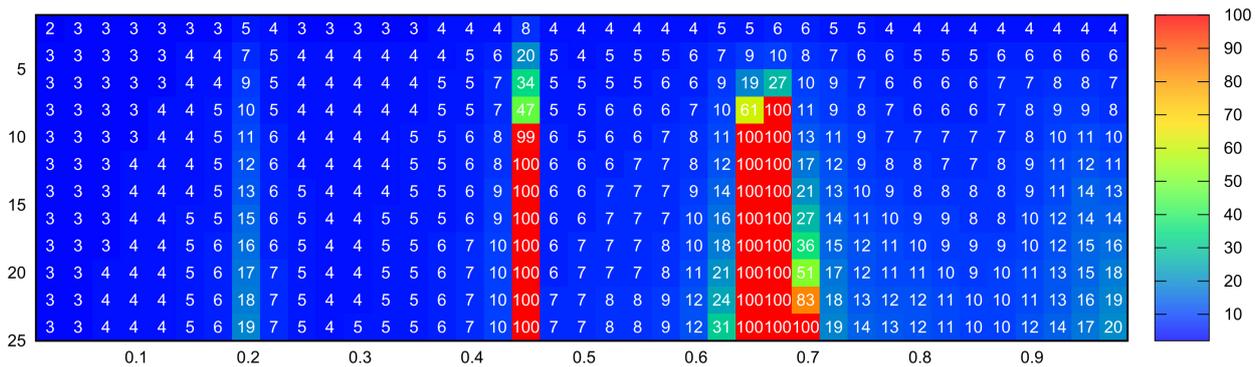


Рис. 6. Таблица сходимости итерационного процесса: ось абсцисс – ϑ , ось ординат – N_a , значения в ячейках – число итераций
 Fig. 6. Convergence table of the iterative process: x-axis – ϑ , ordinate axis is N_a , values in cells are number of iterations

элементов данная зависимость является квадратичной. Таким образом, предложенный алгоритм расчета элементов блочной матрицы позволяет существенно сократить затраты машинной памяти и машинного времени.

На рис. 6 представлена таблица сходимости итерационного процесса. Максимальное число итераций равно 100. Таким образом, достижение данного значения соответствует отсутствию сходимости итерационного процесса. С учетом указанной ранее связи между переменными σ и χ тонкопроволочные резонансы на одиночных элементах структуры будут возникать при условии $\vartheta \approx 0,217n$, в котором n – номер резонанса. В результате для первых четырех собственных функций резонансы должны возникать в окрестности $\vartheta = 0,217, 0,434, 0,651, 0,868$. При этом возможны смещения резонансных частот вследствие взаимодействия элементов структуры. Рисунок показывает, что ухудшение и отсутствие сходимости наблюдается в окрестности резонансных частот первых трех собственных функций, при этом первый резонанс не приводит к потере сходимости итерационного процесса, а резонанс четвертой собственной функции себя вообще никак не проявляет. Для более полного объяснения этого эффекта необходим расчет угловых распределений

поля каждой СФ с определением пространственной ориентации максимумов поля.

7. Анализ и интерпретация результатов решения внутренней электродинамической задачи

Рассмотрим функции сторонних полей и токовые функции, аппроксимируемые разложениями по собственным функциям интегрального оператора одиночного элемента (разложения вида (2)):

$$\eta_n(l) = \sum_q I_q^{(n)} \tilde{\beta}_{n,q}(l), \quad \zeta_n(l) = \sum_q E_q^{(n)} \tilde{\beta}_{n,q}(l);$$

$$l \in L, \quad I_q^{(n)} \in \mathbf{i}_n, \quad E_q^{(n)} \in \mathbf{e}_n.$$

Для рассматриваемой структуры целесообразно оперировать векторами усредненных по n амплитудных коэффициентов:

$$\dot{\mathbf{f}}^{(a)} \supset \dot{F}_q^{(a)}, \quad \dot{F}_q^{(a)} = \frac{1}{N} \sum_n |F_q^{(n)}|, \quad \mathbf{f} \equiv \mathbf{i}, \mathbf{e}, \quad F \equiv I, E,$$

и соответствующими значениями невязок $\rho_n^{(\mathbf{f},a)} = |\dot{\mathbf{f}}^{(a)} - \dot{\mathbf{f}}_n^{(a)}| / |\dot{\mathbf{f}}^{(a)}|$; $\mathbf{f} \equiv \mathbf{i}, \mathbf{e}$. Расчеты показали, что в исследуемом частотном диапазоне для структур с $N_a = 2 \dots 24$ при углах падения $\theta_0 = 0 \dots 90^\circ$ средние значения этих невязок не превышают 0,09, а медианные значения меньше 0,025. Это, с одной стороны, подтверждает целесообразность

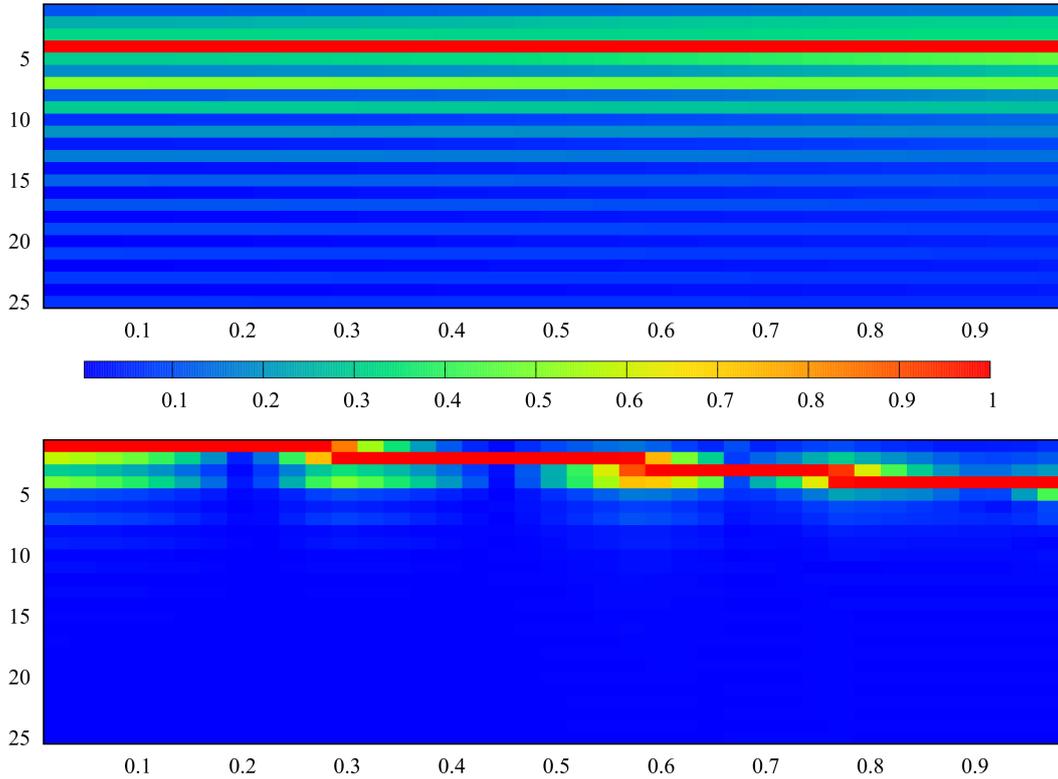


Рис. 7. Спектрограммы: сверху – $\dot{e}^{(a/\max)}(\vartheta)$, снизу – $\dot{i}^{(a/\max)}(\vartheta)$; ось абсцисс – ϑ , ось ординат – индекс элемента векторов
 Fig. 7. Spectrograms: top – $\dot{e}^{(a/\max)}(\vartheta)$, below – $\dot{i}^{(a/\max)}(\vartheta)$; abscissa axis – ϑ , ordinate axis – index of element of vectors

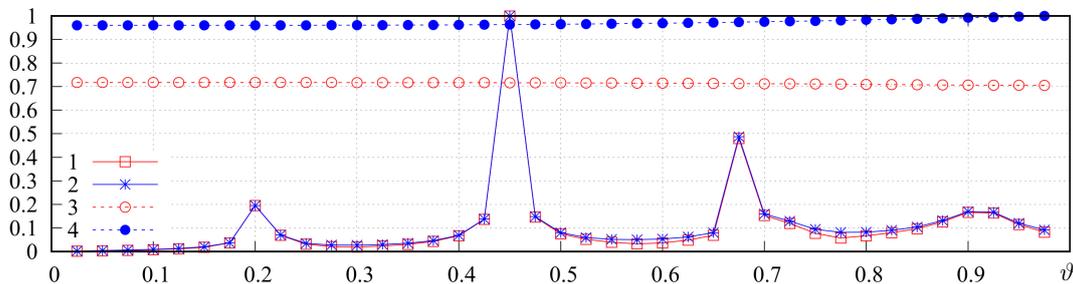


Рис. 8. Зависимости $\dot{i}_{\max}^{(a/\sup)}$ (кривая 1), $\dot{i}_{\text{нрм}}^{(a/\sup)}$ (кривая 2), $\dot{e}_{\max}^{(a/\sup)}$ (кривая 3) и $\dot{e}_{\text{нрм}}^{(a/\sup)}$ (кривая 4) от ϑ
 Fig. 8. Dependencies $\dot{i}_{\max}^{(a/\sup)}$ (curve 1), $\dot{i}_{\text{нрм}}^{(a/\sup)}$ (curve 2), $\dot{e}_{\max}^{(a/\sup)}$ (curve 3) and $\dot{e}_{\text{нрм}}^{(a/\sup)}$ (curve 4) from ϑ

рассмотрения усредненных векторов амплитудных коэффициентов, а с другой – говорит о высокой степени однородности токовых функций. Здесь и далее нормированные к максимальному значению векторы амплитудных коэффициентов будем обозначать как $\mathbf{f}^{(a/\max)} = \mathbf{f}^{(a)} / f_{\max}^{(a)}$. Под $f_{\max}^{(a)}$ будем понимать максимальный амплитудный элемент вектора $\mathbf{f}^{(a)}$, а под $f_{\text{нрм}}^{(a)} = |\mathbf{f}^{(a)}|$ – его евклидову норму. Супремумом вектора $\mathbf{f}^{(a)}$ будем называть величину $f^{(\sup)} = \max(f_{\max}^{(a)}, f_{\text{нрм}}^{(a)})$. На рис. 7 сверху представлена нормированная спектрограмма $\dot{e}^{(a/\max)}(\vartheta)$ для случая $N_a = 8$, $\theta_0 = 90^\circ$. Вдоль оси абсцисс спектрограммы отложены значения ϑ , вдоль оси ординат – номера элементов вектора $\dot{e}^{(a/\max)}$. Видно, что спектрограмма не

зависит от ϑ , при этом максимальная амплитуда наблюдается для четвертой собственной функции. Это обусловлено тем, что исследуемые спиральные элементы имеют число витков, равное двум. В целом можно отметить, что спектр является довольно широким в исследуемом диапазоне значений ϑ . На рис. 7 снизу представлена соответствующая нормированная спектрограмма $\dot{i}^{(a/\max)}(\vartheta)$ для аналогичного случая, а на рис. 8 – зависимости $\dot{f}_j^{(a/\sup)} = \dot{f}_j^{(a)}(\vartheta) / f_j^{(\sup)}$ ($f \equiv i, e$, $j \equiv \max, \text{нрм}$). Приведенные зависимости и спектрограмма показывают, что спектр собственных функций для рассматриваемой структуры в исследуемом диапазоне значений θ является узкополосным и имеет при этом резонансный характер.

Разница уровней графиков $f_{\max}^{(a/\text{sup})}$ и $f_{\text{нрм}}^{(a/\text{sup})}$ ($f \equiv i, e$) позволяет оценить степень вырожденности спектра. Так, если $f_{\max}^{(a/\text{sup})} = f_{\text{нрм}}^{(a/\text{sup})}$, то спектр является вырожденным и состоит только из одной спектральной компоненты. Таким образом, спектр стороннего поля является невырожденным во всем исследуемом диапазоне, а спектр токовых функций близок к вырожденному и практически является таковым вблизи резонансных частот, определяющихся резонансными частотами для собственных значений элементов, из которых состоит метаструктура.

Данные результаты приобретают очень важное значение с точки зрения анализа метаструктур, так как позволяют использовать в качестве проекционных функций компактный набор собственных функций, имеющих существенные амплитуды в окрестности исследуемой частоты. При этом для метаструктур конечных размеров вполне применимо решение СЛАУ прямыми методами. Наименьший размер матрицы таких СЛАУ будут иметь на резонансных частотах, когда распределение тока по элементам определяется только одной собственной функцией (вырожденные распределения тока). В этом случае полезным в аналитическом плане представляется решение задачи определения собственных векторов метаструктуры, определяющих конечный набор распределений комплексных амплитуд вырожденных распределений токов на элементах. В дальнейшем авторы планируют решить данную задачу и определить характеристики рассеянного поля для рассмотренной структуры в резонансных и нерезонансных случаях.

Заключение

В статье рассмотрен системный подход к строгому решению внутренней задачи электродинамики для многоэлементных структур. В основе подхода лежит использование итерационных процедур типа Гаусса – Зейделя или Якоби, реализуемых для блочной матрицы СЛАУ, получаемой в рамках метода моментов [15]. Рассмотренный подход предполагает использование априорной информации о структуре для реализации эффективных алгоритмов расчета блочной матрицы СЛАУ [18]. В данной работе показана целесообразность определения спектральных характеристик интегральных операторов внутренней задачи для одиночных элементов, входящих в состав метаструктуры. В результате решения данной задачи

производится определение собственных функций и собственных значений интегральных операторов, а также их зависимость от частоты. Информация о собственных функциях дает возможность обоснованно подходить к выбору систем проекционных функций, используемых в рамках метода моментов для формирования блочной матрицы СЛАУ. Информация о частотной зависимости собственных значений позволяет прогнозировать возникновение резонансных явлений, возникающих в многоэлементных структурах.

В статье продемонстрировано применение предложенного подхода к решению внутренней задачи для конкретной структуры – регулярной двумерной решетки, состоящей из конических спиральных элементов, возбуждаемой плоской линейно-поляризованной электромагнитной волной. В ходе решения поставленной задачи была выявлена связь между частотной зависимостью собственных чисел интегрального оператора внутренней задачи одиночного элемента, используемого для создания метаструктуры, с резонансными явлениями, возникающими в метаструктуре, а также подтверждена связь резонансных явлений со сходимостью итерационного процесса. Исследован спектр токовых функций элементов метаструктуры. Показано, что амплитудные спектры на различных элементах метаструктуры довольно слабо отличаются друг от друга, что позволяет рассматривать при анализе усредненные амплитудные спектры. Выявлено, что усредненный спектр стороннего поля на элементах является относительно широким, а усредненный спектр токовых функций близок к вырожденному и практически является таковым вблизи резонансных частот. Выявленные особенности позволяют использовать в качестве проекционных функций компактный набор собственных функций, имеющих существенные амплитуды в окрестности исследуемой частоты, что в конечном счете ведет к уменьшению размеров блоков матрицы СЛАУ и существенно упрощает решение внутренней задачи.

Представленные результаты еще раз подтверждают эффективность применения итерационного подхода к строгому решению внутренней задачи электродинамики для многоэлементных структур в нерезонансных случаях. Дальнейшее развитие предложенного подхода авторы связывают с введением процедур выявления резонансных явлений и отдельном рассмотрении внутренней задачи в окрестности резонансных частот.

Список литературы

1. Неганов В.А., Осипов О.В. Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами. М.: Радио и связь, 2006. 280 с.
2. Ивченко Е.Л., Поддубный А.Н. Резонансные трехмерные фотонные кристаллы // Физика твердого тела. 2006. Т. 48, № 3. С. 540–547. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/3354>
3. Веселаго В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ // Успехи физических наук. 1967. Т. 92, № 3. С. 517–526. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0092.196707d.0517>
4. Pendry J.B. A chiral route to negative refraction // Science. 2004. Vol. 306, no. 5700. P. 1353–1355. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.1104467>
5. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity / D.R. Smith [et al.] // Physical Review Letters. 2000. Vol. 84, no. 18. P. 4184–4187. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4184>
6. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures / J.B. Pendry [et al.] // Physical Review Letters. 1996. Vol. 76, no. 25. P. 4773–4776. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.76.4773>
7. Low frequency plasmons in thin-wire structures / J.B. Pendry [et al.] // Journal of Physics: Condensed Matter. 1998. Vol. 10, no. 22. P. 4785–4809. DOI: <https://doi.org/10.1088/0953-8984/10/22/007>
8. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena / J.B. Pendry [et al.] // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1999. Vol. 47, no. 11. P. 2075–2084. DOI: <https://doi.org/10.1109/22.798002>
9. Вендик И.Б., Вендик О.Г. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (Обзор) // Журнал технической физики. 2013. Т. 83, № 1. С. 3–28. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41403>
10. Schelkunoff S.A., Friis H.T. Antennas Theory and Practice. New York: Wiley, 1952. 672 p.
11. Harrington R.F. Field Computation by Moment Method. New York: Macmillan, 1968. 150 p.
12. Gallagher R.H. Finite Element Analysis: Fundamentals. Hoboken: Prentice-Hall, 1974. 420 p.
13. Кисель В.Н., Лагарьков А.Н. Электродинамические модели тонкослойных метаматериалов и устройства на их основе // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54, № 5. С. 531–540. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12136589>
14. Ильинский А.С., Перфилов О.Ю., Самохин А.Б. Итерационный метод решения интегральных уравнений теории проволочных антенн // Математическое моделирование. 1994. Т. 6, № 3. С. 52–59. URL: <https://www.mathnet.ru/rus/mm1848>
15. Неганов В.А., Марсаков И.Ю., Табаков Д.П. Расчет взаимодействия элементов метаструктуры на основе метода Гаусса – Зейделя // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2013. Т. 16, № 3. С. 6–16. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21007651>
16. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Лаборатория базовых знаний, 2000. 624 с.
17. Неганов В.А., Табаков Д.П. Корректный электродинамический анализ киральных элементов и метаматериалов на основе интегральных представлений электромагнитного поля // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17, № 3. С. 29–39. URL: <https://journals.ssau.ru/rwp/article/view/7265>
18. Табаков Д.П. Применение итерационных процедур к электродинамическому анализу метаматериалов // Радиотехника. 2015. № 7. С. 86–94. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23837442>
19. Табаков Д.П., Аль-Нозайли Б.М.А. Расчет токов на многоэлементных излучающих структурах итерационным методом // Радиотехника и электроника. 2022. Т. 67, № 7. С. 651–659. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=48867815>
20. Драбкин А.Л., Зузенко В.Л., Кислов А.Г. Антенно-фидерные устройства. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Сов. радио, 1974. 536 с.
21. Табаков Д.П., Аль-Нозайли Б.М.А. Решение внутренней и внешней задач электродинамики для симметричного вибратора с рефлектором из параллельных прямолинейных проводников // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2024. Т. 27, № 2. С. 7–21. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.2-7>
22. Табаков Д.П. Об описании излучения и дифракции электромагнитных волн методом собственных функций // Известия вузов. Радиофизика. 2021. Т. 64, № 3. С. 179–191. URL: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2021/3/179>
23. Табаков Д.П., Майоров А.Г. Аппроксимация решения внутренней электродинамической задачи для тонкого трубчатого вибратора методом собственных функций // Труды учебных заведений связи. 2019. Т. 5, № 4. С. 58–64. DOI: <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2019-5-4-58-64>
24. Интегральное представление электромагнитного поля геометрически киральной структуры / В.А. Капитонов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15, № 4. С. 6–13. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19001844>
25. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митры; пер с англ. под ред. Э.Л. Бурштейна. М.: Мир, 1977. 487 с.
26. Стрижков В.А. Математическое моделирование электродинамических процессов в сложных антенных системах // Математическое моделирование. 1989. Т. 1, № 8. С. 127–138. URL: <https://www.mathnet.ru/rus/mm2614>

Информация об авторах

Табаков Дмитрий Петрович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ и антенны, оптика, численные методы математического моделирования.

E-mail: illuminator84@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9173-4936>
SPIN-код (eLibrary): 9666-0814
AuthorID (eLibrary): 664833
ResearcherID (WoS): Q-9888-2017

Аль-Нозайли Бассам Мохаммед-Али, аспирант Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, ассистент кафедры физики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ и антенны.
E-mail: bassam_91@mail.ru
SPIN-код (eLibrary): 7368-7223
AuthorID (eLibrary): 1204671

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2027, vol. 27, no. 3, pp. 17–33

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.3.17-33](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.17-33)
UDC 537.862
Original Research

Received 30 June 2024
Accepted 31 July 2024
Published 30 September 2024

Solving an internal problem for finite regular two-dimensional lattice spiral elements, excitable plate electromagnetic wave

Dmitry P. Tabakov¹ , Bassam Mohammed-Ali Al-Nozaili²

¹ Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

² Samara National Research University
34, Moskovskoye shosse,
Samara, 443086, Russia

Abstract – Background. The work is aimed at developing and researching rigorous methods for solving internal problem of electrostatics for multi-element structures (metastructures) consisting from the final number of elements, as well as to study the physical processes occurring in them. A special case of such structures are two-dimensional lattices with a fixed interelement distance, consisting of identical elements having the same spatial orientation (regular lattices). **Aim.** In this work, based on an iterative approach, the internal solution is solved. problems of electrostatics for a finite regular two-dimensional lattice of spiral elements. In order to obtain a priori information about the electrostatic characteristics of elements lattice and justification for the choice of projection function systems are analyzed spectral characteristics of the integral operator of the internal problem for a single spiral element. Then the currents on the structure elements are calculated, their spectral characteristics are determined. The results of spectral analysis allow increase the efficiency of solving an internal problem. **Methods.** The research is based on a strict electrostatic approach, within the framework of which, for the specified structure in the thin-wire approximation, an integral representation of the electromagnetic field is formed, which, when considered on the surface of conductors together with boundary conditions, is reduced to a system of Fredholm integral equations of the second kind, written relative to unknown current distributions on conductors (internal task). The solution of the internal problem within the framework of the method of moments is reduced to solving a SLAE with a block matrix. **Results.** A mathematical model of a finite two-dimensional lattice of spiral elements is proposed radiating structure. For the specified structure, in the case of its excitation by a flat electromagnetic wave, based on the iterative approach, the internal problem of electrostatics was solved. The following were carried out in a wide frequency range: analysis of the convergence of the iterative process, spectral analysis of the integral operator of the internal problem for a single spiral element, as well as spectral analysis of external field and current functions functions on lattice elements. **Conclusion.** The feasibility of determining the spectral characteristics of integral operators is shown internal task for the elements forming the metastructure. A relationship has been identified between the frequency dependence eigenvalues of the integral operator of the internal problem of single elements, forming a metastructure, with resonance phenomena arising in the metastructure, the influence of resonances on the convergence of the iterative process was confirmed. The feasibility of considering averaged amplitude current spectra is shown. It was revealed that the averaged spectrum of current functions is close to degenerate, especially near resonant frequencies. This allows for use as projection functions a compact set of eigenfunctions that have significant amplitudes in the vicinity of the frequency under study, which significantly simplifies the solution of the internal problem.

Keywords – metastructure; spiral structure; Fredholm integral equation; thine-wire approximation; integral representation of the electromagnetic field; resonance; current distribution; Gauss–Seidel method; eigenfunction method.

References

1. V. A. Neganov and O. V. Osipov, *Reflective, Waveguide and Radiating Structures with Chiral Elements*. Moscow: Radio i svyaz', 2006. (In Russ.)
2. E. L. Ivchenko and A. N. Poddubnyy, "Resonant three-dimensional photonic crystals," *Fizika tverdogo tela*, vol. 48, no. 3, pp. 540–547, 2006, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/3354>. (In Russ.)
3. V. G. Veselago, "Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ," *Uspekhi fizicheskikh nauk*, vol. 92, no. 3, pp. 517–526, 1967, doi: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0092.196707d.0517>. (In Russ.)
4. J. B. Pendry, "A chiral route to negative refraction," *Science*, vol. 306, no. 5700, pp. 1353–1355, 2004, doi: <https://doi.org/10.1126/science.1104467>.
5. D. R. Smith et al., "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity," *Physical Review Letters*, vol. 84, no. 18, pp. 4184–4187, 2000, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4184>.
6. J. B. Pendry et al., "Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures," *Physical Review Letters*, vol. 76, no. 25, pp. 4773–4776, 1996, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.76.4773>.
7. J. B. Pendry et al., "Low frequency plasmons in thin-wire structures," *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 10, no. 22, pp. 4785–4809, 1998, doi: <https://doi.org/10.1088/0953-8984/10/22/007>.
8. J. B. Pendry et al., "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, no. 11, pp. 2075–2084, 1999, doi: <https://doi.org/10.1109/22.798002>.
9. I. B. Vendik and O. G. Vendik, "Metamaterials and their application in microwave technology (Review)," *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, vol. 83, no. 1, pp. 3–28, 2013, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41403>. (In Russ.)
10. S. A. Schelkunoff and H. T. Friis, *Antennas Theory and Practice*. New York: Wiley, 1952.
11. R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*. New York: Macmillan, 1968.
12. R. H. Gallagher, *Finite Element Analysis: Fundamentals*. Hoboken: Prentice-Hall, 1974.
13. V. N. Kisel' and A. N. Lagar'kov, "Electrodynamic models of thin-layer metamaterials and devices based on them," *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 54, no. 5, pp. 531–540, 2009, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12136589>. (In Russ.)
14. A. S. Il'inskiy, O. Yu. Perfilov, and A. B. Samokhin, "Iterative method for solving integral equations of the theory of wire antennas," *Matematicheskoe modelirovanie*, vol. 6, no. 3, pp. 52–59, 1994, url: <https://www.mathnet.ru/rus/mm1848>. (In Russ.)
15. V. A. Neganov, I. Yu. Marsakov, and D. P. Tabakov, "The calculation of the interaction of elements metastructures based on the Gauss-Seidel method," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 6–16, 2013, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21007651>. (In Russ.)
16. N. S. Bakhvalov, N. P. Zhidkov, and G. M. Kobel'kov, *Numerical Methods*. Moscow: Laboratoriya bazovyykh znaniy, 2000. (In Russ.)
17. V. A. Neganov and D. P. Tabakov, "Correct electrodynamic analysis of chiral elements and metamaterials based on integral representations of the electromagnetic field," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 17, no. 3, pp. 29–39, 2014, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7265>. (In Russ.)
18. D. P. Tabakov, "Application of iterative procedures to electrodynamic analysis of metamaterials," *Radiotekhnika*, no. 7, pp. 86–94, 2015, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23837442>. (In Russ.)
19. D. P. Tabakov and B. M. A. Al-Nozaili, "Calculation of currents on multi-element radiating structures using the iterative method," *Radiotekhnika i elektronika*, vol. 67, no. 7, pp. 651–659, 2022, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=48867815>. (In Russ.)
20. A. L. Drabkin, V. L. Zuzenko, and A. G. Kislov, *Antenna-Feeder Devices*, 2nd ed., add. and rework. Moscow: Sov. radio, 1974. (In Russ.)
21. D. P. Tabakov and B. M. A. Al-Nozaili, "Solution of the internal and external problems of electrostatics for a symmetrical vibrator with a reflector made of parallel straight conductors," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 27, no. 2, pp. 7–21, 2024, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.2.7-21>. (In Russ.)
22. D. P. Tabakov, "On the description of radiation and diffraction of electromagnetic waves by the method of eigenfunctions," *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, vol. 64, no. 3, pp. 179–191, 2021, url: <https://radiophysics.unn.ru/issues/2021/3/179>. (In Russ.)
23. D. P. Tabakov and A. G. Mayorov, "Approximation of the solution to the internal electrodynamic problem for a thin tubular vibrator using the eigenfunction method," *Trudy uchebnykh zavedeniy svyazi*, vol. 5, no. 4, pp. 58–64, 2019, doi: <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2019-5-4-58-64>. (In Russ.)
24. V. A. Kapitonov et al., "Integral representation of the electromagnetic field of geometrically chiral structure," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 15, no. 4, pp. 6–13, 2012, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19001844>. (In Russ.)
25. R. Mittra, Ed. *Computational Methods in Electrodynamics*; transl. E. L. Burshteyn, Ed. Moscow: Mir, 1977. (In Russ.)
26. V. A. Strizhkov, "Mathematical modeling of electrodynamic processes in complex antenna systems," *Matematicheskoe modelirovanie*, vol. 1, no. 8, pp. 127–138, 1989, url: <https://www.mathnet.ru/rus/mm2614>. (In Russ.)

Information about the Authors

Dmitry P. Tabakov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrostatics, microwave devices and antennas, optics, numerical methods of mathematical modeling.

E-mail: illuminator84@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9173-4936>

SPIN-code (eLibrary): 9666-0814

AuthorID (eLibrary): 664833
ResearcherID (WoS): Q-9888-2017

Bassam Mohammed-Ali Al-Nozaili, graduate student of Samara National Research University, assistant professor of the Department of Physics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics, microwave devices and antennas.

E-mail: bassam_91@mail.ru

SPIN-code (eLibrary): 7368-7223

AuthorID (eLibrary): 1204671

Итерационный подход к расчету фотонно-кристаллических элементов

П.В. Мокшин¹ , Д.Л. Головашкин^{1,2} , В.С. Павельев^{1,2} 

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
443086, Россия, г. Самара,
Московское шоссе, 34

² ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН
443001, Россия, г. Самара,
ул. Молодогвардейская, 151

Аннотация – Обоснование. Изложен подход к расчету фотонно-кристаллических элементов, отличающийся от уже известных методов оптимизации общего назначения (например, генетического алгоритма или градиентных процедур) использованием информации о дифракционных картинах на разных частотах при оптимизации элемента, предназначенного для работы на одной выбранной длине волны. Фактически речь идет о расчете функциональных структур с ожидаемыми характеристиками (например, волноводов) под определенную длину волны (пусть заданную монохроматическим источником излучения). **Цель.** Разработка на основе FDTD-метода и подтверждение работоспособности итерационной процедуры расчета характеристик металл-диэлектрических фотонных кристаллов. **Методы.** В основе исследования лежит итерационный подход к расчету фотонно-кристаллических элементов, основанный на использовании FDTD-метода. **Результаты.** Разработанная итерационная процедура продемонстрировала практическую сходимости и работоспособность на модельных примерах. Эффективность фотонно-кристаллического волновода, понимаемая как отношение выходной энергии к входной, повышалась на каждой итерации процедуры вплоть до 97,2 %. **Заключение.** Предложен и аргументирован метод синтеза металл-диэлектрических фотонно-кристаллических структур с заданными свойствами, основанный на применении разработанной итерационной процедуры. На результатах анализа двумерного фотонного кристалла, основанного на наборе медных стержней круглого сечения, показана работоспособность предложенного метода.

Ключевые слова – фотонный кристалл; итерационный подход; волновод; FDTD-метод; дифракция.

Введение

В различных устройствах современной фотоники [1] успешно применяются структуры, выполненные на основе фотонных кристаллов (ФК). Эти конструкции используются при реализации как волноводов и различных сенсоров, так и для более сложных устройств. Интересной задачей [2] является расчет таких структур для различных диапазонов длин волн, в том числе для терагерцового диапазона. В известной авторам настоящей работы литературе [1–5] основное внимание уделяется анализу фотонно-кристаллических структур, связанному с определением их свойств на разных частотах. Вместе с тем безусловный интерес представляет обратная задача – расчет структур с ожидаемыми характеристиками (например, волноводов) под определенную длину волны (пусть заданную монохроматическим источником излучения). Целью исследования является разработка на основе FDTD-метода и подтверждение работоспособности итерационной процедуры расчета характеристик металл-диэлектрических фотонно-кристаллических решеток.

1. Влияние дисперсии

Поясняя идею авторского подхода, для простоты допустим в начале изложения, что дисперсией материала при заданной ширине импульса (выбранной полосе частот) можно пренебречь. Тогда зависимость пропускания фотонного кристалла от частоты можно понимать как зависимость пропускания выбранной монохроматической волны (пусть связанной с центральной частотой импульса) от некоторого параметра фотонного кристалла (положим, его периода). При этом будем подразумевать вместо фактически проведенного одного вычислительного эксперимента (с импульсом) постановку совокупности нескольких воображаемых экспериментов по моделированию падения монохроматической волны на набор различных фотонных кристаллов, отличающихся друг от друга лишь масштабным коэффициентом. Последний задается, с одной стороны, отношением центральной частоты (связанной с фотонным кристаллом, рассматриваемым в фактически проведенном эксперименте) к иной частоте, которой соответствует другой кристалл в одном из воображаемых экспе-

риментов. С другой стороны, обсуждаемый масштабный коэффициент равен отношению любых соответствующих характеристических неоднородностей (допустим, периодов) двух рассматриваемых кристаллов (связанных с центральной и иной частотами) в воображаемых экспериментах. Возможность указанного перехода обосновывается волновой природой излучения, когда дифракционные эффекты задаются отношением геометрических параметров волны и препятствия, не будучи связаны с абсолютными значениями этих параметров.

Таким образом, при отсутствии дисперсии материала достаточно одного вычислительного эксперимента для расчета оптимальной ФК-структуры с заданным масштабным коэффициентом (речь не обязательно должна идти о пропускании кристалла без дефекта). Изменение такого коэффициента (например, увеличение радиуса цилиндра при неизменном периоде структуры), разумеется, необходимо сопроводить новым моделированием. С вычислительной точки зрения преимущество развиваемого в настоящей работе подхода по замене множества вычислительных экспериментов с разными фотонными кристаллами и падающей на них монохроматической волной одним экспериментом с импульсом, падающим на один выбранный кристалл, связано с многократным сокращением длительности моделирования (время расчетов – критический фактор, сдерживающий развитие предметной области). Замена тем более уместной, что некоторые реализующие FDTD-метод пакеты (например, Ansys Lumerical FDTD [6]) и вовсе не допускают задания монохроматической падающей волны. Другие пакеты (например, МЕЕР [7]) позволяют задавать монохроматическое излучение, однако расчеты в этом случае характеризуются численной неустойчивостью при работе с проводящими структурами.

2. Особенности реализации подхода

Допустим наличие заранее заданной ФК-структуры с оптимальными параметрами под определенную длину монохроматического излучения. Если дисперсией материала в этом случае можно пренебречь, то задача синтеза элемента с искомыми свойствами может считаться решенной для любой длины волны из рассматриваемого диапазона. Однако при проведении экспериментов дисперсия материала учитываться должна, поэтому авторы предлагают итерационное пред-

ставление подхода к расчету ФК-элементов. Так, при каждой новой итерации вычислительного эксперимента моделируется частотная дисперсия материала, что приводит к обнаружению фотонного кристалла, наиболее соответствующего по характеристикам к задуманному результату. Рассчитанный в ходе одной итерации кристалл может не показывать высокой эффективности либо не соответствовать необходимой частоте.

Несмотря на это, найденная структура каждый раз пересчитывается под центральную частоту с учетом ранее введенного масштабного коэффициента. Моделирование повторяется до достижения критерия оптимальности фотонно-кристаллической структуры для центральной частоты. Важной характеристикой подхода, конечно, является условие сходимости предложенного итерационного процесса. Считая преждевременным его точное представление, чему будут предшествовать дополнительные исследования, следует ограничиться соображениями общего характера. Очевидно, сходимость связана с видом функции диэлектрической проницаемости, в общем случае комплексной, выбранного материала. Монотонность функции на используемой полосе частот представляется достаточным условием сходимости обсуждаемого итерационного процесса. Наличие резонансных областей в данной полосе, наоборот, может обусловить его расходимость.

Другой особенностью подхода, связанной с практической реализацией FDTD-метода, авторы признают различную точность разностного решения для отличающихся фотонно-кристаллических структур в рамках одного вычислительного эксперимента. Действительно, проводя моделирование на одной сеточной области для разных частот (иначе говоря, разных ФК-структур), нельзя получить результаты для каждой с одинаковой погрешностью. С уменьшением длины волны (размеров характеристических неоднородностей структур) все меньшее количество узлов сеточной области будет приходиться на один период волны (кристалла), что обусловит падение точности. Таким образом, при выборе сеточной области следует ориентироваться на наименьшую длину волны в импульсе (кристалл с наименьшими размерами характеристических неоднородностей).

3. Итерационный подход

Задавая любой итерационный подход, традиционно говорят о выборе начального приближения,

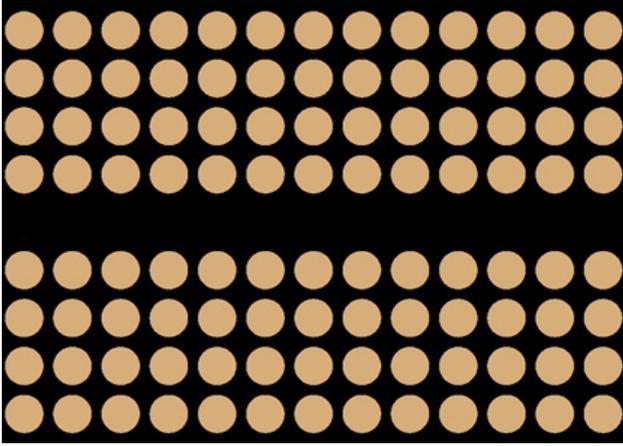


Рис. 1. Общий вид исследуемого волновода
Fig. 1. Waveguide general view

переходе от текущего приближения к следующему и критерии останова. Здесь под начальным приближением будет пониматься ФК-структура, наиболее подходящая, по мнению исследователя (основанному на практическом опыте, расчете в рамках менее строгой теории, публикации и т. п.), для такой роли [8; 9].

Переход к следующему k -му приближению сопровождается проведением моделирования (по FDTD-методу) распространения широкополосного импульса через структуру, полученную в ходе предыдущего приближения. По итогам такого моделирования выделяется длина волны λ' , для которой результирующая дифракционная картина признается наилучшей среди остальных дифракционных картин (для других длин волн) в соответствии с заданным критерием эффективности ФК-элемента. Например, под эффективностью δ можно понимать отношение энергии вышедшего из ФК-волновода излучения к энергии вошедшего на выбранной длине волны. В конце текущей итерации геометрические параметры элемента пересчитываются с сохранением отношения

$$\frac{d_{k-1}}{\lambda'} = \frac{d_k}{\lambda_0}, \quad (1)$$

где λ_0 – основная длина волны (под которую рассчитывается элемент); d_{k-1} и d_k – периоды фотонно-кристаллических структур, рассчитанные в конце предыдущей и текущей итераций соответственно.

$$d_k = d_{k-1} \frac{\lambda_0}{\lambda'}. \quad (2)$$

При этом все пропорции неоднородностей внутри ФК (например, γ – отношение периода к радиусу цилиндра) сохраняются, и геометрические

Таблица. Характеристика итерационного процесса
Table. Iterative process characteristics

k	λ' , мкм	d^{k-1} , мкм	δ
1	60,6	40	91,4
2	63,1	41,6	95,9
3	68	44,3	96,7
4	59	49,5	97,2

размеры упомянутых неоднородностей пересчитываются в соответствии с этими пропорциями.

На каждой итерации моделирование сопровождается распространением через новую структуру одного и того же импульса с центральной длиной волны λ_0 (или импульсов, содержащих λ_0). Критерием останова итерационного процесса будет достижение наперед заданного значения эффективности на центральной длине волны λ_0 или превышение наперед заданного числа итераций.

Повторно отмечается, что для расчета диэлектрических структур довольно одной итерации при искусственном допущении об отсутствии дисперсии материала (такое допущение хотя и «нефизично», но позволяет быстро получить результат). Учет дисперсии обязателен для численной устойчивости FDTD-метода при работе с металл-диэлектрическими структурами, что обуславливает итерационный характер предлагаемого подхода к расчету таких ФК-элементов.

Изложенное можно проиллюстрировать на примере расчета ФК-волновода из [4], где рассматривается двумерный кристалл, задаваемый решеткой из медных стержней кругового сечения ($\gamma = 2,62$). Линейный дефект (часть стержней вдоль выбранного направления удалена, рис. 1) обуславливает каналирование терагерцового излучения на длине волны $\lambda_0 = 59$ мкм.

3. Результаты и обсуждение

Для обоснования функциональности предложенного метода в эксперименте (используя среду Ansys Lumerical FDTD [6]) было взято наперед заданное значение периода решетки ФК-волновода $d = 40$ мкм, не дающее высокой эффективности распространения излучения. В ходе применения итерационного процесса (см. таблицу) результат сошелся к решетке с периодом $d = 50$ мкм из [4], что и подтверждает работоспособность предложенного подхода.

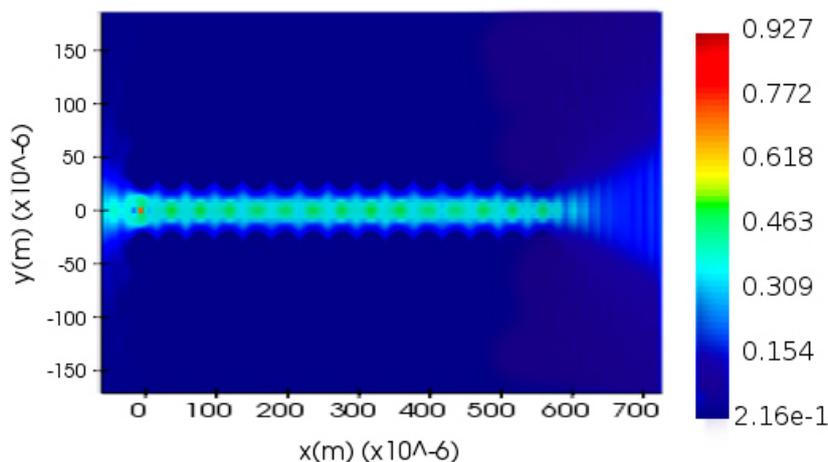


Рис. 2. Дифракционная картина (модуль комплексной амплитуды) перед первой итерацией
Fig. 2. Initial diffraction pattern (modulus of a complex amplitude)

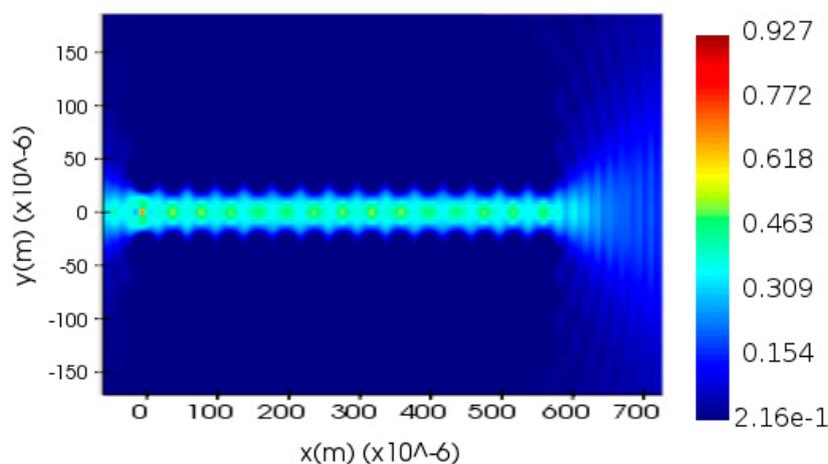


Рис. 3. Дифракционная картина (модуль комплексной амплитуды) после последней итерации
Fig. 3. Resulting diffraction pattern (modulus of a complex amplitude)

На рис. 2 и 3 представлены дифракционные картины, характеризующие работу элемента до улучшения и последний шаг итерационного процесса соответственно. Видно, что с увеличением номера итерации эффективность каналирования излучения в рассчитанных фотонно-кристаллических волноводах возрастает.

Стоит отметить, что использованный пакет моделирования также позволяет снимать показания с экранов. Предполагается, что эти экраны установлены в начале и конце волновода. Анализируя выходные данные, можно получить графическое и численное сравнение показаний величины квадрата амплитуды (интенсивности) излучения на разных участках. Падение величины квадрата ам-

плитуды (интенсивности) означает более низкую эффективность волноводной структуры.

Заключение

Обоснован и формализован подход на основе FDTD-метода к синтезу металл-диэлектрических ФК-структур. На выбранном примере двумерного кристалла, задаваемого решеткой медных стержней кругового сечения, демонстрируется работоспособность предложенного подхода.

Предполагаемое развитие связано с расчетом более сложных ФК-структур и строгим математическим обоснованием сходимости итерационного процесса.

Список литературы

1. Advances in Photonic Crystals and Devices / ed. by N. Kumar, B. Suthar. London: CRC Press, 2020. 358 p. <https://doi.org/10.1201/9781351029421>
2. Hossain M.S., Shuvo S., Hossain M.M. Design of a chemical sensing circular photonic crystal fiber with high relative sensitivity and low confinement loss for terahertz (THz) regime // Optik. 2020. Vol. 222. P. 165359. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.165359>

3. Johnson S.G., Oskooi A., Taflove A. *Advances in FDTD Computational Electrodynamics* Photonics and Nanotechnology. London: Artech House, 2013. 670 p.
4. Degirmenci E., Surre F., Landais P. THz waveguide and bends based on metallic photonic crystals // *Terahertz and Mid Infrared Radiation*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2011. P. 23–27. DOI: https://doi.org/10.1007/978-94-007-0769-6_4
5. СВЧ фотонные кристаллы – новый тип функциональных структур, применяемых в радиоэлектронике / Д.А. Усанов [и др.] // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2016. Т. 19, № 3. С. 17–24. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7133>
6. Ansys Lumerical FDTD. URL: <https://www.ansys.com/products/photonics/fdtd>
7. Meep: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method / A.F. Oskooi [et al.] // *Computer Physics Communications*. 2010. Vol. 181, no. 3. P. 687–702. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2009.11.008>
8. Мокшин П.В., Головашкин Д.Л., Павельев В.С. Итерационный подход на основе FDTD-метода к расчету металл-диэлектрических фотонно-кристаллических элементов // *Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2022): сб. тр. по материалам VIII Междунар. конф. и молодеж. шк. 2022*. С. 010282.
9. Iterative approach based on the FDTD method for the design of metal-dielectric photonic crystal devices / P. Mokshin [et al.] // *2022 VIII International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT)*. 2022. P. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/ITNT55410.2022.9848523>

Информация об авторах

Мокшин Павел Валериевич, инженер кафедры наноинженерии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: компьютерное моделирование, фотонные кристаллы, оптические наноструктуры.

E-mail: mokshinfabio@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4274-0528>

ResearcherID (WoS): ABU-1498-2022

Головашкин Дмитрий Львович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладных математики и физики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева; ведущий научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: вычислительная физика, интеллигентоведение.

E-mail: golovashkin2010@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8628-5382>

SPIN-код (eLibrary): 6299-5954

AuthorID (eLibrary): 108750

ResearcherID (WoS): M-2676-2013

Павельев Владимир Сергеевич, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой наноинженерии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева; главный научный сотрудник лаборатории микро- и нанотехнологий ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: дифракционная микрооптика, оптические волноводы, нанофотоника, синтез оптических метаматериалов, технологии формирования микро- и наноструктур.

E-mail: nano@ssau.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2803-2138>

SPIN-код (eLibrary): 4577-8028

AuthorID (eLibrary): 10688

ResearcherID (WoS): B-4395-2014

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2027, vol. 27, no. 3, pp. 34–39

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.3.34-39](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.34-39)

UDC 535.1

Original Research

Received 12 February 2024

Accepted 14 March 2024

Published 30 September 2024

Iterative approach for photonic crystal devices design

Pavel V. Mokshin¹ , Dimitry L. Golovashkin^{1,2} , Vladimir S. Pavelyev^{1,2} 

¹ Samara National Research University

34, Moskovskoye shosse,

Samara, 443086, Russia

² IPSI RAS – Branch of FSRC «Crystallography and Photonics» RAS

151, Molodogvardeyskaya Street,

Samara, 443001, Russia

Abstract – Background. An approach to the design of photonic crystal devices is proposed, which differs from the known general-purpose optimization methods (for example, a genetic algorithm or gradient procedures) by using information about diffraction patterns at different frequencies when optimizing an element designed to operate at the selected wavelength. The design of functional photonic crystal structures with expected characteristics (for example, waveguides) for a certain wavelength (albeit given by a monochromatic radiation source) is described. **Aim.** Development based on the FDTD method and confirmation of the functionality of the iterative procedure for calculating the characteristics of metal-dielectric photonic crystal lattices. **Methods.** The study is based on an iterative approach to the design of photonic crystal elements based on the use of the FDTD method. **Results.** Model examples were used for demonstration of practical convergence and applicability of the developed iterative procedure. The efficiency of the photonic crystal waveguide, understood as the ratio of the output energy to the input energy, was increasing at each iteration up to 97,2 %. **Conclusion.** The method of synthesis of metal-dielectric photonic crystal structures with preset properties based on application of developed iterative procedure is proposed and argued. The results of the analysis of the 2D photonic crystal waveguide based on a set of round copper rods show the applicability of the proposed method.

Keywords – photonic crystal; iteration method; waveguide; FDTD; diffraction.

✉ mokshinfabio@gmail.com (Pavel V. Mokshin)

 © Pavel V. Mokshin et al., 2024

References

1. N. Kumar and B. Suthar, Eds. *Advances in Photonic Crystals and Devices*. London: CRC Press, 2020, doi: <https://doi.org/10.1201/9781351029421>.
2. M. S. Hossain, S. Shuvo, and M. M. Hossain, “Design of a chemical sensing circular photonic crystal fiber with high relative sensitivity and low confinement loss for terahertz (THz) regime,” *Optik*, vol. 222, p. 165359, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2020.165359>.
3. S. G. Johnson, A. Oskooi, and A. Taflove, *Advances in FDTD Computational Electrodynamics Photonics and Nanotechnology*. London: Artech House, 2013.
4. E. Degirmenci, F. Surre, and P. Landais, “THz waveguide and bends based on metallic photonic crystals,” *Terahertz and Mid Infrared Radiation*. Dordrecht: Springer Netherlands, pp. 23–27, 2011, doi: https://doi.org/10.1007/978-94-007-0769-6_4.
5. D. A. Usanov et al., “Microwave photonic crystals - a new type of functional structures in radioelectronics,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 19, no. 3, pp. 17–24, 2016, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7133>. (In Russ.)
6. Ansys Lumerical FDTD. URL: <https://www.ansys.com/products/photonics/fdtd>
7. A. F. Oskooi et al., “Meep: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method,” *Computer Physics Communications*, vol. 181, no. 3, pp. 687–702, 2010, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2009.11.008>.
8. P. V. Mokshin, D. L. Golovashkin, and V. S. Pavel'ev, “Iterative approach based on the FDTD method for the calculation of metal-dielectric photonic crystal elements,” *Informatsionnye tekhnologii i nanotekhnologii (ITNT-2022): sb. tr. po materialam VIII Mezhdunar. konf. i molodezh. shk.*, p. 010282, 2022. (In Russ.)
9. P. Mokshin et al., “Iterative approach based on the FDTD method for the design of metal-dielectric photonic crystal devices,” *2022 VIII International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT)*, pp. 1–4, 2022, doi: <https://doi.org/10.1109/ITNT55410.2022.9848523>.

Information about the Authors

Pavel V. Mokshin, engineer of the Department of Nanoengineering, Samara National Research University, Samara, Russia.

Research interests: computational modeling, photonic crystal, optical nanostructures.

E-mail: mokshinfabio@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4274-0528>

ResearcherID (WoS): ABU-1498-2022

Dimitriy L. Golovashkin, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Applied Mathematics and Physics Department, Samara National Research University; leading researcher of the Laboratory of Diffractive Optics, IPSI RAS – Branch of FSRC «Crystallography and Photonics» RAS, Samara, Russia.

Research interests: computational physics, intellectual studies.

E-mail: golovashkin2010@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8628-5382>

SPIN-code (eLibrary): 6299-5954

AuthorID (eLibrary): 108750

ResearcherID (WoS): M-2676-2013

Vladimir S. Pavelyev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of Nanoengineering Department, Samara National Research University; chief researcher of the Laboratory of Micro- and Nanotechnology, IPSI RAS – Branch of FSRC «Crystallography and Photonics» RAS, Samara, Russia.

Research interests: diffractive microoptics, optical waveguides, nanophotonics, optical metamaterials synthesis, technologies for forming of micro- and nanostructures.

E-mail: nano@ssau.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2803-2138>

SPIN-code (eLibrary): 4577-8028

AuthorID (eLibrary): 10688

ResearcherID (WoS): B-4395-2014

Метод фазового синтеза в мультиапертурных оптических системах на основе итерационных алгоритмов обработки изображений

П.А. Семёнов, В.В. Земляков, С.А. Вяткина 

Южный федеральный университет
344006, Россия, г. Ростов-на-Дону,
ул. Большая Садовая, 105/42

Аннотация – Обоснование. Разработка современных оптико-электронных систем предъявляет повышенные требования к качеству и выходной мощности источника излучения. Одним из возможных вариантов выполнения указанных требований является создание систем когерентного сложения нескольких оптических пучков. Основной проблемой при этом стала разработка методов фазового синтеза в мультиканальной оптической системе. **Цель.** В статье рассмотрен метод восстановления фазового поля для мультиапертурной системы когерентного сложения пучков с активной обратной связью, в основе работы которого лежит алгоритм Гершберга – Сэкстона. Данный алгоритм позволяет восстанавливать комплексные амплитуды поля в апертурной и фокальной плоскостях по распределениям интенсивности в данных полях. Проанализировано применение данного алгоритма для мультиканальных систем, и выявлены его особенности, такие как возникновение стагнации и неоднозначность решения. **Методы.** Предложены решения для устранения проблемы сходимости алгоритма к побочным решениям и попадания итерационной процедуры в локальный экстремум с помощью алгоритмов глобальной оптимизации, методов редукции размерности задачи и введении антисимметричной модуляции амплитуды. **Результаты.** В работе продемонстрированы результаты по восстановлению фазового поля для большого числа оптических источников. Для семиапертурной системы осуществлено физическое моделирование по восстановлению фазовой информации, подтверждающее результаты численного моделирования. **Заключение.** Предложенный подход является разумной альтернативой существующим в настоящее время методам и может быть использован в задаче когерентного сложения в мультиканальных оптических системах.

Ключевые слова – алгоритм Гершберга – Сэкстона; восстановление фазового поля; мультиапертурные лазерные системы; физическое моделирование; глобальная оптимизация.

Введение

Разработка новых источников когерентного излучения для конкурентоспособных оптико-электронных приборов и систем локации требует увеличения мощности при минимизации потерь и сохранении качества излучения [1]. Однако такой набор требований трудно достижим, так как повышение пиковой мощности источника излучения приводит к росту потерь и значительному снижению качества лазерного пучка [2]. Решение этих проблем в настоящее время может быть достигнуто путем создания мультиапертурных лазерных систем с когерентным сложением пучков – в этом случае нет необходимости предъявлять повышенные требования к мощности отдельных излучателей [3].

Когерентное сложение пучков представляет собой сложную научно-техническую задачу, требующую решения проблем фазовой, частотной и поляризационной синхронизаций. В данной статье представлены подходы к решению проблемы фазовой синхронизации. Существует два основных метода решения этой задачи: активная и пас-

сивная фазовая синхронизация излучателей. Пассивное согласование фазы использует внутренние физические параметры системы, формируя распределенную оптическую обратную связь, при которой часть суммарного пучка возвращается ко всем источникам излучения лазерного ансамбля. Такие системы имеют более сложный конструктив и часто ограничены общей выходной мощностью излучения [4].

Методы активной фазовой синхронизации в большинстве случаев используют распределенную адаптивную оптическую систему с оптимизацией функции качества. Чаще всего на сегодняшний день встречается система, в основе которой лежит алгоритм стохастической аппроксимации градиента [5]. Также в последнее время стали пользоваться популярностью методы, основанные на нейросетевых технологиях, однако применительно к задаче анализа пространственных характеристик в мультиапертурных системах такие методы пока не обеспечивают гарантированного решения и требуют более глубокой проработки [6].

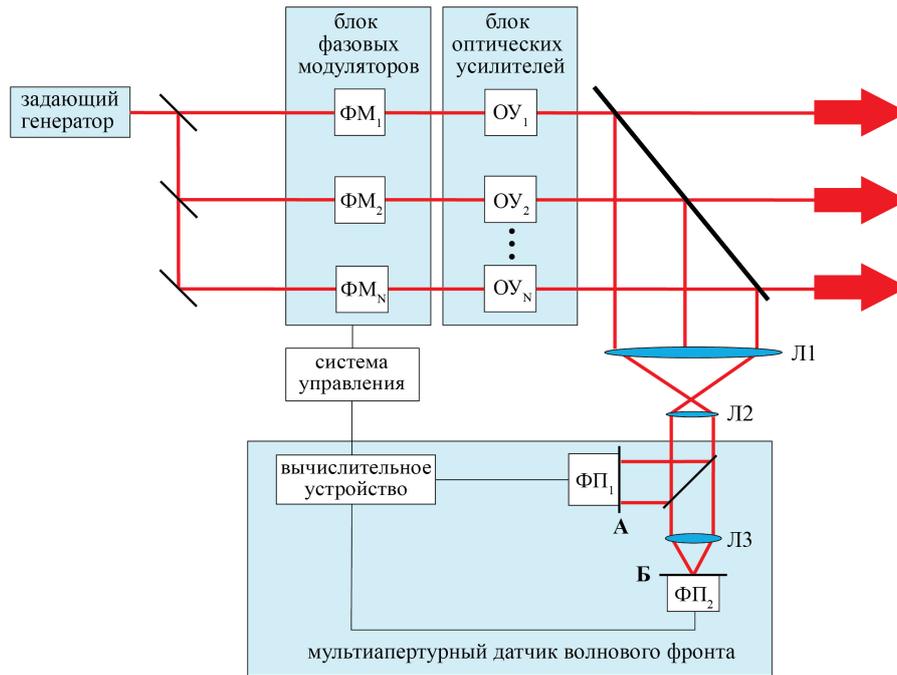


Рис. 1. Структурная схема многоканального лазерного излучателя (ОУ – оптические усилители; ФМ – фазовые модуляторы, ФП – фотоприемник)
 Fig. 1. Diagram of a multichannel laser emitter (OU – optical amplifiers; ФМ – phase modulators, ФП – photodetector)

В настоящей статье рассмотрен метод восстановления фазовой информации без опорного пучка для системы когерентного сложения с активной обратной связью, в основе работы которого лежит алгоритм Гершберга – Сэкстона [7]. Данный алгоритм позволяет восстанавливать комплексные поля на апертуре линзы и в ее фокальной плоскости по распределениям их интенсивностей.

1. Схема активного когерентного сложения пучков

Структурная схема системы активной фазовой синхронизации, использующей алгоритм Гершберга – Сэкстона, представлена на рис. 1.

Оптический сигнал от единого задающего генератора разделяется на N лазерных пучков. После прохождения через блок фазовых модуляторов и одномодовых оптических усилителей излучение разделяется на два пучка. Фаза на выходе каждого из усилителей является случайной вследствие различных оптических путей в отдельных лазерных каналах. Основной пучок попадает на выходную апертуру, а второй фокусируется на фотоприемнике, регистрирующем изображение в апертурной и фокальной плоскостях изображения. Измеренные распределения поступают в вычислительное устройство, где в ходе реализации итерационного алгоритма определяется фазовое распределение, на основе которого формируются управляющие

сигналы на фазовые модуляторы для синхронизации лазерных каналов.

2. Анализ алгоритма Гершберга – Сэкстона

Математическая формулировка задачи Гершберга – Сэкстона заключается в построении комплексной функции $\tilde{E}(\xi)$ по ее модулю $|\tilde{E}(\xi)|$ и модулю ее преобразования Фурье $|E(\mathbf{r})|$, где $E(\mathbf{r})$ – преобразование Фурье функции $\tilde{E}(\xi)$. На первой итерации для выбранного в качестве начального приближения фазы и измеренного в апертурной плоскости распределения модуля $|\tilde{E}(\xi)|$ вычисляется комплексная амплитуда в $E(\mathbf{r})$ фокальной плоскости. Затем модуль этой амплитуды заменяется известным модулем $|E(\mathbf{r})|$. Далее вычисляется обратное распространение пучка, операция замены модуля осуществляется в апертурной плоскости, а полученная таким образом фаза выбирается в качестве следующего приближения.

Таким образом, алгоритм Гершберга – Сэкстона записывается в виде следующей итерационной процедуры

$$\begin{aligned} \tilde{E}_0(\xi) &= \tilde{M}(\xi) \exp[i\varphi_E^{(0)}(\xi)]; \\ \tilde{E}_k(\xi) &= P_2 FT\{P_1 FT^{-1}[\tilde{E}_{k-1}(\xi)]\}, \quad k = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (1)$$

где FT и FT^{-1} – прямое и обратное преобразования Фурье соответственно; P_1 и P_2 – операции замены модуля в фокальной и апертурной плоскостях.

Анализ сходимости алгоритма Гершберга – Сэкстона проводился для модели волоконных лазерных источников с гексагональной упаковкой каналов и гауссовым амплитудным распределением в каждом пучке.

Фаза в каждом канале выбиралась случайным образом в пределах $\pm\pi$ рад. Подобное фазовое распределение имитирует многоканальную систему, состоящую из одномодовых лазерных излучателей, фаза в каждом из которых обусловлена различием оптических путей в отдельных каналах. Качество восстановления комплексных функций $\tilde{E}(\xi)$ и $E(\mathbf{r})$ оценивалось по двум характеристикам. По нормированной интегральной ошибке модуля в апертурной плоскости

$$\delta_{\text{mod}k} = \sqrt{\int [|\tilde{E}(\xi)| - \tilde{M}(\xi)]^2 d\xi}, \quad (2)$$

где $\delta_{\text{mod}1}$ – ошибка модуля на первой итерации. В дополнение к ошибке модуля качество изображения оценивалось также по значениям функции нормированной резкости изображения

$$S = \int I_k^2(\vec{r}) d\vec{r}, \quad (3)$$

где S_{PH} – функция резкости сфазированной системы (при одинаковых фазах в каждом канале). Анализ для семиканальной лазерной системы был проведен в работе [8]. Показано, что при центрально-симметричном начальном модуле сходимость алгоритма не гарантирована и зависит от начальных условий. Проблему сопутствующих побочных решений можно устранить введением антисимметричной амплитудной модуляции. В этом случае в систему помещается амплитудная маска, коэффициент прохождения которой представляет собой специально подобранную двумерную функцию, не обладающую центральной симметрией. Реализация этого ограничения обеспечивает гарантированную сходимость алгоритма для семилазерной системы.

Однако с увеличением числа фазированных каналов алгоритм начинает впадать в локальные экстремумы или так называемые стагнационные состояния [9]. Физически образование локальных экстремумов связано с поиском энергетического баланса между различными составляющими сигнала ошибки.

3. Методика восстановления фазовой информации

Характерное свойство алгоритма, заключающееся в присутствии состояний стагнации, серьезно

ограничивает возможности его применения. Хотя этот метод достаточно прост и быстр, он сходится к правильному решению только при особых условиях, например, таких как удачное начальное приближение или небольшое количество каналов для фазирования. Хорошим решением обеспечения надежной сходимости алгоритма в таких условиях является использование методов глобальной оптимизации.

Единой методики по решению задач с множеством экстремумов, признанной универсальной, не существует, так как выбор подходящего метода зависит от множества условий и параметров конкретной системы. Для алгоритма Гершберга – Сэкстона важно обеспечить быструю и легкую локальную оптимизацию без необходимости вычисления частных производных. Высокая скорость выполнения итераций обеспечивается простой операцией замены модуля, на которую не влияет размерность задачи. Таким образом, при синтезе метода глобальной оптимизации стоит использовать алгоритм «случайный мултистарт» – многократный поиск из случайных начальных точек с последующим выбором лучшего результата [10]. Этот алгоритм глобального поиска обладает высокой скоростью выполнения приближений и позволяет осуществлять одновременный поиск локальных экстремумов из различных исходных точек.

Однако при большом количестве каналов фазовой синхронизации увеличение количества параллельных процессоров мало влияет на результат. Даже при числе каналов $N = 37$ процент сходимости алгоритма всего 50 %. При дальнейшем увеличении количества каналов наступает момент, когда алгоритм перестает сходиться из любой начальной точки. Поэтому при большом количестве каналов необходимо использовать некоторые методы уменьшения размерности задачи. Исходя из вышеизложенного, для использования данного алгоритма для фазовой синхронизации произвольного числа оптических источников необходимо использовать следующие оптимизационные методы [11]:

- 1) реализация антисимметричной амплитудной модуляции для устранения симметричных решений;
- 2) разделение системы, размерностью более 19 каналов на блоки и синхронизация отдельных блоков;

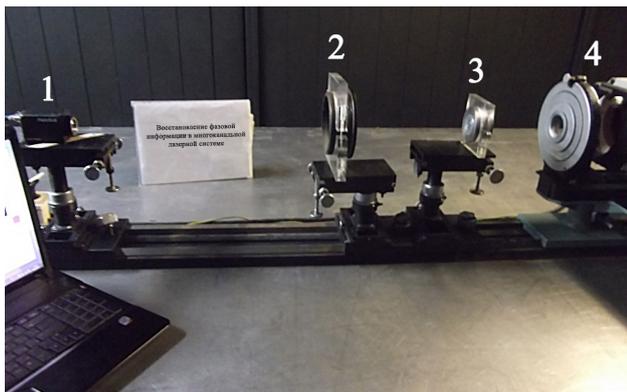


Рис. 2. Лабораторный стенд по восстановлению фазовых характеристик в семиканальной системе: 1 – видеочамера; 2 – светоделитель; 3 – маска; 4 – интерферометр
 Fig. 2. Laboratory stand for the restoration of phase characteristics in a seven-channel system: 1 – camera; 2 – beam splitter; 3 – mask; 4 – interferometer

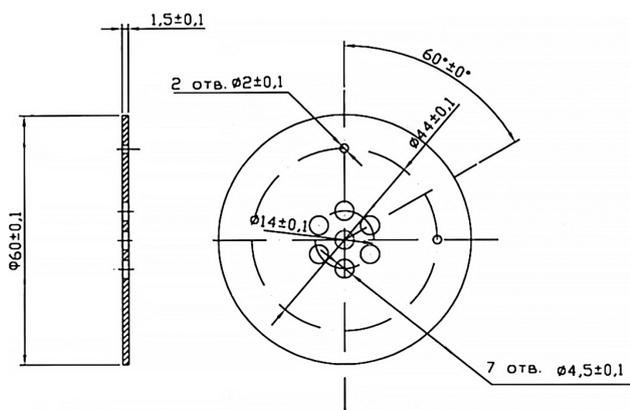


Рис. 3. Конструкция макета семиканальной лазерной системы
 Fig. 3. Design of a seven-channel laser system model

3) применение алгоритмов глобальной оптимизации, в частности алгоритма «случайный мултистарт»;

4) использование дополнительной априорной информации, основанной на свойствах системы, одномодовых лазерных источников, их упаковке и восстановлении только фазовых сдвигов.

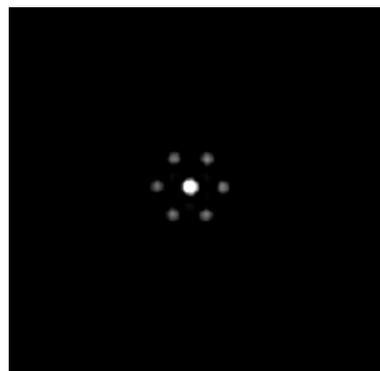
Таким образом, алгоритм Гершберга – Сэкстона входит составной частью в численную процедуру, осуществляющую глобальную оптимизацию, которую можно определить как стратегию восстановления фазовой информации в мультиапертурном датчике волнового фронта.

4. Экспериментальное восстановление фазовой информации

Физический эксперимент по восстановлению фазовой информации проводился на модели семиканальной лазерной системы с равномерным распределением интенсивности и различным фа-



a



b

Рис. 4. Зарегистрированные изображения в фокальной плоскости: а – система со случайным сдвигом в каждом канале; б – сфазированная система
 Fig. 4. Images recorded in the focal plane: a – system with a random shift in each channel; b – phased system

зовым сдвигом φ в каждом канале. Общий вид лабораторного стенда представлен на рис. 2.

В качестве основного источника излучения, был использован интерферометр Zygo, лазерный пучок которого имеет равномерное поляризованное распределение. С выхода интерферометра излучение попадает на специально изготовленный для эксперимента макет семиканальной лазерной системы [12] с различным фазовым сдвигом в каждом канале (рис. 3).

С помощью светоделителя часть излучения отводится для регистрации распределения в плоскости изображения. В качестве измерителя распределения интенсивности применялась система измерения энергетических и пространственных характеристик.

При этом основную роль играет распределение интенсивности в фокальной плоскости, так как распределение в апертурной плоскости не изменялось в зависимости от фазовых сдвигов и в ряде экспериментов заменялось численным моделированием. Основная часть излучения фокусируется линзой на поверхности приемника, где регистри-

руется изображение в фокальной плоскости пучка. Полученные распределения обрабатываются специализированным программным обеспечением, в котором реализовано восстановление фазового распределения с помощью алгоритма Гершберга – Сэкстона. Примеры зарегистрированных изображений для сфазированной и несфазированной систем представлены на рис. 4.

Восстановление происходило как из нулевой, так и из случайных начальных точек. Восстановленное распределение сравнивалось с численным моделированием при минимуме ошибки модуля в фокальной плоскости при 10 000 различных случайных вариациях фазовых сдвигов в каждом канале. Фазовое поле восстанавливалось в среднем за 15–20 последовательных итерационных процедур. Точность измерения волнового фронта составила порядка $\lambda / 100$, при этом основной вклад в

ошибку внесла точность юстировки и установки фазовых пластин.

Заключение

Рассмотренный в настоящей работе подход к построению датчика волнового фронта для фазовой синхронизации одномодовых излучателей в мультиапертурной лазерной системе основан на методах обработки изображений, в частности на алгоритме Гершберга – Сэкстона. Использование разработанной методики восстановления волнового фронта в совокупности с методами глобальной оптимизации позволяет убрать основную проблему используемого алгоритма, связанную с отсутствием гарантированной сходимости в общем случае. Можно сделать вывод, что такой подход будет являться достойной альтернативой существующим в настоящее время методам.

Список литературы

1. Милютин Е.Р. Флуктуации интенсивности сигнала в атмосферных оптических системах передачи информации // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2016. Т. 19, № 1. С. 12–15. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7152>
2. Power scaling analysis of fiber lasers and amplifiers based on non-silica materials / J.W. Dawson [et al.] // Proc. SPIE. 2010. Vol. 7686. P. 768611. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.852393>
3. Веденькин Д.А., Седелников Ю.Е. Свойства и технические приложения антенных решеток, сфокусированных по широкополосному сигналу // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 4. С. 88–94. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.4.88-94>
4. Minden M.L. Passive coherent combining of fiber oscillators // Proc. of SPIE. 2007. Vol. 6453. P. 64530P. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.714437>
5. Vorontsov M.A., Lachinova S.L. Laser beam projection with adaptive array of fiber collimators. I. Basic considerations for analysis // Journal of the Optical Society of America A. 2008. Vol. 25, no. 8. P. 1949–1973. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.25.001949>
6. Vorontsov M.A., Filimonov G.A. The self-learning AI controller for adaptive power beaming with fiber-array laser transmitter system // Advances in Artificial Intelligence and Machine Learning. 2023. Vol. 3, no. 1. P. 731–760. DOI: <https://doi.org/10.54364/AAIML.2023.1148>
7. Gerchberg R.W., Saxton W.O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures // Optik. 1971. Vol. 35. P. 237–250.
8. Польских С.Д., Семёнов П.А. Многоапертурный датчик волнового фронта для системы когерентного сложения лазерных пучков // Оптический журнал. 2016. Т. 83, № 6. С. 7–13. URL: <https://opticjourn.ru/ru/abstract/2016-83-6-7-13>
9. Fienup J.R. Phase retrieval algorithms: a comparison // Applied Optics. 1982. Vol. 21, no. 15. P. 2758–2769. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.21.002758>
10. Жиглявский А.А., Жилинскас А.Г. Методы поиска глобального экстремума. М.: Наука, 1991. 248 с.
11. Семёнов П.А., Земляков В.В., Вяткина С.А. Анализ эффективности реконструкции фазового поля в мультиапертурных оптических системах на основе алгоритмов обработки изображений // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. 2024. Т. 7, № 2. С. 268–279. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=68623783>
12. Семёнов П.А. Разработка макета семиканальной лазерной системы для физического моделирования мультиапертурного датчика волнового фронта // Инженерный вестник Дона. 2023. № 10. С. 701–708. URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2023/8764>

Информация об авторах

Семёнов Петр Алексеевич, аспирант физического факультета Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия.
Область научных интересов: компьютерное моделирование, обработка изображений, адаптивные оптические системы.
E-mail: piter@bk.ru

Земляков Вячеслав Викторович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры прикладной электродинамики и компьютерного моделирования физического факультета Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия.

Область научных интересов: физика радиоволн, численные методы прикладной электродинамики, инфокоммуникационные системы и технологии.

E-mail: vvzemlyakov@sfedu.ru

Вяткина Светлана Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики физического факультета Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия.

Область научных интересов: электродинамика СВЧ, спиновая электроника, устройства на магнитостатических волнах, СВЧ-электроника.

E-mail: svyatkina@sfedu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7858-8607>

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2027, vol. 27, no. 3, pp. 40–46

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.3.40-46](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.40-46)

UDC 535.41

Original Research

Received 28 June 2024

Accepted 29 July 2024

Published 30 September 2024

Phase synthesis method in multi-aperture optical systems based on iterative image processing algorithms

Petr A. Semenov, Viacheslav V. Zemlyakov, Svetlana A. Vyatkina 

Southern Federal University
105/42, Bolshaya Sadovaya Street,
Rostov-on-Don, 344006, Russia

Abstract – Background. Modern technologies in the field of optics and photonics place high demands on the quality and output power of the radiation source. The fulfillment of these requirements can currently be achieved by creating multi-aperture laser systems with coherent beam addition. The main problem of creating such systems is the development of phase synthesis methods in a multichannel optical system. **Aim.** In this paper, we consider a phase synchronization method without a reference beam for a coherent addition system with active feedback, which is based on the Gerchberg–Saxton algorithm. This algorithm makes it possible to reconstruct complex field amplitudes in the aperture and focal planes from intensity distributions in these fields. The application of this algorithm for multichannel systems is analyzed and its features, such as the occurrence of stagnation and ambiguity of the solution, are revealed. **Methods.** Solutions are proposed to eliminate the problem of convergence of the algorithm to side solutions and getting the iterative procedure into the local extremum using global optimization algorithms, methods of reducing the dimension of the problem and the introduction of antisymmetric amplitude modulation. **Results.** The paper demonstrates the results of phase field reconstruction for a large number of optical sources. For a seven-aperture system, a physical simulation was performed to restore phase information, confirming the results of numerical modeling. **Conclusion.** The proposed approach is a reasonable alternative to currently existing methods and can be used in the problem of coherent addition in multichannel optical systems.

Keywords – Gerchberg–Saxton algorithm; phase field reconstruction; multi-aperture laser systems; physical modeling; global optimization.

✉ piter@bk.ru (Petr A. Semenov)



© Petr A. Semenov, Viacheslav V. Zemlyakov, Svetlana A. Vyatkina, 2024

References

1. E. R. Milyutin, “The irradiance fluctuations signal in atmospheric optical of systems transmit of informations,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 12–15, 2016, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7152>. (In Russ.)
2. J. W. Dawson et al., “Power scaling analysis of fiber lasers and amplifiers based on non-silica materials,” *Proc. SPIE*. 2010. Vol. 7686, p. 768611, doi: <https://doi.org/10.1117/12.852393>.
3. D. A. Veden’kin and Yu. E. Sedel’nikov, “Properties and technical applications of antenna arrays focused on a broadband signal,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 4, pp. 88–94, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.4.88-94>. (In Russ.)
4. M. L. Minden, “Passive coherent combining of fiber oscillators,” *Proc. of SPIE*, vol. 6453, p. 64530P, 2007, doi: <https://doi.org/10.1117/12.714437>.
5. M. A. Vorontsov and S. L. Lachinova, “Laser beam projection with adaptive array of fiber collimators. I. Basic considerations for analysis,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 25, no. 8, pp. 1949–1973, 2008, doi: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.25.001949>.
6. M. A. Vorontsov and G. A. Filimonov, “The self-learning AI controller for adaptive power beaming with fiber-array laser transmitter system,” *Advances in Artificial Intelligence and Machine Learning*, vol. 3, no. 1, pp. 731–760, 2023, doi: <https://doi.org/10.54364/AAIML.2023.1148>.
7. R. W. Gerchberg and W. O. Saxton, “A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures,” *Optik*, vol. 35, pp. 237–250, 1971.

8. S. D. Pol'skikh and P. A. Semenov, "Multi-aperture wavefront sensor for coherent laser beam combining system," *Opticheskiy zhurnal*, vol. 83, no. 6, pp. 7–13, 2016, url: <https://opticjourn.ru/ru/abstract/2016-83-6-7-13>. (In Russ.)
9. J. R. Fienup, "Phase retrieval algorithms: a comparison," *Applied Optics*, vol. 21, no. 15, pp. 2758–2769, 1982, doi: <https://doi.org/10.1364/AO.21.002758>.
10. A. A. Zhiglyavskiy and A. G. Zhilinskas, *Methods for Searching for a Global Extremum*. Moscow: Nauka, 1991. (In Russ.)
11. P. A. Semenov, V. V. Zemlyakov, and S. A. Vyatkina, "Analysis of the efficiency of phase field reconstruction in multi-aperture optical systems based on image processing algorithms," *Infokommunikatsionnye i radioelektronnye tekhnologii*, vol. 7, no. 2, pp. 268–279, 2024, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=68623783>. (In Russ.)
12. P. A. Semenov, "Development of a seven-channel laser system layout for physical modeling of a multi-aperture wavefront sensor," *Inzhenernyy vestnik Dona*, no. 10, pp. 701–708, 2023, url: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n10y2023/8764>. (In Russ.)

Information about the Authors

Petr A. Semenov, postgraduate student of Faculty of Physics, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia.
Research interests: computer modeling, image processing, adaptive optical systems.
E-mail: piter@bk.ru

Viacheslav V. Zemlyakov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, professor of the Department of Applied Electrodynamics and Computer Modeling, Faculty of Physics, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia.
Research interests: physics of radio waves, numerical methods of applied electrodynamics, infocommunication systems and technologies.
E-mail: vvezemlyakov@sfnu.ru

Svetlana A. Vyatkina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Radiophysics, Faculty of Physics, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia.
Research interests: microwave electrodynamics, spin electronics, magnetostatic wave devices, microwave electronics.
E-mail: svyatkina@sfnu.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7858-8607>

Параметрический синтез различных радиоустройств с заданным количеством каскадов типа «нелинейная часть – смешанный четырехполюсник»

А.А. Головков 

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия»
394064, Россия, г. Воронеж,
ул. Старых Большевиков, 54а

Аннотация – Обоснование. Наличие возможности аналитического определения части параметров различных радиоустройств, оптимальных по критерию обеспечения заданных значений модулей и фаз передаточных функций на необходимом количестве частот, значительно уменьшает время численной оптимизации остальной части параметров по критерию формирования требуемых АЧХ и ФЧХ в полосе частот. До настоящего времени такие задачи решались в отношении радиоустройств только с одним каскадом типа «нелинейная часть – согласующее устройство» или «согласующее устройство – нелинейная часть». В качестве согласующего устройства использовались реактивные, резистивные, комплексные или смешанные четырехполюсники. Решена также задача многокаскадных радиоустройств с реактивными четырехполюсниками. Изменение базиса для согласующих четырехполюсников и места включения нелинейной части приводит к изменению области физической реализуемости. **Цель.** Разработка алгоритмов параметрического синтеза радиоустройств с произвольным количеством одинаковых и неодинаковых каскадов типа «нелинейная часть – согласующий смешанный четырехполюсник» по критерию обеспечения заданных частотных характеристик. Нелинейные части представлены в виде нелинейного элемента и параллельной или последовательной по току или напряжению обратной связи. **Методы.** Теория четырехполюсников, матричная алгебра, метод декомпозиции, метод синтеза управляющих устройств СВЧ, численные методы оптимизации. **Результаты.** В интересах достижения указанной цели сформированы и решены системы алгебраических уравнений. Получены модели оптимальных смешанных четырехполюсников в виде математических выражений для определения взаимосвязей между элементами их классической матрицы передачи и для отыскания зависимостей сопротивлений двухполюсников от частоты. Показано, что при определенных соотношениях между количеством одинаковых каскадов и значениями сопротивлений источника сигнала и нагрузки однокаскадного радиоустройства частотные характеристики однокаскадного и многокаскадного радиоустройств оказываются идентичными или подобными. Такие схемы названы эквивалентными. Использование неодинаковых каскадов приводит к значительному увеличению рабочей полосы частот. **Заключение.** Сравнительный анализ теоретических результатов (АЧХ и ФЧХ радиоустройств, значения параметров), полученных путем математического моделирования в системе MathCad, и экспериментальных результатов, достигнутых путем схемотехнического моделирования в системах OrCad и MicroCap, показывает их удовлетворительное совпадение.

Ключевые слова – параметрический синтез смешанных четырехполюсников; заданные частотные характеристики многокаскадных радиоустройств.

Введение

В работе [1] предложены алгоритмы параметрического синтеза плоско-слоистых сред (ПСС), содержащих заданное количество управляемых и неуправляемых слоев, по критерию обеспечения заданной амплитудно-фазовой модуляции рассеянного сигнала. Управляемые слои – это двумерно-периодические решетки проводящих стержней или полосок, в разрывы которых включены нелинейные элементы, управляемые низкочастотным сигналом. Неуправляемые слои (НС) – это однородные диэлектрические слои без потерь или двумерно-периодические решетки стержней или полосок. В общем случае ПСС функционирует в смешанном режиме – присутствует как отраженная, так и проходящая волна. Если один из НС, расположенный последним по

направлению падающей волны, выполнен в виде проводящего экрана, то ПСС является отражающей. В этом случае ПСС может быть использована в качестве основы для построения перспективной курсо-глицсадной системы [2]. Суть алгоритмов состоит в формировании систем алгебраических уравнений, отвечающих требованиям к системным операторам (коэффициентам отражения и передаточным функциям) в заданном количестве состояний, удовлетворяющих заданным уровням низкочастотного сигнала. Результатом решения этих уравнений является система взаимосвязей между элементами классической матрицы передачи некоторых НС, отнесенных к неуправляемой части. Оставшаяся часть НС отнесена к управляемой части ПСС. Система взаимосвязей – это ис-

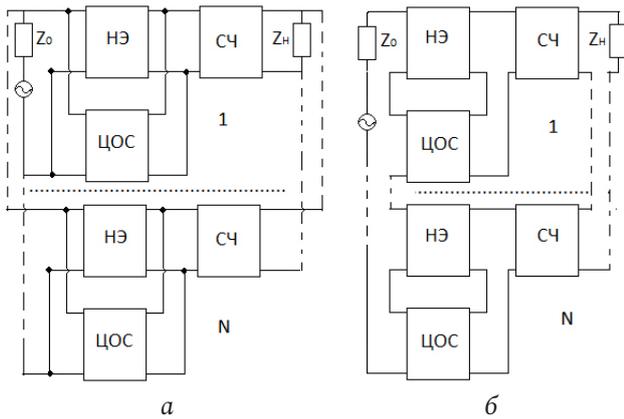


Рис. 1. Структурные схемы многокаскадных радиоустройств с параллельной по напряжению (а) и последовательной по току (б) ЦОС, включенными между источником сигнала и СЧ
Fig. 1. Structural diagrams of multi-stage radio devices with parallel voltage (a) and serial current (b) digital signal processing systems connected between the signal source and the midrange

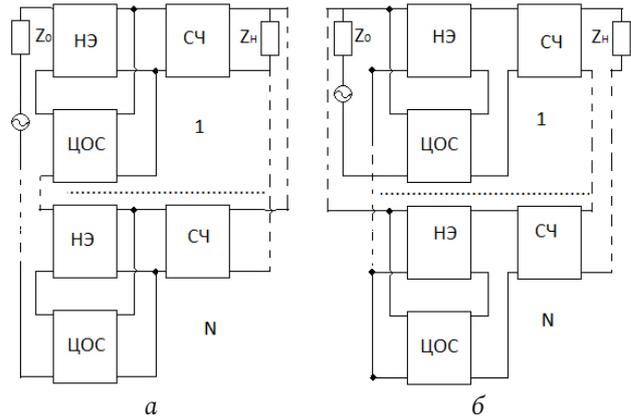


Рис. 2. Структурные схемы многокаскадных радиоустройств с последовательной по напряжению (а) и параллельной по току (б) цепями обратной связи, включенными между источником сигнала и СЧ
Fig. 2. Structural diagrams of multi-stage radio devices with serial voltage (a) and parallel current (b) feedback circuits connected between the signal source and the midrange

ходная система уравнений для отыскания параметров НС.

Разработанные алгоритмы могут быть использованы практически в любом диапазоне радиочастот. Отличие состоит лишь в реализации элементов классической матрицы передачи НС. В соответствующих диапазонах частот это могут быть элементы либо с распределенными параметрами [1; 2], либо с сосредоточенными параметрами [3–7]. Для реализации геометрических размеров неуправляемых и управляемых решеток ПСС [1; 2] необходимо привлечение результатов решения задач дифракции электромагнитных волн на различных проводящих телах [8].

Наиболее полно метод решения задач параметрического синтеза различных радиоустройств (за исключением многокаскадных) с обоими типами элементов изложен в работе [9].

В данной работе предлагается рассмотреть особенности этих алгоритмов с учетом наличия каскадов типа «нелинейная часть (НЧ) – смешанный четырехполюсник (СЧ)».

Эти каскады включены между источником сигнала с сопротивлением $z_0 = r_0 + jx_0$ и нагрузкой $z_n = r_n + jx_n$ (рис. 1, 2). При этом учитывалось, что НЧ состоит из трехполюсного нелинейного элемента (НЭ) и охватывающей его цепи обратной связи (ЦОС – параллельной или последовательной по току или напряжению).

Оптимизация параметров двухполюсников, не входящих в КЧ, осуществляется с помощью известных численных методов [10] по критерию обеспечения заданной рабочей полосы частот. Все обозначения неопределенных величин в данной статье соответствуют принятым в [9].

Алгоритм синтеза многокаскадных радиоустройств с учетом наличия каскадов типа «РЧ – НЧ» приведен в работе [11].

1. Результаты параметрического синтеза

Здесь в качестве примера приводятся некоторые из решений, полученных для типовых схем СЧ при использовании параллельной по напряжению обратной связи (рис. 1, а). Если синтезируется радиоустройство с одинаковыми каскадами [11], а в качестве СЧ используется последовательное соединение сопротивлений R и X (рис. 3, а), то зависимости этих сопротивлений от частоты определяются следующим образом (аргументы опущены):

$$R = \frac{(1 - d_r - e_r)b_r - b_x(d_x + e_x)}{b_r^2 + b_x^2}; \quad (1)$$

$$X = \frac{(d_r + e_r - 1)b_x - b_r(d_x + e_x)}{b_r^2 + b_x^2}.$$

Два параллельно соединенных сопротивления R и X (рис. 3, б):

$$R = \frac{c_r^2 + c_x^2}{(1 - d_r - e_r)c_r - c_x(d_x + e_x)}; \quad (2)$$

$$X = \frac{c_r^2 + c_x^2}{(d_x + e_x)c_r - c_x(d_r + e_r - 1)}.$$

Г-образное соединение двух сопротивлений R и X (рис. 3, в):

$$R = \frac{Xd_x - c_r}{d_r + e_r - 1 - Xb_x}; \quad (3)$$

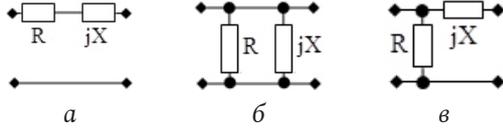


Рис. 3. Синтезированные СЧ
Fig. 3. Synthesized mixed quadrupole

$$X = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2},$$

где

$$\begin{aligned} A_2 &= b_r d_x - b_x d_r; \\ B_2 &= d_r^2 + d_x^2 + d_r e_r + d_x e_x - d_r - b_r c_r - b_x c_x; \\ C_2 &= (d_r + e_r - 1)c_x - c_r(d_x + e_x). \end{aligned}$$

Г-образное соединение двух сопротивлений X и R (рис. 4, а):

$$R = \frac{X(d_x + e_x) - c_r}{d_r - Xb_x}; \quad (4)$$

$$X = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2},$$

где

$$\begin{aligned} A_2 &= (d_x + e_x)b_r - b_x(d_r + e_r - 1); \\ B_2 &= d_r^2 + d_x^2 + d_r e_r + d_x e_x - d_r - b_r c_r - b_x c_x; \\ C_2 &= c_x d_r - c_r d_x. \end{aligned}$$

Обратное Г-образное соединение двух сопротивлений R и X (рис. 4, б):

$$R = \frac{c_r - X(d_x + e_x)}{Xb_x + 1}; \quad (5)$$

$$X = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2},$$

где

$$\begin{aligned} A_2 &= (d_r + e_r - 1)b_x - b_r(d_x + e_x); \\ B_2 &= d_r + e_r - 1 + b_r c_r + b_x c_x; \quad C_2 = c_x. \end{aligned}$$

Обратное Г-образное соединение двух сопротивлений X и R (рис. 4, в):

$$R = \frac{c_r}{Xb_x + 1 - d_r - e_r}; \quad (6)$$

$$X = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2},$$

где

$$\begin{aligned} A_2 &= -b_x; \quad B_2 = d_r + e_r - 1 + b_r c_r + b_x c_x; \\ C_2 &= (d_x + e_x)c_r - c_x(d_r + e_r - 1). \end{aligned}$$

Т-образное соединение трех сопротивлений $X_{1,3}$ и R_2 (рис. 5, а):

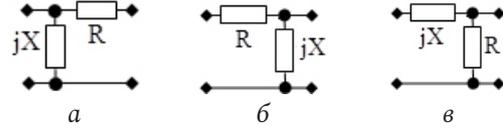


Рис. 4. Синтезированные СЧ (продолжение)
Fig. 4. Synthesized mixed quadrupoles (continued)

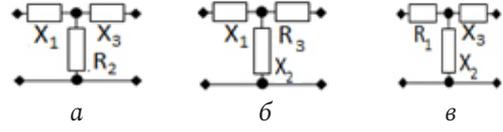


Рис. 5. Синтезированные СЧ (продолжение)
Fig. 5. Synthesized mixed quadrupoles (continued)

$$X_1 = \frac{(d_r + e_r - 1 - X_3 b_r)R_2 + c_r - X_3 d_x}{R_2 b_x + X_3 b_r}; \quad (7)$$

$$R_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2},$$

где

$$\begin{aligned} A_2 &= (d_r + e_r - 1)b_r + b_x(d_x + e_x); \\ B_2 &= (b_r^2 + b_x^2)X_3^2 + [2b_x + b_r e_x - b_x e_r]X_3 + \\ &+ 1 - d_r - e_r + b_r c_r + b_x c_x; \\ C_2 &= (b_r d_r + b_x d_x)X_3^2 + (d_x + b_r c_x - b_x c_r)X_3 - c_r. \end{aligned}$$

$$X_1 = \frac{(d_r + e_r - 1 - X_3 b_r)R_2 + c_r - X_3 d_x}{R_2 b_x + X_3 b_r}; \quad (8)$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$\begin{aligned} A_3 &= (b_r^2 + b_x^2)R_2 + b_r d_r + b_x d_x; \\ B_3 &= d_x + b_r c_x - b_x c_r + R_2(2b_x + b_r e_x - b_x e_r); \\ C_3 &= [(d_r + e_r - 1)b_r + b_x(d_x + e_x)]R_2^2 + \\ &+ (b_r c_r + b_x c_x + 1 - d_r - e_r)R_2 - c_r. \end{aligned}$$

$$R_2 = \frac{(d_x + X_1 b_r)X_3 - c_r}{d_r + e_r - 1 - b_x(X_1 + X_3)}; \quad (9)$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$\begin{aligned} A_3 &= b_x d_r - b_x d_r - X_1(b_r^2 + b_x^2); \\ B_3 &= [b_x(2d_r + e_r - 2) - b_r(2d_x + e_x)]X_1 + \\ &+ d_r - d_r^2 - d_x^2 + b_r c_r + b_x c_x - d_r e_r - d_x e_x; \\ C_3 &= (d_r + e_r - 1 + b_r c_r + b_x c_x)X_1 - b_x X_1^2 + \\ &+ (d_x + e_x)c_r - c_x(d_r + e_r - 1). \end{aligned}$$

Т-образное соединение трех сопротивлений $X_{1,2}$ и R_3 (рис. 5, б):

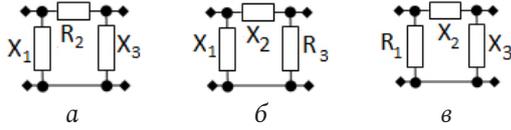


Рис. 6. Синтезированные СЧ (продолжение)
Fig. 6. Synthesized mixed quadrupoles (continued)

$$X_1 = \frac{R_3 d_r + c_r - X_2(d_x + e_x + R_3 b_x)}{R_3 b_x + X_2 b_r}; \quad (10)$$

$$X_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2},$$

где

$$\begin{aligned} A_2 &= (b_r^2 + b_x^2)R_3 + (d_r + e_r - 1)b_r + b_x(d_x + e_x); \\ B_2 &= d_x + e_x - R_3(b_r e_x - b_x e_r) + b_r c_x - b_x c_r; \\ C_2 &= (b_r d_r + b_x d_x)R_3^2 + (b_r c_r - d_r + b_x c_x)R_3 - c_r. \end{aligned}$$

$$X_1 = \frac{R_3 d_r + c_r - X_2(d_x + e_x + R_3 b_x)}{R_3 b_x + X_2 b_r}; \quad (11)$$

$$R_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},$$

где

$$\begin{aligned} A_3 &= b_r d_r + b_x d_x; \\ B_3 &= (b_r^2 + b_x^2)X_2^2 + (b_x e_r - b_r e_x)X_2 - d_r + b_r c_r + b_x c_x; \\ C_3 &= [(d_r + e_r - 1)b_r + b_x(d_x + e_x)]X_2^2 + \\ &+ (d_x + e_x + b_r c_x - b_x c_r)X_2 - c_r. \end{aligned}$$

$$X_2 = \frac{(d_r - X_1 b_x)R_3 + c_r}{d_x + e_x + R_3 b_x + X_1 b_r}; \quad (12)$$

$$R_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},$$

где

$$\begin{aligned} A_3 &= b_r d_r + b_x d_x; \\ B_3 &= d_r^2 - d_r + d_x^2 + \\ &+ [(2d_x + e_x)b_r - b_x(2d_r + e_r)]X_1 + X_1^2(b_r^2 + b_x^2) + \\ &+ b_r c_r + b_x c_x + d_r e_r + d_x e_x; \\ C_3 &= (d_r + e_r - 1)c_r + c_x(d_x + e_x) + \\ &+ (b_r c_x - b_x c_r - d_x - e_x)X_1 - b_r X_1^2. \end{aligned}$$

Т-образное соединение трех сопротивлений $X_{2,3}$ и R_1 (рис. 5, в):

$$R_1 = \frac{X_3 d_x + X_2(d_x + e_x + X_3 b_r) - c_r}{b_x(X_2 + X_3) + 1}; \quad (13)$$

$$X_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2},$$

где

$$A_2 = (b_r^2 - b_x^2)X_3 + (d_r + e_r - 1)b_x + b_r(d_x + e_x);$$

$$B_2 = (b_r^2 - b_x^2)X_3^2 + [(2d_r + e_r - 2)b_x + b_r(2d_x + e_x)]X_3 + d_r + e_r - 1 - b_r c_r + b_x c_x;$$

$$C_2 = (b_r d_x + b_x d_r)X_3^2 + (d_r - b_r c_r + b_x c_x)X_3 + c_x.$$

$$R_1 = \frac{X_3 d_x + X_2(d_x + e_x + X_3 b_r) - c_r}{b_x(X_2 + X_3) + 1}; \quad (14)$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = b_r d_x + b_x d_r + (b_r^2 - b_x^2)X_2^2;$$

$$B_3 = (b_r^2 - b_x^2)X_2^2 + d_r - b_r c_r + b_x c_x + X_2[(2d_r + e_r - 2)b_x + b_r(2d_x + e_x)];$$

$$C_3 = c_x + [(d_r + e_r - 1)b_x + b_r(d_x + e_x)]X_2^2 + (d_r + e_r - 1 - b_r c_r + b_x c_x)X_2.$$

$$X_2 = \frac{c_r - R_1 - X_3(d_x + R_1 b_x)}{d_x + e_x + R_1 b_x + X_3 b_r}; \quad (15)$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = b_r d_r + b_x d_x + (b_r^2 + b_x^2)R_1;$$

$$B_3 = d_x + b_r c_x - b_x c_r + d_r e_x - d_x e_r + (2b_x + b_r e_x - b_x e_r)R_1;$$

$$C_3 = (d_r + e_r - 1)c_r + c_x(d_x + e_x) - R_1^2 b_r + (b_r c_r + b_x c_x - d_r - e_r + 1)R_1.$$

П-образное соединение трех сопротивлений $X_{1,3}$ и R_2 (рис. 6, а):

$$X_1 = \frac{(c_r - X_3 d_x)R_2 - X_3 c_x}{(d_r + e_r - 1 + R_2 b_r)X_3 + c_x}; \quad (16)$$

$$R_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2},$$

где

$$A_2 = (b_r d_r + b_x d_x)X_3^2 + (d_x + b_r c_x - b_x c_r)X_3 - c_r;$$

$$B_2 = (b_r c_r + b_x c_x - d_r + d_r e_r + d_x e_x)X_3^2 + (c_x e_r - c_r e_x)X_3 + (c_x + X_3 d_r)^2 + (c_r - X_3 d_x)^2;$$

$$C_2 = [(d_r + e_r - 1)c_r + c_x(d_x + e_x)]X_3^2.$$

$$X_1 = \frac{(c_r - X_3 d_x)R_2 - X_3 c_x}{(d_r + e_r - 1 + R_2 b_r)X_3 + c_x}; \quad (17)$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = (d_r^2 + d_x^2 - d_r + b_r c_r + b_x c_x + d_r e_r + d_x e_x)R_2 + (d_r + e_r - 1)c_r + c_x(d_x + e_x) + R_2^2(b_r d_r + b_x d_x);$$

$$B_3 = (d_x + b_r c_x - b_x c_r)R_2^2 - R_2[(2d_x + e_x)c_r - c_x(2d_r + e_r)];$$

$$C_3 = R_2(c_r^2 + c_x^2) - R_2^2 c_r.$$

$$R_2 = \frac{(1 - d_r - e_r)X_1 X_3 - c_x(X_1 + X_3)}{(d_x + X_1 b_r)X_3 - c_r}; \quad (18)$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = c_x d_r - c_r d_x - b_x e_r X_1^2 + [(d_x + X_1 b_r)(d_x + e_x) + d_r e_r + (d_r - 1)(d_r - X_1 b_x) - b_r c_r - b_x c_x]X_1;$$

$$B_3 = (X_1 - c_x)^2 + c_r^2 - X_1^2(d_r + e_r + b_r c_r + b_x c_x) - X_1[(2d_x + e_x)c_r - c_x(2d_r + e_r)];$$

$$C_3 = X_1(c_r^2 + c_x^2) - X_1^2 c_x.$$

П-образное соединение трех сопротивлений $X_{1,2}$ и R_3 (рис. 6, б):

$$X_1 = \frac{(c_r - X_2 d_x)R_3 - X_2 c_x}{(d_x + e_x + X_2 b_r)R_3 + c_x - X_2}; \quad (19)$$

$$X_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2},$$

где

$$A_2 = (b_r d_r + b_x d_x)R_3^2 - c_r + R_3(b_r c_r - d_r + b_x c_x);$$

$$B_2 = (d_x + b_r c_x - b_x c_r + d_r e_x - d_x e_r)R_3^2 + (c_r e_x - c_x e_r)R_3;$$

$$C_2 = R_3(c_r^2 + c_x^2) + R_3^2[(d_r + e_r - 1)c_r + c_x(d_x + e_x)].$$

$$X_1 = \frac{(c_r - X_2 d_x)R_3 - X_2 c_x}{(d_x + e_x + X_2 b_r)R_3 + c_x - X_2}; \quad (20)$$

$$R_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = (d_x + b_r c_x - b_x c_r + d_r e_x - d_x e_r)X_2 + (b_r d_r + b_x d_x)X_2^2 + c_r(d_r + e_r - 1) + c_x(d_x + e_x);$$

$$B_3 = X_2(c_r e_x - c_x e_r) + c_r^2 + c_x^2 + X_2^2(b_r c_r - d_r + b_x c_x);$$

$$C_3 = -X_2^2 c_r.$$

$$X_2 = \frac{[c_r - X_1(d_x + e_x)]R_3 - X_1 c_x}{(d_x + X_1 b_r)R_3 + c_x - X_1}; \quad (21)$$

$$R_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = c_r d_r + c_x d_x + X_1^2[(d_r + e_r - 1)b_r + b_x(d_x + e_x)] - X_1(d_x - b_r c_x + b_x c_r + d_r e_x - d_x e_r);$$

$$B_3 = X_1^2(b_r c_r + b_x c_x + 1 - d_r - e_r) + c_r^2 + c_x^2 - X_1(2c_x + c_r e_x - c_x e_r);$$

$$C_3 = -X_1^2 c_r.$$

П-образное соединение трех сопротивлений R_1 и $X_{2,3}$ (рис. 6, в):

$$R_1 = \frac{(c_x + X_3 d_r)X_2 + X_3 c_x}{c_r - X_3(d_x + e_x + X_2 b_r)}; \quad (22)$$

$$X_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2},$$

где

$$A_2 = (b_x d_r - b_r d_x)X_3^2 + (d_r + b_r c_r + b_x c_x)X_3 + c_x;$$

$$B_2 = (b_r c_r + b_x c_x + d_r - d_r e_r - d_x e_x)X_3^2 + (2c_x + c_r e_x - c_x e_r)X_3 - (c_x + X_3 d_r)^2 - (c_r - X_3 d_x)^2;$$

$$C_2 = X_3^2[(d_x + e_x)c_r - c_x(d_r + e_r - 1)] - X_3(c_r^2 + c_x^2).$$

$$R_1 = \frac{(c_x + X_3 d_r)X_2 + X_3 c_x}{c_r - X_3(d_x + e_x + X_2 b_r)}; \quad (23)$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = c_r(d_x + e_x) - c_x(d_r + e_r - 1) - X_2^2(b_r d_x - b_x d_r) - X_2(d_r^2 + d_x^2 - d_r - b_r c_r - b_x c_x + d_r e_r + d_x e_x);$$

$$B_3 = X_2[(2 - e_r - 2d_r)c_x + c_r(2d_x + e_x)] - c_r^2 - c_x^2 + X_2^2(d_x + b_r c_r + b_x c_x);$$

$$C_3 = X_2^2 c_x - X_2(c_r^2 + c_x^2).$$

$$X_2 = \frac{[c_r - X_3(d_x + e_x)]R_1 - X_3 c_x}{(d_r + R_1 b_r)X_3 + c_x}; \quad (24)$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = [(d_r + R_1 b_r)(d_r + e_r - 1) + (d_x + R_1 b_x)(d_x + e_x) + b_r c_r + b_x c_x]R_1 + c_r d_r + c_x d_x;$$

$$B_3 = R_1^2(d_x + e_x + b_r c_x - b_x c_r) - R_1[(2d_x + e_x)c_r - c_x(2d_r + e_r)];$$

$$C_3 = R_1(c_r^2 + c_x^2) - R_1^2 c_r.$$

Если синтезируется радиоустройство с неодинаковыми каскадами [11], а в качестве СЧ используется последовательное соединение сопротивлений R и X (рис. 3, а), то зависимости этих сопротивлений от частоты определяются следующим образом:

$$R = -\frac{C_d b_r + b_x D_c}{b_r^2 + b_x^2}; \quad X = \frac{C_d b_x - b_r D_c}{b_r^2 + b_x^2}, \quad (25)$$

где

$$C_d = c_r - c_{1r} - d_r + d_{1r}; \quad D_c = c_x - c_{1x} - d_x + d_{1x}.$$

Два параллельно соединенных сопротивления R и X (рис. 3, б):

$$R = -\frac{c_{2r}^2 + c_{2x}^2}{C_d c_{2r} + c_{2x} D_c}; \quad X = \frac{c_{2r}^2 + c_{2x}^2}{D_c c_{2r} - c_{2x} C_d}. \quad (26)$$

Γ -образное соединение двух сопротивлений R и X (рис. 3, в):

$$R = \frac{c_{2r} - X d_{1x}}{X b_x - C_d}; \quad X = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2}, \quad (27)$$

где

$$B_2 = d_{1r} C_d + d_{1x} D_c - b_r c_{2r} - b_x c_{2x};$$

$$A_2 = b_r d_{1x} - b_x d_{1r}; \quad C_2 = C_d c_{2x} - c_{2r} D_c.$$

Γ -образное соединение двух сопротивлений X и R (рис. 4, а):

$$R = \frac{X D_c - c_{2r}}{d_{1r} - X b_x}; \quad X = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2}, \quad (28)$$

где

$$B_2 = b_r c_{2r} + b_x c_{2x} - C_d d_{1r} - D_c d_{1x};$$

$$A_2 = b_x C_d - b_r D_c; \quad C_2 = c_{2r} d_{1x} - c_{2x} d_{1r}.$$

Обратное Γ -образное соединение двух сопротивлений R и X (рис. 4, б):

$$R = \frac{c_{2r} - X D_c}{d_r + X b_x}; \quad X = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2}, \quad (29)$$

где

$$B_2 = -(b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + C_d d_r + D_c d_x);$$

$$A_2 = b_r D_c - b_x C_d; \quad C_2 = c_{2r} d_x - c_{2x} d_r.$$

Обратное Γ -образное соединение двух сопротивлений X и R (рис. 4, в):

$$R = \frac{c_{2r} + X d_x}{X b_x - C_d}; \quad X = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2}, \quad (30)$$

где

$$B_2 = b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + C_d d_r + D_c d_x;$$

$$A_2 = b_r d_x - b_x d_r; \quad C_2 = c_{2r} D_c - c_{2x} C_d.$$

T -образное соединение трех сопротивлений $X_{1,3}$ и R_2 (рис. 5, а):

$$X_1 = \frac{R_2 C_d + c_{2r} - X_3 (d_{1x} + R_2 b_x)}{R_2 b_x - d_x + X_3 b_r}; \quad (31)$$

$$R_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2},$$

где

$$B_2 = b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + (c_{1r} - c_r - d_{1r}) d_r - d_x (c_x - c_{1x} + d_{1x}) + (d_x - b_r X_3)^2 + (d_r + b_x X_3)^2 + X_3 [(c_{1r} - c_r) b_x + b_r (c_x - c_{1x})];$$

$$A_2 = b_r C_d + b_x D_c;$$

$$C_2 = (b_r d_{1r} + b_x d_{1x}) X_3^2 + (b_r c_{2x} - b_x c_{2r} + d_r d_{1x} - d_x d_{1r}) X_3 - c_{2r} d_r - c_{2x} d_x.$$

$$X_1 = \frac{R_2 C_d + c_{2r} - X_3 (d_{1x} + R_2 b_x)}{R_2 b_x - d_x + X_3 b_r}; \quad (32)$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},$$

где

$$B_3 = [c_{2x} - R_2 (c_{1x} - c_x + 2d_x)] b_r - b_x [c_{2r} - R_2 (c_{1r} - c_r + 2d_r)] + d_r d_{1x} - d_x d_{1r};$$

$$A_3 = R_2 (b_r^2 + b_x^2) + b_r d_{1r} + b_x d_{1x};$$

$$C_3 = [C_0 - (d_x - R_2 b_x) D_c] R_2 - (c_{2r} d_r + c_{2x} d_x);$$

$$C_0 = (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + (d_r - R_2 b_r) C_d).$$

$$R_2 = \frac{c_{2r} + X_1 d_x - X_3 (d_{1x} + X_1 b_r)}{(X_1 + X_3) b_x - C_d}; \quad (33)$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = X_1 (b_r^2 + b_x^2) + b_r d_{1x} - b_x d_{1r};$$

$$B_3 = X_1 [(c_x - c_{1x}) b_r - b_x (c_r - c_{1r}) - 2(b_r d_x - b_x d_r)] - b_r c_{2r} - b_x c_{2x} +$$

$$+ (c_r - c_{1r} - d_r) d_{1r} - d_{1x} (c_{1x} - c_x + d_x)] + (d_{1x} + b_r X_1)^2 + (d_{1r} - b_x X_1)^2;$$

$$C_3 = C_d (c_{2x} - X_1 d_r) - X_1 (b_r c_{2r} + b_x c_{2x}) - X_1^2 (b_r d_x - b_x d_r) + (c_{2r} + X_1 d_x) D_c.$$

$$- X_1^2 (b_r d_x - b_x d_r) + (c_{2r} + X_1 d_x) D_c.$$

T -образное соединение трех сопротивлений $X_{1,2}$ и R_3 (рис. 5, б):

$$X_1 = \frac{c_{2r} + R_3 d_{1r} - X_2 (D_c + R_3 b_x)}{R_3 b_x - d_x + X_2 b_r}; \quad (34)$$

$$X_2 = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2},$$

где

$$A_2 = R_3 (b_r^2 + b_x^2) + D_c b_x + b_r C_d;$$

$$\begin{aligned}
 B_2 &= (c_x - c_{1x} + d_{1x})d_r - d_x(c_r - c_{1r} + d_{1r}) + \\
 &+ b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - R_3[(c_x - c_{1x})b_r - b_x(c_r - c_{1r})]; \\
 C_2 &= (b_r d_{1r} + b_x d_{1x})R_3^2 + \\
 &+ (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} - d_r d_{1r} - d_x d_{1x})R_3 - c_{2r} d_r - c_{2x} d_x. \\
 X_1 &= \frac{c_{2r} + R_3 d_{1r} - X_2(D_c + R_3 b_x)}{R_3 b_x - d_x + X_2 b_r}; \\
 R_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
 \end{aligned} \tag{35}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_3 &= b_r d_{1r} + b_x d_{1x}; \\
 B_3 &= (b_r^2 + b_x^2)X_2^2 + [(c_{1x} - c_x)b_r + b_x(c_r - c_{1r})]X_2 + \\
 &+ b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - d_r d_{1r} - d_x d_{1x}; \\
 C_3 &= (C_d b_r + b_x D_c)X_2^2 + (c_x - c_{1x} + d_{1x})d_r - \\
 &- d_x(c_r - c_{1r} + d_{1r}) + b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - c_{2r} d_r - c_{2x} d_x. \\
 X_2 &= \frac{(d_x - R_3 b_x)X_1 + c_{2r} + R_3 d_{1r}}{D_c + R_3 b_x + X_1 b_r}; \\
 R_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
 \end{aligned} \tag{36}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_3 &= b_r d_{1r} + b_x d_{1x}; \\
 B_3 &= (c_r - c_{1r} - d_r)d_{1r} - d_{1x}(c_{1x} - c_x + d_x) + \\
 &+ b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + (d_{1x} + b_r X_1)^2 + (d_{1r} - b_x X_1)^2 + \\
 &+ X_1[(c_x - c_{1x})b_r - b_x(c_r - c_{1r})]; \\
 C_3 &= C_d c_{2r} + c_{2x} D_c - (b_r d_r + b_x d_x)X_1^2 + \\
 &+ [d_x(c_r - c_{1r} + d_{1r}) - d_r(c_x - c_{1x} + d_{1x}) + \\
 &+ b_r c_{2x} - b_x c_{2r}]X_1.
 \end{aligned}$$

Т-образное соединение трех сопротивлений $X_{2,3}$ и R_1 (рис. 5, в):

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{c_{2r} - X_3 d_{1x} - X_2(D_c + X_3 b_r)}{(X_2 + X_3)b_x + d_r}; \\
 X_2 &= \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2}, \\
 \text{где} \\
 A_2 &= C_d b_x - b_r D_c - X_3(b_r^2 + b_x^2); \\
 B_2 &= (d_x - X_3 b_r)(c_x - c_{1x} + d_{1x}) + \\
 &+ (d_r + X_3 b_x)(c_r - c_{1r} + d_{1r}) + b_r c_{2r} + b_x c_{2x} - \\
 &- X_3(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) - (d_r + b_x X_3)^2 - (d_x - b_r X_3)^2; \\
 C_2 &= (b_x d_{1r} - b_r d_{1x})X_3^2 + (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + \\
 &+ d_r d_{1r} + d_x d_{1x})X_3 - c_{2r} d_x + c_{2x} d_r. \\
 R_1 &= \frac{c_{2r} - X_3 d_{1x} - X_2(D_c + X_3 b_r)}{(X_2 + X_3)b_x + d_r};
 \end{aligned} \tag{38}$$

$$X_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},$$

где

$$\begin{aligned}
 B_3 &= b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x} - (b_r^2 + b_x^2)X_2^2 + \\
 &+ [2(b_r d_x - b_x d_r) + b_x(c_r - c_{1r} + 2d_{1r}) - \\
 &- b_r(c_x - c_{1x} + 2d_{1x})]X_2; \\
 C_3 &= [C_0 + (d_x - X_2 b_r)(c_x - c_{1x} + d_{1x})]X_2 + \\
 &+ (b_r d_x - b_x d_r)X_2^2 - c_{2r} d_x + c_{2x} d_r; \\
 A_3 &= b_x d_{1r} - b_r d_{1x} - X_2(b_r^2 + b_x^2); \\
 C_0 &= b_r c_{2r} + b_x c_{2x} - d_r^2 - d_x^2 + \\
 &+ (d_r + X_2 b_x)(c_r - c_{1r} + d_{1r}). \\
 X_2 &= \frac{c_{2r} - R_1 d_r - X_3(d_{1x} + R_1 b_x)}{D_c + R_1 b_x + X_3 b_r}; \\
 X_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
 \end{aligned} \tag{39}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_3 &= R_1(b_r^2 + b_x^2) + b_r d_{1r} + b_x d_{1x}; \\
 B_3 &= (d_{1x} + R_1 b_x)(c_{1r} - c_r + d_r) - R_1(b_r d_x - b_x d_r) + \\
 &+ b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - (d_{1r} + R_1 b_r)(c_{1x} - c_x + d_x); \\
 C_3 &= R_1(b_r c_{2r} + b_x c_{2x}) + (c_{2r} - R_1 d_r)C_d + \\
 &+ (c_{2x} - R_1 d_x)D_c - (b_r d_r + b_x d_x)R_1^2.
 \end{aligned}$$

П-образное соединение трех сопротивлений $X_{1,3}$ и R_2 (рис. 6, а):

$$\begin{aligned}
 X_1 &= \frac{(c_{2x} + R_2 d_{1x})X_3 - R_2 c_{2r}}{R_2 d_x - c_{2x} - (C_d + R_2 b_r)X_3}; \\
 R_2 &= \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2},
 \end{aligned} \tag{40}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_3 &= (b_r c_{2x} - b_x c_{2r} + d_r d_{1x} - d_x d_{1r})X_3 - \\
 &- c_{2r} d_r - c_{2x} d_x + (b_r d_{1r} + b_x d_{1x})X_3^2; \\
 B_2 &= (c_{2x} + X_3 d_{1r})^2 + (c_{2r} - X_3 d_{1x})^2 + \\
 &+ X_3[(c_r - c_{1r})c_{2x} - c_{2r}(c_x - c_{1x})] + X_3^2[b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + \\
 &+ (c_r - c_{1r} - d_r)d_{1r} - d_{1x}(c_{1x} - c_x + d_x)]; \\
 C_3 &= (c_{2r} C_d + c_{2x} D_c)X_3^2. \\
 X_1 &= \frac{(c_{2x} + R_2 d_{1x})X_3 - R_2 c_{2r}}{R_2 d_x - c_{2x} - (C_d + R_2 b_r)X_3}; \\
 X_3 &= \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3}, \\
 \text{где} \\
 A_3 &= (c_{2x} + R_2 d_{1x})D_c + C_d(c_{2r} + R_2 d_{1r}) +
 \end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}
& + R_2(b_r c_{2r} + b_x c_{2x}) + (b_r d_{1r} + b_x d_{1x})R_2^2; \\
B_3 & = R_2^2(b_r c_{2x} - b_x c_{2r} + d_r d_{1x} - d_x d_{1r}) + \\
& + R_2[2(c_{2x} d_{1r} - c_{2r} d_{1x}) + \\
& + c_{2x}(c_r - c_{1r}) - c_{2r}(c_x - c_{1x})]; \\
C_3 & = (c_{2r}^2 + c_{2x}^2)R_2 - R_2^2(c_{2r} d_r + c_{2x} d_x). \\
R_2 & = \frac{c_{2x}(X_1 + X_3) + X_1 X_3 C_d}{c_{2r} + X_1 d_x - X_3(d_{1x} + X_1 b_r)}; \\
X_3 & = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
\end{aligned} \tag{42}$$

где

$$\begin{aligned}
A_3 & = [(d_{1x} + X_1 b_r)D_c + (d_{1r} - X_1 b_x)C_d - \\
& - b_x c_{2x} - b_r c_{2r}]X_1 + c_{2x} d_{1r} - c_{2r} d_{1x}; \\
B_3 & = (c_{2r} + X_1 d_x)^2 + (c_{2x} - X_1 d_r)^2 + \\
& + [B_0 + (c_{2x} - X_1 d_r)(c_r - c_{1r} + d_{1r}) - \\
& - (c_{2r} + X_1 d_x)(c_x - c_{1x} + d_{1x})]X_1 - \\
& - X_1^2(b_r c_{2r} + b_x c_{2x}); \\
B_0 & = c_{2x} d_{1r} - c_{2r} d_{1x}; \\
C_3 & = (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r)X_1^2 + (c_{2r}^2 + c_{2x}^2)X_1.
\end{aligned}$$

П-образное соединение трех сопротивлений $X_{1,2}$ и R_3 (рис. 6, б):

$$\begin{aligned}
X_1 & = \frac{(c_{2r} - X_2 d_{1x})R_3 - X_2 c_{2x}}{(D_c + X_2 b_r)R_3 + c_{2x} - X_2 d_r}; \\
X_2 & = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2}, \\
\text{где} \\
A_2 & = (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} - d_r d_{1r} - d_x d_{1x})R_3 - \\
& - c_{2r} d_r - c_{2x} d_x + (b_r d_{1r} + b_x d_{1x})R_3^2; \\
B_2 & = R_3[(c_x - c_{1x})c_{2r} - c_{2x}(c_r - c_{1r})] + \\
& + R_3^2[b_r c_{2x} - b_x c_{2r} + (c_{1r} - c_r + d_r)d_{1x} - \\
& - d_{1r}(c_{1x} - c_x + d_x)]; \\
C_2 & = (c_{2r} C_d + c_{2x} D_c)R_3^2 + (c_{2r}^2 + c_{2x}^2)R_3. \\
X_1 & = \frac{(c_{2r} - X_2 d_{1x})R_3 - X_2 c_{2x}}{(D_c + X_2 b_r)R_3 + c_{2x} - X_2 d_r}; \\
R_3 & = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
\end{aligned} \tag{43}$$

где

$$\begin{aligned}
A_3 & = (c_{2x} + X_2 d_{1r})(c_x - c_{1x} - d_x) + \\
& + (c_{2r} - X_2 d_{1x})(c_{1r} - c_r + d_r) + \\
& + X_2(b_r c_{2x} - b_x c_{2r}) + X_2^2(b_r d_{1r} + b_x d_{1x}) + \\
& + c_{2r} d_{1r} + c_{2x} d_{1x};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_3 & = X_2^2(b_r c_{2r} + b_x c_{2x} - d_r d_{1r} - d_x d_{1x}) + c_{2r}^2 + c_{2x}^2 - \\
& - X_2[c_{2x}(c_r - c_{1r}) - c_{2r}(c_x - c_{1x})]; \\
C_3 & = -X_2^2(c_{2r} d_r + c_{2x} d_x). \\
X_2 & = \frac{(c_{2r} - X_1 D_c)R_3 - X_1 c_{2x}}{c_{2x} + R_3 d_{1x} - X_1(d_r - R_3 b_r)}; \\
R_3 & = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
\end{aligned} \tag{45}$$

где

$$\begin{aligned}
A_3 & = [b_r c_{2x} - b_x c_{2r} - (d_{1r} - X_1 b_x)D_c + \\
& + (d_{1x} + X_1 b_r)C_d]X_1 + c_{2r} d_{1r} + c_{2x} d_{1x}; \\
B_3 & = X_1[(c_r - c_{1r} - 2d_r)c_{2x} - c_{2r}(c_x + c_{1x} - 2d_{1x})] + \\
& + c_{2r}^2 + c_{2x}^2 + X_1^2(b_r c_{2r} + b_x c_{2x} - C_d d_r - d_x D_c); \\
C_3 & = -(c_{2r} d_r + c_{2x} d_x)X_1^2.
\end{aligned}$$

П-образное соединение трех сопротивлений $X_{2,3}$ и R_1 (рис. 6, в):

$$\begin{aligned}
R_1 & = \frac{c_{2x}(X_2 + X_3) + X_2 X_3 d_{1r}}{c_{2r} + X_2 d_x - (D_c + X_2 b_r)X_3}; \\
X_2 & = \frac{-B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4A_2 C_2}}{2A_2}, \\
\text{где} \\
A_2 & = (b_r d_{1x} - b_x d_{1r})X_3^2 - (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + \\
& + d_r d_{1r} + d_x d_{1x})X_3 + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r; \\
B_2 & = B_0 X_3 + (c_{2r} - X_3 d_{1x})^2 + (c_{2x} + X_3 d_{1r})^2 - \\
& - X_3^2(b_r c_{2r} + b_x c_{2x}); \\
B_0 & = (c_{2r} - X_3 d_{1x})(c_{1x} - c_x + d_x) - \\
& - (c_{2x} + X_3 d_{1r})(c_{1r} - c_r + d_r) + c_{2r} d_x - c_{2x} d_r; \\
C_2 & = (c_{2x} C_d - c_{2r} D_c)X_3^2 + (c_{2r}^2 + c_{2x}^2)X_3. \\
R_1 & = \frac{c_{2x}(X_2 + X_3) + X_2 X_3 d_{1r}}{c_{2r} + X_2 d_x - (D_c + X_2 b_r)X_3}; \\
X_3 & = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3 C_3}}{2A_3},
\end{aligned} \tag{46}$$

где

$$\begin{aligned}
A_3 & = (X_2 d_{1x} - c_{2r})(c_x - c_{1x} - d_x) - \\
& - (c_{2x} + X_2 d_{1r})(c_{1r} - c_r + d_r) + \\
& + X_2^2(b_r d_{1x} - b_x d_{1r}) - c_{2r} d_{1x} + c_{2x} d_{1r} + \\
& + X_2(d_{1r}^2 + d_{1x}^2 - b_r c_{2r} - b_x c_{2x}); \\
B_3 & = c_{2r}^2 + c_{2x}^2 - X_2^2(b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + d_r d_{1r} + d_x d_{1x}) + \\
& + X_2[c_{2x}(C_d - d_r + d_{1r}) - c_{2r}(D_c - d_x + d_{1x})]; \\
C_3 & = (c_{2r} d_x - c_{2x} d_r)X_2^2 + (c_{2r}^2 + c_{2x}^2)X_2.
\end{aligned} \tag{47}$$

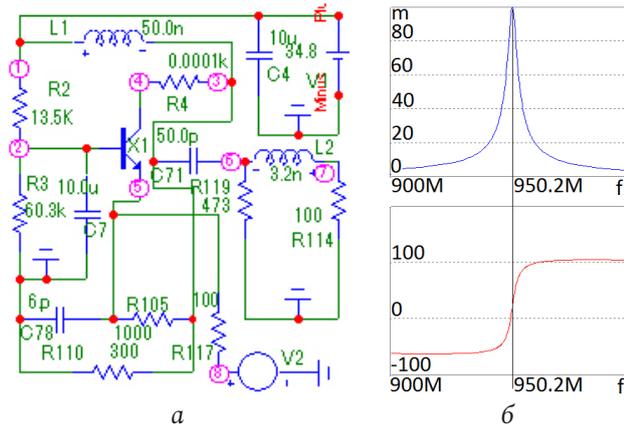


Рис. 7. Принципиальная схема однокаскадного усилителя (а), соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), при напряжении $U = 34,8$ В, АЧХ и ФЧХ (б), исследуемые в системе MicroCap Fig. 7. Schematic diagram of a single-stage amplifier (а), corresponding to the structural diagram (Fig. 1, а), at a voltage of $U = 34,8$ V, frequency response and phase response (б), studied in the MicroCap system

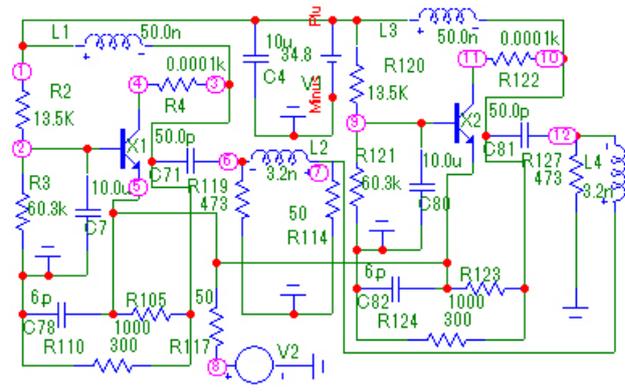


Рис. 8. Принципиальная схема двухкаскадного усилителя с одинаковыми каскадами, соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), частотные характеристики (рис. 7, б) которого идентичны соответствующим характеристикам (рис. 7, б) однокаскадного усилителя (рис. 5, а)

Fig. 8. Schematic diagram of a two-stage amplifier with identical stages, corresponding to the structural diagram (Fig. 1, а), the frequency characteristics (Fig. 7, б) of which are identical to the corresponding characteristics (Fig. 7, б) of a single-stage amplifier (Fig. 5, а)

$$X_2 = \frac{c_{2r}R_1 - X_3(c_{2x} + R_1D_c)}{(d_{1r} + R_1b_r)X_3 + c_{2x} - R_1d_x}; \quad (48)$$

$$R_3 = \frac{-B_3 \pm \sqrt{B_3^2 - 4A_3C_3}}{2A_3},$$

где

$$A_3 = (b_r c_{2r} + b_x c_{2x} + A_0)R_1 + c_{2r}d_{1r} + c_{2x}d_{1x};$$

$$A_0 = (d_{1r} + R_1b_r)C_d + (d_{1x} + R_1b_x)D_c;$$

$$B_3 = (c_{2x}d_{1r} - c_{2r}d_{1x} + B_0)R_1 + R_1^2(b_r c_{2x} - b_x c_{2r});$$

$$B_0 = (c_{2x} - R_1d_x)(c_r - c_{1r} + d_{1r}) - (c_{2r} - R_1d_r)(c_x - c_{1x} + d_{1x});$$

$$C_3 = R_1(c_{2r}^2 + c_{2x}^2) - R_1^2(c_{2r}d_r + c_{2x}d_x).$$

Оптимизация параметров двухполюсников, свободных от ограничений типа (1)–(44) (то есть находящихся в правой части полученных в данной статье выражений), производится с помощью известных численных методов [10].

2. Математическое и схемотехническое моделирование

На рис. 7–13 для примера показаны принципиальные и эквивалентные схемы однокаскадного и двухкаскадного усилителей с одинаковыми и неодинаковыми каскадами, соответствующие исследуемой структурной схеме с параллельной по напряжению связью, представленной на рис. 1, а, а также их теоретические и экспериментальные характеристики. Использован транзистор типа BFQ17PH (рис. 7, а, 8, 11). Схема НЧ выполнена в виде параллельно соединенных транзистора и ЦОС (П-образного соединения трех элементов

C_{78} , R_{105} , R_{110}) на однокаскадной схеме (рис. 7, а) и C_{78} , R_{105} , R_{110} , C_{82} , R_{123} , R_{124} на двухкаскадной схеме (рис. 8). Нагрузка и сопротивление источника сигнала выполнены на элементах R_{114} и R_{117} соответственно. Схемы СЧ собраны в виде Г-образных четырехполюсников на элементах R_{119} , L_2 (рис. 7), R_{119} , L_2 , R_{127} , L_4 (рис. 8), параметры которых определялись по формулам (3).

Эквивалентная схема нелинейного элемента выполнена в виде перекрытого Т-образного четырехполюсника на элементах R_{10} , C_9 , R_{13} , L_7 , R_{11} , L_9 , R_9 , L_5 (рис. 9). Параметры эквивалентной схемы НЭ выбраны из условия совпадения выходного сопротивления НЧ с выходным сопротивлением НЧ с использованием реального транзистора [4]. Схема НЧ реализована в виде параллельно соединенных эквивалентной схемы нелинейного элемента и цепи обратной связи из П-образного соединения трех элементов C_8 , R_{19} , R_{22} . Параметры ЦОС заданы произвольно. Схема СЧ собрана на основе Г-образного соединения двух элементов R_{24} , L_{10} . Частотные характеристики принципиальных схем, показанные на рис. 7, б (сопротивления источника сигнала и нагрузки равны 100 Ом) и 8 (сопротивления источника сигнала и нагрузки равны 50 Ом), идентичны. Это соответствует выводам, сделанным на основе анализа полученных ранее [3] выражений для передаточных функций исследуемых многокаскадных структурных схем (рис. 1, а).

Таким образом, при использовании СЧ также наблюдается новое явление, состоящее в том, что

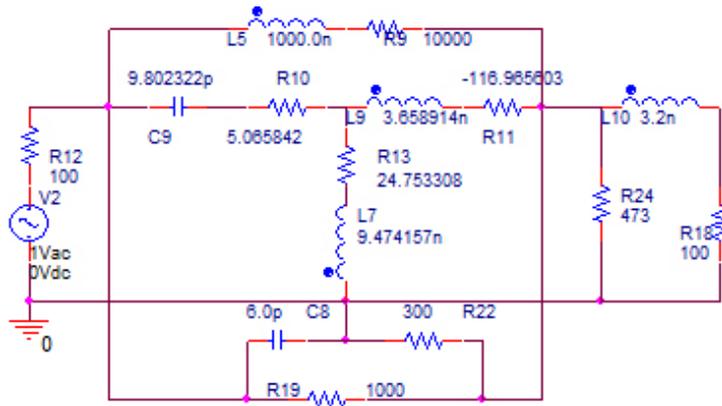


Рис. 9. Эквивалентная схема однокаскадного усилителя (рис. 5, а), соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), исследуемая в системе OrCad
 Fig. 9. Equivalent circuit of a single-stage amplifier (Fig. 5, a), corresponding to the structural circuit (Fig. 1, a), studied in the OrCad system

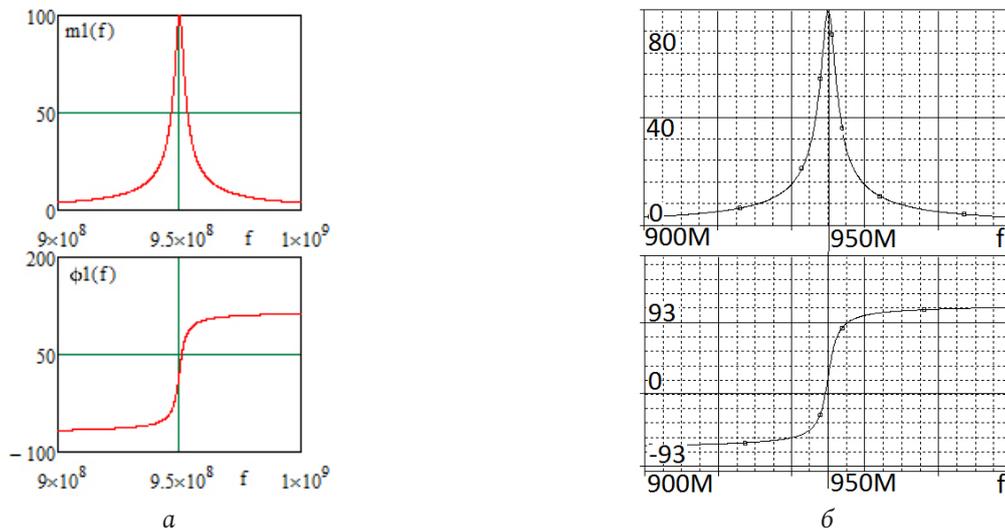


Рис. 10. Частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) эквивалентной схемы (рис. 9), полученные в системе MathCad (а) и OrCad (б)
 Fig. 10. Frequency characteristics (frequency response and phase response) of the equivalent circuit (Fig. 9), obtained in the MathCad (a) and OrCad (b) systems

при определенных соотношениях между количеством каскадов и значениями сопротивлений источника сигнала и нагрузки однокаскадного радиоустройства частотные характеристики однокаскадного и многокаскадного радиоустройств оказываются идентичными или подобными [3]. Такие схемы названы эквивалентными.

Анализ также показывает, что экспериментальные (рис. 7, б) частотные характеристики принципиальной схемы усилителя (рис. 7, а, 8) удовлетворительно совпадают с характеристиками эквивалентной схемы (рис. 9) усилителя, полученными расчетным путем (рис. 10, а) и экспериментально (рис. 10, б).

Средняя частота эквивалентной схемы $f \approx 950$ МГц (рис. 10, а и б) незначительно отличается от средней частоты принципиальной схемы $f \approx 950,2$ МГц (рис. 7, б).

Значения модулей передаточной функции принципиальной и эквивалентной схем усилителя равны $m = 100$. Сопротивления РЧ, ЦОС, нагрузки и источника сигнала принципиальных и эквивалентных схем АФМ полностью совпадают.

При использовании неодинаковых каскадов возникает возможность значительно увеличить рабочую полосу частот. Например, для двухкаскадной схемы (рис. 11) произведение коэффициента усиления на полосу частот составляет примерно 2100 (рис. 12). Это почти в 7 раз больше, чем произведение коэффициента усиления на полосу частот однокаскадного усилителя или двухкаскадного усилителя с одинаковыми каскадами (рис. 7, б).

Основные показатели (средняя частота, полоса частот, коэффициент усиления, форма АЧХ, значения параметров) принципиальной (рис. 11, 13, а)

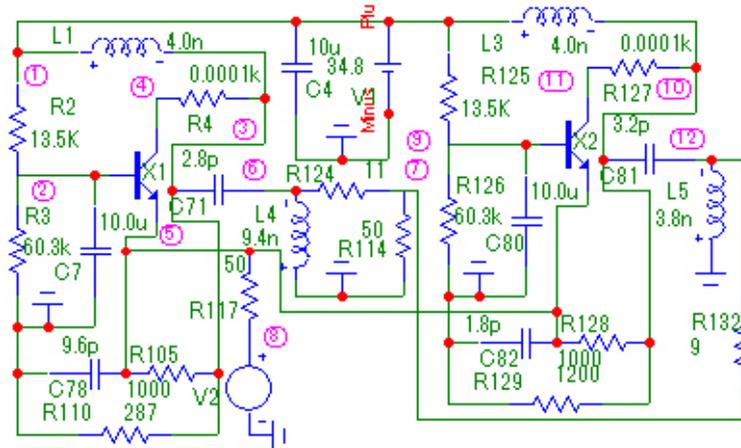


Рис. 11. Принципиальная схема двухкаскадного усилителя с неодинаковыми каскадами, соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), частотные характеристики которого получены в системе MicroCap и изображены на рис. 13, а
 Fig. 11. Schematic diagram of a two-stage amplifier with unequal stages, corresponding to the structural diagram (Fig. 1, a), the frequency characteristics of which were obtained in the MicroCap system and are shown in Fig. 13, a

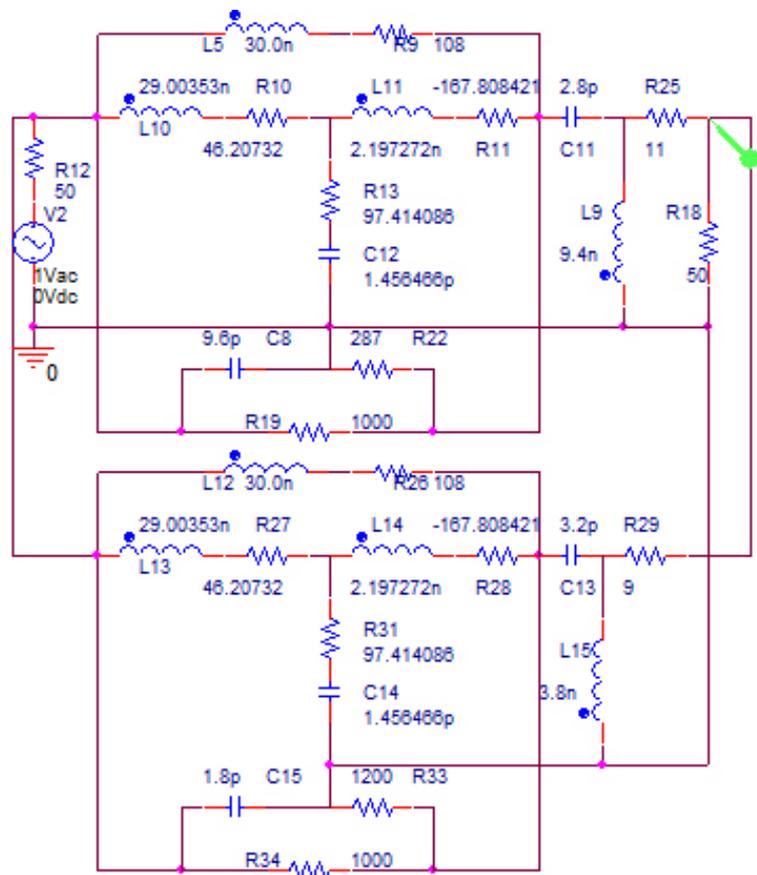


Рис. 12. Эквивалентная схема двухкаскадного усилителя с неодинаковыми каскадами (рис. 11), соответствующая структурной схеме (рис. 1, а), исследуемая в системе OrCad
 Fig. 12. Equivalent circuit of a two-stage amplifier with unequal stages (Fig. 11), corresponding to the structural circuit (Fig. 1, a), studied in the OrCad system

и эквивалентной (рис. 12, 13, б и в) схем усилителя с неодинаковыми каскадами совпадают удовлетворительно. Формы ФЧХ этих схем отличаются, что говорит о недостаточном совпадении эквивалентной и принципиальной схем. Характеристики эквивалентных схем, полученные теоретически

(рис. 13, б) и экспериментально (рис. 13, в), совпадают полностью.

В работе [12] показано, что результаты схемотехнического моделирования удовлетворительно совпадают с результатами экспериментальных исследований физических макетов радиоустройств.

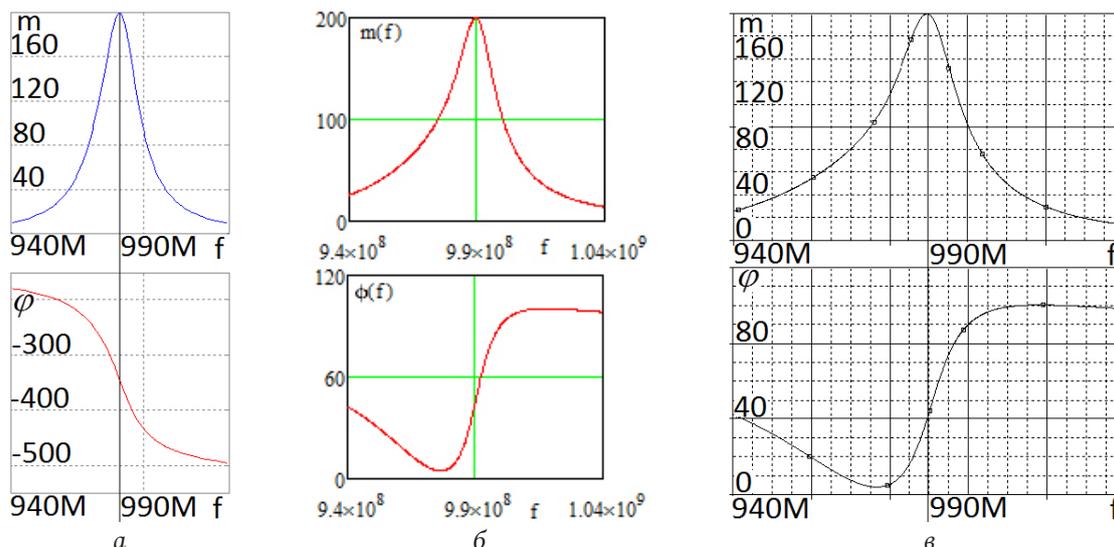


Рис. 13. Частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) принципиальной схемы (рис. 11), полученные в системе MicroCap (а), и характеристики (АЧХ и ФЧХ) эквивалентной схемы (рис. 12), полученные в системе MathCad (б) и OrCad (в)

Fig. 13. Frequency characteristics (frequency response and phase response) of the basic circuit (Fig. 11), obtained in the MicroCap system (a), and characteristics (frequency response and phase response) of the equivalent circuit (Fig. 12), obtained in the MathCad system (b) and OrCad (c)

Заключение

Таким образом, полученные математические модели СЧ типа (1)–(24) могут быть использованы для технического проектирования усилителей с одинаковыми каскадами типа «НЧ – СЧ». Возможность изменения величины эквивалентного сопротивления источника сигнала и нагрузки путем включения произвольного количества каскадов типа «НЧ – СЧ» значительно упрощает решение многих задач радиоэлектроники [13], например задач обеспечения однонаправленности распространения сигнала и независимости процессов,

происходящих в предыдущем и последующем динамических звеньях систем автоматического регулирования. Использование математических моделей (25)–(48) для синтеза неодинаковых каскадов типа «НЧ – СЧ» совместно с известными численными методами [10] приводит к значительному увеличению (в десятки и сотни раз) скорости оптимизации радиоустройств по критерию обеспечения максимально возможной рабочей полосы частот по сравнению с применением для этой цели только численных методов. На практике использовать модели СЧ (1)–(48) надо совместно с результатами работы [9].

Список литературы

1. Головков А.А., Волобуев А.Г. Алгоритмы синтеза и анализа активных плоско-слоистых сред отражательного и смешанного типов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2003. Т. 6, № 2. С. 39–43.
2. Головков А.А., Головков В.А. Принципы построения и основные характеристики перспективной курсо-гליссальной системы // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 1. С. 27–35. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.27-35>
3. Головков А.А., Фомин А.В. Параметрический синтез радиоустройств с заданным количеством одинаковых каскадов для вариантов включения реактивных четырехполюсников между источником сигнала и нелинейной частью // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 3. С. 46–55. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.46-55>
4. Головков А.А., Головков В.А., Фомин А.В. Параметрический синтез радиоустройств с заданным количеством неодинаковых каскадов для вариантов включения реактивных четырехполюсников между нелинейной частью и нагрузкой // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 3. С. 63–70. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.63-70>
5. Головков А.А., Головков В.А. Алгоритм параметрического синтеза каскадно-включенных согласующих смешанных четырехполюсников по критерию обеспечения стационарного режима генерации // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 1. С. 45–54. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.45-54>
6. Головков А.А., Головков В.А. Параметрический синтез динамических звеньев для вариантов их включения между нелинейной частью и нагрузкой автоматических систем радиоуправления с общей обратной связью // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 40–50. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.40-50>
7. Головков А.А., Головков В.А. Параметрический синтез комплексных четырехполюсников для вариантов их включения между источником сигнала и нелинейной частью по критерию обеспечения заданных частотных характеристик усилителей с общей

- обратной связью // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 51–59. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.51-59>
8. Табаков Д.П., Морозов С.В., Ключев Д.С. Применение тонкопроволочного интегрального представления электромагнитного поля к решению задач дифракции электромагнитных волн на проводящих телах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 7–14. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.7-14>
 9. Головков А.А., Головков В.А. Параметрический синтез радиотехнических устройств и систем. Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2018. 588 с.
 10. Полак Э. Численные методы оптимизации. М.: Мир, 1974. 376 с.
 11. Головков А.А. Параметрический синтез различных радиоустройств с заданным количеством каскадов типа «нелинейная часть – комплексный четырехполюсник» // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 3. С. 40–51. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.40-51>
 12. Разевиг В.Д. Схемотехническое моделирование с помощью MicroCap-7. М.: Горячая линия – Телеком, 2003. 268 с.
 13. Справочник по радиоэлектронике: в 3 т. / под ред. А.А. Куликовского. М.: Энергия, 1970. Т. 3. 413 с.

Информация об авторе

Головков Александр Афанасьевич, доктор технических наук, профессор, заслуженный изобретатель РФ, профессор кафедры авиационных систем и комплексов радионавигации и радиосвязи Военного учебно-научного центра Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия», г. Воронеж, Россия. Автор 660 научных работ.

Область научных интересов: способы и средства формирования и обработки сигналов, приема, передачи, защиты и разрушения информации.

E-mail: valgol2595@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8468-0055>

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2027, vol. 27, no. 3, pp. 47–60

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.3.47-60](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.47-60)

UDC 621.396.66

Original Research

Received 22 June 2023

Accepted 23 July 2023

Published 30 September 2024

Parametrical synthesis of various radio devices with the set quantity of identical cascades of type «the nonlinear part – the mixed two-port network»

Alexander A. Golovkov 

Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy»
54a, Staryh Bolshevikov Street,
Voronezh, 394064, Russia

Abstract – Background. Presence of possibility of analytical definition of a part of parameters of various radio devices, optimum by criterion of maintenance of preset values of modules and phases of transfer functions on necessary quantity of frequencies, considerably reduces time of numerical optimisation of other part of parameters by criterion of formation demanded frequency response and phase response in a strip of frequencies. Till now such problems dared concerning radio devices only with one cascade of type «a nonlinear part - the coordination the device» or «the coordination the device – a nonlinear part». In quality «the coordination devices were used the jet, resistive, complex or mixed two-port networks. The problem of multicascade radio devices with jet two-port networks is solved also. Change of basis for the coordination two-port networks and a place of inclusion of a nonlinear part leads to change of area of a physical realizability. **Aim.** Working out of algorithms of parametrical synthesis of radio devices with any quantity of identical and unequal cascades of type «a nonlinear part -the coordination the mixed two-port network» by criterion of maintenance of the set frequency characteristics. Nonlinear parts are presented in the form of a nonlinear element and parallel either consecutive on a current or pressure of a feedback. **Methods.** The theory of two-port networks, matrix algebra, a decomposition method, a method of synthesis of actuation microwave devices, numerical methods of optimisation. **Results.** In interests of achievement of the specified purpose systems of the algebraic equations are generated and solved. Models of optimum two-port networks in the form of mathematical expressions for definition of interrelations between elements of their classical matrix of transfer and for search of dependences of mixed of two-poles from frequency are received. It is shown, that at certain parities between quantity of cascades and values of resistance of a source of a signal and loading of the one-cascade radio device frequency characteristics of one-cascade and multicascade radio devices appear identical or similar. Such schemes are named by equivalent. **Conclusion.** The comparative analysis of theoretical results (frequency response and phase response radio devices, value of parameters), received by mathematical modelling in system MathCad, and the experimental results received by схемотехнического of modelling in systems OrCad and MicroCap, shows their satisfactory coincidence.

Keywords – parametrical synthesis of the mixed two-port networks; the set frequency characteristics of multicascade radio devices.

References

1. A. A. Golovkov and A. G. Volobuev, "Algorithms for the synthesis and analysis of active flat-layered media of reflective and mixed types," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 6, no. 2, pp. 39–43, 2003. (In Russ.)
2. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, "Principles of construction and basic characteristics of perspective noiseproof course-glide system," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 27–35, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.27-35>. (In Russ.)
3. A. A. Golovkov and A. V. Fomin, "Parametrical synthesis of radio devices with the set quantity of identical cascades for variants of inclusion of jet two-port networks between a source of a signal and a nonlinear part," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 46–55, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.46-55>. (In Russ.)
4. A. A. Golovkov, V. A. Golovkov, and A. V. Fomin, "Parametrical synthesis of radio devices with the set quantity of unequal cascades for variants of inclusion of jet two-port networks between a nonlinear part and loading," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 63–70, 2021, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.3.63-70>. (In Russ.)
5. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, "Algorithm for parametric synthesis of cascade-connected matching mixed quadripoles according to the criterion of ensuring stationary generation mode," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 45–54, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.45-54>. (In Russ.)
6. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, "Parametrical synthesis of dynamic links for variants of their inclusion between a nonlinear part and loading of automatic systems of radio management with the general feedback," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 40–50, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.40-50>. (In Russ.)
7. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, "Parametrical synthesis of the complex two-port networks for variants of their inclusion between a source of a signal and a nonlinear part by criterion of maintenance of the set characteristics amplifiers with the general feedback," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 51–59, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.51-59>. (In Russ.)
8. D. P. Tabakov, S. V. Morozov, and D. S. Klyuev, "Application of the thin-wire integral representation of the electromagnetic field to solving the problem of diffraction of electromagnetic waves on conducting bodies," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 7–14, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.7-14>. (In Russ.)
9. A. A. Golovkov and V. A. Golovkov, *Parametric Synthesis of Radio Engineering Devices and Systems*. Voronezh: VUNTs VVS «VVA», 2018. (In Russ.)
10. E. Polak, *Numerical Optimization Methods*. Moscow: Mir, 1974. (In Russ.)
11. A. A. Golovkov, "Parametrical synthesis of various radio devices with the set quantity of cascades of type «the nonlinear part – the complex two-port network»," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 40–51, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.40-51>. (In Russ.)
12. V. D. Razevig, *Circuit Simulation with MicroCap-7*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2003. (In Russ.)
13. A. A. Kulikovskij, Ed. *Handbook of Radio Electronics*; in 3 vols. Moscow: Energiya, 1970. (In Russ.)

Information about the Author

Alexander A. Golovkov, Doctor of Technical Sciences, professor, honored inventor of the Russian Federation, professor of the Department of Aviation Systems and Complexes of Radio Navigation and Radio Communication, Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy», Voronezh, Russia.

Research interests: ways and means of generating and processing signals, receiving, transmitting, protecting and destroying information.

E-mail: valgol2595@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8468-0055>

Анализ методов снижения пик-фактора сигнала в условиях влияния эффекта Доплера в гибридных сетях связи

Р.О. Сальников , И.К. Мешков , А.Р. Гизатулин ,
А.Л. Тимофеев , А.Х. Султанов , А.А. Харенко , А.Г. Мешкова 

Уфимский университет науки и технологий
450076, Россия, г. Уфа,
ул. Заки Валиди, 32

Аннотация – Обоснование. Для дальнейшего развития сетей связи планируется использование гибридных спутниковых сетей для передачи трафика. Однако спутниковые каналы связи имеют особенности, такие как искажения, вызванные эффектом Доплера, и повышенные требования к энергоэффективности. Цель данного исследования – анализировать варианты методов ортогонального частотного мультиплексирования и методы модуляции, чтобы выбрать наиболее устойчивую технологию, учитывая дестабилизирующие факторы. Методом сравнения различных технологий обработки сигналов и исследования их устойчивости к битовым ошибкам является имитационное моделирование канала связи в среде Matlab. Этот подход позволяет создать модель сети связи, учитывающую основные параметры каналов связи, такие как эффект Доплера, энергодефицитность и дестабилизирующие факторы. **Результаты.** Проведено сравнение распределения коэффициента битовой ошибки для различных технологий обработки сигнала в зависимости от отношения сигнал/шум. Определен метод частотного мультиплексирования, обеспечивающий минимальный пик-фактор и наиболее устойчивый к битовой ошибке. Также отмечается, что эффективность всех исследованных технологий зависит от интервалов разнесения и модуляционных созвездий и что необходимо настраивать характеристики системы для каждого случая. **Заключение.** Результаты этого исследования могут быть использованы для улучшения качества связи в сложных помеховых условиях гибридных мобильных сетей 5-го и 6-го поколений с использованием спутникового сегмента.

Ключевые слова – OFDM; DFT-s-OFDM; Zero-tail; Unique Word; низкоорбитальные спутники; конвергентные телекоммуникационные системы; 5G NR; 6G.

Введение

Появление стандартизированного узкополосного интернета вещей (Narrow Band Internet of Things, NB-IoT), промышленного Интернета вещей и полностью подключенных транспортных средств (Vehicle-to-Everything, V2X) привело к изменению акцента в мобильных сетях от подключения людей к подключению устройств. Однако наземные сети имеют территориальные ограничения, связанные с покрытием базовых станций, поэтому предлагается использовать неназемные сети связи для обеспечения всеобъемлющего покрытия [1]. В настоящее время известно несколько решений, основанных на технологии ортогонального частотного мультиплексирования (Orthogonal frequency-division multiplexing, OFDM), для передачи сигналов в наземных и спутниковых сетях. Однако передача с высоким уровнем пик-фактора (Peak-to-Average-Power-Ratio, PAPR) может быстро истощить заряд аккумуляторов устройств и привести к внутренним помехам [1]. Поэтому вариация OFDM, называемая DFT-s-OFDM, предлагается как альтернативное решение, которое

позволяет снизить пик-фактор и обеспечивает низкую вычислительную сложность алгоритмов обработки сигналов за счет внесения в стандартные алгоритмы OFDM прямого и обратного дискретного преобразования Фурье (ДПФ, ОДПФ или DFT, IDFT, Discrete Fourier Transform, Inverse Discrete Fourier Transform). Также рассматривается использование метода нулевых хвостов [2] для управления параметрами внеполосного излучения и PAPR. Гибридные методы обработки сигнала, использующие нулевые хвосты или уникальные слова [3], могут быть применены в гибридных сетях связи, где спутники расширяют зону покрытия и обеспечивают непрерывность обслуживания абонентов. Современные низкоорбитальные спутники движутся по круговым орбитам на высоте от 300 до 1500 км [4–6].

1. Анализ особенностей ретрансляции данных с низкоорбитальных спутников

При ретрансляции данных через спутниковые сети связи, задержки и доплеровский сдвиг являются основными проблемами, которые нужно

решать в гибридных сетях. Доплеровский сдвиг вызывает изменение несущей частоты, фазы и разности поднесущих частот, что может привести к интерференции между сигналами. В худшем случае доплеровский сдвиг может достигать значений до нескольких сотен кГц и скорость его изменения может быть несколько кГц/с [7–8]. Доплеровский сдвиг может быть компенсирован с использованием информации о движении спутника и местоположении абонентского терминала. Доплеровский сдвиг также зависит от относительных скоростей терминала и спутника и растет с увеличением частоты. Низкоорбитальный спутник может быть подключен к терминалу абонента в пределах 14 мин. Для уменьшения эффекта Доплера при передаче данных в спутниковом канале используется частотное ортогональное мультиплексирование с DFT-распределением поднесущих частот и занулением хвостов блоков. Это достигается путем зануления символов данных, влияющих на хвост символа DFT-s-OFDM. Так называемый зануленный хвост является аналогом циклического префикса в CP-OFDM, что позволяет поддерживать частотное канальное выравнивание. Технология обработки сигнала ZT-DFT-s-OFDM является модернизацией технологии DFT-s-OFDM, но их структуры почти идентичны. Добавление нулей к обоим концам блока DFT-распределения позволяет значительно снизить уровень внеполосных излучений. Гибкость настройки длины защитных интервалов обеспечивается путем определения количества нулей на входе блока DFT-распределения. В работах [3; 9] описывается технология UW-DFT-s-OFDM, которая использует уникальные паттерны-слова для создания ненулевых фиксированных выборок в символах ZT DFT-s-OFDM, DFT-s-OFDM, OFDM. UW-паттерн может быть добавлен как до преобразования Фурье, так и после, и ортогональность между полезными данными и UW-паттерном поддерживается. При демодуляции символов данных нет необходимости в знании уникального слова на приемной стороне. UW-сигналы сохраняют свою смежность благодаря круговой свертке с использованием sinc-функции.

2. Оценка и компенсация PAPR в условиях влияния эффекта Доплера в спутниковом канале

Рассмотрим процесс передачи сигналов между низкоорбитальным спутником и наземным обо-

рудованием или в случае нахождения подвижного абонента в движущемся высокоскоростном наземном или воздушном транспорте. Данные о расчетах доплеровского сдвига и модели каналов для подобных случаев представлены в исследованиях 3GPP [7; 10].

Предварительное кодирование DFT [11; 12] преобразует входные сигналы в частотную область, чтобы создавать блочные сигналы с одной несущей с различной полосой пропускания путем изменения размера блока DFT с учетом длительности защитного интервала. DFT-s-OFDM позволяет снизить уровень внеполосного излучения ООБЕ (Out Of Band Emissions) и обладает более простыми и гибкими механизмами реализации для контроля таких параметров, как PAPR и ООБЕ, по сравнению с OFDM и аналогами. Он также уменьшает PAPR и увеличивает коэффициент выборки символов данных. Это приводит к генерации сигнала на одной несущей частоте.

Предположим, что общее количество поднесущих, которые будут переносить полезную информацию, – M , в таком случае входные данные: $\{d_i, 0 \leq i \leq 2M - 1\}$, а их отображение выглядит как: $\{x_l = d_{2(i-1)} + jd_{2i-1}, 0 \leq l \leq M - 1\}$. Отображение далее будет обеспечиваться с помощью DFT, как показано в (1).

$$S_k = FFT(x_l) = \sum_{l=0}^{M-1} x_l e^{2\pi jlk/M}. \quad (1)$$

DFT-распределенные символы, относящиеся к $\{S_k, 0 \leq k \leq M - 1\}$ располагаются по M поднесущих, являющихся меньшей частью $N = QM$ количества поднесущих благодаря операции заполнения нулями, как показано в (2).

Операцию заполнения нулями или zero padding можно описать как

$$X_k = \begin{cases} S_k, & 0 \leq k \leq M - 1; \\ 0, & M \leq k \leq N - 1, \end{cases} \quad (2)$$

где k – символ k -й поднесущей [13].

Существуют два варианта распределения частот поднесущих для абонентов в технологии FDMA: распределенный (DFDMA) и локализованный (LFDMA) [14]. DFDMA использует M поднесущих в преобразовании DFT по всей полосе частот, заполняя оставшиеся $(N - M)$ несущих нулями. LFDMA применяет M последовательных поднесущих в полосе частот из N поднесущих, заполняя оставшиеся $(N - M)$ нулями. Также существует метод доступа IFDMA, который является разновидностью распределенного FDMA, где выходные данные

DFT-преобразования распределяются с равным расстоянием $N / M = S$.

В общем виде значение PAPR определяется формулой (3).

$$PAPR = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{\max}}{P_{\text{avg}}} \right), \quad (3)$$

Для оценки шумоподобных сигналов, передающихся в беспроводных сетях, необходимо знать статистическое описание их уровней мощности. Для этого используется дополнительная функция кумулятивного распределения (Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF), которая показывает, сколько времени сигнал находится на определенном уровне мощности или выше. Кривая CCDF представляет собой график зависимости уровней мощности от вероятности. Эта функция также предназначена для оценки нелинейностей в усилителях мощности и передатчиках. Вероятность того, что PAPR не превысит заданный пороговый уровень мощности, обозначается как $F_{PAPR}(z)$, где z – пороговый уровень сигнала, будет равна:

$$F_{PAPR}(z) = P(PAPR < z) = \left(1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right)^N, \quad (4)$$

для N низкоскоростных потоков данных, при этом

$$CCDF = 1 - \left(1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right)^N. \quad (5)$$

Традиционно ошибки синхронизации из-за многолучевости могут быть исправлены благодаря оценке по пилот-сигналам, поскольку ошибки синхронизации превращаются в фазовые ошибки с помощью циклического префикса (CP). Это также делает поднесущие невосприимчивыми к временному круговому сдвигу, который вызывает фазовые ошибки.

Взаимосвязь между BER (Bit Error Rate) и доплеровским сдвигом в беспроводной связи является важной областью исследований в телекоммуникациях. BER, или битовая ошибка, является ключевым показателем качества в цифровых коммуникационных системах [15]. Его рассчитывают, определяя отношение числа неправильно принятых бит к общему числу переданных бит. Высокий BER указывает на плохое качество связи, что может привести к потере данных и неэффектив-

ности системы связи. Однако доплеровский сдвиг является физическим эффектом, вызванным движением между передатчиком и приемником. Это движение может изменить частоту принимаемого сигнала относительно его исходной частоты. Изменение частоты может исказить сигнал и увеличивать BER. Особенно заметное искажение происходит при быстром движении передатчика или приемника, что обычно бывает в мобильных беспроводных системах. В мобильной связи, где устройства часто перемещаются с высокой скоростью, например мобильные телефоны в движущихся автомобилях или поездах, эффект доплеровского сдвига может быть особенно заметным. Это приводит к значительному увеличению BER и ухудшению качества связи.

Эффект Доплера очень важен для оценки коэффициента битовой ошибки, особенно для низкоорбитальных спутниковых систем. Время пролета таких спутников ограничено 14 мин. Относительная скорость спутника максимальна при угле места от 30° и ниже. В этот момент доплеровский сдвиг становится максимальным. Таким образом, спектр сигнала смещается от номинального значения, которое генерируется локальным гетеродином, вследствие чего возникают ошибки демодуляции [16–17].

Кроме того, система OFDM требует жесткой частотной синхронизации по сравнению с системами с одной несущей, поскольку поднесущие являются узкополосными, и каждая поднесущая испытывает различные доплеровские сдвиги. Свойства доплеровского разнесения могут использоваться в системах с несколькими несущими для борьбы с замиранием канала, например, путем искусственного добавления сдвигов, используя цифровую обработку на передатчике. Однако такое решение по борьбе с замираниями приводит к значительному ухудшению значений параметра PAPR. Очевидно, что после доплеровского сдвига сигнала с несколькими несущими амплитуда наложенного сигнала во временной области изменяется более резко, что и приводит к увеличению PAPR [18–19].

Используем для моделирования канала модель линейного фильтра с выделенной задержкой с изменяющимися во времени коэффициентами. Каждый задержанный сигнал модулируется по амплитуде и фазе независимыми случайными функциями времени основной полосы частот, что приводит к замиранию Рэлея. Модели каналов

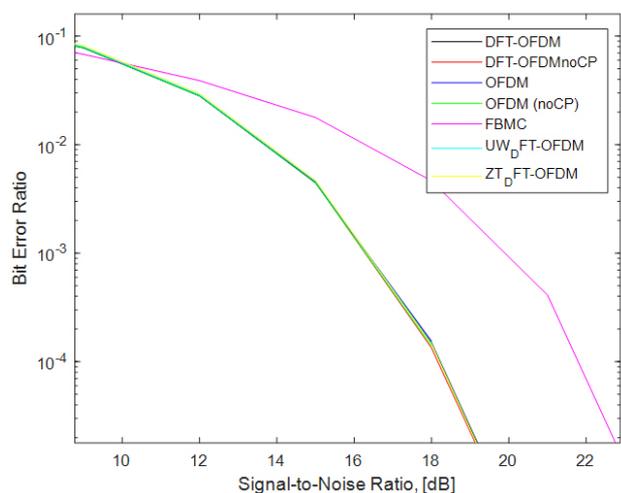
TDL (Tapped Delay Line, каналы перехваченной линии задержки) [10; 20] определены для полного диапазона частот от 0,5 до 100 ГГц с максимальной полосой пропускания 2 ГГц. В данной работе рассматривается модель канала TDL-C, которая описывает поведение беспроводного канала с учетом эффектов многолучевого распространения, замирания и шума. Эта модель может быть использована для моделирования различных сценариев беспроводной связи и оценки производительности систем связи. Некоторые примеры применения модели включают оценку производительности мобильных сетей 5G в городских и сельских районах, а также проектирование систем связи для помещений с высоким уровнем помех. В статье также проводится анализ влияния технологий обработки сигналов и типов каналов на PAPR и коэффициент битовой ошибки в спутниковом канале.

3. Результаты моделирования

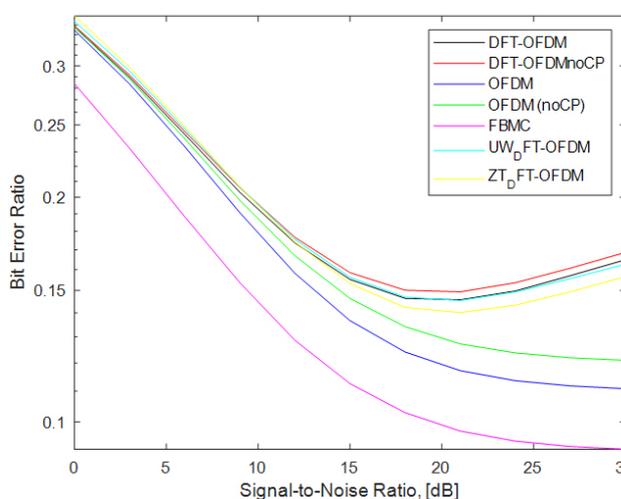
Имитационное моделирование проведено в среде Matlab, используемый код построен на базе программы имитационного моделирования, представленной в работах [21–22].

Основными данными, используемыми при моделировании, являются: технологии обработки сигнала и методы доступа к данным, такие как OFDM с использованием и без использования циклического префикса (OFDM и OFDMnoCP); DFT-s-OFDM с использованием и без использования циклического префикса (DFT-OFDM и DFT-OFDMnoCP); ее гибридные вариации, ZT-DFT-s-OFDM и UW-DFT-s-OFDM (ZT_D FT-OFDM и UW_D FT-OFDM), а также метод частотного мультиплексирования с множеством несущих, использующий гребенку частотных фильтров (Filter Bank Multicarrier, FBMC). Технологии OFDM и FBMC уже были апробированы для применения в каналах спутниковой связи [23–24]. К другим используемым в моделировании данным относятся форма излучаемого сигнала, количество поднесущих, порядок модуляции, несущая частота (4,8 ГГц [25]), модель канала (AWGN, TDL [10; 26]) и т. д. Так как моделируется канал для связи со спутником, находящимся на низкой околоземной орбите, то значения скорости приняты 7556,2 м/с или 27202,32 км/ч (высота орбиты 600 км).

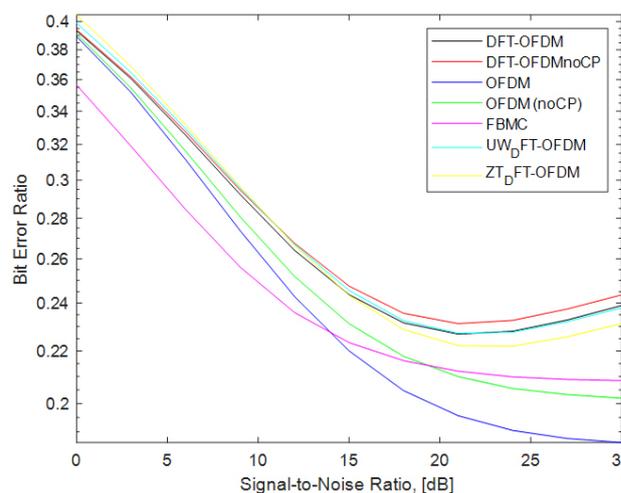
В ходе моделирования проведено сравнение распределения коэффициента битовой ошибки в зависимости от изменения отношения сигнал/шум для различных технологий обработки сигнала



a



б



в

Рис. 1. Графики коэффициента битовой ошибки для всех представленных технологий обработки: а – канал AWGN; б – канал TDL_C, QAM-16, разнесение поднесущих – 480 кГц; в – канал TDL_C, QAM-64, разнесение поднесущих – 480 кГц

Fig. 1. Graphs of the bit error coefficient for all the presented processing technologies: а – AWGN channel; б – channel TDL_C, QAM-16, subcarrier spacing – 480 kHz; в – channel TDL_C, QAM-64, subcarrier spacing – 480 kHz

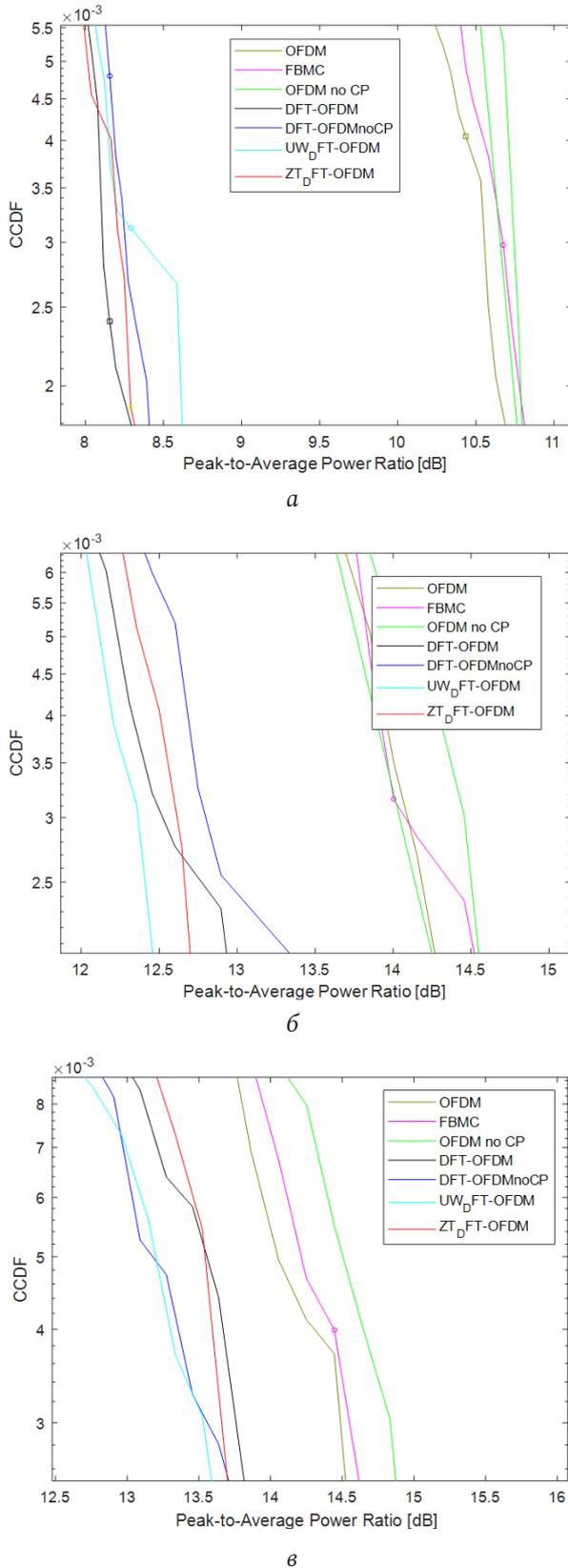


Рис. 2. Графики зависимости PAPR к CCDF для всех представленных технологий обработки: а – канал AWGN; б – канал TDL_CQAM-16, разнесение поднесущих – 480 кГц; в – канал TDL_CQAM-64, разнесение поднесущих – 480 кГц
 Fig. 2. PAPR graphs for all presented processing technologies: а – AWGN channel; б – channel TDL_CQAM-16, subcarrier spacing – 480 kHz; в – TDL_CQAM-64 channel, subcarrier spacing – 480 kHz

ла. Приведены полученные графики коэффициента битовой ошибки для каналов AWGN и TDL-C (рис. 1). На рис. 1, а представлен результат оценки коэффициента битовой ошибки в условиях воздействия белого гауссовского шума, не учитывающий скорость движения спутника, при интервале между поднесущими в 30 кГц и модуляционном созвездии 16-QAM. Влияние доплеровского сдвига в условиях движения на высоких скоростях внесло значительные искажения в оценку коэффициента битовой ошибки. Именно поэтому рис. 1, б-в укрупнен для большей наглядности. Минимального в условиях канала спутник – Земля значения коэффициента BER для технологий обработки на базе DFT-s-OFDM удалось добиться в случае разнесения в 480 кГц и модуляции QAM-16 (рис. 1, б), изменения полученных значений BER для различных технологий лежат в пределах от 0,15 до 0,2. Если говорить о результатах в общем, в ходе исследования метод FBMC показал наименьшее значение BER. После проведенных экспериментов стоит отметить, что с изменением интервалов разнесения и модуляционных созвездий меняется и эффективность всех представленных технологий, что позволяет сделать вывод о необходимости подстройки характеристик системы под каждый конкретный случай. Все приведенные выше результаты экспериментов показывают достаточно высокую сложность в исправлении ошибок в каналах для спутников, движущихся с высокими скоростями. Тем не менее правильный подбор модуляционного созвездия и разработка частотных планов, в том числе для сетей технологий 5G и 6G, могут дать положительный результат.

На рис. 2 приведены графики зависимости CCDF от PAPR для всех исследуемых технологий обработки сигнала. На рис. 2, а представлен результат оценки PAPR для канала с белым гауссовским шумом, не учитывающий скорости движения спутника, при интервале между поднесущими в 30 кГц и модуляционном созвездии 16-QAM. Технологии обработки сигнала на основе DFT-s-OFDM значительно снижают значения PAPR (разница в 3–4 дБ) относительно технологий обработки OFDM, OFDMnoCP, а также FBMC в условиях значительного воздействия доплеровского сдвига частот (рис. 2, б-в). С изменением формата модуляции и увеличением разноса поднесущих увеличивается энергетическая эффективность технологий UW-DFT-s-OFDM и ZT-DFT-s-OFDM при моделировании передачи данных в спутниковом канале.

Тем не менее, как видно из рисунков рис. 2, б–в, размер модуляционного созвездия QAM влияет на уровень PAPR в контексте сложных каналов. Чем больше размер созвездия, тем больше потенциальных уровней мощности сигнала и, следовательно, тем выше PAPR. Например, 64-QAM имеет больший PAPR по сравнению с 16-QAM.

Приведенные выше результаты позволяют говорить о гибридных технологиях UW-DFT-s-OFDM и ZT-DFT-s-OFDM как об эффективных методах повышения качества предоставляемых услуг в сложных помеховых условиях и кандидатах на использование в мобильных сетях 5-го и 6-го поколений с космическим сегментом с точки зрения снижения PAPR в приемеопередающем оборудовании.

Заключение

Исследование показало, что для передачи данных между мобильным абонентом и спутниковы-

ми сегментами в новых конвергентных сетях пятого и шестого поколения возможно использование технологий DFT-s-OFDM и их гибридных вариаций для уменьшения уровня PAPR и сохранения энергетических характеристик канала. Однако результаты по параметру коэффициента битовой ошибки не так хороши, что можно исправить с помощью правильного выбора модуляционного созвездия и частотных планов. Для снижения значений коэффициента битовой ошибки в сложных каналах в дальнейшем предлагается исследовать использование техник глубокого обучения и определить необходимые характеристики для снижения коэффициента BER.

Финансирование

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00080, <https://rscf.ru/project/24-29-00080/>.

Список литературы

1. Tong W., Zhu P. 6G: The Next Horizon. From Connected People and Things to Connected Intelligence. Cambridge: Cambridge University Press, 2021. 624 p.
2. Nemati M., Takshi H., Arslan H. A flexible hybrid waveform // 2017 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking (BlackSeaCom). 2017. P. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1109/BlackSeaCom.2017.8277659>
3. An improved unique word DFT-spread OFDM scheme for 5G systems / A. Sahin [et al.] // 2015 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). 2015. P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/GLOCOMW.2015.7414173>
4. Пехтерев С.В., Макаренко С.И., Ковальский А.А. Описательная модель системы спутниковой связи Starlink // Системы управления, связи и безопасности. 2022. № 4. С. 190–255. DOI: <https://doi.org/10.24412/2410-9916-2022-4-190-255>
5. Ань Н.Д., Ершов А.В. Система «Марафон IoT» и новый рынок спутникового IoT // Технологии и средства связи. 2021. № S1. С. 75–80. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=48046779>
6. 6G for connected sky: A vision for integrating terrestrial and non-terrestrial networks / M. Ozger [et al.] // 2023 Joint European Conference on Networks and Communications & 6G Summit (EuCNC/6G Summit). 2023. P. 711–716. DOI: <https://doi.org/10.1109/EuCNC/6GSummit58263.2023.10188330>
7. 3GPP TR 28.808 V17.0.0 (2021-03). 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Services and System Aspects Study on management and orchestration aspects of integrated satellite components in a 5G network (Release 17), 2021.
8. Satellite-based non-terrestrial networks in 5G: Insights and challenges / A. Sattarzadeh [et al.] // IEEE Access. 2022. Vol. 10. P. 11274–11283. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3137560>
9. A state-space approach for tracking Doppler shifts in radio inter-satellite links / P. Pedrosa [et al.] // IEEE Access. 2021. Vol. 9. P. 102378–102386. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3098562>
10. Zero-tail DFT-spread-OFDM signals / G. Berardinelli [et al.] // 2013 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). 2013. P. 229–234. DOI: <https://doi.org/10.1109/GLOCOMW.2013.6824991>
11. 3GPP ETSI TR 138 901 V17.0.0 (2022-04). 5G; Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100 GHz (3GPP TR 38.901 version 17.0.0 Release 17), 2022.
12. Berardinelli G. Generalized DFT-s-OFDM waveforms without cyclic prefix // IEEE Access. 2018. Vol. 6. P. 4677–4689. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2781122>
13. A Waveform for 5G: Guard interval DFT-s-OFDM / U. Kumar [et al.] // 2015 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). 2015. P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.1109/GLOCOMW.2015.7414204>
14. The development of methods for estimating and compensating frequency and time offset in 6G DFT-s-OFDM technology communication systems / I.K. Meshkov [et al.] // 2022 IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON). 2022. P. 1040–1045. DOI: <https://doi.org/10.1109/SIBIRCON56155.2022.10016969>
15. Зуев М.Ю. Комплексное повышение эффективности радиоэлектронных устройств и систем передачи информации с OFDM на основе нелинейных систем с динамическим хаосом // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 1. С. 55–64. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.55-64>
16. MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB / Y.S. Cho [et al.]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010. 544 p.

17. Polyak M.G. Bit error ratio, caused by Doppler effect, for systems of space diversity reception // Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies. 2019. No. 12 (1). P. 64–71. DOI: <https://doi.org/10.17516/1999-494X-0075>
18. Abraham A.S., Nitha S. Significance and effects of peak to average power ratio reduction techniques in an OFDM system // International Journal of Research Studies in Science, Engineering and Technology. 2015. Vol. 2, no. 8. P. 79–83. URL: <https://ijrsset.org/pdfs/v2-i8/11.pdf>
19. OAM-based reconfigurable Doppler shifts enable PAPR reduction for multi-carrier Doppler diversity / Y. Zhao [et al.] // 2022 Asia-Pacific Microwave Conference (APMC). 2022. P. 485–487. DOI: <https://doi.org/10.23919/APMC55665.2022.9999832>
20. Performance evaluation of TDL channels for downlink 5G MIMO systems / G.-R. Barb [et al.] // 2019 International Symposium on Signals, Circuits and Systems (ISSCS). 2019. P. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/ISSCS.2019.8801790>
21. Nissel R., Rupp M. Pruned DFT-spread FBMC: Low PAPR, low latency, high spectral efficiency // IEEE Transactions on Communications. 2018. Vol. 66, no. 10. P. 4811–4825. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCOMM.2018.2837130>
22. Исследование методов оценки и компенсации частотного рассогласования в системах связи 6G с технологией DFT-s-OFDM в каналах с райсовскими и рэлеевскими замираниями / П.О. Сальников [и др.] // Инфокоммуникационные технологии. 2022. Т. 20, № 4. С. 14–22. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54514011>
23. Finite time chaos synchronization in time-delay channel and its application to satellite image encryption in OFDM communication systems / B. Vaseghi [et al.] // IEEE Access. 2021. Vol. 9. P. 21332–21344. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3055580>
24. Caus M., Pérez-Neira A.I. FBMC-based random access signal design and detection for LEO base stations // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2023. Vol. 22, no. 3. P. 2156–2170. DOI: <https://doi.org/10.1109/TWC.2022.3209898>
25. Частоты для 5G в России. TAdviser. URL: <https://clck.ru/353BMG>
26. Lahdenperä J. On feasibility of the UE power saving signal for the 5G new radio: Master's thesis. University of Oulu, 2019. 61 p.

Информация об авторах

Сальников Роман Олегович, аспирант очной формы обучения кафедры телекоммуникационных систем Уфимского университета науки и технологий, г. Уфа, Россия. Является автором нескольких научных публикаций и патентов на программное обеспечение.

Область научных интересов: телекоммуникационные системы, электротехника, электронная инженерия, физические науки и астрономия.

E-mail: kosshak17@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-9670-6000>

SPIN-код (eLibrary): 2069-1136

AuthorID (eLibrary): 1191697

Мешков Иван Константинович, доцент кафедры телекоммуникационных систем Уфимского университета науки и технологий, г. Уфа, Россия. В 2007 г. окончил Уфимский государственный авиационный технический университет по специальности «Радиосвязь, радиовещание и телевидение». В 2010 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 80 научных публикаций и 5 авторских свидетельств на изобретения.

Область научных интересов: обработка сигналов, спутниковые данные, обработка цифровых сигналов.

E-mail: mik.ivan@bk.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3479-3072>

SPIN-код (eLibrary): 3751-8588

AuthorID (eLibrary): 496243

Гизатулин Азат Ринатович, доцент кафедры телекоммуникационных систем Уфимского университета науки и технологий, г. Уфа, Россия. В 2016 г. окончил Уфимский государственный авиационный технический университет по специальности «Инфокоммуникационные технологии и системы связи». В 2020 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором более 60 научных публикаций и 1 авторского свидетельства на изобретения.

Область научных интересов: волоконная оптика, телекоммуникационные системы.

E-mail: azat_poincare@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0753-0608>

SPIN-код (eLibrary): 3283-7153

AuthorID (eLibrary): 1005369

Тимофеев Александр Леонидович, доцент кафедры электронной инженерии Уфимского университета науки и технологий, г. Уфа, Россия. В 1977 г. окончил Уфимский авиационный институт по специальности «Информационно-измерительная техника». В 1984 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Является автором 62 научных публикаций и 13 авторских свидетельств на изобретения.

Область научных интересов: помехоустойчивое кодирование, связь, обработка изображений, цифровая голография.

E-mail: a_l_t@inbox.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2137-803X>

SPIN-код (eLibrary): 3283-7153

AuthorID (eLibrary): 939847

Султанов Альберт Ханович, профессор кафедры телекоммуникационных систем Уфимского университета науки и технологий, г. Уфа, Россия. Действительный член международной академии телекоммуникаций, заслуженный деятель науки Республики Башкортостан, заслуженный работник высшей школы РФ. В 1973 г. окончил Новосибирский электротехнический институт связи по специальности «Многоканальная электросвязь». В 1997 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук. Является автором более 200 научных публикаций и 16 патентов на изобретения.

Область научных интересов: полупроводниковая и антенная техника, оптика, связь, обработка изображений.
E-mail: sultanov.ah@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2830-3498>
AuthorID (eLibrary): 123014

Харенко Артемий Андреевич, аспирант кафедры телекоммуникационных систем Уфимского университета науки и технологий, г. Уфа, Россия. Специалист в области коммуникационных и специальных систем связи. Является автором более десятка научных публикаций.

Область научных интересов: инфокоммуникационные технологии, спутниковые системы, радио и оптическая связь.
E-mail: tema@kharenko.art
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0652-8979>
SPIN-код (eLibrary): 2518-2430
AuthorID (eLibrary): 1085358

Мешкова Алина Газимьяновна, доцент кафедры телекоммуникационных систем Уфимского университета науки и технологий, г. Уфа, Россия. Является автором 13 научных публикаций.

Область научных интересов: телекоммуникационные системы, цифровая обработка сигналов, методы доступа, мобильные и спутниковые системы передачи данных.
E-mail: alinag0808@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-7178-7524>
SPIN-код (eLibrary): 4372-6130

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2027, vol. 27, no. 3, pp. 61–70

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.3.61-70](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.61-70)
UDC 621.376.9
Original Research

Received 1 March 2024
Accepted 2 April 2024
Published 30 September 2024

Analysis of methods for reducing the signal PAPR under the influence of the Doppler effect in hybrid communication networks

Roman O. Salnikov , Ivan K. Meshkov , Azat R. Gizatulin ,
Alexander L. Timofeev , Albert Kh. Sultanov ,
Artemy A. Kharenko , Alina G. Meshkova 

Ufa University of Science and Technology
32, Zaki Validi Street,
Ufa, 450076, Russia

Abstract – Background. For further development of communication networks, it is planned to use hybrid satellite networks for traffic transmission. However, satellite communication channels have features such as distortion caused by the Doppler effect and increased energy efficiency requirements. **Aim** of this study is to analyze variants of orthogonal frequency multiplexing methods and modulation methods in order to choose the most stable technology, taking into account destabilizing factors. **Method.** Comparing different signal processing technologies and studying their resistance to bit errors is the imitation modeling of the communication channel in the Matlab environment. This approach allows creating a model of the communication network, taking into account the main parameters of communication channels, such as the Doppler effect, energy deficiency and destabilizing factors. **Results.** The distribution of the bit error coefficient for various signal processing technologies, depending on the signal-to-noise ratio, is compared. The method of frequency multiplexing is defined, providing the minimum peak factor and the most resistant to bit error. It is also noted that the effectiveness of all the studied technologies depends on the spacing and modulation constellations, and that it is necessary to adjust the characteristics of the system for each case. **Conclusion.** The results of this study can be used to improve the quality of communication in difficult interference conditions of hybrid mobile networks of 5 and 6 generations using the satellite segment.

Keywords – OFDM; DFT-s-OFDM; Zero-tail; Unique Word; LEO satellites; convergent telecommunication systems; 5G NR; 6G.

✉ kosshak17@yandex.ru (Roman O. Salnikov)

 © Roman O. Salnikov et al., 2024

References

1. W. Tong and P. Zhu, 6G: *The Next Horizon. From Connected People and Things to Connected Intelligence*. Cambridge: Cambridge University Press, 2021.
2. M. Nemati, H. Takshi, and H. Arslan, “A flexible hybrid waveform,” *2017 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking (BlackSeaCom)*, pp. 1–5, 2017, doi: <https://doi.org/10.1109/BlackSeaCom.2017.8277659>.

3. A. Sahin et al., “An improved unique word DFT-spread OFDM scheme for 5G systems,” *2015 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, pp. 1–6, 2015, doi: <https://doi.org/10.1109/GLOCOMW.2015.7414173>.
4. S. V. Pekhterev, S. I. Makarenko, and A. A. Koval'skiy, “Descriptive model of the Starlink satellite communications system,” *Sistemy upravleniya, svyazi i bezopasnosti*, no. 4, pp. 190–255, 2022, doi: <https://doi.org/10.24412/2410-9916-2022-4-190-255>. (In Russ.)
5. N. D. An' and A. V. Ershov, “The «Marathon IoT» system and the new satellite IoT market,” *Tekhnologii i sredstva svyazi*, no. S1, pp. 75–80, 2021, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=48046779>. (In Russ.)
6. M. Ozger et al., “G for connected sky: A vision for integrating terrestrial and non-terrestrial networks,” *2023 Joint European Conference on Networks and Communications & 6G Summit (EuCNC/6G Summit)*, pp. 711–716, 2023, doi: <https://doi.org/10.1109/EuCNC/6GSummit58263.2023.10188330>.
7. GPP TR 28.808 V17.0.0 (2021-03). 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Services and System Aspects Study on management and orchestration aspects of integrated satellite components in a 5G network (Release 17), 2021.
8. A. Sattarzadeh et al., “Satellite-based non-terrestrial networks in 5G: Insights and challenges,” *IEEE Access*, vol. 10, pp. 11274–11283, 2022, doi: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3137560>.
9. P. Pedrosa et al., “A state-space approach for tracking Doppler shifts in radio inter-satellite links,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 102378–102386, 2021, doi: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3098562>.
10. G. Berardinelli et al., “Zero-tail DFT-spread-OFDM signals,” *2013 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, pp. 229–234, 2013, doi: <https://doi.org/10.1109/GLOCOMW.2013.6824991>.
11. GPP ETSI TR 138 901 V17.0.0 (2022-04). 5G; Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100 GHz (3GPP TR 38.901 version 17.0.0 Release 17), 2022.
12. G. Berardinelli, “Generalized DFT-s-OFDM waveforms without cyclic prefix,” *IEEE Access*, vol. 6, pp. 4677–4689, 2018, doi: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2781122>.
13. U. Kumar et al., “A Waveform for 5G: Guard interval DFT-s-OFDM,” *2015 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, pp. 1–6, 2015, doi: <https://doi.org/10.1109/GLOCOMW.2015.7414204>.
14. I. K. Meshkov et al., “The development of methods for estimating and compensating frequency and time offset in 6G DFT-s-OFDM technology communication systems,” *2022 IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON)*, pp. 1040–1045, 2022, doi: <https://doi.org/10.1109/SIBIRCON56155.2022.10016969>.
15. M. Yu. Zuev, “Complex improvement of the efficiency of radio electronic devices and information transmission systems with OFDM based on nonlinear systems with dynamic chaos,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 55–64, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.1.55-64>. (In Russ.)
16. Y. S. Cho et al., *MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010.
17. M. G. Polyak, “Bit error ratio, caused by Doppler effect, for systems of space diversity reception,” *Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies*, no. 12 (1), pp. 64–71, 2019, doi: <https://doi.org/10.17516/1999-494X-0075>.
18. A. S. Abraham and S. Nitha, “Significance and effects of peak to average power ratio reduction techniques in an OFDM system,” *International Journal of Research Studies in Science, Engineering and Technology*, vol. 2, no. 8, pp. 79–83, 2015, url: <https://ijrsstet.org/pdfs/v2-i8/11.pdf>.
19. Y. Zhao et al., “OAM-based reconfigurable Doppler shifts enable PAPR reduction for multi-carrier Doppler diversity,” *2022 Asia-Pacific Microwave Conference (APMC)*, pp. 485–487, 2022, doi: <https://doi.org/10.23919/APMC55665.2022.9999832>.
20. G.-R. Barb et al., “Performance evaluation of TDL channels for downlink 5G MIMO systems,” *2019 International Symposium on Signals, Circuits and Systems (ISSCS)*, pp. 1–4, 2019, doi: <https://doi.org/10.1109/ISSCS.2019.8801790>.
21. R. Nissel and M. Rupp, “Pruned DFT-spread FBMC: Low PAPR, low latency, high spectral efficiency,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 66, no. 10, pp. 4811–4825, 2018, doi: <https://doi.org/10.1109/TCOMM.2018.2837130>.
22. R. O. Sal'nikov et al., “Study of methods for estimating and compensating frequency mismatch in 6G communication systems with DFT-s-OFDM technology in channels with Rician and Rayleigh fading,” *Infokommunikacionnye tehnologii*, vol. 20, no. 4, pp. 14–22, 2022, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=54514011>. (In Russ.)
23. B. Vaseghi et al., “Finite time chaos synchronization in time-delay channel and its application to satellite image encryption in OFDM communication systems,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 21332–21344, 2021, doi: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3055580>.
24. M. Caus and A. I. Pérez-Neira, “FBMC-based random access signal design and detection for LEO base stations,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 22, no. 3, pp. 2156–2170, 2023, doi: <https://doi.org/10.1109/TWC.2022.3209898>.
25. Frequencies for 5G in Russia. TAdviser. URL: <https://clck.ru/353BMG> (In Russ.)
26. J. Lahdenperä, “On feasibility of the UE power saving signal for the 5G new radio,” Master's thesis, University of Oulu, 2019.

Information about the Authors

Roman O. Salnikov, full-time postgraduate student of the Department of Telecommunication Systems, Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia. He is the author of several scientific publications and software patents.

Research interests: telecommunication systems, electrical engineering, electronic engineering, physical sciences and astronomy.

E-mail: kosshak17@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-9670-6000>

SPIN-code (eLibrary): 2069-1136

AuthorID (eLibrary): 1191697

Ivan K. Meshkov, associate professor of the Department of Telecommunication Systems, Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia. In 2007, he graduated from Ufa State Aviation Technical University with a degree in Radio Communications, Radio

Broadcasting and Television. In 2010, he defended his thesis for the degree of Candidate of Technical Sciences. He is the author of more than 80 scientific publications and 5 copyright certificates for inventions.

Research interests: signal processing, satellite data, digital signal processing.

E-mail: mik.ivan@bk.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3479-3072>

SPIN-code (eLibrary): 3751-8588

AuthorID (eLibrary): 496243

Azat R. Gizatulin, associate professor of the Department of Telecommunication Systems, Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia. In 2016, he graduated from Ufa State Aviation Technical University with a degree in Information and Communication Technologies and Communication Systems. In 2020, he defended his dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences. He is the author of more than 60 scientific publications and 1 copyright certificate for inventions.

Research interests: fiber optics, telecommunication systems.

E-mail: azat_poincare@mail.ru

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0753-0608>

SPIN-code (eLibrary): 3283-7153

AuthorID (eLibrary): 1005369

Alexander L. Timofeev, associate professor of the Department of Electronic Engineering, Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia. In 1977, graduated from the Ufa Aviation Institute with a degree in Information and Measurement Technology. In 1984, he defended his dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences. He is the author of 62 scientific publications and 13 copyright certificates for inventions.

Research interests: noise-resistant coding, communication, image processing, digital holography.

E-mail: a_l_t@inbox.ru

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2137-803X>

SPIN-code (eLibrary): 3283-7153

AuthorID (eLibrary): 939847

Albert Kh. Sultanov, professor of the Department of Telecommunications Systems, Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia. Full member of the International Academy of Telecommunications, Honored Scientist of the Republic of Bashkortostan, Honored Worker of Higher Education of the Russian Federation. In 1973, he graduated from the Novosibirsk Electrotechnical Institute of Communications with a degree in Multichannel Telecommunications. In 1997, he defended his dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences. He is the author of more than 200 scientific publications and 16 patents for inventions.

Research interests: semiconductor and antenna technology, optics, communications, image processing.

E-mail: sultanov.ah@mail.ru

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-2830-3498>

AuthorID (eLibrary): 123014

Artemy A. Kharenko, postgraduate student of the Department of Telecommunication Systems, Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia. Specialist in the field of communication and special communication systems. He is the author of more than dozen scientific publications.

Research interests: infocommunication technologies, satellite systems, radio and optical communications.

E-mail: tema@kharenko.art

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0652-8979>

SPIN-code (eLibrary): 2518-2430

AuthorID (eLibrary): 1085358

Alina G. Meshkova, associate professor of the Department of Telecommunications Systems, Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia. He is the author of 13 scientific publications.

Research interests: telecommunication systems, digital signal processing, access methods, mobile and satellite data transmission systems.

E-mail: alinag0808@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-7178-7524>

SPIN-code (eLibrary): 4372-6130

Облучающая система следящей приемо-передающей двухзеркальной антенны С/К-диапазонов

Л.Н. Козлова, А.Е. Коровкин, Д.Я. Раздоркин, Н.В. Токарева

ФГУП «Ростовский-на-Дону НИИ радиосвязи»
344038, Россия, г. Ростов-на-Дону,
ул. Нансена, 130

Аннотация – Обоснование. Необходимость создания станций космической связи, базирующихся на подвижных носителях, например на кораблях, требует использования облучающих систем многодиапазонных двухзеркальных антенн, обеспечивающих совмещение не только каналов приема и передачи ВЧ-сигналов, но и пеленгационных каналов для построения моноимпульсной системы слежения. **Цель.** Исследование возможности создания облучающей системы, обеспечивающей в многодиапазонных двухзеркальных антеннах совмещение приема и передачи сигналов в разнесенных диапазонах с полосами частот С(Rx) – 21 %, С(Tx) – 16 % и К(Rx) – 21 %, с реализацией в обоих приемных диапазонах моноимпульсной системы углового автосопровождения. **Методы.** Разработка трехдиапазонной облучающей системы, обеспечивающей реализацию автосопровождения в обоих приемных диапазонах. Анализ характеристик трехдиапазонной облучающей системы, обеспечивающей реализацию приема и автосопровождения в обоих приемных диапазонах. **Результаты.** Разработана трехдиапазонная облучающая система, обеспечивающая реализацию автосопровождения в обоих приемных диапазонах. Проанализированы характеристики трехдиапазонной облучающей системы. **Заключение.** Предложена облучающая система многодиапазонной двухзеркальной антенны для зеркал с профилированными поверхностями, с реализацией совмещенного приема сигналов в диапазонах частот С(Rx) и К(Rx) с полосой 21 % и передачей сигналов в диапазоне частот С(Tx) с полосой 16 % и формированием в обоих приемных диапазонах парциальных ДН для реализации моноимпульсной системы углового слежения. Реализованы характеристики облучающей системы: кросс-поляризационная развязка более 30 дБ, формирование идентичных парциальных ДН и устойчивый режим слежения по сигналам бортовых ретрансляторов в системах связи с повторным использованием частот.

Ключевые слова – многодиапазонная облучающая система; гофрированный рупор; ответвитель моды H_{21} ; двухполяризационный частотный дилексер; ортомодовый преобразователь; диэлектрический стержень; гибридное соединение; волноводная схема; моделированная диаграмма направленности; моноимпульсный метод.

Введение

В настоящее время в составе наземных станций спутниковых систем связи широко применяются многодиапазонные двухзеркальные антенны (МДЗА). При построении МДЗА используются достаточно сложные облучающие системы, которые обеспечивают прием и передачу высокочастотных (ВЧ) сигналов в нескольких частотных диапазонах одновременно на двух ортогональных поляризациях, вращающихся или линейных [1]. Облучающие системы состоят из многодиапазонных гофрированных рупоров и волноводных сборок из устройств, которые, осуществляя частотную и поляризационную селекцию принимаемых/передаваемых сигналов, совмещают порты приемных и передающих каналов [2; 3].

Для получения предельных значений кросс-поляризационной развязки в одноименных каналах приема и передачи сигналов позиционирование электрической оси МДЗА в направлении на космический аппарат (КА) должно обеспечиваться в 1 дБ-контуре основного лепестка диаграммы направленности (ДН) антенны.

В стационарных станциях такая точность позиционирования электрической оси МДЗА обеспечивается методами: программного слежения по рассчитанным во времени угловым координатам КА или экстремального регулирования по данным измерения уровней принимаемых сигналов при смещении антенны с направления на КА [4].

В случаях, когда станции космической связи базируются на подвижных носителях, например на кораблях, при движении корабля, воздействии качки и иных дестабилизирующих факторов методы программного и экстремального слежения не смогут обеспечить удержания МДЗА в направлении на ИСЗ. Для решения этой проблемы, как правило, применяют моноимпульсный метод слежения, основанный на использовании суммарных и разностных диаграмм направленности. При реализации моноимпульсного метода в зеркальных антеннах формирование суммарных и разностных диаграмм направленности осуществляется многомодовым возбуждением излучающего раскрыва облучающей системы. Такой раскрыв может быть образован апертурой многодиапазонного гофри-

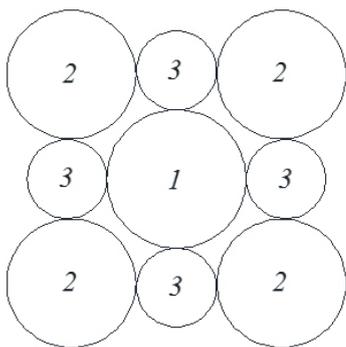


Рис. 1. Облучающая система: 1 – рупор К(Rx); 2 – АР 2 × 2 С(Rx); 3 – АР 2 × 2 С(Tx)

Fig. 1. Radiation system: 1 – horn K(Rx); 2 – AP 2 × 2 C(Rx); 3 – AP 2 × 2 C(Tx)

рованного конического рупора при возбуждении его доминантной модой H_{11} и модами высших типов; или многоэлементным облучателем, образованным излучателями разных частотных диапазонов.

В этой связи облучающие системы МДЗА должны обеспечивать совмещение не только каналов приема и передачи ВЧ-сигналов, но и пеленгационных каналов для построения моноимпульсной системы слежения.

Целью настоящей статьи является исследование возможности создания облучающей системы, обеспечивающей в МДЗА совмещение приема и передачи сигналов в разнесенных диапазонах с полосами частот С(Rx) – 21 %, С(Tx) – 16 % и К(Rx) – 21 %, с реализацией в обоих приемных диапазонах моноимпульсной системы углового автосопровождения.

Решаемые задачи.

1. Разработка трехдиапазонной облучающей системы, обеспечивающей реализацию автосопровождения в обоих приемных диапазонах.

2. Анализ характеристик трехдиапазонной облучающей системы, обеспечивающей реализацию приема и автосопровождения в обоих приемных диапазонах.

Прежде всего необходимо отметить, что построение трехдиапазонной облучающей системы, обеспечивающей автосопровождение в С(Rx) и К(Rx) диапазонах на основе рупорного облучателя с единым раскрывом определяет такой входной диаметр рупора, при котором возбуждается большое число высших мод в К(Rx) диапазоне, что приводит к значительному снижению КУ и крутизны пеленгационной характеристики (ПХ).

Еще один вариант построения трехдиапазонной облучающей системы с реализацией авто-

сопровождения может быть выполнен на основе рупора, обеспечивающего в К(Rx) диапазоне прием сигнала и автосопровождение ИСЗ путем формирования высшей моды и четырех рупоров, обеспечивающих суммарную и разностную ДН для приема и автосопровождения ИСЗ в С(Rx) диапазоне, а также передачи в С(Tx) диапазоне. Однако в этом случае необходимые параметры рупора для совмещения С(Rx)/С(Tx) не позволяют обеспечить формирование необходимых суммарных и разностных ДН в С-диапазоне.

Таким образом, реализация облучающей системы МДЗА, обеспечивающей совмещенный прием/передачу сигналов в широко разнесенных диапазонах С(Rx)/С(Tx)/К(Rx) и автосопровождение ИСЗ моноимпульсным методом в обоих приемных диапазонах С(Rx) и К(Rx), может быть выполнена только на основе применения комбинации разных типов излучателей и устройств, а также способов формирования суммарных и разностных каналов.

С учетом того что облучатель диапазона К(Rx) на основе многомодового гофрированного конического рупора будет иметь диаметр раскрыва, сопоставимый с длинами волн С(Tx) и С(Rx) диапазонов, облучающая система может быть выполнена в виде комбинации этого облучателя, установленного по оси, и двух облучателей диапазонов С(Tx) и С(Rx) с апертурами антенных решеток (АР) 2 × 2, образованными излучающими элементами (ИЭ), расположенными вокруг конического рупора (приведено на рис. 1). Такое построение облучающей системы позволит, во-первых, проводить независимую оптимизацию формируемых информационных каналов для достижения предельных энергетических характеристик МДЗА, во-вторых, реализовать моноимпульсное слежение в обоих приемных диапазонах, в С(Rx) диапазоне – по 4-рупорной схеме, а в К(Rx) диапазоне – при возбуждении рупора гибридной модой HE_{21} .

Для реализации трехдиапазонной облучающей системы в качестве ИЭ АР С(Rx) и С(Tx) диапазонов использовались антенны поверхностных волн, направленность которых определяется не поперечными, а осевыми размерами. К таким антеннам относятся диэлектрические стержневые антенны, возбуждаемые волноводами круглого сечения, которые могут поддерживать распространение гибридной моды HE_{11} и, соответственно, иметь ДН с осевой симметрией [5].

Однако продольным излучателям присуще осевое изменение положения фазового центра в полосе частот. Поэтому для минимизации снижения

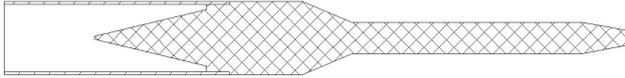


Рис. 2. Диэлектрический стержень ИЭ
 Fig. 2. Dielectric rod of the radiating element

КИП из-за дефокусировки МДЗА в диапазонах С(Rx) и С(Tx) антенные решетки должны располагаться относительно вторичного фокуса зеркальной системы в положениях P_0 , при которых смещения фазового центра из плоскости вторичного фокуса на нижней и верхней частотах, приведенные к длине волны, одинаковы. Положения P_0 определяются из соотношения

$$P_0 = \frac{P_H \lambda_B + P_B \lambda_H}{\lambda_H + \lambda_B}, \quad (1)$$

где P_H и P_B – расчетные положения фазовых центров ИЭ на нижней и верхней частотах диапазонов С(Rx) и С(Tx).

Выбор параметров диэлектрических стержней позволил минимизировать уровень боковых лепестков ДН в обеих АР и, соответственно, увеличить долю энергии, перехватываемую КР.

Моделирование АР 2×2 С(Rx) диапазона и АР 2×2 С(Tx) диапазона проводилось с ИЭ, имеющими расстояния между осями $1,25\lambda$ С(Rx) и $1,5\lambda$ С(Tx), определенными при диаметре внешней стенки центрального рупора 5λ К(Rx), с проведением оптимизации геометрических параметров диэлектрических стержней для минимизации уровня боковых лепестков и, соответственно, уменьшения мощности за пределами угла облучения КР.

Конфигурация диэлектрических стержней с возбуждаемыми волноводами круглого сечения используемых в ИЭ диапазонов С(Rx) и С(Tx) показана на рис. 2.

Соотношение (2), приведенное в [5], позволяет с достаточной точностью оценить потери α (dB), вносимые излучающей частью диэлектрических стержней длиной L :

$$\alpha(dB) = 27,3 QF \sqrt{\epsilon_r} \tan \delta \frac{L}{\lambda}. \quad (2)$$

При изготовлении стержней из арфлона с $\epsilon_r = 2,2$ и $\tan \delta = (1 \div 3) \cdot 10^{-4}$, имеющих коэффициент заполнения $QF \sim 0,3$ и длину излучающей части стержней $\sim 5,5\lambda$, вносимые потери в С(Rx) диапазоне составят $\sim 0,02$ дБ.

На рис. 3 представлен общий вид облучающей системы.

Основным общепринятым показателем эффективности МДЗА являются значения коэффициен-

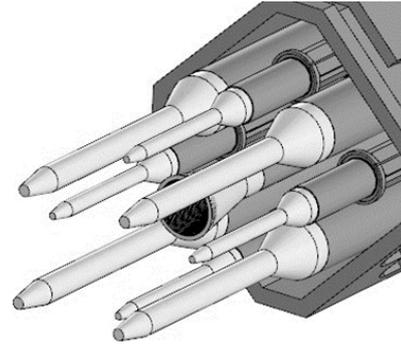


Рис. 3. Апертура облучающей системы
 Fig. 3. Aperture of the irradiation system

та усиления (КУ) по каналам приема и передачи сигналов, а также крутизны ПХ, которые зависят от реализуемых коэффициентов использования площади (КИП) раскрыва в диапазонах частот каналов. Для достижения высоких значений КИП в МДЗА, как правило, применяются зеркальные системы, выполненные по схеме Кассегрена с профилированными поверхностями зеркал. Профили зеркала рассчитываются при задании их линейных и угловых размеров и функции $F_0(\theta)$, описывающей ДН облучателя по мощности, исходя из формирования в апертуре равномерного или близкому к нему распределения энергии электромагнитного поля.

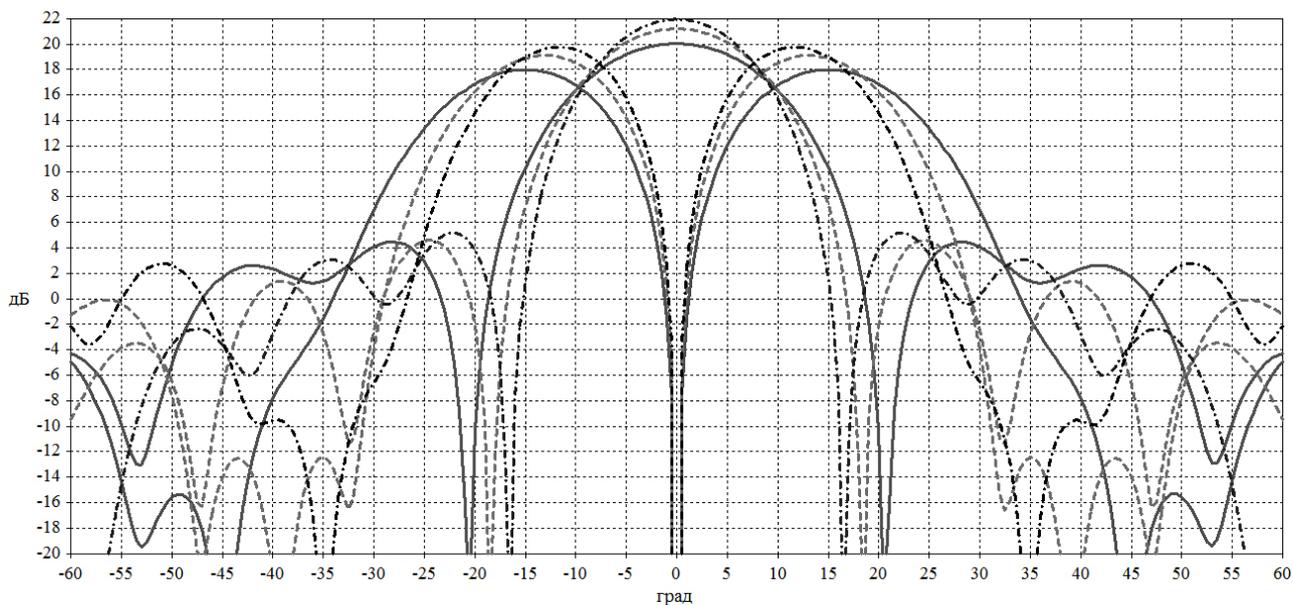
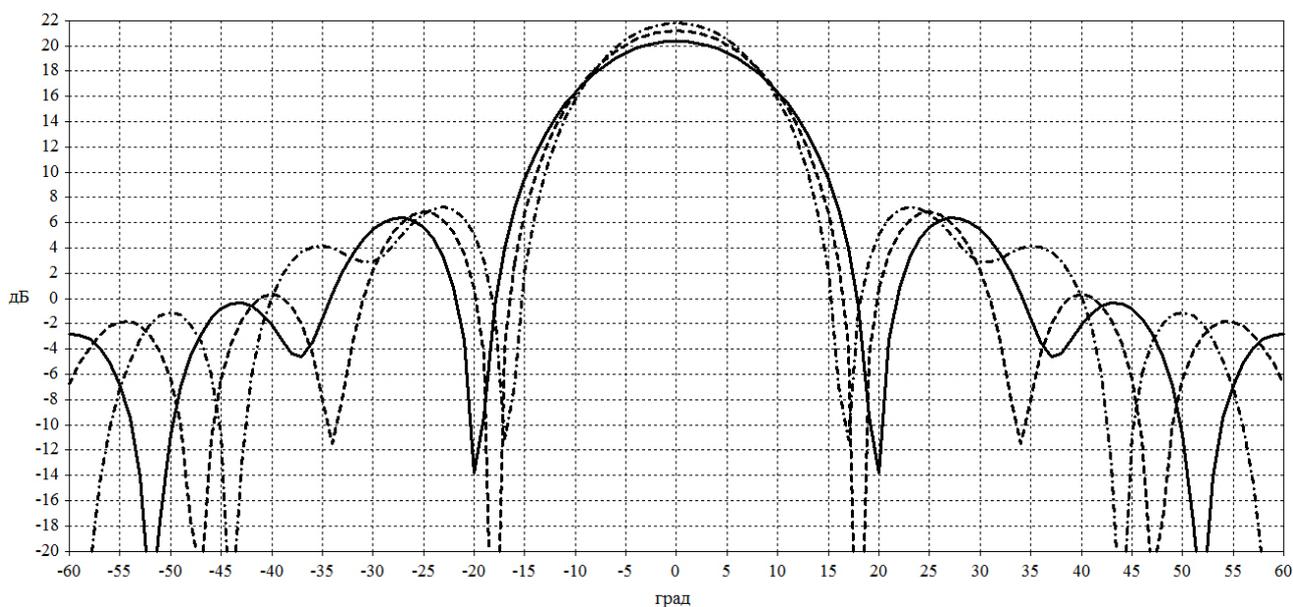
Апертурный КИП h_A при отличии ДН первичного облучателя $F(\theta)$ от функции $F_0(\theta)$, использовавшейся при расчете поверхностей зеркал двухзеркальной системы с равномерным распределением поля в апертуре, может быть определен из соотношения [6–8]:

$$h_A = \frac{\left| \int_0^{\theta_0} [F_0(\theta)]^{1/2} [F(\theta)]^{1/2} \sin \theta d\theta \right|^2}{\int_0^{\theta_0} F_0(\theta) \sin \theta d\theta \int_0^{\theta_0} F(\theta) \sin \theta d\theta}. \quad (3)$$

Коэффициент, учитывающий «перелив» энергии за края КР, определяется как отношение мощности, перехватываемой КР, к общей мощности:

$$h_{\text{пер}} = \frac{\int_0^{\theta_0} F(\theta) \sin \theta d\theta}{\int_0^{\pi} F(\theta) \sin \theta d\theta}. \quad (4)$$

Так как коэффициенты h_A и $h_{\text{пер}}$ вносят основной вклад в итоговый КИП, то выбор и оптимизация конфигурации раскрыва и параметров облучающей системы должны проводиться вместе с оптимизацией параметров зеркальной системы МДЗА по критерию достижения максимальных значений произведения $h_A h_{\text{пер}}$ в каждом частот-

Рис. 4. Суммарные и разностные ДН АР 2×2 С(Rx)Fig. 4. Total and difference radiation pattern of AR 2×2 C(Rx)Рис. 5. Суммарные ДН АР 2×2 С(Tx)Fig. 5. Total radiation pattern of AR 2×2 C(Tx)

ном диапазоне при их допустимых изменениях в полосе частот.

Рис. 4 и 5 содержат суммарные и разностные ДН АР 2×2 С(Rx) и суммарные ДН АР 2×2 С(Tx) в основных плоскостях на нижних (сплошная линия), средних (пунктирная линия) и верхних (штрихпунктирная линия) частотах диапазонов.

Из анализа представленных суммарных ДН следует, что обе АР 2×2 обеспечат облучение КР основным лепестком ДН во всей полосе рабочих частот при условии выбора углового полуразмера КР θ_0 не более 17° . ДН на основной и кросс-

поляризациях на средней частоте С(Rx) диапазона, приведенные на рис. 6, свидетельствуют о том, что уровень кросс-поляризационных лепестков в пределах угла θ_0 не превышает минус 30 дБ, что сопоставимо с характеристиками гофрированных конических рупоров.

Полученные суммарные ДН АР 2×2 диапазонов С(Rx) и С(Tx) позволяют, используя соотношения (1) и (2), определить частотные зависимости апертурного КИП h_A и коэффициенты перехвата мощности КР $h_{пр}$ в пределах угла $\theta_0 = 17^\circ$.

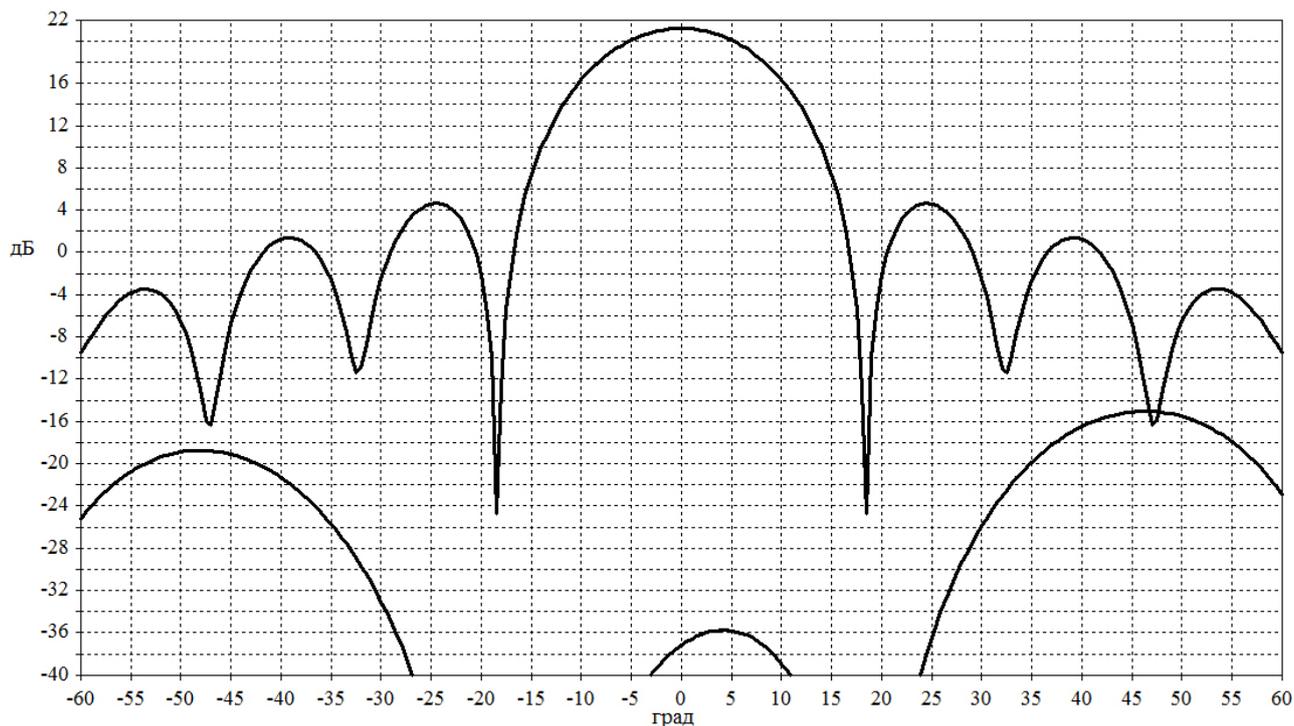


Рис. 6. Суммарные ДН AP 2×2 C(Rx) на основной и кросс-поляризациях
 Fig. 6. Total AP 2×2 C(Rx) patterns on the main and cross-polarizations

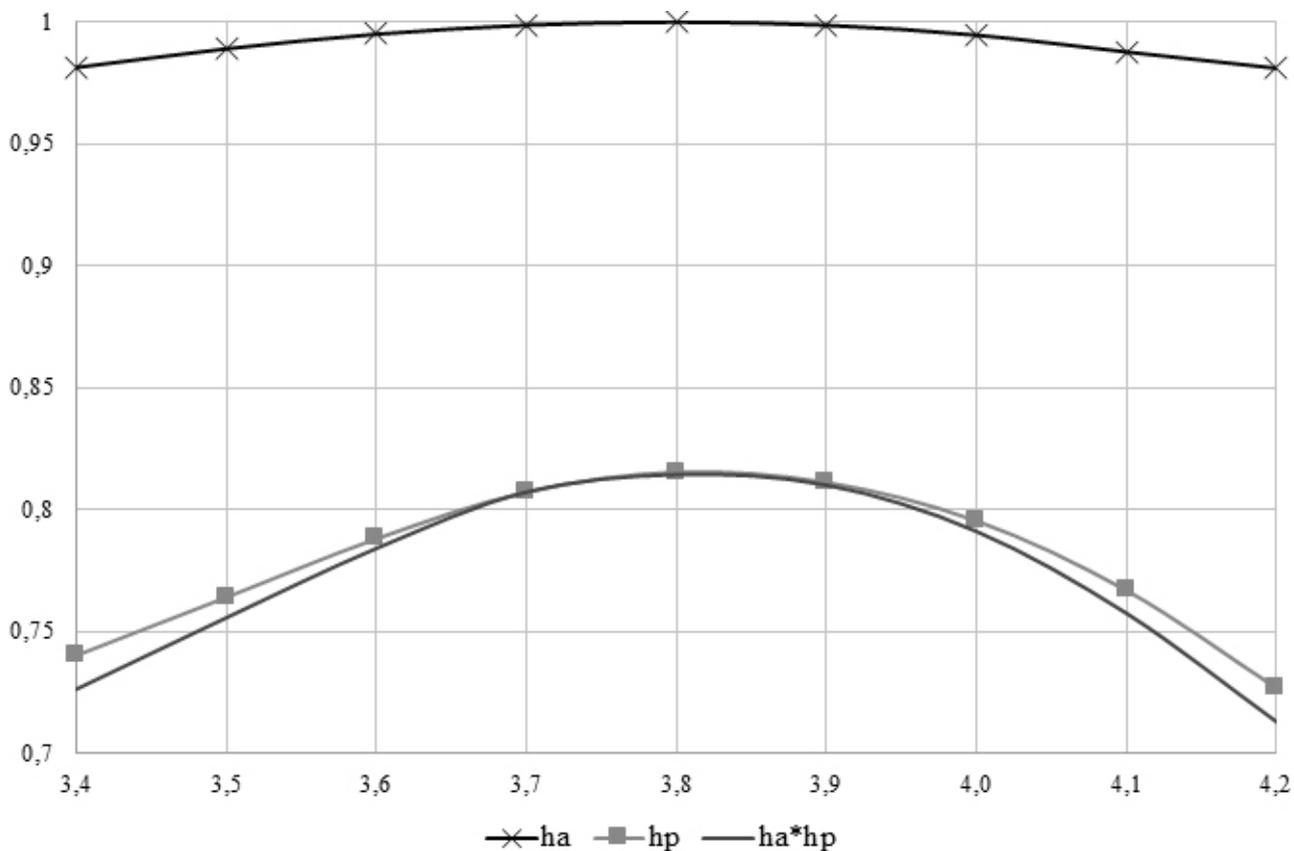


Рис. 7. КИП ДЗА в C(Rx) диапазоне
 Fig. 7. Area utilization factors of the multi-band dual-mirror antenna in the C(Rx) range

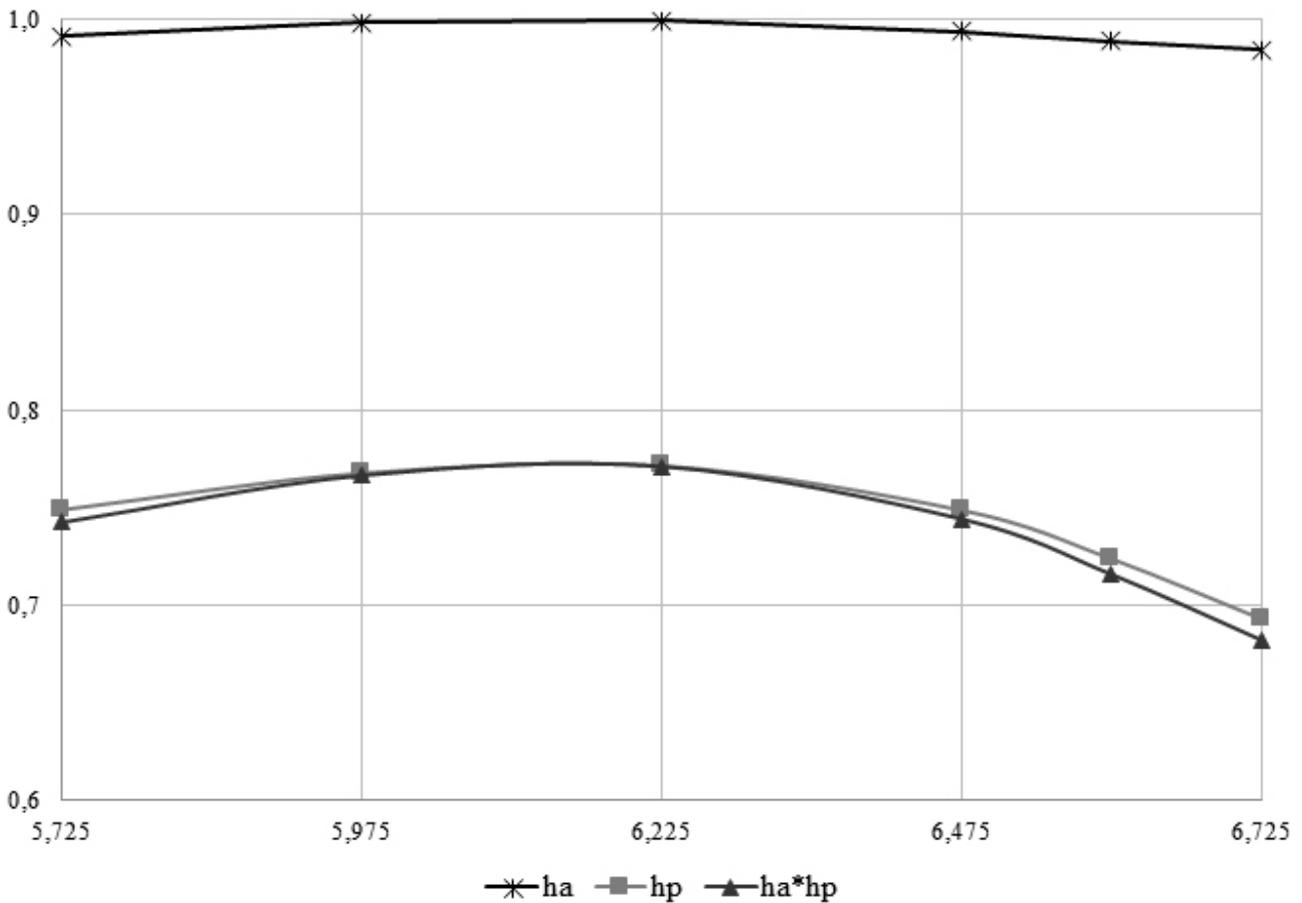


Рис. 8. КИП ДЗА в С(Tx) диапазоне

Fig. 8. Area utilization factors of the multi-band dual-mirror antenna in the C(Tx) range

Для получения в диапазоне приема максимально возможных значений произведения $h_A h_{pr}$ в качестве ДН $F_0(\theta)$, используемой при расчете поверхностей зеркал, должна быть выбрана ДН АР 2×2 С(Rx). Выбор ДН $F_0(\theta)$ на частоте 3,7 ГГц позволил получить произведение $h_A h_{pr}$ в области значений от 0,73 до 0,8, которые сопоставимы со значениями, реализуемыми в ДЗА с рупорным облучателем.

Произведение $h_A h_{pr}$ в С(Tx) диапазоне будет иметь также приемлемые значения в пределах от 0,64 до 0,76. Частотные зависимости h_A и h_{pr} и их произведений $h_A h_{pr}$ в С(Rx) и С(Tx) диапазонах приведены на рис. 7 и 8 соответственно.

Формирование суммарной и разностной ДН облучателя К(Rx) диапазона осуществляется возбуждением гофрированного конического рупора доминантной модой H_{11} и высшей модой H_{21} круглого волновода.

Гофрированный конический рупор с размером апертуры, ограниченной диаметром $5\lambda_{K(Rx)}$, должен иметь суммарные ДН с осевой симметрией, близкие по форме к ДН $F_0(\theta)$, выбранной для расчета поверхностей зеркал, а также соответствовать предъявляемым типовым требованиям к уровню

обратных потерь по основной и следящей модам (H_{11} и H_{21}) и уровню кросс-поляризационных лепестков по основной моде в пределах угла облучения КР.

Получение осесимметричных ДН при низком уровне кросс-поляризационных лепестков в пределах угла облучения КР зависит от выполнения в апертуре балансного гибридно-модового условия для моды HE_{11} и степени минимизации уровня преобразования этой моды в моды EH_{12} и HE_{1n} ($n > 1$) вдоль всей длины гофрированного рупора [9–11]. Это достигается тогда, когда поверхностная проводимость на границе гофрированной области становится близкой к нулю. Поскольку общая полоса частот диапазона К(Rx) не превышает октавы, то выполнение балансного гибридно-модового условия для моды HE_{11} в апертуре синтезированной модели конического рупора было получено при образовании гофрированной поверхности конической части и модового преобразователя канавками различной конфигурации и глубины, перпендикулярными оси рупора.

На рис. 9 представлены ДН рупора по моде H_{11} на средней частоте К(Rx) диапазона на основной

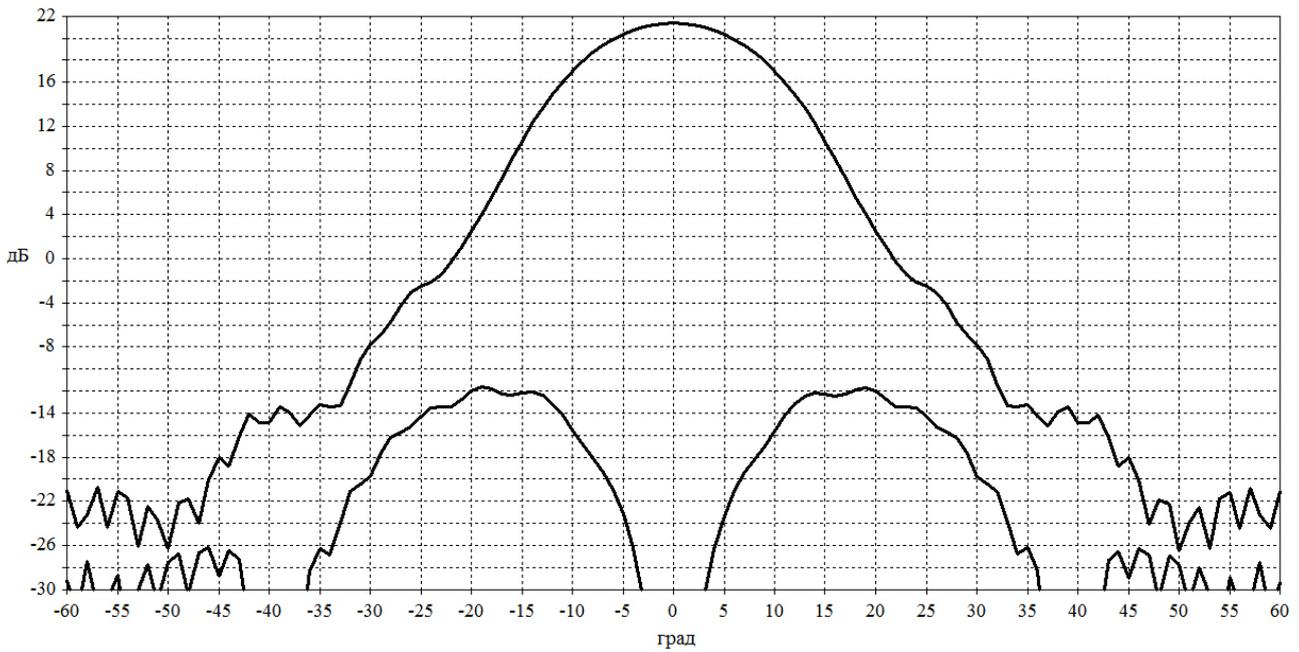


Рис. 9. ДН рупора на основной и кросс-поляризациях
Fig. 9. Horn RP for main and cross-polarizations

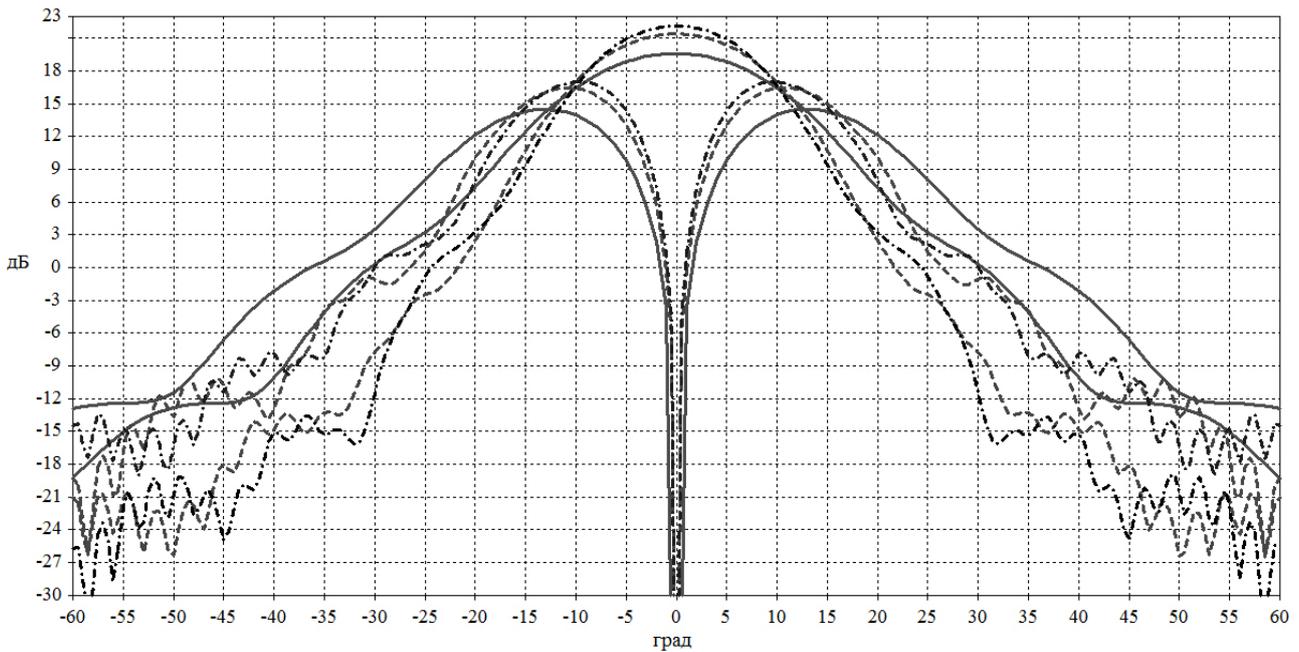


Рис. 10. ДН рупора на модах H_{11} и H_{21}
Fig. 10. Horn RP for H_{11} and H_{21} modes

и кросс-поляризациях, а на рис. 10 – ДН на модах H_{11} и H_{21} на основной поляризации на нижней (сплошная линия), средней (пунктирная линия) и верхних (штрихпунктирная линия) частотах диапазона К(Rx).

Однако, как следует из апертуры облучающей системы, рупор будет в окружении диэлектрических стержней ИЭ антенных решеток AP 2×2 C(Rx) и AP C(Tx), что должно сказываться на его электрических характеристиках.

Сравнение характеристик излучения рупора в свободном пространстве в окружении диэлектрических стержней ИЭ показало влияние последних, которое проявляется в повышении уровня боковых лепестков и нарушении симметрии основного лепестка ДН по моде H_{11} , что иллюстрируется ДН для средней частоты К(Rx) диапазона, представленной на рис. 11, при этом кросс-поляризационная составляющая осталась на уровне 30 дБ.

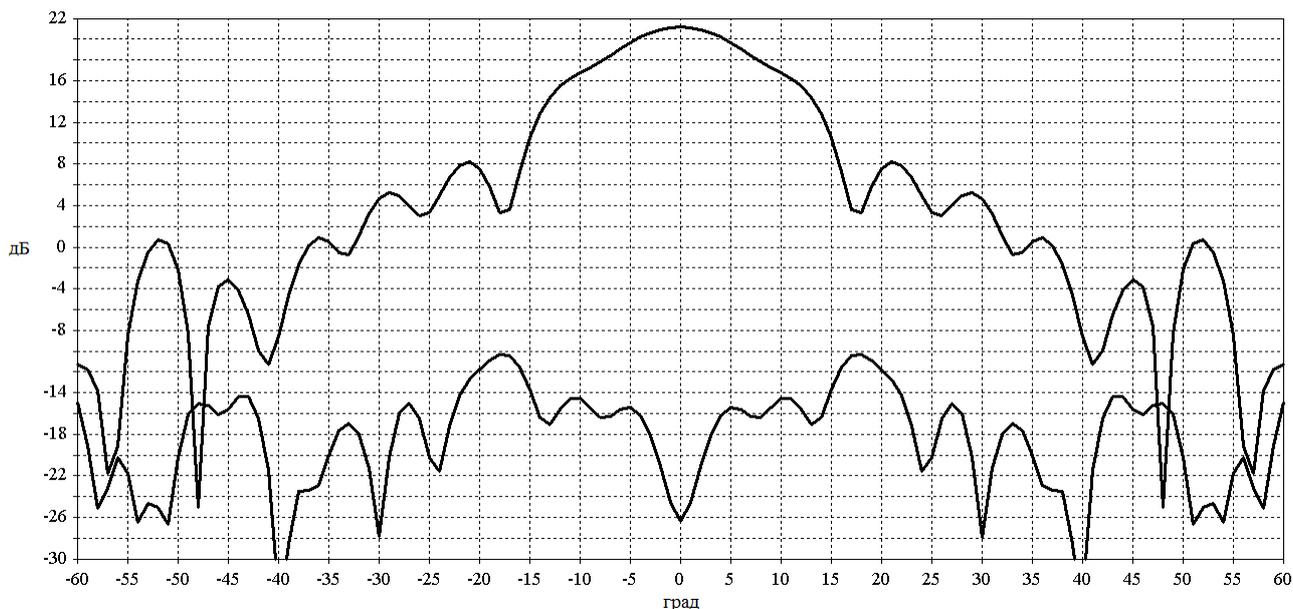


Рис. 11. ДН рупора в окружении ИЭ $AP\ 2 \times 2\ C(Rx)$ и $AP\ C(Tx)$
Fig. 11. Horn pattern surrounded by $2 \times 2\ AP\ C(Rx)$ and $AP\ C(Tx)$

Построение облучающей системы будет определяться построением облучателей $C(Rx)$, $C(Tx)$ и $K(Rx)$ диапазонов в соответствии с техническими решениями, приведенными в статье и исходя из реализации в диапазонах $C(Rx)$ и $K(Rx)$ моноимпульсной системы слежения при приеме сигналов различных поляризаций. Выбор схемных построений облучателей должен обеспечивать выполнение их компонок, при которых может быть реализована общая компоновка облучающей системы в конструктивном объеме МДЗА, определяемом геометрическими параметрами зеркальной системы.

Заключение

1. Представлено построение облучающей системы МДЗА для зеркал с профилированными поверхностями, с реализацией совмещенного приема сигналов в диапазонах частот $C(Rx)$ и $K(Rx)$ с полосой 21 % и передачей сигналов в диапазоне частот $C(Tx)$ с полосой 16 % и формирование в обоих приемных диапазонах парциальных ДН для реализации моноимпульсной системы углового слежения.

Облучающая система образована:

- в $K(Rx)$ диапазоне установленным по оси гофрированным коническим рупором;
- в $C(Rx)$ и $C(Tx)$ диапазонах – на основе двух $AP\ 2 \times 2$ с ИЭ в виде диэлектрических стержневых антенн, возбуждаемых доминантными модами круглых волноводов.

Такое построение облучающей системы в $C(Rx)$ и $C(Tx)$ диапазонах позволило получить характеристики излучения, при которых ДЗА имеет значения КИП, сопоставимые со значениями, реализуемыми в ДЗА с рупорным облучателем.

2. Анализ характеристик трехдиапазонной облучающей системы по обеспечению реализации приема и автосопровождения в $C(Rx)$ и $K(Rx)$ диапазонах показал:

- прием сигналов ортогональных круговых или линейных поляризаций с уровнями кросс-поляризационной развязки более 30 дБ;
- формирование идентичных парциальных ДН и, соответственно, неизменных пеленгационных характеристик каналов слежения в полосе частот;
- устойчивый режим слежения по сигналам бортовых ретрансляторов в системах связи с вторным использованием частот.

Список литературы

1. Демченко В.И., Косогор А.А., Раздоркин Д.Я. Методология разработки многодиапазонных зеркальных антенн // Антенны. 2012. № 9 (184). С. 4–13. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=18052444>
2. Бойчук С.И., Коровкин А.Е., Юхнов В.И. Методики создания и проверки многодиапазонных антенно-волноводных трактов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 3. С. 52–58. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.52-58>

3. Способы частотно-поляризационного разделения сигналов в зеркальных антеннах систем спутниковой связи / Д.Д. Габриэлян [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 83–90. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.83-90>
4. Dybdal R. Communication Satellite Antennas: System Architecture, Technology, and Evaluation. New York: McGraw-Hill, 2009. 320 p.
5. Milligan T.A. Modern Antenna Design. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005. 614 p.
6. Rao V., Chen S. Illumination efficiency of a shaped Cassegrain system // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1970. Vol. 18, no. 3. P. 411–412. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.1970.1139704>
7. Ключев Д.С. Электродинамический анализ зеркальных антенн методом сингулярных интегральных уравнений // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2009. Т. 12, № 3. С. 86–90. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12846665>
8. Ключев С.Б., Нефедов Е.И. Антенна с явно выраженной продольной составляющей электрического поля в ближней зоне // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2008. Т. 11, № 4. С. 21–26. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12835171>
9. Clarricoats P.J.B., Olver A.D. Corrugated Horns for Microwave Antennas. London: Peter Peregrinus, 1984. 244 p. DOI: <https://doi.org/10.1049/pbnew018e>
10. Коровкин А.Е., Раздоркин Д.Я., Шипулин А.В. Моноимпульсный облучатель зеркальных антенн на высших типах волн // Антенны. 2012. № 9 (184). С. 14–18. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18052445>
11. Коровкин А.Е., Раздоркин Д.Я., Шипулин А.В. Многодиапазонные облучатели зеркальных антенн на основе конических гофрированных рупоров // Антенны. 2012. № 9 (184). С. 19–23. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18052446>

Информация об авторах

Козлова Людмила Николаевна, инженер-программист ФГУП «Ростовский-на-Дону НИИ радиосвязи», г. Ростов-на-Дону, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны.
E-mail: luda63wnet@mail.ru

Коровкин Александр Евгеньевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник ФГУП «Ростовский-на-Дону НИИ радиосвязи», г. Ростов-на-Дону, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, гофрированные рупоры, устройства СВЧ, антенны.
E-mail: alkejzer@mail.ru
SPIN-код (eLibrary): 7382-8328

Раздоркин Дмитрий Яковлевич, заместитель начальника научно-технического комплекса ФГУП «Ростовский-на-Дону НИИ радиосвязи», г. Ростов-на-Дону, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны, комплексные системы связи.
E-mail: rd_rdy@mail.ru

Токарева Наталья Викторовна, руководитель группы научно-технического комплекса ФГУП «Ростовский-на-Дону НИИ радиосвязи», г. Ростов-на-Дону, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, микрополосковые устройства СВЧ.
E-mail: annanata65@mail.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2027, vol. 27, no. 3, pp. 71–80

DOI 10.18469/1810-3189.2024.27.3.71-80
UDC 532.537
Original Research

Received 8 February 2024
Accepted 11 March 2024
Published 30 September 2024

Feed system tracking receive/transmit shaped Cassegrain antenna C/K bands

*Lyudmila N. Kozlova, Alexander E. Korovkin,
Dmitriy Ya. Razdorkin, Natalia V. Tokareva*

FSUE «RNIIRS»
130, Nansen Street,
Rostov-on-Don, 344038, Russia

Abstract – Background. The need to create, space communication stations based on mobile carriers, for example, on ships, requires the use of multi-band reflector antennas irradiating systems that ensure the combination of not only channels for receiving and transmitting high-frequency signals, but also direction-finding channels for constructing a monopulse tracking system. **Aim.** Study of the possibility of creating an irradiation system that ensures the combination of reception and

transmission of signals in the multi-band reflector antennas in spaced ranges with frequency bands C(Rx) – 21 %, C(Tx) – 16 % and K(Rx) – 21 %, with the implementation of a monopulse angular automatic tracking system in both receiving ranges. **Methods.** Development of a three-band irradiation system that ensures the implementation of automatic tracking in both receiving ranges. Analysis of the characteristics of a three-band irradiation system that ensures the implementation of reception and automatic tracking in both receiving ranges. **Results.** Development of a three-band irradiation system that ensures the implementation of automatic tracking in both receiving ranges. Analysis of the characteristics of a three-band irradiation system that ensures the implementation of reception and automatic tracking in both receiving ranges. **Conclusion.** The irradiation system of the multi-band reflector antennas for mirrors with profiled surfaces is proposed, with the implementation of combined signal reception in the C(Rx) and K(Rx) frequency ranges with a 21 % band and signal transmission in the C(Tx) frequency range with a 16 % band, and the formation of partial RPs in both receiving ranges for the implementation of a monopulse angular tracking system. The following characteristics of the irradiation system are implemented: cross-polarization isolation of more than 30 dB, the formation of identical partial RPs and a stable tracking mode based on signals from onboard repeaters in communication systems with frequency reuse.

Keywords – multiband feed system; corrugated horn; H_{21} mode coupler; dual-polarization frequency diplexer; orto-mode transducer; dielectric rod; hybrid coupler; waveguide network; simulated pattern; monopulse tracking.

✉ alkejzer@mail.ru (Alexander E. Korovkin)

 © Lyudmila N. Kozlova et al., 2024

References

1. V. I. Demchenko, A. A. Kosogor, and D. Ya. Razdorkin, “Methodology for the development of multi-band dish antennas,” *Antenny*, no. 9 (184), pp. 4–13, 2012, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=18052444>. (In Russ.)
2. S. I. Boychuk, A. E. Korovkin, and V. I. Yukhnov, “Methods for creating and testing multi-band antenna-waveguide paths,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 52–58, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.52-58>. (In Russ.)
3. D. D. Gabriel'yan et al., “Receiving and transmitting feed of reflector antennas for satellite communication systems,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 83–90, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.83-90>. (In Russ.)
4. R. Dybdal, *Communication Satellite Antennas: System Architecture, Technology, and Evaluation*. New York: McGraw-Hill, 2009.
5. T. A. Milligan, *Modern Antenna Design*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005.
6. B. Rao and S. Chen, “Illumination efficiency of a shaped Cassegrain system,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 18, no. 3, pp. 411–412, 1970, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.1970.1139704>.
7. D. S. Klyuev, “Electrodynamics analyses of mirror antennas by singular integral equations method,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 12, no. 3, pp. 86–90, 2009, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12846665>. (In Russ.)
8. S. B. Klyuev and E. I. Nefyodov, “Aerial with manifested longitudinal component of the electric field in the near-field,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 21–26, 2008, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=12835171>. (In Russ.)
9. P. J. B. Clarricoats and A. D. Olver, *Corrugated Horns for Microwave Antennas*. London: Peter Peregrinus, 1984, doi: <https://doi.org/10.1049/pbew018e>.
10. A. E. Korovkin, D. Ya. Razdorkin, and A. V. Shipulin, “Monopulse mirror feed system at the higher types of waves,” *Antenny*, no. 9 (184), pp. 14–18, 2012, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18052445>. (In Russ.)
11. A. E. Korovkin, D. Ya. Razdorkin, and A. V. Shipulin, “Multiband reflector antennas feeds based on conical corrugated horn,” *Antenny*, no. 9 (184), pp. 19–23, 2012, url: <https://elibrary.ru/item.asp?id=18052446>. (In Russ.)

Information about the Authors

Lyudmila N. Kozlova, software engineer of FSUE «RNIIRS», Rostov-on-Don, Russia.

Research interests: electrodynamics, microwave devices, antennas.

E-mail: luda63wnet@mail.ru

Alexander E. Korovkin, Candidate of Engineering Sciences, senior researcher of FSUE «RNIIRS», Rostov-on-Don, Russia.

Research interests: electrodynamics, corrugated horns, microwave devices, antennas.

E-mail: alkejzer@mail.ru

SPIN-code (eLibrary): 7382-8328

Dmitriy Ya. Razdorkin, deputy of scientific and technical complex, FSUE «RNIIRS», Rostov-on-Don, Russia.

Research interests: electrodynamics, microwave devices, antennas, integrated communication systems.

E-mail: rd_rdy@mail.ru

Natalia V. Tokareva, team leader of FSUE «RNIIRS», Rostov-on-Don, Russia.

Research interests: electrodynamics, microstrip microwave devices.

E-mail: annanata65@mail.ru

Плазмонные антенны на основе прямоугольных графеновых нанолент с управляемой поляризацией терагерцового и инфракрасного излучения

Г.С. Макеева

Пензенский государственный университет
440026, Россия, г. Пенза,
ул. Красная, 40

Аннотация – Обоснование. Для развития новых терагерцовых систем беспроводной связи с высокой пропускной способностью и скоростью передачи, таких как 6G и выше, необходимо эффективное управление направлением поляризации излучаемых терагерцовых волн, однако большинство методов технологически сложные и дорогие. Реализация терагерцовых антенн и устройств на основе 2D-материалов, таких как графен, решает проблему, связанную с разработкой эффективного управления. **Цель.** Исследование возможности управления поляризацией терагерцового и ИК-излучения плазмонных антенн на основе прямоугольных графеновых нанолент с помощью изменения химического потенциала (приложением внешнего электрического поля). **Методы.** Эту важную научную проблему, связанную с проектированием терагерцовых антенн, во многом позволяет решить моделирование с помощью программы электродинамического моделирования CST MWS 2023. **Результаты.** В качестве объекта анализа выбраны плазмонные терагерцовые антенны на основе прямоугольных графеновых нанолент и показана возможность излучения волн двух ортогональных поляризаций. Выявлены способы управления поляризацией терагерцового, ИК-излучения таких антенн, основанные на выборе рабочих частот, соответствующих резонансам мод поверхностных плазмон-поляритонов, и нанесении металлизации на диэлектрическую подложку. **Заключение.** Возможность управления поляризацией терагерцового, ИК-излучения позволяет создавать как новые элементы плазмонных антенных решеток, так и новые коммуникационные технологии, в том числе будущих сетей 6G.

Ключевые слова – плазмонные антенны; прямоугольные графеновые наноленты; поляризация; плазмонный резонанс; диаграмма направленности.

Введение

Требования к высокой пропускной способности и скорости передачи данных будущей беспроводной связи, такой как 6G и выше, не могут быть удовлетворены с помощью существующих технологий. Терагерцовый (ТГц) диапазон частот становится все более многообещающим для применения в высокоскоростных сетях беспроводной связи будущего [1]. ТГц-излучение активно используют для разработки связи нового поколения. По сравнению с СВЧ-диапазоном использование ТГц излучения позволяет на порядок увеличить скорость передачи информации, в частности для 6G Wi-Fi [2].

В последнее время реализация ТГц устройств и антенн ускорилась за счет появления двумерных (2D) материалов, таких как графен, который решает проблему, связанную с разработкой эффективного управления. Высоколегированный графен становится основной платформой для создания плазмонных антенн [3–7] и устройств, в том числе поляризаторов [8–11] ТГц-диапазона благодаря своим уникальным оптоэлектронным свойствам.

Графен демонстрирует высокую подвижность носителей, поглощение, не зависящее от длины волны, перестраиваемость свойств при изменении химического потенциала (уровня Ферми) путем электрического стробирования и химического легирования, при этом он химически и механически устойчив благодаря прочной ковалентной связи между атомами углерода. В графене возбуждаются относительно длительные, сильно ограниченные и перестраиваемые плазмонные резонансы, которые проявляются в ТГц и инфракрасном (ИК) диапазонах частот [3].

Если графен интегрировать в антенны, то графеновые аналоги типичных металлических антенн демонстрируют лучшие свойства излучения [4–7]. Это связано не только с хорошей проводимостью графена, но главным образом с тем, что поверхностная проводимость графена зависит от химического потенциала, изменяющегося при приложении напряжения смещения [12]. Ожидается, что такое динамическое управление проводимостью графена может достигать скоростей до терабит в секунду [3].

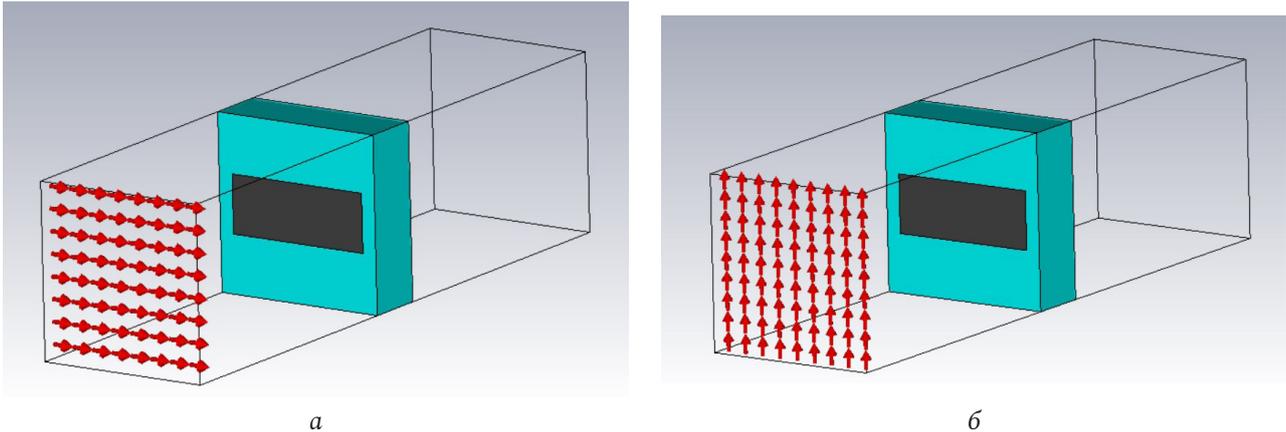


Рис. 1. Модели возбуждения плазмонной антенны на основе прямоугольной графеновой наноленты ТЕМ-волной s-поляризации (а) и р-поляризации (б) с помощью волноводного порта в программном комплексе CST MWS 2023
Fig. 1. Models of excitation of a plasmonic antenna based on a rectangular graphene nanoribbon by a TEM wave of s-polarization (a) and p-polarization (b) using a waveguide port in the CST MWS 2023 software package

Для развития новых ТГц-систем сверхбыстродействующей и сверхточной связи необходимо эффективное управление направлением поляризации излучаемых волн, однако большинство методов технологически сложные и дорогие [2].

Важные научные проблемы, связанные с проектированием устройств СВЧ, антенн и фазированных антенных решеток, позволяют решать программы электродинамического моделирования CST MWS и HFSS [13; 14].

Целью данной работы является исследование с помощью программы электродинамического моделирования CST Microwave Studio возможности управления поляризацией ТГц- и ИК-излучения плазмонных антенн на основе прямоугольных графеновых нанолент путем изменения химического потенциала (при приложении внешнего электрического поля).

1. Моделирование характеристик плазмонной антенны на основе прямоугольной графеновой наноленты, возбуждаемой ТЕМ-волной s- и р-поляризации, при изменении химического потенциала

Модели возбуждения плазмонной антенны на основе прямоугольной графеновой наноленты нормально падающей ТЕМ-волной s-поляризации (рис. 1, а) и р-поляризации (рис. 1, б) с помощью волноводного порта, созданные в программном комплексе CST MWS 2023 [15], приведены на рис. 1. Модель антенны состоит из прямоугольной графеновой наноленты (длиной l , шириной w) (рис. 1), расположенной на диэлектрической под-

ложке (диоксид кремния SiO_2 , диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 2,2$) с геометрическими размерами a, b, h .

Рис. 1 демонстрирует ориентацию вектора \mathbf{E} напряженности электрического поля падающей ТЕМ-волны относительно графеновой наноленты: в случае возбуждения антенны волной s-поляризации вектор \mathbf{E} ориентирован вдоль широкой стороны графеновой наноленты (рис. 1, а), в случае р-поляризации – вдоль узкой (рис. 1, б).

Эти модели с возбуждением волноводным портом падающей ТЕМ-волной s- и р-поляризации (рис. 1) использованы для решения электродинамической задачи с помощью программного комплекса CST Microwave Studio 2023 методом конечного интегрирования во временной области [3].

Проведен расчет элемента матрицы рассеяния $|S_{12}|$ графеновой плазмонной антенны, возбуждаемой ТЕМ-волной s- и р-поляризации, в ТГц, дальнем и среднем ИК-диапазонах для различных значений химического потенциала μ_c графена.

Результаты расчета частотных зависимостей элемента матрицы рассеяния $|S_{12}|$ (коэффициента прохождения волны) плазмонной антенны на основе прямоугольной графеновой наноленты (с геометрическими размерами $w = 1$ мкм, $l = 2,5$ мкм, $a = b = 3$ мкм, $h = 1$ мкм) для значений химического потенциала $\mu_{c1} = 0,3$ эВ, $\mu_{c2} = 0,7$ эВ, $\mu_{c3} = 1$ эВ представлены для случаев возбуждения ТЕМ-волной s- и р-поляризации на рис. 2, а и б соответственно. Графен имеет следующие параметры: температура $T = 300$ К, параметр рассеяния $\tau = 1$ пс.

Из результатов моделирования (рис. 2) следует, что при изменении химического потенциала μ_c

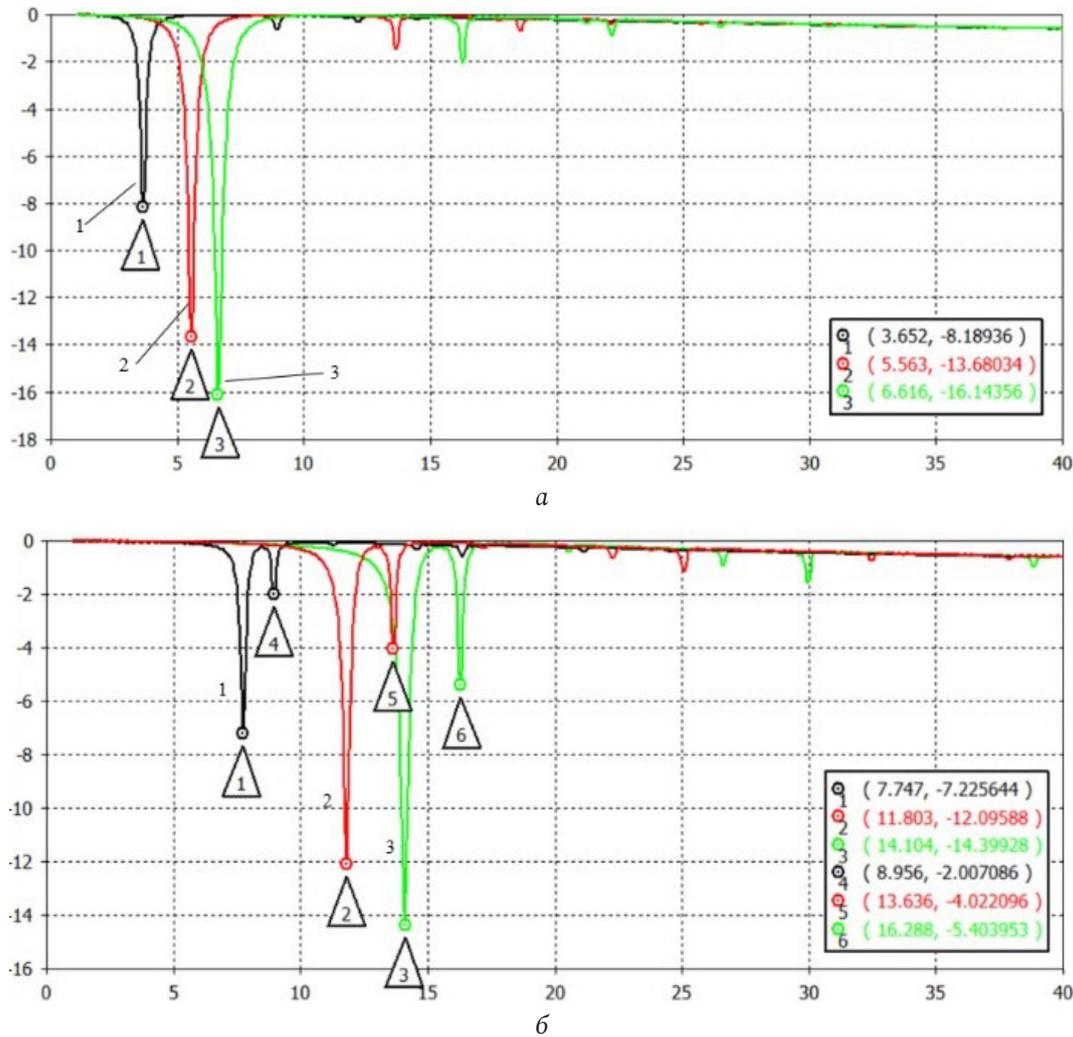


Рис. 2. Частотные зависимости элемента матрицы рассеяния $|S_{12}|$ плазмонной антенны на основе прямоугольной графеновой наноленты для различных значений химического потенциала μ_c в ТГц, дальнем и среднем ИК-диапазонах: а – s-поляризация; б – p-поляризация падающей ТЕМ-волны; кривая 1 – $\mu_{c1} = 0,3$ эВ, 2 – $\mu_{c2} = 0,7$ эВ, 3 – $\mu_{c3} = 1$ эВ; $w = 1$ мкм, $l = 2,5$ мкм, $a = b = 3$ мкм, $h = 1$ мкм

Fig. 2. Frequency dependences of the scattering matrix element $|S_{12}|$ of a plasmonic antenna based on a rectangular graphene nanoribbon for different values of the chemical potential μ_c in the THz, far and mid-IR ranges: а – s-polarization; б – p-polarization of the incident TEM wave; curve 1 – $\mu_{c1} = 0,3$ eV, 2 – $\mu_{c2} = 0,7$ eV, 3 – $\mu_{c3} = 1$ eV; $w = 1 \mu\text{m}$, $l = 2,5 \mu\text{m}$, $b = 3 \mu\text{m}$, $h = 1 \mu\text{m}$

графена положение по частоте и значения минимумов коэффициента прохождения $|S_{12}|$ изменяются. Минимумы коэффициента прохождения $|S_{12}|$ (рис. 2, а, б) обусловлены максимумами коэффициента поглощения P в графене и соответствуют плазмонным резонансам [16] на частотах $f_{рез}$, определяемых возбуждением основной и высших мод поверхностных плазмон-поляритонов (ППП) [11]. Эти резонансные частоты $f_{рез}^{s,p}$ зависят от поляризации падающей волны [11].

При s-поляризации возбуждающей ТЕМ-волны (резонанс поверхностного электрического тока вдоль широкой стороны прямоугольной графеновой наноленты) наблюдается продольный плазмонный резонанс [11]. Для s-поляризации первая резонансная частота f_1^{s1} определяется основной

модой ППП (рис. 2, а), для которой максимальна плотность поверхностного электрического тока j_s на графеновой наноленте, и поэтому максимально и поглощение. Для p-поляризации возбуждающей ТЕМ-волны это поперечный резонанс поверхностного электрического тока j_s вдоль узкой стороны прямоугольной графеновой наноленты [11] и резонансные частоты $f_{рез}^p$ выше, чем $f_{рез}^s$ для s-поляризации (рис. 2, б). Наблюдаются несколько резонансных частот ближайших высших мод ППП как при s-поляризации (рис. 2, а), так и p-поляризации (рис. 2, б). В случае прямоугольной графеновой наноленты продольный при s-поляризации (рис. 2, а) и поперечный при p-поляризации (рис. 2, б) резонансы ППП разнесены по частоте.

Таблица. Расчетные значения элемента матрицы рассеяния $|S_{12}|$ на резонансных частотах $f_{рез}^{s,p}$ основной и второй мод ППП, возбуждаемых ТЕМ-волной s- и р-поляризации, для различных значений химического потенциала μ_c
Table. Calculated values of the scattering matrix element $|S_{12}|$ at the resonant frequencies $f_{рез}^{s,p}$ of the fundamental and second modes of the SPP excited by a TEM wave of s- and p-polarization for different values of the chemical potential μ_c

μ_c , эВ	$f_{рез}^{s1}$, ТГц	S_{11} , дБ	$f_{рез}^{p1}$, ТГц	S_{11} , дБ	$f_{рез}^{p2}$, ТГц	S_{11} , дБ
0,3	3,652	-8,18936	7,747	-7,22564	8,967	-2,00709
0,7	5,563	-13,68034	11,803	-12,09588	13,636	-4,0221
1	6,616	-16,14356	14,104	-14,39928	16,288	-5,40395

Результаты расчета управляемости элемента матрицы рассеяния $|S_{12}|$ на резонансных частотах $f_{рез}^{s,p}$ основной моды и моды второго порядка ППП, возбуждаемых ТЕМ-волной s- и р-поляризации, при изменении химического потенциала μ_c (0,3, 0,7, 1 эВ) приведены в таблице.

2. Моделирование управляемости поляризацией ТГц- и ИК-излучения плазмонных антенн на основе прямоугольных графеновых нанолент

Результаты моделирования с помощью пакета прикладных программ CST MWS 2023 диаграммы направленности (ДН) плазмонной графеновой антенны на диэлектрической подложке и распределения вектора плотности поверхностного электрического тока \mathbf{j}_s на графеновой наноленте на резонансных частотах f_1^{s1} , f_2^{s1} , f_3^{s1} основной моды ППП при s-поляризации возбуждающей ТЕМ-волны для различных значений химического потенциала μ_c (0,3, 0,7, 1 эВ) приведены на рис. 3.

Результаты, представленные на рис. 3 – 3.1–3.3, а–в, демонстрируют возможность перестройки рабочей частоты плазмонной графеновой антенны (сканирование по частоте) на резонансных частотах $f_{рез}^{s1}$ основной моды ППП при s-поляризации возбуждающей ТЕМ-волны в ТГц-диапазоне при изменении химического потенциала μ_c в интервале значений 0.3 – 1 эВ (приложением внешнего электрического поля).

На резонансных частотах f_1^{s1} , f_2^{s1} , f_3^{s1} основной моды ППП при s-поляризации возбуждающей ТЕМ-волны наблюдается резонанс электрического тока, создаваемого стоячей полуволной ППП вдоль широкой стороны прямоугольной наноленты [11] и, следовательно, полуволновое распределение поверхностного электрического тока \mathbf{j}_s по длине прямоугольной графеновой наноленты с максимумом в центре (рис. 3 – 3.1–3.3, г). Форма 3D ДН-излучения, создаваемого этим полуволновым (по длине волны ППП) электрическим излу-

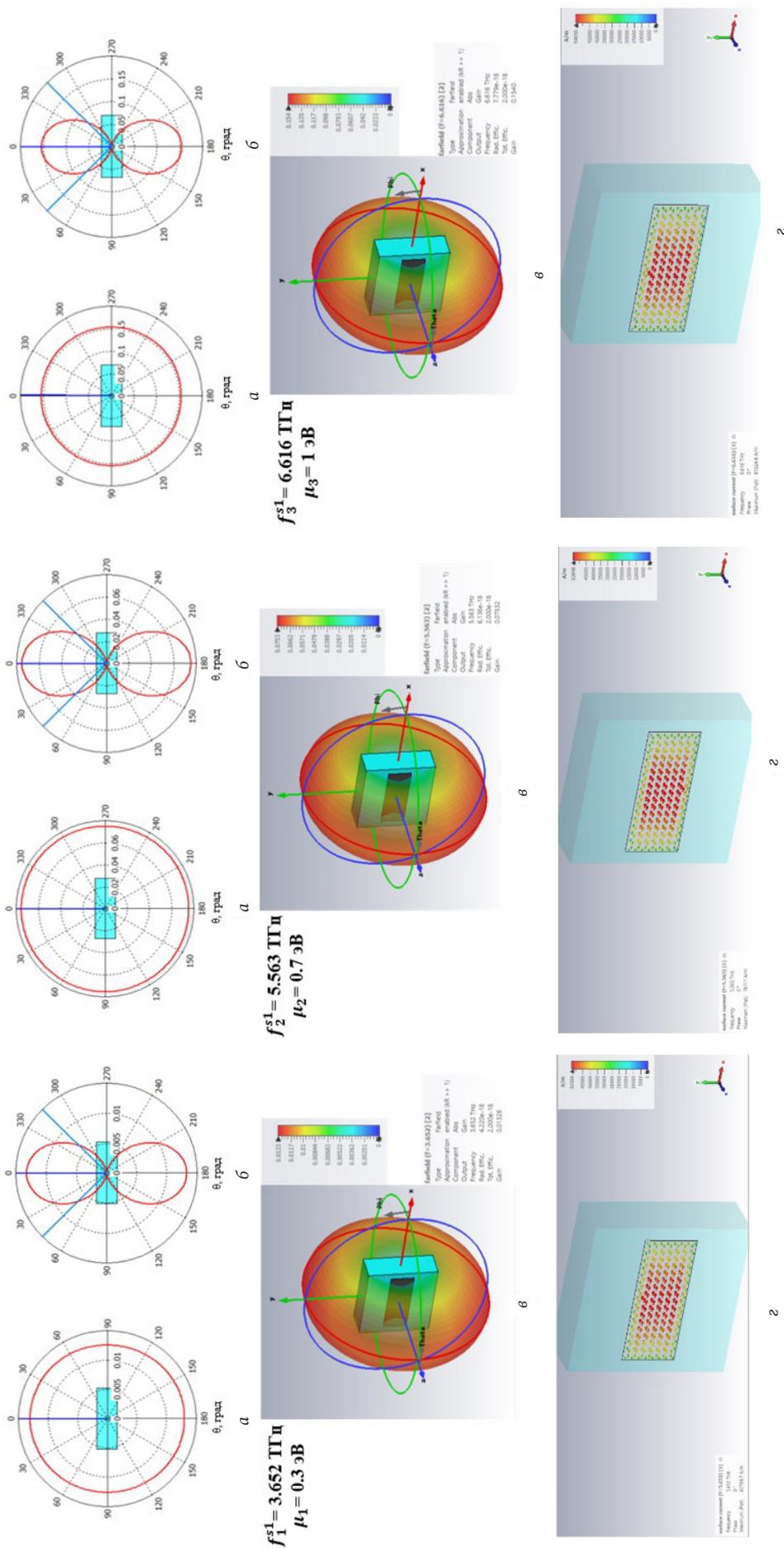
чателем, тороидальная (рис. 3 – 3.1–3.3, в). Ось 2D ДН ориентирована в экваториальной плоскости параллельно относительно продольного излучающего тока (рис. 3 – 3.1–3.2, б), ДН в E-плоскости (в зависимости от θ при $\varphi=0^\circ$) соответствует ДН полуволнового симметричного вибратора [17]; в E-плоскости (в зависимости от θ при $\varphi=90^\circ$) это окружность (рис. 3 – 3.1–3.3, а).

При увеличении значения химического потенциала μ_c происходит возрастание интенсивности плотности поверхностного электрического тока \mathbf{j}_s на графеновой наноленте (рис. 3 – 3.1–3.3, з), так как добротность резонанса уменьшается, следовательно, коэффициент поглощения в графене увеличивается [11], при этом возрастает и эффективность излучения плазмонной графеновой антенны (рис. 3 – 3.1–3.3, в).

Для сравнения на рис. 4 представлены результаты моделирования ДН плазмонной антенны на основе прямоугольной графеновой наноленты на металлизированной диэлектрической подложке (с такими же геометрическими размерами $w=1$ мкм, $l=2,5$ мкм, $a=b=3$ мкм, $h=1$ мкм) на резонансной частоте f_3^{s1} основной моды ППП, равной $f_3^{s1}=5,252$ ТГц при s-поляризации возбуждающей ТЕМ-волны для значения химического потенциала $\mu_c=1$ эВ.

Из сравнения ДН плазмонных антенн на основе прямоугольных графеновых нанолент с диэлектрической (рис. 3 – 3.3) и металлизированной (рис. 4) подложкой на резонансных частотах f_3^{s1} основной моды ППП следует, что ось ДН направленности, а следовательно, и плоскость поляризации ТГц-излучения полуволнового (по длине волны ППП) электрического излучателя во втором случае развернулась на 90° .

Таким образом, плазмонные антенны на основе прямоугольных графеновых нанолент с диэлектрической и металлизированной подложкой излучают ТГц-волны двух ортогональных поляризаций, и, следовательно, поляризация ТГц-излучения



3.1

3.2

3.3

Рис. 3. ДН плазмонной антенны на основе прямоугольной графеновой наноленты на диэлектрической подложке на резонансных частотах f_{res}^{s1} основной моды ППП при s-поляризации возбуждающей ТЕМ-волны и сканирование по частоте в ТГц-диапазоне при изменении значения химического потенциала μ : 2D ДН в E-плоскости (в зависимости от θ , $\varphi = 90^\circ$) (a), в E-плоскости (в зависимости от θ , $\varphi = 0^\circ$) (б) в полярной (a, б) и 3D ДН в сферической (в) системах координат и распределение вектора плотности поверхностного электрического тока \mathbf{j}_s на графеновой наноленте (в); 3.1 – $f_1^{s1} = 3,652$ ТГц, $\mu_1 = 0,3$; 3.2 – $f_2^{s1} = 5,563$ ТГц, $\mu_2 = 0,7$ эВ; 3.3 – $f_3^{s1} = 6,616$ ТГц, $\mu_3 = 1$ эВ; интенсивность излучения и плотности поверхностного электрического тока \mathbf{j}_s обозначены цветом в электронной версии статьи

Fig. 3. The plasmonic antenna pattern based on a rectangular graphene nanoribbon on a dielectric substrate at resonant frequencies f_{res}^{s1} of the fundamental SPP mode with s-polarization of the exciting TEM wave and frequency scanning in the THz range with a change in the value of the chemical potential of μ : 2D RP in the E-plane (depending on θ , $\varphi = 90^\circ$) (a), in the E-plane (depending on θ , $\varphi = 0^\circ$) (b) in the polar (a, b) and 3D RP in the spherical (c) coordinate systems and the distribution of the surface electric current density vector on the graphene nanoribbon (d); 3.1 – $f_1^{s1} = 3,652$ THz, $\mu_1 = 0,3$; 3.2 – $f_2^{s1} = 5,563$ THz, $\mu_2 = 0,7$ eV; 3.3 – $f_3^{s1} = 6,616$ THz, $\mu_3 = 1$ eV; the radiation intensity and surface electric current density are indicated by color in the electronic version of the article

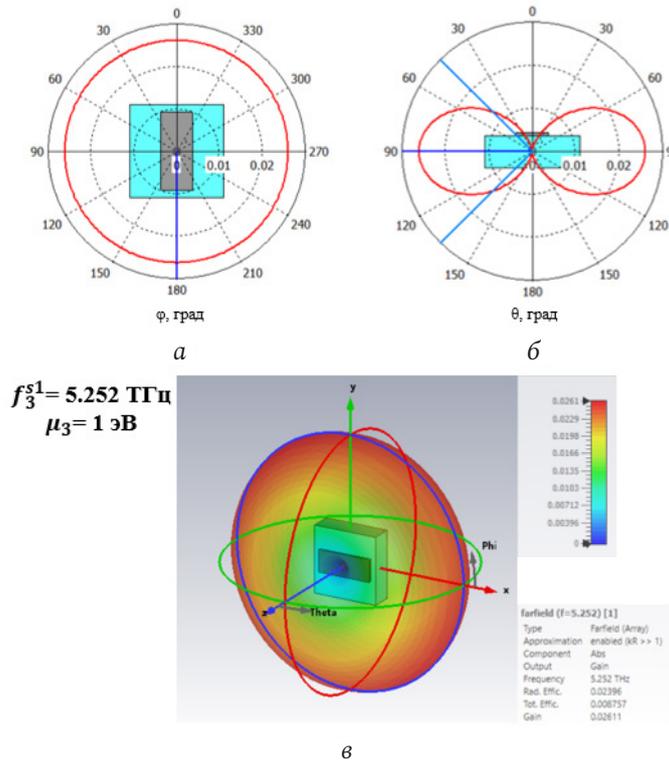


Рис. 4. ДН плазмонной антенны на основе прямоугольной графеновой наноленты на металлизированной диэлектрической подложке при s-поляризации возбуждающей TEM-волны на резонансной частоте основной моды ППП $f_3^{s1} = 5,252 \text{ ТГц}$, $\mu_{c3} = 1 \text{ эВ}$: 2D ДН в H -плоскости (в зависимости от φ , $\theta = 90^\circ$) (а) и в E -плоскости (в зависимости от θ , $\varphi = 90^\circ$) (б) в полярной (а, б) и 3D ДН в сферической (в) системах координат

Fig. 4. RP of a plasmonic antenna based on a rectangular graphene nanoribbon on a metallized dielectric substrate with s-polarization of the exciting TEM wave at the resonant frequency of the fundamental mode of the SPP $f_3^{s1} = 5,252 \text{ THz}$, $\mu_{c3} = 1 \text{ eV}$: 2D RP in the H -plane (depending on φ , $\theta = 90^\circ$) (a) and in the E -plane (depending on θ , $\varphi = 90^\circ$) (b) in the polar (a, b) and 3D RP in the spherical (c) coordinate systems

таких антенн управляема нанесением металлизации на диэлектрическую подложку.

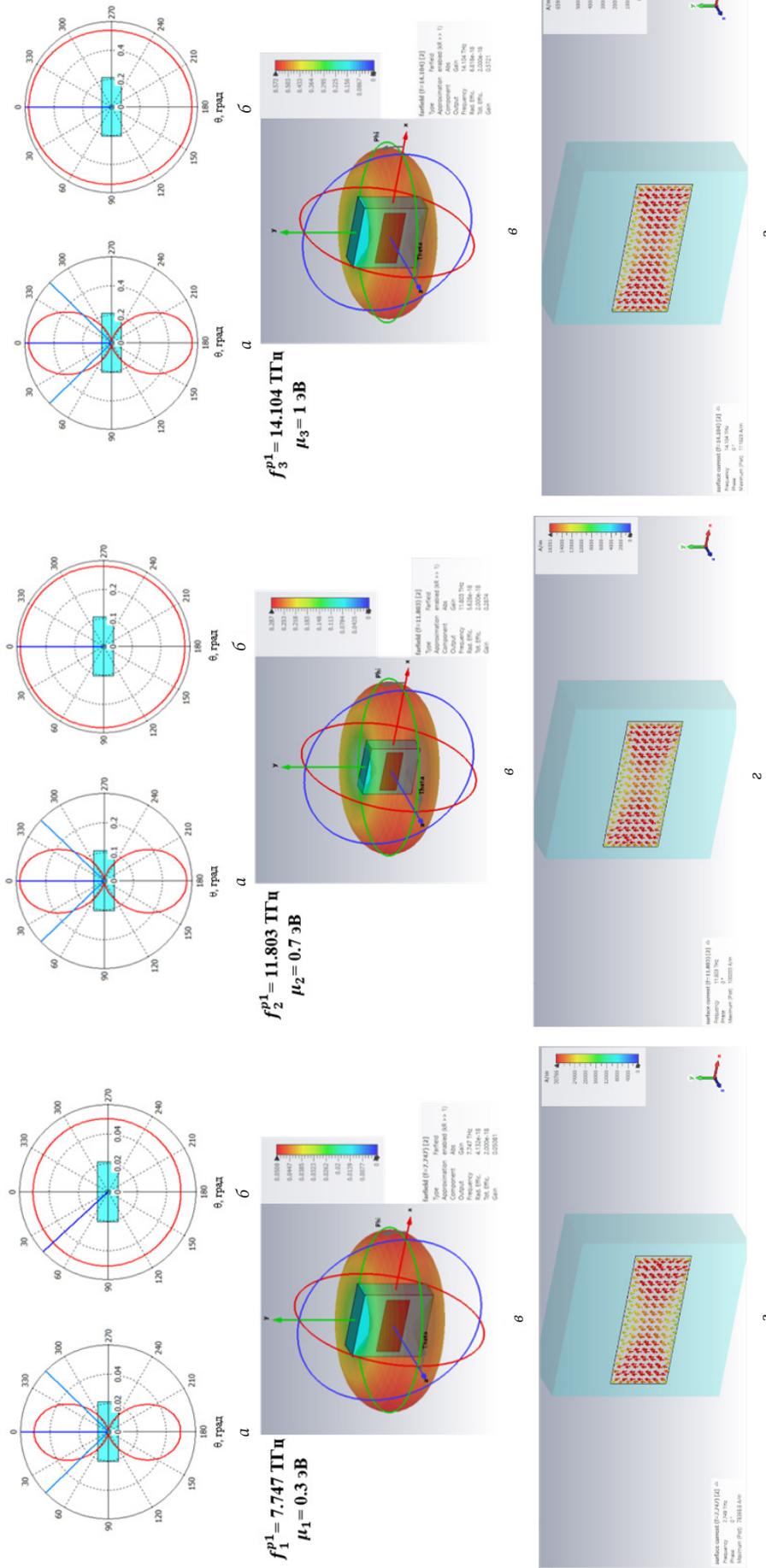
Результаты моделирования с помощью пакета прикладных программ CST MWS 2023 ДН плазмонной графеновой антенны на диэлектрической подложке и распределения вектора плотности поверхностного электрического тока \mathbf{j}_s на графеновой наноленте на резонансных частотах основной моды ППП f_1^{p1} , f_2^{p1} , f_3^{p1} при р-поляризации возбуждающей TEM-волны для различных значений химического потенциала μ_c (0,3, 0,7, 1 эВ) приведены на рис. 5.

Результаты, представленные на рис. 5 – 5.1–5.3, а–в, демонстрируют возможность перестройки рабочей частоты плазмонной графеновой антенны (сканирование по частоте) на резонансных частотах $f_{рез}^{p1}$ основной моды ППП при р-поляризации возбуждающей волны из ТГц в дальний и средний ИК-диапазоны при изменении химического потенциала μ_c в интервале значений 0,3–1 эВ (приложением внешнего электрического поля).

На резонансных частотах f_1^{p1} , f_2^{p1} , f_3^{p1} основной моды ППП при р-поляризации возбужда-

ющей волны наблюдается резонанс электрического тока, создаваемого стоячей поперечной ППП вдоль узкой стороны прямоугольной наноленты [11] и, следовательно, поперечное распределение поверхностного электрического тока \mathbf{j}_s по ширине прямоугольной графеновой наноленты с максимумом в центре (рис. 5 – 5.1–5.3, г). Форма 3D ДН-излучения, создаваемого этим поперечным (по длине волны ППП) электрическим излучателем, тороидальная (рис. 5 – 5.1–5.3, в). Ось 2D ДН в экваториальной плоскости ориентирована параллельно относительно поперечного излучающего тока (рис. 5 – 5.1–5.3, г), и ДН соответствует ДН поперечного симметричного вибратора [17] в E -плоскости (в зависимости от θ , $\varphi = 90^\circ$) (рис. 5 – 5.1–5.2, а); в E -плоскости (в зависимости от θ , $\varphi = 0^\circ$) – это окружность (рис. 5 – 5.1–5.3, б).

Из сравнения ДН антенн на резонансных частотах основной моды ППП $f_3^{s1} = 6,616 \text{ ТГц}$ при s-поляризации (рис. 3 – 3.3) и $f_3^{p1} = 14,104 \text{ ТГц}$ при р-поляризации (рис. 5 – 5.3) следует, что ось ДН ориентирована параллельно в первом случае



5.1

5.2

5.3

Рис. 5. ДН плазмонной антенны на основе прямоугольной графеновой наноленты на диэлектрической подложке на резонансных частотах f_{res}^{p1} основной моды ППП при р-поляризации возбуждающей ТЕМ-волны и сканирование по частоте в ТГц, дальнем и среднем ИК-диапазонах при изменении значения химического потенциала μ_c : 2D ДН в E -плоскости (в зависимости от θ , $\varphi = 90^\circ$) (а), в E -плоскости (в зависимости от θ , $\varphi = 0^\circ$) (б) в полярной (а, б) и 3D ДН в сферической (в) системах координат и распределение вектора плотности поверхностного электрического тока \mathbf{j}_s на прямоугольной графеновой наноленте (г); 5.1 – $f_1^{p1} = 7,747$ ТГц, $\mu_{c1} = 0,3$; 5.2 – $f_2^{p1} = 11,803$ ТГц, $\mu_{c2} = 0,7$ эВ; 5.3 – $f_3^{p1} = 14,104$ ТГц, $\mu_{c3} = 1$ эВ; интенсивность излучения и плотности поверхностного электрического тока \mathbf{j}_s обозначены цветом в электронной версии журнала

Fig. 5. The plasmon antenna pattern based on a rectangular graphene nanoribbon on a dielectric substrate at resonant frequencies f_{res}^{p1} of the fundamental SPP mode with p-polarization of the exciting TEM wave and frequency scanning in the THz, far and mid-IR ranges with a change in the value of the chemical potential of μ_c : 2D RP in the E -plane (depending on θ , $\varphi = 90^\circ$) (a), in the E -plane (depending on θ , $\varphi = 0^\circ$) (b) in the polar (a, b) and 3D RP in the spherical (c) coordinate systems and the distribution of the surface electric current density vector \mathbf{j}_s on a rectangular graphene nanoribbon (d); 5.1 – $f_1^{p1} = 7,747$ THz, $\mu_{c1} = 0,3$; 5.2 – $f_2^{p1} = 11,803$ THz, $\mu_{c2} = 0,7$ eV; 5.3 – $f_3^{p1} = 14,104$ THz, $\mu_{c3} = 1$ eV; the radiation intensity and surface electric current density \mathbf{j}_s are indicated by color in the electronic version of the journal

продольному, а во втором – поперечному излучающему току, а следовательно, и ориентация плоскости поляризации излучения полуволнового (по длине волны ППП) электрического излучателя [17] развернулась на 90° в меридианальной плоскости.

Таким образом, плазмонная антенна на основе прямоугольной графеновой наноленты на диэлектрической подложке имеет возможность излучать волны двух ортогональных поляризаций при изменении рабочей частоты с резонансной частоты моды ППП $f_{рез}^s$ при s-поляризации на резонансную частоту моды ППП $f_{рез}^p$ при p-поляризации возбуждающей ТЕМ-волны. Следовательно, поляризация ТГц-, ИК-излучения таких антенн управляема выбором рабочих частот в зависимости от характера плазмонного резонанса (продольный или поперечный) в прямоугольной графеновой наноленте.

Заключение

В результате моделирования показано, что плазмонные антенны на основе прямоугольных графеновых нанолент могут излучать ТГц-, ИК-волны двух ортогональных поляризаций. Выявлены способы управления поляризацией ТГц-, ИК-излучения таких антенн, основанные на выборе рабочих частот, соответствующих плазмонным резонансам мод ППП, и нанесении металлизации на диэлектрическую подложку.

Возможность управления поляризацией ТГц-, ИК-излучения позволит создавать как новые элементы плазмонных графеновых антенных решеток [18], так и новые коммуникационные технологии, в том числе будущих сетей 6G [2]. Эти технологии включают энергоэффективную связь, сети когнитивного радио, которые могут перестраиваться самостоятельно, и внутрислобный полнодуплексный режим, который способен увеличить пропускную способность в два раза [2].

Список литературы

1. Nagatsuma T. Terahertz technologies: present and future // *IEICE Electronics Express*. 2011. Vol. 8, no. 14. P. 1127–1142. DOI: <https://doi.org/10.1587/elex.8.1127>
2. Polarization control of THz emission using spin-reorientation transition in spintronic heterostructure / D. Khusyainov [et al.] // *Scientific Reports*. 2021. Vol. 11, no. 1. P. 697. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-020-80781-5>
3. Cox J.D., García de Abajo F.J. Nonlinear graphene nanoplasmonics // *Accounts of Chemical Research*. 2019. Vol. 52, no. 9. P. 2536–2547. DOI: <https://doi.org/10.1021/acs.accounts.9b00308>
4. Graphene-based Yagi-Uda antenna with reconfigurable radiation patterns / Y. Wu [et al.] // *AIP Advances*. 2016. Vol. 6, no. 6. P. 065308. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.4953916>
5. Naghdehforushha S.A., Moradi G. High directivity plasmonic graphene-based patch array antennas with tunable THz band communications // *Optik*. 2018. Vol. 168. P. 440–445. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2018.04.104>
6. Design and development of a graphene-based reconfigurable patch antenna array for THz applications / E.L. Isam [et al.] // *Frequenz*. 2023. Vol. 77, no. 3-4. P. 219–228. DOI: <https://doi.org/10.1515/freq-2022-0051>
7. A proximity coupled wideband graphene antenna with the generation of higher order TM modes for THz applications / G. Varshney [et al.] // *Optical Materials*. 2018. Vol. 85. P. 456–463. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optmat.2018.09.015>
8. Математическое моделирование управляемых поляризаторов терагерцового диапазона на основе периодических 2D-структур из прямоугольных нанолент графена / Г.С. Макеева [и др.] // *Известия вузов. Поволжский регион. Физико-математические науки*. 2015. № 2 (34). С. 203–216. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskoe-modelirovanie-upravlyaemyh-polyarizatorov-teragertsovogo-diapazona-na-osnove-periodicheskikh-2d-struktur-iz>
9. Макеева Г.С., Голованов О.А., Горелов Р.А. Способы и эффективность управления дисперсией электромагнитных волн в волноведущей структуре «углеродная нанотрубка – графен» в терагерцовом и инфракрасном диапазонах // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2015. Т. 18, № 4. С. 24–33. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7225>
10. Lerer A.M., Makeeva G.S. Reconfigurable terahertz polarizers and absorbers based on graphene metasurfaces // *2018 International Conference on Actual Problems of Electron Devices Engineering (APEDE)*. 2018. P. 363–370. DOI: <https://doi.org/10.1109/APEDE.2018.8542192>
11. Лерер А.М., Макеева Г.С. Поляризационные эффекты и резонансное поглощение при дифракции терагерцовых волн на графеновых метаповерхностях // *Оптика и спектроскопия*. 2018. Т. 125, № 6. С. 838–843. DOI: <https://doi.org/10.21883/O.S.2018.12.46948.257-18>
12. Расчет эффективности управления проводимостью графена действием электрического поля в терагерцовом диапазоне частот / О.А. Голованов [и др.] // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2015. Т. 18, № 2. С. 27–32. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7311>
13. Курушин А.А. Проектирование СВЧ-устройств в CST Studio Suite. М.: Солон-пресс, 2018. 428 с.
14. Курушин А.А., Банков С.Е. Моделирование антенн и СВЧ-структур с помощью HFSS. М.: Солон-пресс, 2018. 280 с.
15. CST Microwave Studio 2023. URL: <https://www.3ds.com/products/simulia>

16. Голованов О.А., Makeeva Г.С., Вареница В.В. Математическое моделирование дифракции ТЕМ-волн на периодических 2D-структурах из микролент графена конечной длины в терагерцовом диапазоне // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17, № 4. С. 17–25. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7251>
17. Драбкин А.Л., Зуенко В.Л. Антенно-фидерные устройства. М.: Советское радио, 1961. 816 с.
18. Nefedov N.N., Makeeva G.S. Electronic beam control and frequency scanning of a graphene antenna array in the terahertz and far-IR frequency ranges // Technical Physics Letters. 2023. Vol. 49, no. 5. P. 37–42. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063785023040028>

Информация об авторе

Makeeva Galina Stepanovna, доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиотехники и радиоэлектронных систем Пензенского государственного университета, г. Пенза, Россия. После окончания с отличием в 1968 г. Пензенского политехнического института по специальности «Радиотехника» в 1969–1972 гг. обучалась в аспирантуре ЛЭТИ. Ученая степень кандидата технических наук присуждена Диссертационным советом ЛЭТИ в апреле 1973 г. и утверждена ВАК СССР в декабре 1973 г. С 1973 г. работает в Пензенском политехническом институте сначала в должности ассистента, с 1974 г. – доцента (ученое звание доцента по кафедре радиотехники присвоено ВАК СССР в 1977 г.); с 1993 г. – профессора кафедры радиотехники Пензенского государственного технического университета. В 1997 г. защитила докторскую диссертацию по специальности 01.04.03 «Радиофизика, включая квантовую радиофизику» в Диссертационном совете Института радиотехники и электроники РАН. Ученая степень доктора физико-математических наук присуждена ВАК РФ 10 октября 1997 г. В декабре 1997 г. присвоено ученое звание профессора по кафедре радиотехники. В ноябре 2000 г. избрана действительным членом Академии инженерных наук РФ им. А.М. Прохорова по Поволжскому отделению.

Область научных интересов: радиофизика, вычислительная электродинамика, теория электромагнитного поля и численные методы, наноэлектродинамика, устройства и приборы СВЧ- и миллиметрового диапазонов, компоненты и устройства терагерцового диапазона, магнитные наноматериалы и наноструктуры, графеновые метаматериалы и плазмоника, микроволновая фотоника.

E-mail: radiotech@pnzgu.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2027, vol. 27, no. 3, pp. 81–90

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.3.81-90](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.81-90)
UDC 621.371.334:537.874.6
Original Research

Received 2 April 2024
Accepted 6 May 2024
Published 30 September 2024

Plasmonic antennas based on rectangular graphene nanoribbons with controlled polarization of terahertz and infrared radiation

Galina S. Makeeva

Penza State University
40, Krasnaya Street,
Penza, 440026, Russia

Abstract – Background. To develop new terahertz wireless communication systems with high throughput and transmission speeds, such as 6G and above, effective control of the polarization direction of emitted terahertz waves is necessary, but most methods are technologically complex and expensive. The implementation of terahertz antennas and devices based on 2D materials such as graphene solves the problem associated with developing effective control. **Aim.** Study of the possibility of controlling the polarization of terahertz and IR radiation of plasmonic antennas based on rectangular graphene nanoribbons by changing the chemical potential (application of an external electric field). **Methods.** This important scientific problem related to the design of terahertz antennas can largely be solved by simulation using the electrodynamic simulation program CST MWS 2023. **Results.** Plasmon terahertz antennas based on rectangular graphene nanoribbons were chosen as the object of analysis and the possibility of emitting waves of two orthogonal polarizations was shown. Methods have been identified for controlling the polarization of terahertz and IR radiation from such antennas, based on the selection of operating frequencies corresponding to the resonances of the modes of surface plasmon-polaritons, and the application of metallization to the dielectric substrate. **Conclusion.** The ability to control the polarization of terahertz and IR radiation makes it possible to create both new elements of plasmonic antenna arrays and new communication technologies, including future 6G networks.

Keywords – plasmonic antennas; rectangular graphene nanoribbons; polarization; plasmon resonance; radiation pattern.

✉ radiotech@pnzgu.ru (Galina S. Makeeva)

 © Galina S. Makeeva, 2024

References

1. T. Nagatsuma, “Terahertz technologies: present and future,” *IEICE Electronics Express*, vol. 8, no. 14, pp. 1127–1142, 2011, doi: <https://doi.org/10.1587/elex.8.1127>.
2. D. Khusyainov et al., “Polarization control of THz emission using spin-reorientation transition in spintronic heterostructure,” *Scientific Reports*, vol. 11, no. 1, p. 697, 2021, doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-020-80781-5>.

3. J. D. Cox and F. J. Abajo, "Nonlinear graphene nanoplasmonics," *Accounts of Chemical Research*, vol. 52, no. 9, pp. 2536–2547, 2019, doi: <https://doi.org/10.1021/acs.accounts.9b00308>.
4. Y. Wu et al., "Graphene-based Yagi–Uda antenna with reconfigurable radiation patterns," *AIP Advances*, vol. 6, no. 6, p. 065308, 2016, doi: <https://doi.org/10.1063/1.4953916>.
5. S. A. Naghdehforushha and G. Moradi, "High directivity plasmonic graphene-based patch array antennas with tunable THz band communications," *Optik*, vol. 168, pp. 440–445, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2018.04.104>.
6. E. L. Isam et al., "Design and development of a graphene-based reconfigurable patch antenna array for THz applications," *Frequenz*, vol. 77, no. 3, pp. 219–228, 2023, doi: <https://doi.org/10.1515/freq-2022-0051>.
7. G. Varshney et al., "A proximity coupled wideband graphene antenna with the generation of higher order TM modes for THz applications," *Optical Materials*, vol. 85, pp. 456–463, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.optmat.2018.09.015>.
8. G. S. Makeeva et al., "Mathematical modeling of controlled terahertz polarizers based on periodic 2D structures made of rectangular graphene nanoribbons," *Izvestiya vuzov. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki*, no. 2 (34), pp. 203–216, 2015, url: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskoe-modelirovanie-upravlyaemyh-polyarizatorov-teragertsovogo-diapazona-na-osnove-periodicheskikh-2d-struktur-iz>. (In Russ.)
9. G. S. Makeeva, O. A. Golovanov, and R. A. Gorelov, "Methods and efficiency of control of dispersion of electromagnetic waves in the waveguiding structure based on carbon nanotube-graphene at terahertz and infrared frequency ranges," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 18, no. 4, pp. 24–33, 2015, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7225>. (In Russ.)
10. A. M. Lerer and G. S. Makeeva, "Reconfigurable terahertz polarizers and absorbers based on graphene metasurfaces," *2018 International Conference on Actual Problems of Electron Devices Engineering (APEDE)*, pp. 363–370, 2018, doi: <https://doi.org/10.1109/APEDE.2018.8542192>.
11. A. M. Lerer and G. S. Makeeva, "Polarization effects and resonant absorption during diffraction of terahertz waves on graphene metasurfaces," *Optika i spektroskopiya*, vol. 125, no. 6, pp. 838–843, 2018, doi: <https://doi.org/10.21883/OS.2018.12.46948.257-18>. (In Russ.)
12. O. A. Golovanov et al., "Calculation of efficiency of control of graphene conductivity by the external electric field at terahertz frequency range," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 18, no. 2, pp. 27–32, 2015, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7311>. (In Russ.)
13. A. A. Kurushin, *Designing Microwave Devices in CST Studio Suite*. Moscow: Solon-press, 2018. (In Russ.)
14. A. A. Kurushin and S. E. Bankov, *Modeling Antennas and Microwave Structures Using HFSS*. Moscow: Solon-press, 2018. (In Russ.)
15. CST Microwave Studio 2023. URL: <https://www.3ds.com/products/simulia>
16. O. A. Golovanov, G. S. Makeeva, and V. V. Varenitsa, "Mathematical modeling of diffraction of tem-wave on the periodic 2D structures of graphene micro-ribbons with finite length at terahertz frequency range," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 17, no. 4, pp. 17–25, 2014, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7251>. (In Russ.)
17. A. L. Drabkin and V. L. Zuzenko, *Antenna-Feeder Devices*. Moscow: Sovetskoe radio, 1961. (In Russ.)
18. N. N. Nefedov and G. S. Makeeva, "Electronic beam control and frequency scanning of a graphene antenna array in the terahertz and far-IR frequency ranges," *Technical Physics Letters*, vol. 49, no. 5, pp. 37–42, 2023, doi: <https://doi.org/10.1134/S1063785023040028>.

Information about the Author

Makeeva Galina Stepanovna, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Radio Engineering and Radioelectronic Systems, Penza State University, Penza, Russia. After graduating with honors in 1968 from the Penza Polytechnic Institute with a degree in Radio Engineering, she studied in the graduate school of LETI in 1969–1972. The academic degree of Candidate of Technical Sciences was awarded by the Dissertation Council of LETI in April 1973 and approved by the Higher Attestation Commission of the USSR in December 1973. Since 1973 she has been working at the Penza Polytechnic Institute, first as an assistant, and since 1974 as an associate professor (the academic title of associate professor in the Department of Radio Engineering was awarded by the Higher Attestation Commission of the USSR in 1977); since 1993 – Professor of the Department of Radio Engineering, Penza State Technical University. In 1997, she defended her doctoral dissertation in specialty 01.04.03 «Radiophysics, including quantum radiophysics» at the Dissertation Council of the Institute of Radio Engineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences. The academic degree of Doctor of Physical and Mathematical Sciences was awarded by the Higher Attestation Commission of the Russian Federation on October 10, 1997. In December 1997, she was awarded the academic title of Professor in the Department of Radio Engineering. In November 2000, she was elected a full member of the A.M. Prokhorov Academy of Engineering Sciences of the Russian Federation, Volga Region Branch.

Research interests: radiophysics, computational electrodynamics, electromagnetic field theory and numerical methods, nanoelectrodynamics, microwave and millimeter range devices and instruments, terahertz range components and devices, magnetic nanomaterials and nanostructures, graphene metamaterials and plasmonics, microwave photonics.

E-mail: radiotech@pnzgu.ru

Электродинамический анализ синусоидальной антенны малых волновых размеров

Д.П. Табаков¹ , В.Ю. Зондаи²

¹ Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
443086, Россия, г. Самара,
Московское шоссе, 34

Аннотация – Обоснование. Работа направлена на развитие и исследование строгих методов расчета тонкопроволочных структур со сложной формой образующей, имеющих малые волновые размеры, а также на исследование протекающих в них физических процессов. Частным случаем подобных структур является синусоидальная антенна, работающая в режиме стоячей волны тока. **Цель.** В работе осуществляется решение внутренней и внешней задач электродинамики для синусоидальной антенны малых волновых размеров, расположенной над бесконечно протяженным идеальным рефлектором. Производится расчет токов на элементах структуры, определяются ее входное сопротивление и характеристики излучения. **Методы.** В основе исследований лежит строгий электродинамический подход, в рамках которого для указанной структуры в тонкопроволочном приближении формируется интегральное представление электромагнитного поля, сводящееся при рассмотрении на поверхности проводников совместно с граничными условиями к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода, записанных относительно неизвестных распределений тока на проводниках (внутренняя задача). **Результаты.** Предложена математическая модель излучающей структуры, определены: входное сопротивление структуры и базовые характеристики ее излучения. Показано, что рабочий диапазон синусоидальной антенны в режиме стоячих волн определяется добротностью резонансов входного сопротивления; увеличение ширины синусоидального проводника ведет к снижению резонансных частот входного сопротивления с одновременным увеличением добротности резонансов. **Заключение.** С практической точки зрения использование рассмотренной структуры позволяет существенно уменьшить габариты в сравнении с тонким электрическим вибратором, однако при этом будет соответствующим образом сужен рабочий диапазон, определяющийся, в силу слабой зависимости характеристик излучения от частоты, добротностью резонансов. Распределение тока на образующей структуры можно рассматривать как «проекцию» стоячей поверхностной волны, локализованной в плоскости синусоидального проводника и образующейся в результате суперпозиции прямой и обратной поверхностных (замедленных) волн, распространяющихся со скоростью, существенно меньшей скорости света. Для дальнейшего уточнения физики происходящих в структуре процессов следует использовать спектральный анализ токовых функций и исследование распределений электромагнитного поля в ближней зоне структуры.

Ключевые слова – синусоидальная антенна; интегральное уравнение Фредгольма; тонкопроволочное приближение; интегральное представление электромагнитного поля; резонанс; распределение тока.

Введение

Последние технологические достижения в области беспроводной связи диктуют необходимость в компактных плоских излучающих структурах. Известно, что первый резонанс тонкого симметричного проволочного вибратора соответствует соотношению $2H/\lambda \approx 0,47$, где H – длина плеча вибратора, а λ – длина электромагнитной волны. Таким образом, уменьшение размера вибратора соответствует уменьшению приведенного соотношения. Этого можно достичь, придав проводнику синусоидальную форму [1; 2]. Однако несмотря на то, что концепция была разработана в 50-х годах прошлого века [3], изучение внутренних электродинамических процессов в синусоидальных антеннах с помощью строгих электродинамических

методов еще предстоит провести, что определяет актуальность данной работы. Исследования для несинусоидальных структур, показали удовлетворительные результаты [4; 5] в плане уменьшения габаритов. Большая часть исследований по синусоидальным излучающим структурам имеет экспериментальный характер, любые ссылки на математическое моделирование были ограничены выводами соответствующих интегралов излучения без строгого решения проблемы рассеяния поверхностных волн на синусоидальной излучающей структуре [6; 7], поэтому обычно приводятся качественные, а не количественные результаты. Ранее в рамках тезисов докладов авторы статьи представили математическую модель синусоидальной антенны и некоторые результаты численного анализа [8]. Настоящая статья представляет

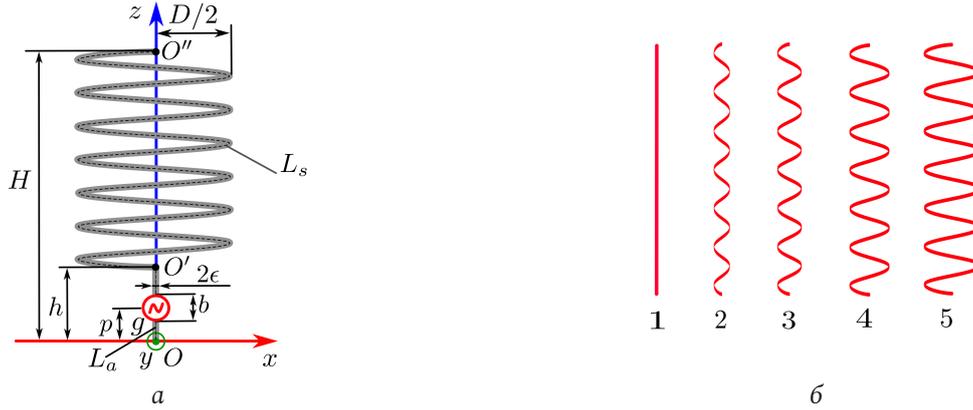


Рис. 1. Тонкопроволочная модель синусоидальной структуры (а) и синусоидальный проводник (б) при различных соотношениях $D/H = \chi$: 1 - $\chi = 0,0$; 2 - $\chi = 0,12$; 3 - $\chi = 0,18$; 4 - $\chi = 0,24$; 5 - $\chi = 0,3$
 Fig. 1. Thin-wire model of a sinusoidal structure (a) and a sinusoidal conductor (b) at various ratios $D/H = \chi$: 1 - $\chi = 0,0$; 2 - $\chi = 0,12$; 3 - $\chi = 0,18$; 4 - $\chi = 0,24$; 5 - $\chi = 0,3$

собой расширенную и дополненную версию материалов, опубликованных в [9].

1. Постановка задачи

Синусоидальная антенна (СА) представляет собой идеальный проводник OO'' круглого сечения, имеющий прямолинейный OO' и синусоидальный участки $O'O''$, расположенный над бесконечно протяженным идеальным экраном, лежащим в плоскости XOZ . Радиус проводника равен ϵ . Геометрия СА показана на рис. 1, а. Здесь D - ширина синусоидального участка; H - общая осевая длина излучателя; h - длина прямолинейного участка OO' . Прямолинейный участок OO' имеет разрыв длиной b , центр которого соответствует $z = p$, при этом переменную p в дальнейшем будем называть линейной координатой точки питания. В разрыв помещен генератор ЭДС g , являющийся источником стороннего электрического поля на проводнике. Под действием стороннего электрического поля на проводнике возникает поверхностный электрический ток, распределение которого удовлетворяет уравнениям Максвелла, граничным условиям и условию излучения на бесконечности. Полагая, что $b \ll \lambda$, где λ - длина волны, будем считать, что распределение поверхностного тока непрерывно в области зазора. Условие $\epsilon \ll \lambda$ позволяет нам использовать тонкопроволочное приближение, в рамках которого можно перейти от поверхностной плотности тока к полному азимутально-независимому осевому току $I(l)$, где l - естественная координата на образующей L проводника OO'' . Далее также будем использовать условие $h \ll H$, минимизирующее влияние прямолинейного участка OO' на общее распределение тока.

Образующие участков проводника могут быть определены следующим образом:

$$L_a : \mathbf{r}(l) = \hat{\mathbf{z}}l, l \in [0; h]; \quad (1)$$

$$L_s : \mathbf{r}(t) = \hat{\mathbf{x}}(D/2)\cos t + \hat{\mathbf{z}}(h + h_z(t - \pi/2)), \\ t \in 2\pi N_l[0; 1] + \pi/2.$$

Здесь переменная l является естественным параметром на образующей прямолинейного участка L_a ; переменная t - параметр на образующей синусоидального участка; h_z представляет собой коэффициент развертки синусоидального элемента вдоль оси z ; N_l - число периодов синусоиды. Общую образующую обозначим как $L: L_a \cup L_s$, $l \in [0; L]$, где $l \in [0; h]$ соответствует L_a , а $l \in [h; L]$ соответствует L_s . При этом для L_s осуществляется процедура репараметризации [9] с целью перехода от параметра t к параметру l для L_s в (1). Точка O' является особой точкой на общей образующей, так как в ней вектор касательной изменяется скачкообразно. Данный момент необходимо учесть в дальнейшем при осуществлении процедуры сегментации общей образующей.

В рамках тонкопроволочного приближения мы можем описать электромагнитное поле (ЭМП) структуры интегральным представлением [12], записанным с учетом наличия бесконечно протяженного экрана:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \int_L I(l') \bar{\mathbf{K}}^{(F)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}(l')) dl', \quad F \equiv E, H; \quad (2)$$

Здесь

$$\bar{\mathbf{K}}^{(F)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}(l')) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{K}^{(F)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}(l')) - \mathbf{K}^{(F)}(\mathbf{r}, \bar{\mathbf{r}}(l')) \right)$$

- ядра ИП ЭМП; $\bar{\mathbf{r}}(l)$ - радиус-вектор на зеркально отображенной общей образующей L , полученной заменой $\hat{\mathbf{z}} \rightarrow -\hat{\mathbf{z}}$ в (1):

$$\mathbf{K}^{(E)} = \frac{W_m}{ik} \left[\hat{\mathbf{l}} k^2 \mathbf{G} + \frac{\partial}{\partial l'} (\mathbf{d} \mathbf{B}) \right], \quad \mathbf{K}^{(H)} = (\mathbf{d} \times \hat{\mathbf{l}}) \mathbf{B};$$

$\hat{\mathbf{l}} = d\mathbf{r}(l')/dl = \hat{\mathbf{l}}(l')$ – единичный вектор касательной на L , вычисленный в точке, соответствующей значению натурального параметра l' ;

$$G = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R}, \quad B = \frac{1}{R} \frac{dG}{dR} = -\frac{ikR+1}{R^2} G$$

– соответственно функция Грина и ее производная; $R = \sqrt{|\mathbf{d}|^2 + \varepsilon^2}$ – регуляризованное расстояние между точкой источника $\mathbf{r}(l')$ и точкой наблюдения \mathbf{r} ; $\mathbf{d} = \mathbf{r} - \mathbf{r}(l')$; W_m и k – волновое сопротивление и волновое число свободного пространства соответственно; \mathbf{r} – точка наблюдения. Бесконечно протяженный идеальный экран в плоскости XOY , по сути, представляет собой «электрическую стенку», на которой выполняются условия $E_x = E_y = H_z = 0$. С помощью граничного условия

$$\hat{\mathbf{l}}(l) \cdot (\mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}(l)) + \mathbf{E}(\mathbf{r}(l))) = 0, \quad l \in L, \quad (3)$$

в котором $\mathbf{E}^{(in)}$ – поле, создаваемое сторонними источниками, \mathbf{E} – поле, создаваемое токовой функцией $I(l)$ согласно (2), можно получить интегральное уравнение Фредгольма первого рода

$$\int_L I(l') K(l, l') dl' = E(l), \quad l \in L, \quad (4)$$

в котором $E(l) = \hat{\mathbf{l}}(l) \cdot \mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}(l))$ – правая часть, представляющая собой касательную составляющую электрического поля на образующей. $K(l, l') = \hat{\mathbf{l}}(l) \cdot \bar{\mathbf{K}}^{(E)}(\mathbf{r}(l), \mathbf{r}(l'))$ – ядро ИУ.

Функция $E(l)$ равна нулю всюду, за исключением области зазора, и может быть задана следующим образом:

$$E(l) = \begin{cases} U/b, & l \in [p-b/2; p+b/2]; \\ 0, & l \notin [p-b/2; p+b/2], \end{cases}$$

где U – напряжение генератора в области зазора, при численном моделировании предполагалось, что $U = 1$ В.

Для перехода от ИУ (4) к СЛАУ аппроксимируем образующую L ломаной $L^{(N)}$, состоящей из $N = N_a + N_s$ сегментов и, соответственно, $N+1$ узлов:

$$L \rightarrow L^{(N)} : \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N_a+1}, \dots, \mathbf{r}_{N+1}.$$

Здесь N_a соответствует числу сегментов на прямолинейном участке, N_s – числу сегментов на синусоидальном участке, узел \mathbf{r}_{N_a+1} – особой точке O' образующей L . Между узлами с номерами k и $k+1$ находится k -й сегмент $\mathbf{r}_k(l)$, урав-

нение которого может быть записано в следующем виде:

$$\mathbf{r}_k(l) = \mathbf{r}_k^* + \hat{\mathbf{l}}_k l, \quad l \in [-\Delta_k/2, \Delta_k/2].$$

Здесь $\mathbf{r}_k^* = (\mathbf{r}_k + \mathbf{r}_{k+1})/2$ – центр сегмента; $\Delta_k = |\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k|$ – длина сегмента; $\hat{\mathbf{l}}_k = (\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k)/\Delta_k$ – единичный вектор касательной на сегменте, здесь и далее индексы $k = 1 \dots N$ будем ассоциировать с сегментами на соответствующем элементе структуры.

Полагая, что $\Delta_i \ll \lambda$, и $I(l') = I_i \in \Delta_i$, на основе (4) можно получить СЛАУ вида

$$\hat{\mathbf{Z}} \mathbf{I} = \mathbf{E}, \quad (5)$$

где $\hat{\mathbf{Z}}$ – матрица СЛАУ, элементы $Z_{i,j}$ которой определяются выражением

$$Z_{i,j} = \hat{\mathbf{l}}_i \cdot \int_{\Delta_j} \bar{\mathbf{K}}^{(E)}(\mathbf{r}_i^*, \mathbf{r}_j(l)) dl,$$

в котором \mathbf{I} – вектор, содержащий значения комплексных амплитуд токов I_j на сегментах; \mathbf{E} – вектор, содержащий информацию о стороннем поле в точках коллокации, элементы E_i которого вычисляются следующим образом: $E_i = \hat{\mathbf{l}}_i \cdot \mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}_i^*)$. Ранее приведенные выражения с успехом использовались для решения задач излучения и дифракции электромагнитных волн [11; 12].

2. Численное моделирование и анализ результатов

Были исследованы пять вариантов синусоидальной структуры, показанных на рис. 1, б. Отметим, что первый вариант соответствует обычному электрическому вибратору с длиной плеча, равному H . Для всех вариантов $h/H = 0,06$, $b/H = 0,012$, при этом для обоих проводников $\varepsilon/H = 1,8 \cdot 10^{-3}$. Число сегментов синусоидального проводника для вариантов 1–5 структуры было равно 79, 132, 175, 220 и 280 соответственно и подбиралось, исходя из условия близости длин сегментов синусоидального проводника к длинам сегментов активного прямолинейного проводника. Число сегментов активного проводника было равным 5. При этом выполнялось условие $2\varepsilon \leq \Delta \leq 12\varepsilon$ [6], необходимое для получения устойчивого решения ИУ (4). В диапазоне $H/\lambda = x = [0,001; 0,6]$ вычислены распределения токов по образующей структуры, и далее на основе этих распределений определены характеристики излучения и зависимости входного сопротивления структуры от x .

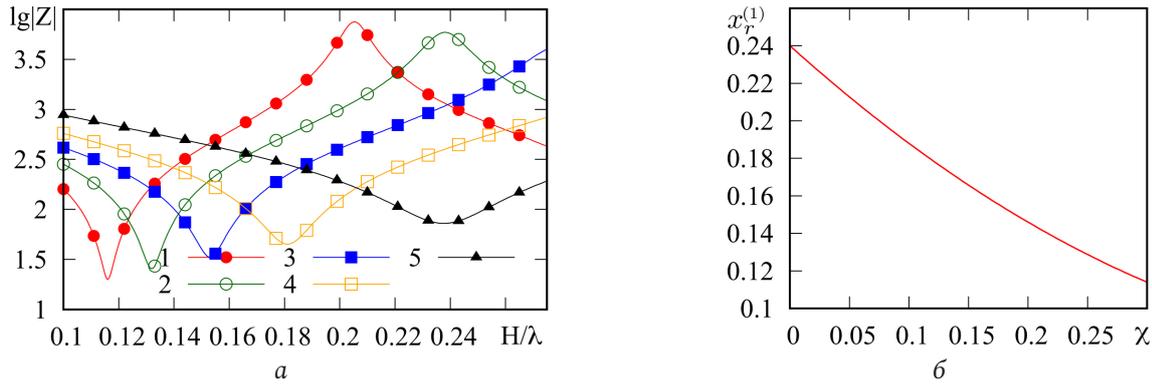


Рис. 2. Зависимость входного сопротивления от x при различных значениях χ : 1 - $\chi = 0,3$; 2 - $\chi = 0,24$; 3 - $\chi = 0,18$; 4 - $\chi = 0,12$; 5 - $\chi = 0$ (а); зависимость частоты первого резонанса от χ (б)
 Fig. 2. Dependence of input resistance on x for different values of χ : 1 - $\chi = 0,3$; 2 - $\chi = 0,24$; 3 - $\chi = 0,18$; 4 - $\chi = 0,12$; 5 - $\chi = 0$ (а); dependence of the first resonance frequency on χ (б)

Расчет характеристик излучения показал, что практически во всем исследуемом диапазоне диаграммы направленности для всех вариантов структур имеют довольно мало отличий от диаграммы направленности обычного симметричного электрического вибратора аналогичных размеров. Наибольшие отличия возникают только вблизи верхней границы исследуемого диапазона, и для этого графики случая будут приведены далее. То же касается и распределений тока вдоль образующей проводника, имеющего в рассматриваемом диапазоне вид стоячей волны. Соответствующие результаты, полученные в окрестности первого резонанса, приведены в [8].

Наиболее интересным с практической точки зрения является исследование частотной зависимости входного сопротивления. Зависимость модуля входного сопротивления $|Z|$ от $x = H/\lambda$ для различных вариантов синусоидальной структуры проиллюстрирована на рис. 2, а. Здесь для вариантов 1 и 2 можно наблюдать резонанс напряжений (минимум $|Z|$) и резонанс токов (максимум $|Z|$). Для остальных вариантов на графике можно видеть только резонанс напряжений. Графики показывают, что увеличение ширины структуры в заданных пределах позволяет снизить частоту первого резонанса и, соответственно, уменьшить габариты структуры более чем в два раза. Зависимость резонансной частоты $x_r^{(1)}$ от χ показана на рис. 2, б. Она может быть аппроксимирована квадратичной функцией:

$$x_r^{(1)}(\chi) \approx 0,24 - 0,57\chi + 0,50\chi^2. \quad (6)$$

Проследим за тем, что происходит с резонансным значением сопротивления R_r и добротностью резонанса Q с ростом χ . Для анализа и последующей оценки добротности используем условие $Z_b / Z_r =$

$= \sqrt{2}$, в котором $Z_r = |Z(x_r)|$, $Z_b = |Z(x_r + \Delta x/2)|$; Δx - ширина полосы частот, обеспечивающая указанное условие (в силу симметрии $|Z(x_r - \Delta x/2)| = |Z(x_r + \Delta x/2)|$). При этом добротность резонанса можно вычислить как $Q = x_r / \Delta x$.

Зависимости входного сопротивления $R_r^{(1)}$ и добротности $Q^{(1)}$ от χ проиллюстрированы на рис. 3, а. Здесь видно, что входное сопротивление уменьшается с ростом χ более чем в три раза для исследуемого диапазона, а добротность резонанса - возрастает примерно в шесть раз. Зависимости $R_r^{(1)}$ и $Q^{(1)}$ от χ могут быть аппроксимированы следующим образом:

$$R_r^{(1)}(\chi) \approx 73,2 - 230,8\chi - 403,6\chi^2 + 3211,2\chi^3 - 4342\chi^4; \quad (7)$$

$$Q^{(1)}(\chi) \approx 5,7 + 6,1\chi + 298,1\chi^2 - 185\chi^3. \quad (8)$$

Добротность Q прямо пропорциональна количеству энергии, запасаемой в ближней зоне излучающей структуры, и обратно пропорциональна энергии излучения. В свою очередь, мощность излучения на резонансной частоте определяется выражением $P_a = U^2 / R_r$, где U - напряжение в точке питания. Таким образом, в точке первого резонанса с ростом χ увеличивается мощность излучения структуры и растет количество энергии, запасаемой в ее ближней зоне.

На рис. 3, б показаны вычисленные и аппроксимированные зависимости коэффициента замедления $\kappa^{(1)}(\chi) \approx 4x_r^{(1)}(\chi)$ и коэффициента укорочения проводника структуры $\gamma(\chi) = L(0)/L(\chi)$. Последнюю зависимость можно аппроксимировать следующим образом:

$$\gamma(\chi) = 1 - 3,91\chi + 5,26\chi^2.$$

Фазовая скорость v волны тока, распространяющейся вдоль проводника, может быть определена

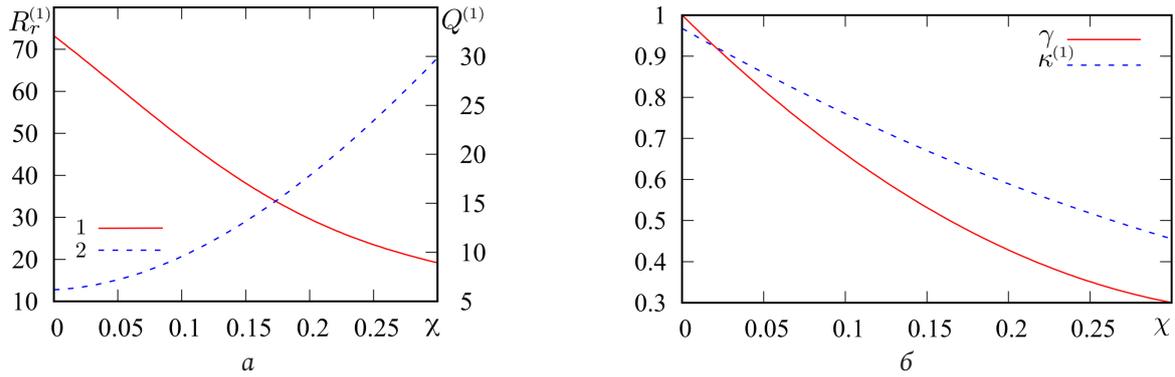


Рис. 3. Зависимости $R_r^{(1)}$ (1) и $Q^{(1)}$ (2) от χ (а); зависимости коэффициента замедления $\kappa^{(1)}$ и коэффициента уменьшения электрической длины γ от χ (б)
 Fig. 3. Dependences of $R_r^{(1)}$ (1) and $Q^{(1)}$ (2) on χ (а); dependence of the retardation coefficient $\kappa^{(1)}$ and the coefficient of reduction of the electrical length γ on χ (б)

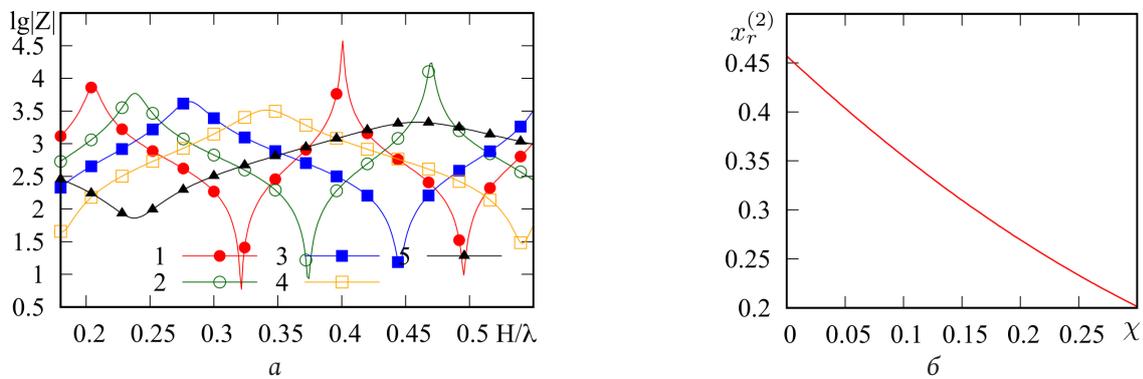


Рис. 4. Зависимость входного сопротивления от χ при различных значениях χ : 1 – $\chi = 0,3$; 2 – $\chi = 0,24$; 3 – $\chi = 0,18$; 4 – $\chi = 0,12$; 5 – $\chi = 0$ (а); зависимость частоты второго резонанса от χ (б)
 Fig. 4. Dependence of input resistance on χ for different values of χ : 1 – $\chi = 0,3$; 2 – $\chi = 0,24$; 3 – $\chi = 0,18$; 4 – $\chi = 0,12$; 5 – $\chi = 0$ (а); dependence of the second resonance frequency on χ (б)

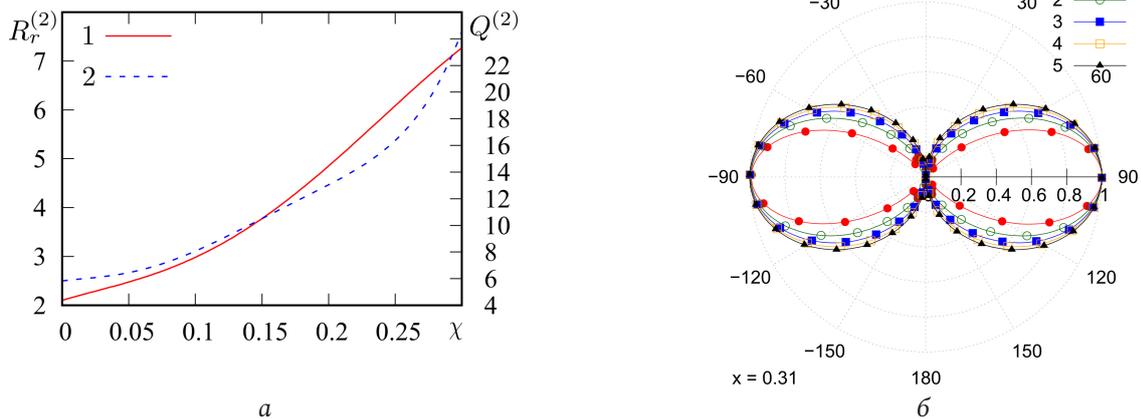


Рис. 5. Зависимости $R_r^{(2)}$ [кОм] и $Q^{(2)}$ от χ (а), диаграмма направленности (б) при $\chi = 0,31$: 1 – $\chi = 0,3$; 2 – $\chi = 0,24$; 3 – $\chi = 0,18$; 4 – $\chi = 0,12$; 5 – $\chi = 0$
 Fig. 5. Dependences of $R_r^{(2)}$ [kOhm] and $Q^{(2)}$ on χ (а), radiation pattern (б) at $\chi = 0,31$: 1 – $\chi = 0,3$; 2 – $\chi = 0,24$; 3 – $\chi = 0,18$; 4 – $\chi = 0,12$; 5 – $\chi = 0$

как $v = s\kappa(\chi)/\gamma(\chi)$. Уже при $\chi > 0,0259$ значение v превышает скорость света s . Это говорит о том, что с объектом, формирующим поле структуры, следует ассоциировать стоячую поверхностную волну, представляющую собой суперпозицию

прямой и обратной поверхностных волн, распространяющихся вдоль синусоидального элемента со скоростью $u = \kappa s$ и поддерживаемых им даже при столь малых волновых размерах излучающей структуры. Распределение тока, фигурирующее в

ИУ (4), можно рассматривать как «проекцию» стоячей поверхностной волны на образующую проводника. График $\gamma(\chi)$, представленный на рис. 3, б, показывает, что синусоидальная антенна может замедлять скорость поверхностных электромагнитных волн до 50 % от скорости света в свободном пространстве для структур значительной ширины. Аналогичная цифра справедлива и по отношению к уменьшению габаритов излучающей структуры.

Далее рассмотрим результаты расчета для случая второго резонанса. Частотные зависимости входного сопротивления структуры при различных значениях χ приведены на рис. 4, а, а зависимость частоты второго резонанса от χ – на рис. 4, б. Видно, что, в отличие от случая первого резонанса, с ростом χ входное сопротивление структуры увеличивается, достигая 10 кОм, а резонансная частота снижается, как и в случае первого резонанса, однако здесь это снижение происходит немного медленнее. Добротность, как показывает рис. 5, а, также возрастает. Зависимости $R_r^{(2)}$, $Q^{(2)}$ и $\chi_r^{(2)}$ от χ могут быть аппроксимированы следующим образом:

$$R_r^{(2)}(\chi) \approx (2,10 - 8,28\chi - 42,5\chi^2 + \quad (9)$$

$$+ 632\chi^3 - 1627\chi^4 + 187\chi^5) \cdot 10^3;$$

$$Q^{(2)}(\chi) \approx 5,83 + 12,1\chi - 199,4\chi^2 + \quad (10)$$

$$+ 5499,6\chi^3 - 30042,2\chi^4 + 52632,8\chi^5;$$

$$\chi_r^{(2)}(\chi) \approx 0,457 - 1,11\chi + 0,857\chi^2. \quad (11)$$

Заключение

В статье представлена математическая модель синусоидальной антенны, построенная на основе тонкопроволочного интегрального представления электромагнитного поля. Внутренняя задача сформулирована в виде интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Следует отметить, что полученная математическая модель структуры позволяет осуществлять электродинамический анализ в довольно широкой полосе частот, однако в данной статье рассматривается случай относительно малых волновых размеров структуры, при

которых распределение тока вдоль образующей проводника имеет вид стоячей волны.

Проведено численное моделирование, включающее расчет токовых функций, входного сопротивления и диаграмм направленности при малых волновых размерах структуры, а также при различных вариантах геометрических параметров. Исследования проведены для частот, соответствующих областям первого и второго резонансов входного сопротивления. В результате численного моделирования было выявлено, что увеличение ширины синусоидального элемента ведет к смещению резонансов в область более низких частот, однако при этом растет добротность резонансов. С практической точки зрения использование рассмотренной структуры позволяет существенно уменьшить габариты в сравнении с тонким электрическим вибратором, однако при этом будет соответствующим образом сужен рабочий диапазон, определяющийся, в силу слабой зависимости характеристик излучения от частоты, добротностью резонансов. В работе на основе результатов численного моделирования дана интерпретация решения внутренней электродинамической задачи, согласно которой стоячая волна тока на образующей спирального проводника представляет собой суперпозицию прямой и обратной бегущих волн, фазовая скорость которых больше скорости света. При этом стоячая волна тока является «проекцией» стоячей поверхностной волны, образующейся в плоскости синусоидального проводника. Стоячая поверхностная волна, в свою очередь, образуется в результате суперпозиции прямой и обратной поверхностных (замедленных) волн, распространяющихся со скоростью, существенно меньшей скорости света. Коэффициент замедления этих волн можно оценить по величине смещения резонансов. В дальнейшем авторы планируют уточнить физику происходящих в структуре процессов, используя спектральный анализ токовых функций и исследование распределений электромагнитного поля в ближней зоне структуры, а также получить аналогичные результаты для структур с близкой геометрией.

Список литературы

1. Ali M., Stuchly S.S., Caputa K. An experimental study of small self-resonant antenna for wireless applications // *Microwave and Optical Technology Letters*. 2002. Vol. 35, no. 2. P. 143–145. DOI: <https://doi.org/10.1002/mop.10541>
2. Ali M., Stuchly S.S., Caputa K. Characteristics of bent wire antennas // *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*. 1995. Vol. 9, no. 9. P. 1149–1162. DOI: <https://doi.org/10.1163/156939395X00785>
3. Rotman W., Karas N. The sandwich wire antenna: A new type of microwave line source radiator // 1958 IRE International Convention Record. 1957. Vol. 5. P. 166–172. DOI: <https://doi.org/10.1109/IRECON.1957.1150572>

4. Ali M., Stuchly S.S. Short sinusoidal antennas for wireless communications // IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers, and Signal Processing. Proceedings. 1995. P. 542–545. DOI: <https://doi.org/10.1109/PACRIM.1995.519589>
5. The millimeter wave radiation of a travelling sinusoidal wire antenna / A.O. Salman [et al.] // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. 2008. Vol. 29, no. 5. P. 465–485. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10762-008-9347-8>
6. Стрижков В.А. Математическое моделирование электродинамических процессов в сложных антенных системах // Математическое моделирование. 1989. Т. 1, № 8. С. 127–138. URL: <https://www.mathnet.ru/rus/mm2614>
7. Теоретическое и экспериментальное исследование двузаходной конической равноугольной логоспиральной антенны малого космического аппарата «АИСТ-2» / В.А. Неганов [и др.] // Радиотехника. 2015. № 2. С. 5–15. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23500238>
8. Табаков Д.П., Зондаи В.Ю. Исследование характеристик синусоидальной антенны малых волновых размеров // Радиолокация, навигация, связь: сб. трудов XXX Международной научно-технической конференции (RLNC*2024). 16–18 апреля 2024, г. Воронеж. Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2024. Т. 4. С. 38–46.
9. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. М.: Наука, 1974. 176 с.
10. Интегральное представление электромагнитного поля геометрически киральной структуры / В.А. Капитонов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15, № 4. С. 6–13. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19001844>
11. Неганов В.А., Табаков Д.П., Филиппов С.Б. Математическая модели и экспериментальное исследование двузаходной конической логоспиральной антенны с тонкопроволочным рефлектором конечных размеров для малого космического аппарата «АИСТ-2» // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2015. Т. 18, № 3. С. 35–41. URL: <https://journals.ssau.ru/rwp/article/view/7238>
12. Табаков Д.П., Морозов С.В., Ключев Д.С. Применение тонкопроволочного интегрального представления электромагнитного поля к решению задачи дифракции электромагнитных волн на проводящих телах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 7–14. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.7-14>

Информация об авторах

Табаков Дмитрий Петрович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ и антенны, оптика, численные методы математического моделирования.

E-mail: illuminator84@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9173-4936>

SPIN-код (eLibrary): 9666-0814

AuthorID (eLibrary): 664833

ResearcherID (WoS): Q-9888-2017

Зондаи Вадзанаи Юлиус, аспирант кафедры проектирования и технологии электронных систем и устройств Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ и антенны.

E-mail: wzondai@gmail.com

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2027, vol. 27, no. 3, pp. 91–98

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.3.91-98](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.91-98)

UDC 537.862

Original Research

Received 30 June 2024

Accepted 31 July 2024

Published 30 September 2024

Electrodynamic analysis of a sinusoidal antenna for small wave sizes

Dmitry P. Tabakov¹ , Wadzanai J. Zondai²

¹ Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

² Samara National Research University

34, Moskovskoye shosse,
Samara, 443086, Russia

Abstract – Background. The work is aimed at developing and researching rigorous methods for calculating thin-wire structures with a complex generatrix shape, having small wave sizes, as well as studying the physical processes occurring in them. A special case of such structures is a sinusoidal antenna operating in a standing current wave mode. **Aim.** In progress the solution of internal and external problems of electrostatics is carried out for a sinusoidal antenna of small wave sizes located above an infinitely extended ideal reflector. The currents on the elements of the structure are calculated, its input resistance

and radiation characteristics are determined. **Methods.** The research is based on a strict electrodynamic approach, within the framework of which, for the specified structure in the thin-wire approximation, an integral representation of the electromagnetic field is formed, which, when considered on the surface of conductors together with boundary conditions, is reduced to a system of Fredholm integral equations of the second kind, written relative to unknown current distributions on conductors (internal task). **Results.** A mathematical model of the radiating structure is proposed, determined: the input resistance of the structure and the basic characteristics of its radiation. It is shown that the operating range of a sinusoidal antenna in the standing wave mode is determined by the quality factor of the input impedance resonances; An increase in the width of the sinusoidal conductor leads to a decrease in the resonant frequencies of the input resistance with a simultaneous increase in the quality factor of the resonances. **Conclusion.** From a practical point of view, the use of the considered structure allows significantly reduce the dimensions in comparison with a thin electric vibrator, however in this case, the operating range will be correspondingly narrowed, which is determined, due to the weak dependence of the radiation characteristics on frequency, by the quality factor of the resonances. The current distribution on the generatrix of the structure can be considered as a «projection» standing surface wave localized in the plane of a sinusoidal conductor, and resulting from the superposition of forward and backward surface (slow) waves propagating at a speed significantly lower than the speed of light. To further clarify the physics of the processes occurring in the structure, one should use spectral analysis of current functions and study the distributions of the electromagnetic field in the near zone of the structure.

Keywords – sinusoidal antenna; electrostatics; integral equations; integral representation of the electromagnetic field; resonance; current distribution.

✉ illuminator84@yandex.ru (Dmitry P. Tabakov)

 © Dmitry P. Tabakov, Wadzanai J. Zondai, 2024

References

1. M. Ali, S. S. Stuchly, and K. Caputa, "An experimental study of small self-resonant antenna for wireless applications," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 35, no. 2, pp. 143–145, 2002, doi: <https://doi.org/10.1002/mop.10541>.
2. M. Ali, S. S. Stuchly, and K. Caputa, "Characteristics of bent wire antennas," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 9, no. 9, pp. 1149–1162, 1995, doi: <https://doi.org/10.1163/156939395X00785>.
3. W. Rotman and N. Karas, "The sandwich wire antenna: A new type of microwave line source radiator," *1958 IRE International Convention Record*, vol. 5, pp. 166–172, 1957, doi: <https://doi.org/10.1109/IRECON.1957.1150572>.
4. M. Ali and S. S. Stuchly, "Short sinusoidal antennas for wireless communications," *IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers, and Signal Processing. Proceedings*, pp. 542–545, 1995, doi: <https://doi.org/10.1109/PACRIM.1995.519589>.
5. A. O. Salman et al., "The millimeter wave radiation of a travelling sinusoidal wire antenna," *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, vol. 29, no. 5, pp. 465–485, 2008, doi: <https://doi.org/10.1007/s10762-008-9347-8>.
6. V. A. Strizhkov, "Mathematical modeling of electrodynamic processes in complex antenna systems," *Matematicheskoe modelirovanie*, vol. 1, no. 8, pp. 127–138, 1989, url: <https://www.mathnet.ru/rus/mm2614>. (In Russ.)
7. V. A. Neganov et al., "Theoretical and experimental study of the double-finish conical equiangular logospiral antenna of the small spacecraft «AIST-2»," *Radiotekhnika*, no. 2, pp. 5–15, 2015, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23500238>. (In Russ.)
8. D. P. Tabakov and V. Yu. Zondai, "Study of the characteristics of a sinusoidal antenna of small wave sizes," in *Radiolokatsiya, navigatsiya, svyaz': sb. trudov XXX Mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii (RLNC*2024)*, Voronezh, Apr. 16–18, vol. 4, pp. 38–46, 2024. (In Russ.)
9. A. V. Pogorelov, *Differential Geometry*. Moscow: Nauka, 1974. (In Russ.)
10. V. A. Kapitonov et al., "Integral representation of the electromagnetic field of geometrically chiral structure," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 15, no. 4, pp. 6–13, 2012, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19001844>. (In Russ.)
11. V. A. Neganov, D. P. Tabakov, and S. B. Filippov, "Mathematical models and experimental research of bifilar logospiral conical antenna with a thinwire finite size reflector of small spacecraft «AIST-2»," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, no. 3, pp. 35–41, 2015, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7238>. (In Russ.)
12. D. P. Tabakov, S. V. Morozov, and D. S. Klyuev, "Application of the thin-wire integral representation of the electromagnetic field to solving the problem of diffraction of electromagnetic waves on conducting bodies," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 7–14, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.7-14>. (In Russ.)

Information about the Authors

Dmitry P. Tabakov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrostatics, microwave devices and antennas, optics, numerical methods of mathematical modeling.

E-mail: illuminator84@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9173-4936>

SPIN-code (eLibrary): 9666-0814

AuthorID (eLibrary): 664833

ResearcherID (WoS): Q-9888-2017

Wadzanai J. Zondai is a postgraduate student in the Department of Design and Technology of Electronic Systems and Devices, Samara National Research University, Samara, Russia.

Research interests: electrostatics, microwave devices and antennas.

E-mail: wzondai@gmail.com

Прохождение оптической волны через многослойную структуру с киральными слоями с дисперсией

О.В. Осипов¹ , Д.Н. Панин¹ , Е.С. Семенов², Н.А. Цилимбаев¹

¹ Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

² Волгоградский государственный университет
400062, Россия, г. Волгоград,
Университетский пр., 100

Аннотация – Обоснование. Использование зеркально асимметричных химических соединений для легирования кварца позволяет создать метаматериал, который обладает свойством киральности. В подобной композиционной структуре возможно возникновение необычных эффектов при взаимодействии с оптической волной. Цель. В данной работе проводится расчет прохождения и отражения линейно-поляризованной оптической волны через многослойную структуру, состоящую из двух легированных кварцевых стекол, разделенных двумя воздушными зазорами. Методы. На основе гомогенной математической модели кирального метаматериала, учитывающей дисперсию диэлектрической проницаемости и параметра киральности на основе матричного метода, получена система линейных алгебраических уравнений для комплексных коэффициентов отражения и прохождения электромагнитной волны в линейной поляризации поляризации. Результаты. Проведен анализ частотных и угловых характеристик модулей коэффициентов отражения и прохождения при различных значениях уровня легирования кварца. Теоретически предсказано, что на некоторых длинах волн большая часть падающей оптической энергии может быть сконцентрирована в воздушных зазорах многослойной структуры. Заключение. Полученные в результате расчетов данные могут быть использованы при разработке планарных структур для частотно-селективной концентрации энергии видимого и инфракрасного спектра на основе кварцевых стекол, легированных киральными химическими соединениями.

Ключевые слова – метаматериал; электромагнитная волна; математическая модель; киральный метаматериал; коэффициент отражения; коэффициент прохождения; концентрация энергии; дисперсия.

Введение

В настоящее время активно развиваются технологии, связанные с созданием композиционных материалов для разнообразных технических приложений в СВЧ- и оптическом диапазонах. По сути, данное направление развивается на стыке таких областей знаний, как оптика, радиофизика и физика твердого тела. Композиционные структуры получают путем пространственной комбинации несколько видов соединений естественного происхождения и называются метаматериалами. Слово «мета» имеет греческое происхождение и означает «за пределами», что можно трактовать, во-первых, как возможность возникновения уникальных свойств, а во-вторых, подчеркивает факт их искусственного происхождения. Тематике метаматериалов уделяется значительно место в научной литературе [1–4]. Можно отметить, что метаматериалы могут быть как объемными, так и представлять собой метаповерхности [3], то есть супертонкие структуры, на поверхностях которых создается пространственная композиция из метаатомов. В общем случае метаматериал мож-

но обобщенно рассматривать как совокупность контейнера (или метаподложки) и совокупности внедряемых компонент из другого вещества. При этом подобные структуры реализуются как в СВЧ-, так и в оптическом диапазонах [3–4]. Долгое время изучение метаматериалов носило фундаментальный характер, однако сейчас они активно используются в устройствах СВЧ, антеннах, а также при создании новой элементной базы оптоэлектроники и нанофотоники. Одним из преимуществ применения метаматериалов при создании компонентной базы устройств СВЧ- и оптического диапазона является их частотная и поляризационная селективность, что связано с взаимодействием электромагнитного поля с резонансными включениями. Также заметим, что большинство метаматериалов обладают пространственной дисперсией и в них проявляются магнитоэлектрические свойства среды.

Особым типом композиционных сред являются киральные метаматериалы (КММ), в которых используются включения (в СВЧ-диапазоне) или атомы (в оптическом диапазоне), обладающие зеркально асимметричной пространственной кон-

фигурацией [5–6]. Основными свойствами КММ являются круговой дихроизм, кросс-поляризация поля и возникновение дуплета волн с право- и левокруговыми поляризациями [5–9].

Материальные уравнения для КММ в общем случае имеют следующий вид [5–6]:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{D}} &= \varepsilon_0 \varepsilon \bar{\mathbf{E}} \mp i \chi \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \bar{\mathbf{H}}, \\ \bar{\mathbf{B}} &= \mu_0 \mu \bar{\mathbf{H}} \pm i \chi \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \bar{\mathbf{E}},\end{aligned}\quad (1)$$

где $\bar{\mathbf{E}}$, $\bar{\mathbf{H}}$, $\bar{\mathbf{D}}$, $\bar{\mathbf{B}}$ – комплексные амплитуды векторов напряженностей и индукций электрического и магнитного полей; ε_0 – электрическая постоянная вакуума; μ_0 – магнитная постоянная вакуума; ε – относительная диэлектрическая проницаемость; μ – относительная магнитная проницаемость; χ – параметр киральности; i – мнимая единица. В формулах (1) верхние и нижние знаки соответствуют КММ на основе правых и левых форм зеркально асимметричных элементов (химических соединений) соответственно. Материальные уравнения (1) записаны для гармонической электромагнитной волны.

Одним из возможных применений метаматериалов и метаповерхностей является их использование при создании поглощающих структур в СВЧ- и оптическом диапазонах. Подобные возможности для оптического активно рассматриваются в научной литературе [10–15]. Заметим, что в ряде работ было отмечено свойство кирального метаматериала СВЧ, не связанное с увеличенным поглощением. Суть этого явления, которое было обнаружено в киральном метаматериале на основе одно- и многозаходных тонкопроволочных элементов, заключается в том, что вблизи ряда дискретных частот (определяемых геометрическими размерами и формой зеркально асимметричного элемента) наблюдается рассеяние в плоскости слоя метаматериала при крайне низком прохождении и отражении падающей электромагнитной волны [15]. Подобный эффект был обнаружен также для ряда других зеркально асимметричных пространственных конфигураций микровключений [16–18]. По сути, указанный частотно селективный эффект заключается в возможности концентрации энергии падающего поля внутри слоя КММ в СВЧ-диапазоне.

В данной работе предложен вариант структуры для реализации эффекта концентрации оптической энергии видимого и инфракрасного диапазонов на ряде дискретных длин волн на основе планарного слоя кирального метаматериала на ос-

нове кварца легированного оптически активными химическими соединениями (ниобат лития, исландский шпат и т. п.). В работе такой планарный метаматериал называется киральным стеклом.

Вообще говоря, проблема концентрации оптической энергии является не новой, и для этого использовались различные линзы, коллекторы, оптические резонаторы и т. п. [19–21]. В большинстве случаев для этого используются объемные структуры, не обладающие свойством планарности. В предлагаемой работе частотно-селективная концентрация осуществляется при помощи структуры, содержащей планарные кварцевые стекла.

Важным при построении математической модели кирального метаматериала является учет материальной дисперсии [22–24]. В работе будет использована наиболее часто применяемая обобщенная модель, учитывающая дисперсию диэлектрической проницаемости по формуле Лоренца, в то время как дисперсия параметра киральности определяется формулой Кондона [22; 24].

Таким образом, данная работа представляет собой расширение свойств киральных метаматериалов СВЧ-диапазона, связанных с частотно-селективным переизлучением электромагнитной волны в слое планарной структуры, на оптический диапазон.

1. Дисперсионная модель оптического кирального метаматериала

В работе будет использована наиболее часто используемая дисперсионная модель кирального метаматериала [22; 24].

Для описания частотной зависимости диэлектрической проницаемости области, занятой киральным элементом, будем использовать модель Лоренца:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_c + \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}, \quad (2)$$

где ε_c – относительная диэлектрическая проницаемость контейнера; ω_0 – резонансная частота кирального включения; γ – частота демпфирования; Ω_ε – «сила» резонанса диэлектрической проницаемости.

Для описания частотной зависимости параметра киральности будем использовать обобщенную модель Кондона:

$$\chi(\omega) = \frac{\Omega_\chi \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}, \quad (3)$$

где Ω_χ – «сила» резонанса параметра киральности.

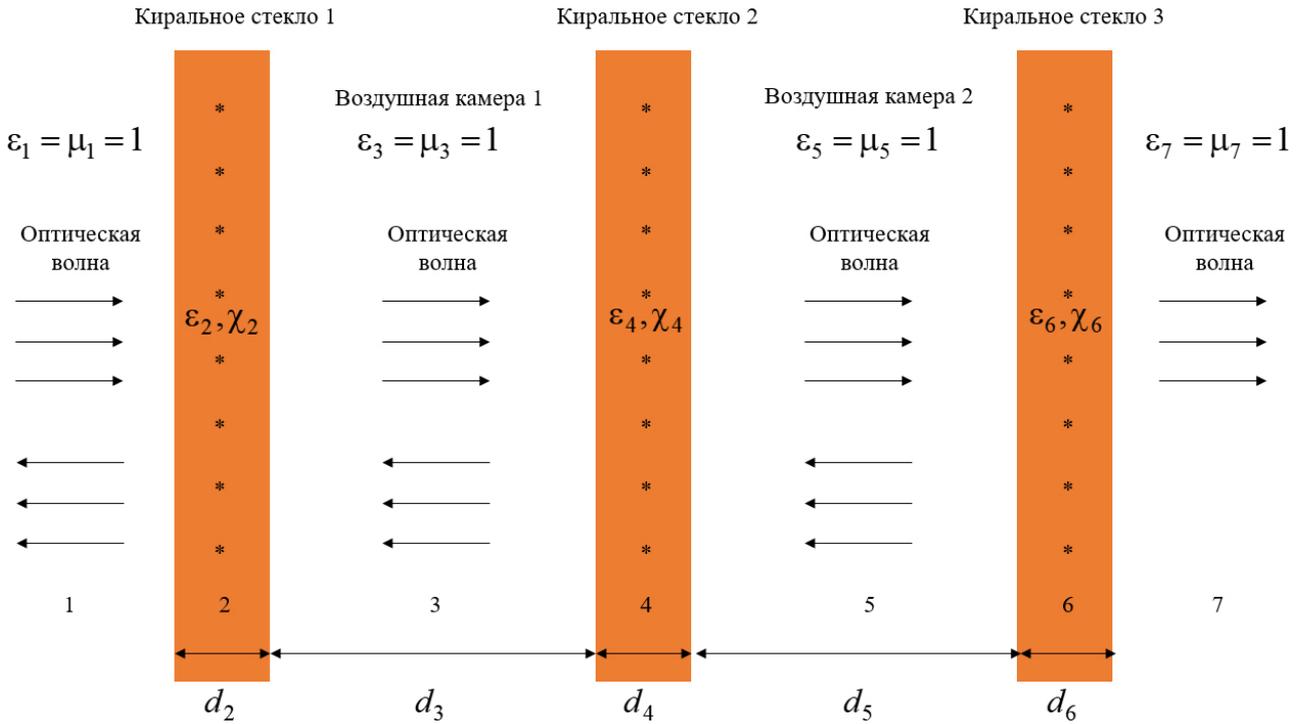


Рис. 1. Планарная киральная структура для концентрации оптической энергии
Fig. 1. Planar chiral structure for optical energy concentration

Соотношения (2) и (3) образуют дисперсионную модель кирального метаматериала в оптическом диапазоне. При решении задачи будем предполагать, что магнитная проницаемость $\mu = 1$.

2. Геометрия задачи

Введем понятие кирального стекла. Киральное стекло – это планарный оптический киральный метаматериал, созданный на основе одной из двух технологий:

1. Изменение соотношений концентрации правых и левых форм атомов в естественной оптически активной среде.

2. Использование легирования оптически прозрачной среды примесными зеркально асимметричными атомами другого химического соединения, которое также должно обладать свойством оптической прозрачности.

В работе будет исследован второй вариант реализации кирального стекла.

Рассмотрим использование киральных стекол с целью частотно-селективной концентрации оптической энергии. С целью практического использования результатов возьмем многослойную планарную структуру, состоящую из трех киральных стекол, разделенных двумя воздушными камерами. Геометрия задачи представлена на рис. 1. Структура состоит из трех киральных стекол 2,

4 и 6, разделенных двумя воздушными камерами 3 и 5. В качестве примеси для кварца в киральных стеклах будем использовать оптически прозрачный ниобат лития. Геометрические и электрофизические параметры слоев 2–6 приведены на рис. 1. Области 1 и 7 представляют вакуум.

Для описания киральных стекол будет использована гетерогенная модель на основе формулы Максвелла Гарнетта [25], согласно которой эффективная относительная диэлектрическая проницаемость зависит от проницаемостей кварца и включений из ниобата лития:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_c \frac{1 + 2\alpha\varepsilon_x(\omega)}{1 - \alpha\varepsilon_x(\omega)}; \quad \varepsilon_x(\omega) = \frac{\varepsilon_s(\omega) - \varepsilon_c}{\varepsilon_s(\omega) + 2\varepsilon_c}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_s(\omega) = \varepsilon_c + \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}; \quad \chi(\omega) = \frac{\Omega_\chi \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega},$$

где ε_c – относительная диэлектрическая проницаемость кварца; ε_s – относительная диэлектрическая проницаемость ниобата лития; α – коэффициент, определяющий концентрацию атомов примесного соединения и изменяющийся от 0 до 1.

3. Матричный метод решения

Целью решения задачи является нахождения коэффициентов отражения и прохождения в слоях планарной многослойной структуры, показанной

на рис. 1. Для решения задачи будет использован матричный метод решения.

На первом этапе запишем выражения для векторов электромагнитного поля во входной области 1 (откуда падает оптическая волна) и выходной области 7 (куда волна выходит из стеклопакета).

Рассмотрим случай падения волны с s-поляризацией. В этом случае для составляющих векторов напряженностей электромагнитного поля можно записать следующие выражения:

$$E_z^{i,s} = e^{-ik_1(\vec{s}, \vec{r})}; H_x^{i,s} = -\frac{\cos\theta}{\eta^{(1)}} e^{-ik_1(\vec{s}, \vec{r})}, \quad (5)$$

где $\vec{s} = \{\sin\theta, -\cos\theta\}$ – единичный вектор, определяющий направление распространения падающей волны в области 1; $\vec{r} = \{x, y\}$ – радиус-вектор точки наблюдения; $k_1 = k_0\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$ – волновое число для плоской электромагнитной волны в области 1 (диэлектрике); k_0 – волновое число для плоской электромагнитной волны в вакууме; $\eta^{(1)} = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$ – импеданс (характеристическое сопротивление) области 1; индекс «i» относится к падающей волне; индекс «s» показывает тип линейной поляризации падающей волны. На структуру падает электромагнитная волна единичной амплитуды, что учтено в выражениях (5).

Электромагнитное поле отраженной волны будет состоять из основных (входящих в структуру поля падающей волны) тангенциальных составляющих:

$$E_z^{r,s} = r_{ss} e^{-ik_1(\vec{s}_r, \vec{r})}; \quad (6)$$

$$H_x^{r,s} = r_{ss} \frac{\cos\theta}{\eta^{(1)}} e^{-ik_1(\vec{s}_r, \vec{r})},$$

и кросс-поляризованных (ортогональных, входящих в структуру волны с р-поляризацией) тангенциальных составляющих:

$$H_z^{r,p} = r_{sp} e^{-ik_1(\vec{s}_r, \vec{r})}; \quad (7)$$

$$E_x^{r,p} = -r_{sp} \eta^{(1)} \cos\theta e^{-ik_1(\vec{s}_r, \vec{r})},$$

где $\vec{s}_r = \{\sin\theta, \cos\theta\}$ – единичный вектор, определяющий направление распространения отраженной волны; r_{ss} – коэффициент отражения основной компоненты; r_{sp} – коэффициент отражения кросс-поляризованной компоненты. Нижние индексы означают следующее: первый – тип основной компоненты (s – перпендикулярная); второй – тип кросс-поляризованной компоненты (р – параллельная).

Коэффициенты отражения по полю, равные амплитудам отраженных волн, определяются как

$$r_{ss} = \frac{E_{\perp}^r}{E_{\perp}^i}; r_{sp} = \frac{E_{\parallel}^r}{E_{\perp}^i}.$$

При записи выражений (6) и (7) учтен закон отражения: $\theta = \theta_1$ (θ_1 – угол отражения волны от области 2 в область 1).

Электромагнитное поле в области 1 (перед структурой) определяется суперпозицией поля падающей волны перпендикулярной поляризации (5) и поля отраженной волны с основными (6) и кросс-поляризованными (7) компонентами:

$$E_z^{(1)} = e^{-ik_1(\vec{s}, \vec{r})} + r_{ss} e^{-ik_1(\vec{s}_r, \vec{r})}; \quad (8)$$

$$H_x^{(1)} = -\frac{\cos\theta}{\eta^{(1)}} e^{-ik_1(\vec{s}, \vec{r})} + r_{ss} \frac{\cos\theta}{\eta^{(1)}} e^{-ik_1(\vec{s}_r, \vec{r})};$$

$$H_z^{(1)} = r_{sp} e^{-ik_1(\vec{s}_r, \vec{r})}, E_x^{(1)} = -r_{sp} \eta^{(1)} \cos\theta e^{-ik_1(\vec{s}_r, \vec{r})}.$$

При решении задачи учитывается явление кросс-поляризации поля волны, отраженной от оптического кирального метаматериала.

Электромагнитное поле прошедшей в область 7 (за структурой) волны будет состоять из основных (входящих в структуру поля падающей волны) составляющих:

$$E_z^{(7)} = t_{ss} e^{-ik_7(\vec{s}_7, \vec{r})}; H_x^{(7)} = -t_{ss} \frac{\cos\theta_7}{\eta^{(7)}} e^{-ik_7(\vec{s}_7, \vec{r})}, \quad (9)$$

и кросс-поляризованных (ортогональных) составляющих:

$$H_z^{(7)} = t_{sp} e^{-ik_7(\vec{s}_7, \vec{r})}; E_x^{(7)} = t_{sp} \eta^{(7)} \cos\theta_7 e^{-ik_7(\vec{s}_7, \vec{r})}, \quad (10)$$

где $\vec{s}_7 = \{\sin\theta_7, -\cos\theta_7\}$ – единичный вектор, определяющий направление распространения прошедшей в область 7 волны; t_{ss} – коэффициент прохождения основной компоненты; t_{sp} – коэффициент прохождения кросс-поляризованной компоненты; $k_7 = k_0\sqrt{\varepsilon_7\mu_7}$ – волновое число для плоской электромагнитной волны в области 7 (диэлектрике); $\eta^{(7)} = \sqrt{\mu_7/\varepsilon_7}$ – импеданс (характеристическое сопротивление) области 7; θ_7 – угол прохождения волны в область 7 из области 6.

Коэффициенты прохождения основной и кросс-поляризованной компоненты по полю определяются следующим образом:

$$T_7 = t_{ss} = \frac{E_{\perp}^{(7)}}{E_{\perp}^i}; t_{sp} = \frac{E_{\parallel}^{(7)}}{E_{\perp}^i}.$$

Таким образом, поле в области под метаматериалом имеет 4 тангенциальные составляющие:

$$E_z^{(7)} = t_{ss} e^{-ik_7(\bar{s}_7, \bar{r})}; \quad H_x^{(7)} = -t_{ss} \frac{\cos \theta_7 e^{-ik_7(\bar{s}_7, \bar{r})}}{\eta^{(7)}}; \quad (11)$$

$$H_z^{(7)} = t_{sp} e^{-ik_7(\bar{s}_7, \bar{r})}; \quad E_x^{(7)} = t_{sp} \eta^{(7)} \cos \theta_7 e^{-ik_7(\bar{s}_7, \bar{r})}.$$

Для решения задачи воспользуемся методом матриц передачи, которая для киральных стекол с номерами $m = 2, 4, 6$ имеет вид:

$$\tilde{\mathbf{P}}_m(\omega) = [p_{ij}(\omega)] \quad (i = \overline{1; 4}; j = \overline{1; 4}); \quad (12)$$

$$p_{11} = 1; p_{12} = -k_0 d_m \chi_m [1 - \beta_m^2]; p_{13} = 0;$$

$$p_{14} = ik_0 d_m \mu_m [1 + \beta_m^2]; p_{21} = -k_0 d_m \chi_m;$$

$$p_{22} = 1; p_{23} = ik_0 d_m \mu_m; p_{24} = 0;$$

$$p_{31} = 0; p_{32} = -ik_0 d_m \varepsilon_m [1 - \beta_m^2]; p_{33} = 1;$$

$$p_{34} = -k_0 d_m \chi_m [1 - \beta_m^2]; p_{41} = -ik_0 d_m \varepsilon_m;$$

$$p_{42} = 0; p_{43} = -k_0 d_m \chi_m; p_{44} = 1,$$

где

$$\varepsilon_m(\omega) = \varepsilon_{cm} \frac{1 + 2\alpha_m \varepsilon_{xm}(\omega)}{1 - \alpha_m \varepsilon_{xm}(\omega)};$$

$$\varepsilon_{xm}(\omega) = \frac{\varepsilon_{sm}(\omega) - \varepsilon_{cm}}{\varepsilon_{sm}(\omega) + 2\varepsilon_{cm}};$$

$$\varepsilon_{sm}(\omega) = \varepsilon_{cm} + \frac{\Omega_{\varepsilon m} \omega_{0m}^2}{\omega_{0m}^2 - \omega^2 + i\gamma_m \omega};$$

$$\chi_m(\omega) = \frac{\Omega_{\chi m} \omega_{0m} \omega}{\omega_{0m}^2 - \omega^2 + i\gamma_m \omega};$$

$$\beta_m = k_m / (k_0 n_{cm});$$

$$n_{cm}(\omega) = \sqrt{\varepsilon_m(\omega) \mu_m - \chi_m^2(\omega)};$$

$$k_m = k_0 \sqrt{\varepsilon_m \mu_m}; \quad \mu_m = 1, \quad \gamma_m = 0.$$

Здесь ε_{cm} – относительная диэлектрическая проницаемость кварца в m -слое; ε_{sm} – относительная диэлектрическая проницаемость области в m -слое, занятой ниобатом лития; α_m – объемная концентрация ниобата лития в m -слое; χ_m – относительный параметр киральности m -слоя; d_m – толщина m -слоя; γ_m – частота демпфирования m -слоя; $\Omega_{\varepsilon m}$ – «сила» резонанса диэлектрической проницаемости m -слоя; $\Omega_{\chi m}$ – «сила» резонанса параметра киральности m -слоя.

Для случая диэлектрических слоев с номерами $m = 3, 5$ выражения получаются из (12) при $\chi_m = \alpha_m = 0$:

$$\tilde{\mathbf{P}}_m(\omega) = [p_{ij}(\omega)] \quad (i = \overline{1; 4}; j = \overline{1; 4}); \quad (13)$$

$$p_{11} = 1; p_{12} = 0; p_{13} = 0;$$

$$p_{14} = ik_0 d_m \mu_m [1 + \beta_m^2]; p_{21} = 0;$$

$$p_{22} = 1; p_{23} = ik_0 d_m \mu_m; p_{24} = 0;$$

$$p_{31} = 0; p_{32} = -ik_0 d_m \varepsilon_m [1 - \beta_m^2]; p_{33} = 1;$$

$$p_{34} = 0; p_{41} = -ik_0 d_m \varepsilon_m;$$

$$p_{42} = 0; p_{43} = 0; p_{44} = 1,$$

где

$$\varepsilon_m(\omega) = \varepsilon_{cm}; \quad k_m = k_0 \sqrt{\varepsilon_m \mu_m}; \quad \mu_m = 1.$$

Интегральная матрица передачи всей структуры получается путем перемножения всех матриц слоев:

$$\tilde{\mathbf{P}}(\omega) = \prod_{i=2}^6 \tilde{\mathbf{P}}_m(\omega). \quad (14)$$

В результате для случая падения волны s-поляризации с использованием соотношений (5)–(14) получается система линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix} E_x^{(7)} \\ E_z^{(7)} \\ H_x^{(7)} \\ H_z^{(7)} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{P}}(\omega)]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ E_z^{i,s} \\ H_x^{i,s} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Аналогично можно записать решение задачи и для случая падения волны p-поляризации:

$$\begin{bmatrix} E_x^{(7)} \\ E_z^{(7)} \\ H_x^{(7)} \\ H_z^{(7)} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{P}}(\omega)]^{-1} \begin{bmatrix} E_x^{i,s} \\ 0 \\ 0 \\ H_z^{i,s} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Неизвестные коэффициенты отражения и прохождения основной компоненты волны находятся из выражений:

$$r_{ss} = \frac{E_{\perp}^r}{E_{\perp}^i}; \quad t_{ss} = \frac{E_{\perp}^{(7)}}{E_{\perp}^i} \quad (17)$$

для случая падения оптической волны s-поляризации;

$$r_{pp} = \frac{E_{\parallel}^r}{E_{\parallel}^i}; \quad t_{pp} = \frac{E_{\parallel}^{(7)}}{E_{\parallel}^i} \quad (18)$$

для случая падения оптической волны p-поляризации.

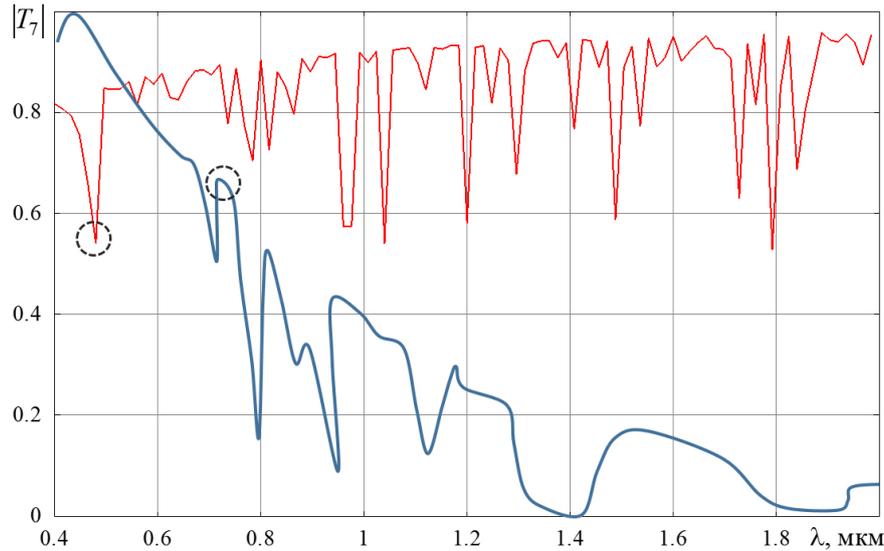


Рис. 2. Зависимость модуля коэффициента прохождения оптической волны от длины волны в области 7
Fig. 2. Dependence of the transmittance modulus of an optical wave on the wavelength in area 7

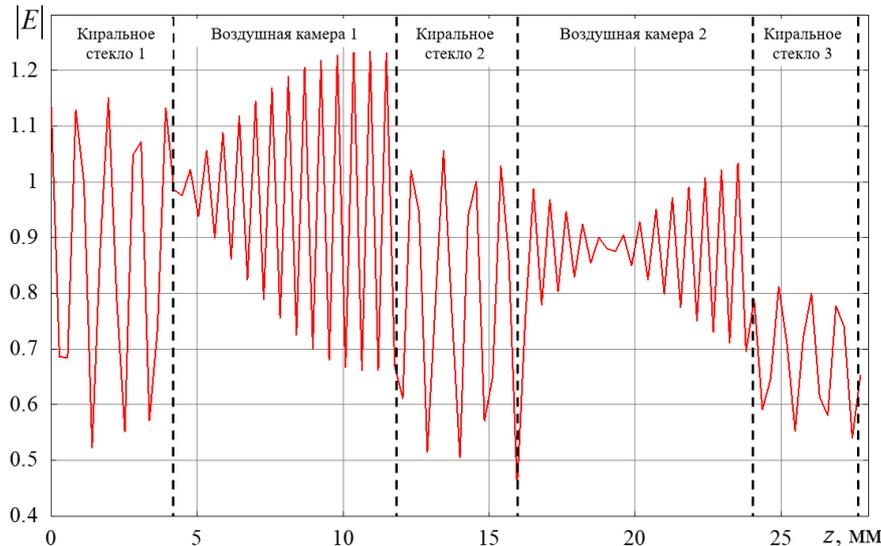


Рис. 3. Распределение модуля напряженности электрического поля оптической волны в продольном направлении на длине волны 0,47 мкм
Fig. 3. Electric field strength modulus distribution optical wave in the longitudinal direction at a wavelength of 0,47 microns

При численном расчете предполагалось, что на структуру падает волна s-поляризации, то есть $T_7 = t_{ss}$.

4. Численное моделирование

В работе был произведен расчет зависимостей модуля коэффициента прохождения оптической волны $|T_7|$ в область 7 от длины волны.

Параметры расчета: показатели преломления кварца в трех киральных стеклах 2, 4 и 6 равны 1,513; толщина всех трех стекол – 4 мм; толщина двух воздушных камер – 8 мм; показатели преломления двух воздушных камер: 1,0; $\Omega_{em} = 0,05$; $\Omega_{\chi m} = 0,01$; $\alpha_m = 0,1$; $\gamma_m = 0$ при $m = 2, 4, 6$. Резо-

нансная длина волны, связанная с частотой ω_0 в дисперсионной модели: $\lambda_0 = 1,2$ мкм. Показатели преломления киральных стекол рассчитывались с использованием модели Максвелла Гарнетта (4).

На рис. 2 показана зависимость модуля коэффициента прохождения оптической волны $|T_7|$ от длины волны в области 7 (верхняя линия). Как видно из рис. 2, наблюдается ряд резонансных минимумов прохождения оптической волны, что соответствует концентрации энергии внутри многослойной киральной структуры на некоторых дискретных длинах волн спектра солнечного излучения. При этом энергия оптической волны концентрируется внутри многослойной структуры. На этом же рисунке в нормированных пере-

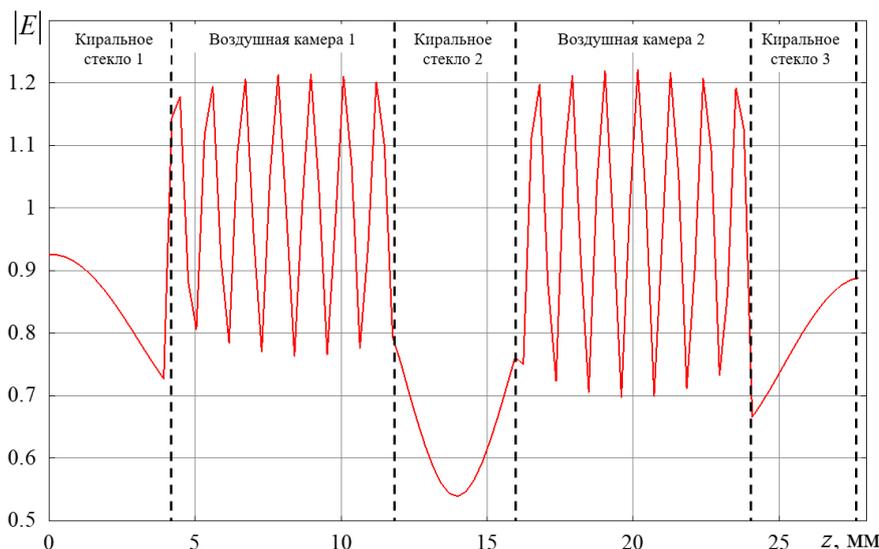


Рис. 4. Распределение модуля напряженности электрического поля оптической волны в продольном направлении на длине волны 0,47 мкм

Fig. 4. Electric field strength modulus distribution optical wave in the longitudinal direction at a wavelength of 0,47 microns

менных приведен спектр солнечного излучения (нижняя линия).

Нас интересует ситуация, когда наблюдается минимум коэффициента прохождения при достаточно большом значении интенсивности солнечного излучения при определенной длине волны. Как видно из рис. 2, на длине волны 0,47 мкм подобная ситуация наблюдается и может быть сконцентрировано 55 % энергии. Причем в этом случае речь идет о концентрации видимого спектра. На длине волны 0,74 мкм концентрация оптической энергии составит около 22 % от падающей энергии.

Рассмотрим распределение модуля напряженности электрического поля оптической волны вдоль продольной оси, перпендикулярной к поверхностям слоев на длинах волн 0,47 и 0,74 мкм.

На рис. 3 приведено распределение модуля напряженности электрического поля оптической волны в продольном направлении на длине волны 0,47 мкм.

На рис. 4 показано распределение модуля напряженности электрического поля оптической волны в продольном направлении на длине волны 0,74 мкм.

Как видно из рис. 3, 4, на длине волны 0,47 мкм оптическая энергия концентрируется преимущественно только в первой воздушной камере, в то время как на длине волны 0,74 мкм энергия концентрируется в обеих камерах равномерно.

Таким образом, для рассматриваемой многослойной киральной метаструктуры на основе киральных кварцевых стекол с 10 %-процентным легированием ниобата лития наиболее эффектив-

ной является частотно-селективная концентрация оптической энергии на длине волны 0,74 мкм: концентрируется по 11 % (от падающей энергии на стеклопакет) оптической энергии в каждой из двух воздушных камер.

Следует заметить (рис. 2), что локальные минимумы модуля коэффициента прохождения наблюдаются и в инфракрасном диапазоне, где также возможна небольшая концентрация оптической энергии.

Заключение

В работе показано, что киральные стекла позволяют осуществлять частотно-селективную концентрацию энергии видимого и ближней части инфракрасного диапазонов. Сбор сконцентрированной оптической энергии могут выполнять обе воздушные камеры, в том числе на некоторых длинах волн и одновременно. Для концентрации оптической энергии видимого диапазона целесообразно использовать киральные стекла на основе кирального метаматериала с примесями химических соединений, в которых атомы обладают зеркально асимметричной конфигурацией (например, ниобат лития). Единственным требованием к примеси является оптическая прозрачность на используемой длине волны. Также можно заметить, что осуществлять частотно-селективную концентрацию оптической энергии на длинах волн больше 1,2 мкм нецелесообразно в связи с небольшой интенсивностью солнечного излучения, если использовать исследуемую структуру для практического применения.

Список литературы

1. Capolino F. Theory and Phenomena of Metamaterials. Boca Raton: CRC Press, 2017. 974 p. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781420054262>
2. Metamaterials: Physics and Engineering Explorations / ed. by N. Engheta, R.W. Ziolkowski. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006. 440 p.
3. Iyer A.K., Alù A., Epstein A. Metamaterials and metasurfaces – Historical context, recent advances, and future directions // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2020. Vol. 68, no. 3. P. 1223–1231. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>
4. Zheludev N.I. A roadmap for metamaterials // Optics and Photonics News. 2011. Vol. 22, no. 3. P. 30–35. DOI: <https://doi.org/10.1364/OPN.22.3.000030>
5. Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.
6. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media. Berlin: Springer, 1989. 121 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/BFb0034453>
7. Caloz C., Sihvola A. Electromagnetic chirality, Part 1: The microscopic perspective [Electromagnetic perspectives] // IEEE Antennas and propagation magazine. 2020. Vol. 62, no. 1. P. 58–71. DOI: <https://doi.org/10.1109/MAP.2019.2955698>
8. Lakhtakia A., Varadan V.V., Varadan V.K. Field equations, Huygens's principle, integral equations, and theorems for radiation and scattering of electromagnetic waves in isotropic chiral media // Journal of the Optical Society of America A. 1988. Vol. 5, no. 2. P. 175–184. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.5.000175>
9. Silverman M.P. Reflection and refraction at the surface of a chiral medium: comparison of gyrotropic constitutive relations invariant or noninvariant under a duality transformation // Journal of the Optical Society of America A. 1986. Vol. 3, no. 6. P. 830–837. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.3.000830>
10. Design and creation of metal-polymer absorbing metamaterials using the vacuum-plasma technologies / I. Semchenko [et al.] // Lecture Notes in Networks and Systems Advances in Intelligent Systems and Computing. 2019. Vol. 53. P. 105–112. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-99834-3_14
11. The development of double-sided nonreflecting absorber of the terahertz waves on the basis of metamaterials / I. Semchenko [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1461, no. 1. P. 012148. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1461/1/012148>
12. A metamaterial absorber for the terahertz regime: Design, fabrication and characterization / H. Tao [et al.] // Optics Express. 2008. Vol. 16, no. 10. P. 7181–7188. DOI: <https://doi.org/10.1364/OE.16.007181>
13. Introducing dipole-like resonance into magnetic resonance to realize simultaneous drop in transmission and reflection at terahertz frequency / C. Hu [et al.] // Journal of Applied Physics. 2010. Vol. 108, no 5. P. 053103. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.3467528>
14. Ra'di Y., Asadchy V., Tretyakov S. Total absorption of electromagnetic waves in ultimately thin layers // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2013. Vol. 61, no. 9. P. 4606–4614. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2271892>
15. Polarization-independent wide-angle triple-band metamaterial absorber / X. Shen [et al.] // Optics Express. 2011. Vol. 19, no. 4. P. 9401–9407. DOI: <https://doi.org/10.1364/OE.19.009401>
16. Разработка математической модели кирального метаматериала на основе цилиндрических спиральных элементов с учетом дисперсии и концентрации / И.Ю. Бучнев [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 2. С. 36–47. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47>
17. Аралкин М.В., Дементьев А.Н., Осипов О.В. Исследование электромагнитных характеристик планарных киральных метаструктур на основе составных спиральных компонентов с учетом гетерогенной модели Бруггемана // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 3. С. 44–55. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.44-55>
18. Осипов О.В., Юрасов В.И., Почепцов А.О. Киральный метаматериал для частотно селективной концентрации энергии сверхвысокочастотного излучения // Инфокоммуникационные технологии. 2014. Т. 12, № 4. С. 76–82.
19. Patent US 4416262. High ratio microwave energy concentrating collector / W.P. Nieder-meyer; 22.11.1983. URL: <https://patents.google.com/patent/US4416262A/en>
20. Patent US 7763840. Radiant energy collector / A. Anderson; 27.07.2010. URL: <https://patents.google.com/patent/US7763840B2/en>
21. RF energy harvesting design using high Q resonators / T. Ugan [et al.] // 2009 IEEE MTT-S International Microwave Workshop on Wireless Sensing, Local Positioning, and RFID. 2009. P. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/IMWS2.2009.5307869>
22. Prudêncio F.R., Silveirinha M.G. Optical isolation of circularly polarized light with a spontaneous magnetoelectric effect // Physical Review A. 2016. Vol. 93, no. 4. P. 043846. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.043846>
23. Hess O., Grig T. Phenomena of Optical Metamaterials. Amsterdam: Elsevier, 2018. 277 p.
24. Zhao R., Koschny T., Soukoulis C.M. Chiral metamaterials: retrieval of the effective parameters with and without substrate // Optics Express. 2010. Vol. 18, no. 14. P. 14553–14567. DOI: <https://doi.org/10.1364/OE.18.014553>
25. Сушко М.Я., Криськив С.К. Метод компактных групп в теории диэлектрической проницаемости гетерогенных систем // Журнал технической физики. 2009. Т. 79, № 3. С. 97–101. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/9645>

Информация об авторах

Осипов Олег Владимирович, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика метаматериалов, антенны и устройства СВЧ, нелинейная оптика.

E-mail: o.osipov@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2125-9228>

SPIN-код (eLibrary): 2741-3794

AuthorID (eLibrary): 34872
ResearcherID (WoS): B-7134-2018

Панин Дмитрий Николаевич, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: теория волновых процессов и компьютерное моделирование в радиофизике.

E-mail: d.panin@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0598-8591>

SPIN-код (eLibrary): 9999-0844

AuthorID (eLibrary): 649577

ResearcherID (WoS): AAT-1882-2020

Семенов Евгений Сергеевич, кандидат технических наук, заведующий кафедрой телекоммуникационных систем Волгоградского государственного университета, г. Волгоград, Россия.

Область научных интересов: системы беспроводной связи, OFDM, методы оценок параметров каналов беспроводной связи, помехи в радиоканалах связи.

E-mail: essemenov@mail.ru

SPIN-код (eLibrary): 2737-9450

AuthorID (eLibrary): 672026

ResearcherID (WoS): A-8727-2017

Цилимбаев Никита Александрович, аспирант Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика метаматериалов, системы беспроводной связи.

E-mail: artes3009@rambler.ru

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2027, vol. 27, no. 3, pp. 99–109

DOI 10.18469/1810-3189.2024.27.3.99-109
UDC 67.03
Original Research

Received 1 April 2024
Accepted 6 May 2024
Published 30 September 2024

Transmission of an optical wave through a multilayer structure with dispersive chiral layers

Oleg V. Osipov¹ , Dmitry N. Panin¹ , Evgeny S. Semenov², Nikita A. Tsilimbaev¹

¹ Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

² Volgograd State University
100, University Avenue,
Volgograd, 400062, Russia

Abstract – Background. The using of mirror asymmetric chemical compounds for doping quartz makes it possible to metamaterial creation that has the chirality property. In such a compositional structure, unusual effects may arise when interacting with an optical wave. **Aim.** We calculate the transmission and reflection of a linearly polarized optical wave through a multilayer structure consisting of two doped quartz glasses separated by two air gaps. **Methods.** Based on a homogeneous mathematical model of a chiral metamaterial, taking into account the dispersion of the dielectric constant and the chirality parameter based on the matrix method, a system of linear algebraic equations is obtained for the complex reflection and transmission coefficients of an electromagnetic wave of linear polarization. **Results.** An analysis of the frequency and angular characteristics of the modules of the reflection and transmission coefficients was carried out at various values of the quartz doping level. It is theoretically predicted that at some wavelengths, most of the incident optical energy can be concentrated in the air gaps of the multilayer structure. **Conclusion.** The data obtained as a result of calculations can be used in the development of planar structures for frequency-selective concentration of energy in the visible and infrared spectrum based on quartz glasses doped with chiral chemical compounds.

Keywords – metamaterial; electromagnetic wave; mathematical model; chiral metamaterial; reflection coefficient; transmission coefficient; energy concentration; dispersion.

✉ o.osipov@psuti.ru (Oleg V. Osipov)

 © Oleg V. Osipov et al., 2024

References

1. F. Capolino, *Theory and Phenomena of Metamaterials*. Boca Raton: CRC Press, 2017, doi: <https://doi.org/10.1201/9781420054262>.
2. N. Engheta and R. W. Ziolkowski, Eds. *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.

3. A. K. Iyer, A. Alù, and A. Epstein, "Metamaterials and metasurfaces – Historical context, recent advances, and future directions," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 68, no. 3, pp. 1223–1231, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2020.2969732>.
4. N. I. Zheludev, "A roadmap for metamaterials," *Optics and Photonics News*, vol. 22, no. 3, pp. 30–35, 2011, doi: <https://doi.org/10.1364/OPN.22.3.000030>.
5. I. V. Lindell et al., *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994.
6. A. Lakhtakia, V. K. Varadan, and V. V. Varadan, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields in Chiral Media*. Berlin: Springer, 1989, doi: <https://doi.org/10.1007/BFb0034453>.
7. C. Caloz and A. Sihvola, "Electromagnetic chirality, Part 1: The microscopic perspective [Electromagnetic perspectives]," *IEEE Antennas and propagation magazine*, vol. 62, no. 1, pp. 58–71, 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/MAP.2019.2955698>.
8. A. Lakhtakia, V. V. Varadan, and V. K. Varadan, "Field equations, Huygens's principle, integral equations, and theorems for radiation and scattering of electromagnetic waves in isotropic chiral media," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 5, no. 2, pp. 175–184, 1988, doi: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.5.000175>.
9. M. P. Silverman, "Reflection and refraction at the surface of a chiral medium: comparison of gyrotropic constitutive relations invariant or noninvariant under a duality transformation," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 3, no. 6, pp. 830–837, 1986, doi: <https://doi.org/10.1364/JOSAA.3.000830>.
10. I. Semchenko et al., "Design and creation of metal-polymer absorbing metamaterials using the vacuum-plasma technologies," *Lecture Notes in Networks and Systems Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol. 53, pp. 105–112, 2019, doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-99834-3_14.
11. I. Semchenko et al., "The development of double-sided nonreflecting absorber of the terahertz waves on the basis of metamaterials," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1461, no. 1, p. 012148, 2020, doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1461/1/012148>.
12. H. Tao et al., "A metamaterial absorber for the terahertz regime: Design, fabrication and characterization," *Optics Express*, vol. 16, no. 10, pp. 7181–7188, 2008, doi: <https://doi.org/10.1364/OE.16.007181>.
13. C. Hu et al., "Introducing dipole-like resonance into magnetic resonance to realize simultaneous drop in transmission and reflection at terahertz frequency," *Journal of Applied Physics*, vol. 108, no. 5, p. 053103, 2010, doi: <https://doi.org/10.1063/1.3467528>.
14. Y. Ra'di, V. Asadchy, and S. Tretyakov, "Total absorption of electromagnetic waves in ultimately thin layers," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, no. 9, pp. 4606–4614, 2013, doi: <https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2271892>.
15. X. Shen et al., "Polarization-independent wide-angle triple-band metamaterial absorber," *Optics Express*, vol. 19, no. 4, pp. 9401–9407, 2011, doi: <https://doi.org/10.1364/OE.19.009401>.
16. I. Yu. Buchnev et al., "Development of a mathematical model of a chiral metamaterial based on a cylindrical helical elements accounting for the dispersion and concentration of elements," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 2, pp. 36–47, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47>. (In Russ.)
17. M. V. Aralkin, A. N. Dement'ev, and O. V. Osipov, "Study of electromagnetic characteristics of planar chiral metastructures based on composite spiral components taking into account the heterogeneous Bruggeman model," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 44–55, 2020, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.3.44-55>. (In Russ.)
18. O. V. Osipov, V. I. Yurasov, and A. O. Pocheptsov, "Chiral metamaterial for frequency selective energy concentration of microwave radiation," *Infokommunikacionnye tehnologii*, vol. 12, no. 4, pp. 76–82, 2014. (In Russ.)
19. W. P. Nieder-meyer, "High ratio microwave energy concentrating collector," U.S. Patent 4416262, Nov. 22, 1983, url: <https://patents.google.com/patent/US4416262A/en>.
20. A. Anderson, "Radiant energy collector," U.S. Patent 7763840, Jul. 27, 2010, url: <https://patents.google.com/patent/US7763840B2/en>.
21. T. Urgan et al., "RF energy harvesting design using high Q resonators," *2009 IEEE MTT-S International Microwave Workshop on Wireless Sensing, Local Positioning, and RFID*, pp. 1–4, 2009, doi: <https://doi.org/10.1109/IMWS2.2009.5307869>.
22. F. R. Prudêncio and M. G. Silveirinha, "Optical isolation of circularly polarized light with a spontaneous magnetoelectric effect," *Physical Review A*, vol. 93, no. 4, p. 043846, 2016, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.043846>.
23. O. Hess and T. Grig, *Phenomena of Optical Metamaterials*. Amsterdam: Elsevier, 2018.
24. R. Zhao, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, "Chiral metamaterials: retrieval of the effective parameters with and without substrate," *Optics Express*, vol. 18, no. 14, pp. 14553–14567, 2010, doi: <https://doi.org/10.1364/OE.18.014553>.
25. M. Ya. Sushko and S. K. Kris'kiv, "The compact group method in the theory of dielectric constant of heterogeneous systems," *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, vol. 79, no. 3, pp. 97–101, 2009, url: <https://journals.ioffe.ru/articles/9645>. (In Russ.)

Information about the Authors

Oleg V. Osipov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Higher Mathematics, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics of metamaterials, antennas and microwave devices, nonlinear optics.

E-mail: o.osipov@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2125-9228>

SPIN-code (eLibrary): 2741-3794

AuthorID (eLibrary): 34872

ResearcherID (WoS): B-7134-2018

Dmitry N. Panin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communication, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: theory of wave processes and computer modeling in radiophysics.

E-mail: d.panin@psuti.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0598-8591>

SPIN-code (eLibrary): 9999-0844

AuthorID (eLibrary): 649577

ResearcherID (WoS): AAT-1882-2020

Evgeny S. Semenov, Candidate of Technical Sciences, head of the Department of Telecommunication Systems, Volgograd State University, Volgograd, Russia.

Research interests: wireless communication systems, OFDM, methods for estimating parameters of wireless communication channels, interference in radio communication channels.

E-mail: essemenov@mail.ru

SPIN-code (eLibrary): 2737-9450

AuthorID (eLibrary): 672026

ResearcherID (WoS): A-8727-2017

Nikita A. Tsilimbaev, graduate student of Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics of metamaterials, wireless communication systems.

E-mail: artes3009@rambler.ru

Влияние атмосферной турбулентности на спектральный состав радиосигнала

Д.С. Ключев¹ , А.Н. Волобуев² , К.А. Адыширин-Заде² ,
Т.А. Антипова² , Н.Н. Александрова² 

¹ Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

² Самарский государственный медицинский университет
443099, Россия, г. Самара,
ул. Чапаевская, 89

Аннотация – Обоснование. Показана необходимость исследования влияния атмосферной турбулентности на спектральные характеристики радиосигнала. **Цель.** Проведено изучение влияния атмосферной турбулентности на спектральную флуктуацию интенсивности радиосигнала и на смещение спектральных составляющих радиосигнала. **Методы.** Исследования проведены на основе анализа связи двухволновых и одноволновых корреляционных соотношений. На основе решения дифференциального уравнения для флуктуаций эйконала амплитуды электромагнитной волны и использования выведенного тригонометрического соотношения получена связь между двухволновым Фурье-спектром и одноволновыми спектрами. При этом использован единый источник воздействия турбулентности на радиосигнал в точке координаты распространения радиоволны путем введения новой переменной, равной среднему значению координат воздействия турбулентности. Для нахождения возникающего двойного интеграла одна из координат воздействия преобразована в угловую переменную. **Результаты.** Найдена зависимость относительного безразмерного среднего квадрата флуктуаций интегральной интенсивности радиосигнала от волнового числа турбулентных пульсаций атмосферы при различных смещениях спектральных длин волн радиосигнала. **Заключение.** Показано, что турбулентность мало искажает спектральную информационную сущность распространяющегося радиосигнала в различных диапазонах длин волн.

Ключевые слова – турбулентность атмосферы; радиосигнал; корреляционные соотношения; спектральная интенсивность; спектральное смещение.

Различие атмосферной рефракции для различных длин волн в спектре радиосигнала определяет влияние турбулентности на спектр радиосигнала. Основной вклад в флуктуации амплитуд радиоволн под действием турбулентных пульсаций, составляющих спектр радиосигнала, вносят верхняя тропосфера и нижняя стратосфера.

Влияние турбулентности приводит, во-первых, к изменению спектральной флуктуации интенсивности радиосигнала, а во-вторых, к изменению спектра радиосигнала за счет сдвига длин волн в спектре. Эти два процесса связаны между собой.

Рассмотрим средний квадрат флуктуаций интегральной (по спектру) интенсивности радиосигнала за счет турбулентности атмосферы:

$$\langle J^2 \rangle = \left\langle \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I'(\lambda) d\lambda \right\rangle^2 = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \langle I'(\lambda) I'(\lambda') \rangle d\lambda d\lambda', \quad (1)$$

где $I'(\lambda)$ – флуктуации спектральной плотности интенсивности, принимаемой антенной, радиоволны; λ_1 и λ_2 – границы спектра радиоволны, угловые скобки означают процесс осреднения.

Будем считать, что в результате воздействия турбулентности на радиосигнал произошел сдвиг отдельной длины волны в спектре с величины λ до λ' .

Спектральную зависимость плотности интенсивности радиоволны в случае малых флуктуаций, рис. 1, примем в виде

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) e^{2\chi'_\lambda} \approx I_0(\lambda) (1 + 2\chi'_\lambda), \quad (2)$$

где $I_0(\lambda)$ – предполагаемая спектральная плотность интенсивности радиоволны на границе тропосферы и стратосферы; $\chi'_\lambda(\lambda)$ – спектральные флуктуации амплитуды эйконала радиосигнала за счет турбулентности [1]. Коэффициент 2 использован, т. к. интенсивность радиосигнала (или модуль вектора Пойнтинга) пропорциональна квадрату напряженностей электрического и магнитного полей в электромагнитной волне.

Следовательно, спектральные флуктуации интенсивности радиосигнала за счет турбулентности атмосферы относительно границы стратосферы и тропосферы имеют вид

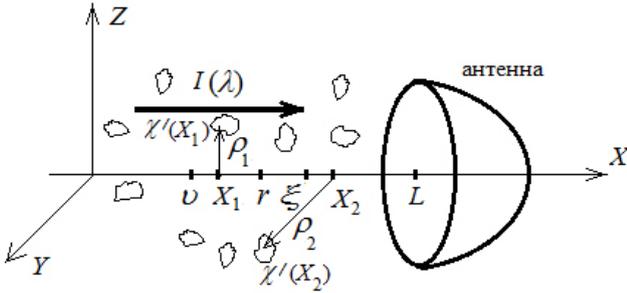


Рис. 1. К анализу пространственной двухточечной корреляционной функции флуктуаций эйконала радиосигнала в турбулентной атмосфере

Fig. 1. On the analysis of the spatial two-point correlation function of the eikonal fluctuations of a radio signal in a turbulent atmosphere

$$I'(\lambda) = I(\lambda) - I_0(\lambda) \approx 2I_0(\lambda)\chi'_\lambda. \quad (3)$$

Таким образом, формулу (1) для среднего квадрата флуктуаций интенсивности интегрального радиосигнала можно записать как

$$\begin{aligned} \langle J'^2 \rangle &= 4 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_0(\lambda) I_0(\lambda') \langle \chi'_\lambda \chi'_{\lambda'} \rangle d\lambda d\lambda' = \\ &= 4 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_0(\lambda) I_0(\lambda') B_{\chi\chi}(\lambda, \lambda') d\lambda d\lambda', \end{aligned} \quad (4)$$

где $B_{\chi\chi}(\lambda, \lambda') = \langle \chi'_\lambda(\lambda) \chi'_{\lambda'}(\lambda') \rangle$ – двухволновое корреляционное соотношение амплитудных пульсаций эйконалов в спектре радиосигнала за счет турбулентности атмосферы [2].

Если имеется пространственное поле пульсаций эйконала радиосигнала за счет турбулентности $\chi'(\mathbf{X})$, рис. 1, то Фурье-интеграл пространственной двухточечной корреляционной функции $B_{\chi\chi} = \langle \chi'(X_1) \chi'(X_2) \rangle$ имеет вид [1]:

$$B_{\chi\chi} = \int e^{-i\mathbf{k}'\rho} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2) d\mathbf{k}', \quad (5)$$

где \mathbf{k}' – волновой вектор флуктуаций эйконала электромагнитной волны за счет турбулентности; $\rho = (\rho_1 + \rho_2)/2$, ρ_1 и ρ_2 – радиусы векторы с началом в точках X_1 и X_2 на оси X в плоскостях (Y, Z) , модули которых вычисляются по формулам $\rho = \sqrt{Y^2 + Z^2}$, рис. 1; $F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2)$ – двухточечный Фурье-спектр флуктуаций эйконала радиосигнала.

Решение дифференциального уравнения для флуктуаций эйконала амплитуды электромагнитной волны [1] записывается как

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2) = \frac{\mu}{4} B \zeta^2 k^2 \int_0^{X_1} \int_0^{X_2} \sin \frac{k^2(X_1 - \nu)}{2k} \times \quad (6)$$

$$\times \sin \frac{k^2(X_2 - \xi)}{2k} F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi,$$

где ζ – волновое число турбулентных пульсаций; k – волновое число радиосигнала; ν и ξ – координаты на оси X источников воздействия турбулентности на электромагнитную волну, рис. 1; $F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi)$ – двухточечный Фурье-спектр флуктуаций показателя преломления за счет турбулентности; μ и $B = 4$ – постоянные величины.

В формуле (6) для сохранения размерностей физических величин уменьшена степенная зависимость спектральной функции $F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, X_2)$ от волнового числа турбулентных пульсаций до ζ^2 . Как будет показано в дальнейшем, это не влияет на конечный результат анализа.

На фронте волны при $X_1 = X_2 = L$, рис. 1, формула (6) для Фурье-спектра преобразуется в

$$\begin{aligned} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}') &= \mu \zeta^2 k^2 \int_0^L \int_0^L \sin \frac{k^2(L - \nu)}{2k} \times \\ &\times \sin \frac{k^2(L - \xi)}{2k} F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi. \end{aligned} \quad (7)$$

где обозначено $F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', L, L) = F_{\chi\chi}(\mathbf{k}')$.

Фактически рассматривается единая точка наблюдения на оси X воздействия турбулентных пульсаций на электромагнитную волну.

Несложная модификация решения дифференциального уравнения для флуктуаций эйконала амплитуды электромагнитной волны [1] для двухволновой корреляционной функции $B_{\chi\chi}(\lambda, \lambda') = \langle \chi'_\lambda(\lambda) \chi'_{\lambda'}(\lambda') \rangle$ показывает, что Фурье спектр $F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \lambda, \lambda')$ должен быть записан в форме

$$\begin{aligned} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \lambda, \lambda') &= \mu \zeta^2 k_1 k_2 \int_0^L \int_0^L \sin \frac{k^2(L - \nu)}{2k_1} \times \\ &\times \sin \frac{k^2(L - \xi)}{2k_2} F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi, \end{aligned} \quad (8)$$

где $k_1 = 2\pi/\lambda$ и $k_2 = 2\pi/\lambda'$ – волновые числа длин волн радиосигнала (исходной и сдвинутой за счет влияния турбулентности) на координатах воздействия турбулентности на радиосигнал ν и ξ .

При $X_1 = X_2 = L$ можно рассматривать единый источник воздействия турбулентности на радиосигнал в точке координаты X распространения радиоволны, т. е. ввести новую переменную $r = (\nu + \xi)/2$.

Следовательно, формулу (8) можно записать в виде

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \lambda, \lambda') = \mu \zeta^2 k_1 k_2 \int_0^L \int_0^L \sin \frac{k'^2 (L-r)}{2k_1} \times \quad (9)$$

$$\times \sin \frac{k'^2 (L-r)}{2k_2} F_{nn}(\mathbf{k}', r) d\nu d\xi.$$

$$= \sin \left(\left(k'^2 (L-r) \right) \left(\frac{\tilde{k}_2 + \tilde{k}_1}{2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} \right) \right) \times$$

$$\times \sin \left(\left(k'^2 (L-r) \right) \left(\frac{\tilde{k}_2 - \tilde{k}_1}{2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} \right) \right).$$

Кроме того, необходимо осуществить замену дифференциального элемента в двойном интеграле $d\nu d\xi$ по формуле [3]. Представим $\xi = L\varphi/2\pi$, где ξ меняется в пределах $(0, L)$ при изменении φ – угловой переменной в пределах $(0, 2\pi)$. Следовательно, $\nu = 2r - L\varphi/2\pi$. С помощью якобиана J дифференциальный элемент $d\nu d\xi$ преобразуется:

$$d\nu d\xi = |J| dr d\varphi = \begin{vmatrix} \frac{\partial \nu}{\partial r} & \frac{\partial \nu}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \xi}{\partial r} & \frac{\partial \xi}{\partial \varphi} \end{vmatrix} dr d\varphi = \quad (10)$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -\frac{L}{2\pi} \\ 0 & \frac{L}{2\pi} \end{vmatrix} dr d\varphi = 2 \frac{L}{2\pi} dr d\varphi.$$

Таким образом, формула (9) сводится к одиночному интегралу по независимой переменной r :

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \lambda, \lambda') = 2\mu \zeta^2 k_1 k_2 \frac{L}{2\pi} \int_0^L \int_0^{2\pi} \sin \frac{k'^2 (L-r)}{2k_1} \times \quad (11)$$

$$\times \sin \frac{k'^2 (L-r)}{2k_2} F_{nn}(\mathbf{k}', r) dr d\varphi =$$

$$= 2\mu \zeta^2 k_1 k_2 L \int_0^L \sin \frac{k'^2 (L-r)}{2k_1} \times$$

$$\times \sin \frac{k'^2 (L-r)}{2k_2} F_{nn}(\mathbf{k}', r) dr.$$

Для вычисления интеграла (11) докажем тригонометрическое тождество в подынтегральном выражении:

$$\sin \frac{k'^2 (L-r)}{2k_1} \sin \frac{k'^2 (L-r)}{2k_2} = \quad (12)$$

$$= \sin^2 \frac{k'^2 (L-r)}{2\tilde{k}_1} - \sin^2 \frac{k'^2 (L-r)}{2\tilde{k}_2},$$

где $\tilde{k}_i = 2\pi/\tilde{\lambda}_i$, а величины $\tilde{\lambda}_1 = (\lambda + \lambda')/2$, а $\tilde{\lambda}_2 = (\lambda - \lambda')/2$ – полусмещение длины волны за счет влияния турбулентности.

Для доказательства (12) преобразуем по известным тригонометрическим тождествам правую часть формулы (12):

$$\sin^2 \frac{k'^2 (L-r)}{2\tilde{k}_1} - \sin^2 \frac{k'^2 (L-r)}{2\tilde{k}_2} = \quad (13)$$

Учитывая

$$\frac{\tilde{k}_2 + \tilde{k}_1}{2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} = \frac{1}{2k_1} \quad \text{и} \quad \frac{\tilde{k}_2 - \tilde{k}_1}{2\tilde{k}_1 \tilde{k}_2} = \frac{1}{2k_2},$$

получаем тождество (12).

Подставив тождество (12) в подынтегральное выражение (11), запишем:

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \lambda, \lambda') = 2\mu \zeta^2 k_1 k_2 L \int_0^L \sin \frac{k'^2 (L-r)}{2k_1} \times \quad (14)$$

$$\times \sin \frac{k'^2 (L-r)}{2k_2} F_{nn}(\mathbf{k}', r) dr =$$

$$= 2\mu \zeta^2 k_1 k_2 L \left(\int_0^L \sin^2 \frac{k'^2 (L-r)}{2\tilde{k}_1} F_{nn}(\mathbf{k}', r) dr - \right.$$

$$\left. - \int_0^L \sin^2 \frac{k'^2 (L-r)}{2\tilde{k}_2} F_{nn}(\mathbf{k}', r) dr \right).$$

Проводя аналогичные преобразования для Фурье-спектра одноволновой корреляционной функции (7) с использованием переменной $r = (\nu + \xi)/2$ и формулы для произведения подынтегральных дифференциалов, аналогично (10) получаем интеграл от одной независимой переменной r :

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}' \lambda) = \mu \zeta^2 k^2 \int_0^L \int_0^L \sin \frac{k'^2 (L-\nu)}{2k} \times \quad (15)$$

$$\times \sin \frac{k'^2 (L-\xi)}{2k} F_{nn}(\mathbf{k}', \nu, \xi) d\nu d\xi =$$

$$= 2\mu \zeta^2 k^2 L \int_0^L \sin^2 \frac{k'^2 (L-r)}{2k} F_{nn}(\mathbf{k}', r) dr.$$

где волновое число $k = 2\pi/\lambda$.

Таким образом, формула (14) связи между двухволновым Фурье-спектром и одноволновыми спектрами принимает вид

$$F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \lambda, \lambda') = \frac{k_1 k_2}{\tilde{k}_1^2} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}' \tilde{\lambda}_1) - \frac{k_1 k_2}{\tilde{k}_2^2} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}' \tilde{\lambda}_2) = \quad (16)$$

$$= \frac{\tilde{\lambda}_1^2}{\lambda \lambda'} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}' \tilde{\lambda}_1) - \frac{\tilde{\lambda}_2^2}{\lambda \lambda'} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}' \tilde{\lambda}_2).$$

В (16) степенная зависимость ζ^2 сокращается в правой и левой частях равенства, поэтому этот со-

множитель, как отмечалось ранее, не участвует в дальнейшем анализе.

Имея соотношения между спектрами (16), можно получить связь между соответствующими корреляционными функциями (5):

$$\begin{aligned} B_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \lambda, \lambda') &= \langle \chi_{\lambda'}^*(\mathbf{k}', \lambda) \chi_{\lambda'}(\mathbf{k}', \lambda') \rangle = \\ &= \int e^{-i\mathbf{k}'\cdot\boldsymbol{\rho}} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', X_1, \lambda, X_2, \lambda') d\mathbf{k}' = \\ &= \int e^{-i\mathbf{k}'\cdot\boldsymbol{\rho}} \left(\frac{\tilde{\lambda}_1^2}{\lambda\lambda'} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \tilde{\lambda}_1) - \frac{\tilde{\lambda}_2^2}{\lambda\lambda'} F_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \tilde{\lambda}_2) \right) d\mathbf{k}' = \\ &= \frac{\tilde{\lambda}_1^2}{\lambda\lambda'} B_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \tilde{\lambda}_1) - \frac{\tilde{\lambda}_2^2}{\lambda\lambda'} B_{\chi\chi}(\mathbf{k}', \tilde{\lambda}_2). \end{aligned} \quad (17)$$

Координаты $X_1 = X_2 = L$ как аргументы спектров в процессе вывода опускаем.

Используя связь между корреляционной функцией флуктуаций амплитуды эйконала радиосигнала за счет турбулентности и корреляционной функцией флуктуаций показателя преломления атмосферы за счет турбулентности $B_{nn} = \mu B_{\chi\chi}$ [1], где μ – постоянный масштабный коэффициент пропорциональности, находим:

$$B_{nn}(\mathbf{k}', \lambda, \lambda') = \frac{\tilde{\lambda}_1^2}{\lambda\lambda'} B_{nn}(\mathbf{k}', \tilde{\lambda}_1) - \frac{\tilde{\lambda}_2^2}{\lambda\lambda'} B_{nn}(\mathbf{k}', \tilde{\lambda}_2). \quad (18)$$

В [2; 4; 5] была вычислена зависимость для одноволновой корреляционной функции от волнового числа турбулентности ζ и радиуса ρ с началом координат на оси X :

$$B_{nn}(\rho) = \beta \left(\frac{3}{4} \zeta^{\frac{4}{3}} - \frac{6}{40} \zeta^{\frac{10}{3}} \rho \right), \quad (19)$$

где β – постоянный коэффициент.

Нас интересует функциональная зависимость спектра радиосигнала на оси X от атмосферной турбулентности, поэтому положим $\rho = 0$. Вследствие этого, полагая $B_{nn}(\rho) = B_{nn}(\mathbf{k}', \tilde{\lambda}_1) \approx B_{nn}(\mathbf{k}', \tilde{\lambda}_2)$, формулу (18) преобразуем как

$$B_{nn}(\lambda, \lambda') = \frac{3}{4} \beta \frac{\tilde{\lambda}_1^2 - \tilde{\lambda}_2^2}{\lambda\lambda'} \zeta^{\frac{4}{3}}. \quad (20)$$

Вводя обозначение

$$\varepsilon = \frac{\tilde{\lambda}_2}{\tilde{\lambda}_1} = \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda + \lambda'}$$

– относительное спектральное смещение длины волны радиосигнала за счет турбулентности, а, также полагая в процессе преобразований приближенно $\lambda \approx \lambda'$, так что

$$\tilde{\lambda}_1^2 = \left(\frac{\lambda + \lambda'}{2} \right)^2 \approx \lambda^2 \approx \lambda\lambda',$$

находим:

$$B_{nn}(\lambda, \lambda') = \frac{3}{4} \beta (1 - \varepsilon^2) \zeta^{\frac{4}{3}}. \quad (21)$$

Предположим в формуле (4), что величины $I_0(\lambda)$ и $I_0(\lambda')$ на границе тропосферы и стратосферы приблизительно постоянные. Тогда формулу (4), используя $B_{nn} = \mu B_{\chi\chi}$, можно переписать так:

$$\begin{aligned} \frac{\langle J'^2 \rangle}{I_0(\lambda) I_0(\lambda')} &= 4 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B_{\chi\chi}(\lambda, \lambda') d\lambda d\lambda' = \\ &= \frac{4}{\mu} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} B_{nn}(\lambda, \lambda') d\lambda d\lambda', \end{aligned} \quad (22)$$

Используя формулу (21), а также учитывая $\tilde{\lambda}_1 = (\lambda + \lambda')/2$, запишем (22) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\langle J'^2 \rangle}{I_0^2(\tilde{\lambda}_1)} &= \frac{3}{\mu} \beta \zeta^{\frac{4}{3}} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (1 - \varepsilon^2) d\lambda d\lambda' = \\ &= \frac{3}{\mu} \beta \zeta^{\frac{4}{3}} (\lambda_2 - \lambda_1)^2 - \frac{3}{\mu} \beta \zeta^{\frac{4}{3}} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon^2 d\lambda d\lambda'. \end{aligned} \quad (23)$$

Найдем второе слагаемое в (23). Для этого используем переменные $\tilde{\lambda}_1 = (\lambda + \lambda')/2$ и $\tilde{\lambda}_2 = (\lambda - \lambda')/2$. Применяя якобиан, преобразуем произведение дифференциалов под знаком двойного интеграла (23):

$$d\lambda d\lambda' = |J| d\tilde{\lambda}_1 d\tilde{\lambda}_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial \tilde{\lambda}_1} & \frac{\partial \lambda}{\partial \tilde{\lambda}_2} \\ \frac{\partial \lambda'}{\partial \tilde{\lambda}_1} & \frac{\partial \lambda'}{\partial \tilde{\lambda}_2} \end{vmatrix} d\tilde{\lambda}_1 d\tilde{\lambda}_2 = \quad (24)$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} d\tilde{\lambda}_1 d\tilde{\lambda}_2 = 8 d\tilde{\lambda}_1 d\tilde{\lambda}_2.$$

Следовательно, учитывая $\varepsilon = \tilde{\lambda}_2 / \tilde{\lambda}_1$, найдем:

$$\begin{aligned} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon^2 d\lambda d\lambda' &= 8 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\tilde{\lambda}_2^2}{\tilde{\lambda}_1^2} d\tilde{\lambda}_1 d\tilde{\lambda}_2 = -\frac{8}{3} \frac{\tilde{\lambda}_2^3}{\tilde{\lambda}_1} \Big|_{\lambda_1}^{\lambda_2} = \\ &= -\frac{8}{3} \varepsilon^3 \tilde{\lambda}_1^2 \Big|_{\lambda_1}^{\lambda_2} \approx -\frac{8}{3} \varepsilon^3 (\lambda_2 - \lambda_1)^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Таким образом, формула (23) преобразуется следующим образом:

$$K(\zeta, \varepsilon) = \frac{\langle J'^2 \rangle}{(\lambda_2 - \lambda_1)^2 I_0^2(\tilde{\lambda}_1)} = \frac{3}{\mu} \beta \zeta^{\frac{4}{3}} \left(1 + \frac{8}{3} \varepsilon^3 \right), \quad (26)$$

где $K(\zeta, \varepsilon)$ – относительный безразмерный параметр, учитывающий влияние атмосферной турбулентности на средний квадрат флуктуаций

интегральной (по спектру) интенсивности радиосигнала. Влияние турбулентности на спектр радиосигнала характеризуется относительным спектральным смещением длины волны радиосигнала $\varepsilon = (\lambda - \lambda') / (\lambda + \lambda')$.

На рис. 2 показан график зависимости по формуле (25), построенный, как и в [2], при условии $\beta = \mu$. Размерность отношения $[\beta / \mu] = \text{м}^{4/3}$.

Как следует из рис. 2, параметр среднего квадрата флуктуаций интегральной интенсивности радиосигнала $K(\zeta, \varepsilon)$ растет с увеличением волнового числа турбулентных пульсаций ζ . При этом, чем больше относительное смещение длины волны радиосигнала ε , тем круче рост $K(\zeta, \varepsilon)$. При малых $\varepsilon < 0,2$ величина флуктуаций интегральной интенсивности радиосигнала $K(\zeta, \varepsilon)$ практически не зависит от смещения спектральных длин волн радиосигнала ε за счет турбулентности.

С практической точки зрения это указывает на то, что турбулентность мало искажает спектральную информационную сущность распространяющегося радиосигнала в различных диапазонах длин волн.

Заключение

В работе проведено исследование влияния турбулентности атмосферы на интегральную и спектральную интенсивность радиосигнала.

Найдена связь между двухволновой корреляционной функцией амплитудных пульсаций эйконолов в спектре радиосигнала за счет турбулентности атмосферы и пространственной двухточечной корреляционной функцией.

На основе решения дифференциального уравнения для флуктуаций эйконала амплитуды электромагнитной волны найдена связь между двухволновым Фурье-спектром и одноволновыми спектрами. При этом использован единый источник воздействия турбулентности на радиосигнал в точке координаты X распространения радио-

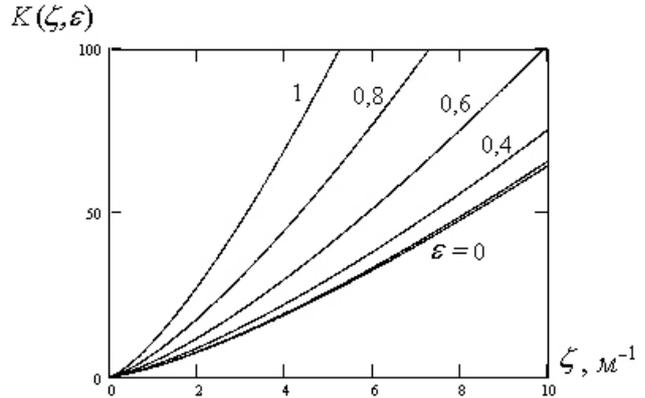


Рис. 2. Зависимость относительного безразмерного среднего квадрата флуктуаций интегральной интенсивности радиосигнала от волнового числа турбулентных пульсаций атмосферы ζ при различных смещениях спектральных длин волн радиосигнала ε

Fig. 2. Dependence of the relative dimensionless mean square of fluctuations of the integral intensity of a radio signal on the wave number of turbulent pulsations of the atmosphere ζ for different shifts of the spectral wavelengths of the radio signal ε

волны путем введения новой переменной, равной среднему значению координат воздействия турбулентности. Для нахождения двойного интеграла одна из координат воздействия преобразована в угловую переменную.

При использовании ранее найденной зависимости одноволновой корреляционной функции от волнового числа турбулентности ζ получена формула связи относительного безразмерного параметра, учитывающего влияние атмосферной турбулентности на средний квадрат флуктуаций интегральной (по спектру) интенсивности радиосигнала. Показано, что влияние турбулентности на спектр радиосигнала характеризуется кубом относительного смещения спектральной длины волны в радиосигнале ε^3 .

Установлено, что турбулентность мало искажает спектральную информационную сущность распространяющегося радиосигнала в различных диапазонах длин волн.

Список литературы

1. Возникновение флуктуаций амплитуды и фазы радиосигнала в турбулентной атмосфере / Д.С. Клюев [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 1. С. 28–37. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.1.28-37>
2. Мерцание радиосигнала за счет турбулентности атмосферы / Д.С. Клюев [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 3. С. 11–19. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.11-19>
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3. М.: Наука, 1966. 662 с.
4. Хинце И.О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М.: Изд-во физмат. литературы, 1963. 680 с.
5. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Т. 2. М.: Наука, 1967. 720 с.

Информация об авторах

Клюев Дмитрий Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия. Автор более 250 научных работ.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны, метаматериалы.
E-mail: klyuevd@yandex.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Волобуев Андрей Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 400 научных работ.
Область научных интересов: биофизика, радиофизика.
E-mail: volobuev47@yandex.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8624-6981>

Адыширин-Заде Каира Алимовна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 50 научных работ.
Область научных интересов: биофизика, радиофизика.
E-mail: adysirinzade67@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3641-3678>

Антипова Татьяна Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 50 научных работ.
Область научных интересов: биофизика, радиофизика.
E-mail: antipovata81@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5499-2170>

Александрова Наталья Николаевна, старший преподаватель кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 15 научных работ.
Область научных интересов: биофизика, радиофизика.
E-mail: grecova71@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5958-3851>

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2027, vol. 27, no. 3, pp. 110–116

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.3.110-116](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.110-116)
UDC 532.537
Original Research

Received 13 March 2024
Accepted 15 April 2024
Published 30 September 2024

Influence of atmospheric turbulence on the spectral composition of the radio signal

Dmitriy S. Klyuev¹ , Andrey N. Volobuev² , Kaira A. Adyshirin-Zade² ,
Tatyana A. Antipova² , Natalia N. Aleksandrova² 

¹ Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

² Samara State Medical University
89, Chapayevskaya Street,
Samara, 443099, Russia

Abstract – Background. It is shown that it is necessary to study the effect of atmospheric turbulence on the spectral characteristics of a radio signal. **Aim.** The influence of atmospheric turbulence on the spectral fluctuations of the radio signal intensity and on the displacement of the spectral components of the radio signal has been studied. **Methods.** The research was carried out on the basis of an analysis of the relationship between two-wave and single-wave correlation ratios. Based on the solution of the differential equation for fluctuations of the eikonal amplitude of an electromagnetic wave and the use of the derived trigonometric ratio, a connection between the two-wave Fourier=spectrum and single-wave spectra is obtained. In this case, a single source of turbulence effects on the radio signal was used at the coordinate point of the radio wave propagation by introducing a new variable equal to the average value of the coordinates of the turbulence effect. To find the resulting double integral, one of the coordinates of the turbulent action is transformed into an angular variable. **Results.** The dependence of the relative dimensionless mean of square of the integral intensity of the radio signal fluctuations on the wave number of turbulent pulsations of the atmosphere at various displacements of the spectral wavelengths of the radio signal is found. **Conclusion.** It is shown that turbulence slightly distorts the spectral information essence of a propagating radio signal in various wavelength ranges.

Keywords – atmospheric turbulence; radio-signal; correlation ratios; spectral intensity; spectral displacement.

References

1. D. S. Klyuev et al., "Occurrence of fluctuations in the amplitude and phase of the radio signal in a turbulent atmosphere," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 1, pp. 28–37, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.1.28-37>. (In Russ.)
2. D. S. Klyuev et al., "Flickering of a radio-signal due to an atmospheric turbulence," *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 11–19, 2023, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.3.11-19>. (In Russ.)
3. G. M. Fikhtengol'ts, *Course of Differential and Integral Calculus*, vol. 3. Moscow: Nauka, 1966. (In Russ.)
4. I. O. Khintse, *Turbulence. Its Mechanism and Theory*. Moscow: Izd-vo fizmat. literatury, 1963. (In Russ.)
5. A. S. Monin and A. M. Yaglom, *Statistical Hydromechanics*, vol. 2. Moscow: Nauka, 1967. (In Russ.)

Information about the Authors

Dmitriy S. Klyuev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. Author of over 250 scientific papers.

Research interests: electrodynamics, microwave devices, antennas, metamaterials.

E-mail: klyuevd@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Andrey N. Volobuev, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 400 scientific papers.

Research interests: biophysics, radiophysics.

E-mail: volobuev47@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8624-6981>

Kaira A. Adyshirin-Zade, Candidate of Pedagogical Sciences, associate professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 50 scientific papers.

Research interests: biophysics, radiophysics.

E-mail: adysirinzade67@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3641-3678>

Tatyana A. Antipova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 50 scientific papers.

Research interests: physics, radiophysics.

E-mail: antipovata81@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5499-2170>

Natalia N. Aleksandrova, senior lecturer of the Department of Medical Physics Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 15 scientific papers.

Research interests: biophysics, radiophysics.

E-mail: grecova71@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5958-3851>

К сведению авторов

В журнале «Физика волновых процессов и радиотехнические системы (Physics of Wave Processes and Radio Systems)» могут быть опубликованы материалы, касающиеся оригинальных исследований и разработок, не публиковавшиеся ранее и не предназначенные для публикации в других изданиях. В зависимости от характера представляемых работ они классифицируются по следующим разделам: общая теория волновых процессов, математические методы в теории волновых процессов, вопросы анализа и синтеза радиотехнических устройств и систем, передача и обработка информации в радиотехнических системах, электродинамика и техника СВЧ и КВЧ, антенно-фидерные системы и распространение радиоволн, теория средств функциональной электроники, нелинейная электродинамика и хаос в радиотехнических системах, экологические и медико-биологические аспекты теории волновых процессов.

Все статьи проходят рецензирование и проверку в программе «Антиплагиат».

Статья оформляется в соответствии с правилами, размещенными на сайте <https://journals.ssau.ru/pwp/about/submissions>. Рекомендуем создавать рукопись в предоставленном шаблоне.

Рукопись направляется в редакцию в формате Microsoft Word (иметь расширение *.doc, *.docx, *.rtf). Объем полного текста, в том числе таблицы и список литературы, не должен превышать 6000 слов и включать не более 10-ти рисунков.

Текст статьи должен содержать УДК; тип статьи (оригинальное исследование или научный обзор); дату поступления (указывается дата отправки статьи в редакцию); автора, ответственного за переписку; название статьи; авторов; учреждения; аннотацию по структуре IMRAD, т. е. содержать обоснование (background), цель (aim), методы (methods), результаты (results), заключение (conclusion); ключевые слова; список литературы; краткие творческо-биографические справки (указываются ФИО полностью для русской версии и ФИО в формате Ivan I. Ivanov для английской, ученая степень, ученое звание, должность, место работы (включая город и страну), биографическая справка при желании, область научных интересов, e-mail, ORCID при наличии). Перечисленные элементы статьи должны быть обязательно приведены на английском языке.

Содержимое статьи должно быть структурированным по разделам, т. е. содержать «Введение», «1. Первый раздел», «2. Второй раздел» и т. д., «Заключение».

Все формулы, переменные, константы, а также размерности величин, содержащие надстрочные и(или) подстрочные символы, в том числе и в рисунках, должны быть набраны в редакторе формул **MathType**. Длина не должна превышать 75 мм при шрифте в 10 пт. Не допускается набор формул в текстовом виде без использования указанного редактора. Следующие за формулами знаки препинания предпочтительнее вносить непосредственно в формулы. Рукопись должна содержать лишь самые необходимые (оригинальные) конечные формулы, без промежуточных математических преобразований и выводов. Номера необходимо присваивать только тем формулам, на которые есть ссылки в тексте статьи.

Нумерация формул проставляется в круглых скобках (1), диапазон формул с использованием среднего тире без пробелов (1)–(3). Формула и номер выносятся на отдельную строку и разделяются горизонтальной табуляцией.

Ссылки на использованные источники обозначаются квадратными скобками [1], диапазон – через точку с запятой для двух источников [2; 3] и средним тире без пробелов внутри скобок для большего количества [1–3], перечисление – через точку с запятой [1; 3; 5], указание на конкретную страницу – через запятую после числового обозначения [1, с. 25].

Ссылки на рисунки в тексте обязательны и должны иметь сокращение «рис. 1». Буквенные обозначения выполняются курсивом, перед буквой необходимо поставить запятую (рис. 1, *a*). Можно указывать диапазоны с помощью среднего тире (рис. 1–3, рис. 2, *a–в*, рис. 2, *г–е*);

Рисунки следует представлять только в виде файлов графических форматов CDR, VSD, WMF или EPS (векторная графика). Формат CDR предпочтительней. Текст на рисунках печатается шрифтом Times New Roman (размер 8 или 10 пт). В случае большой сложности рисунков допускается представление в виде графических форматов JPEG (с минимальным сжатием) и Windows Bitmap (растровая графика). Все рисунки должны быть приложены в виде отдельных графических файлов (для растровой графики разрешение 600 dpi). Рисунки должны иметь подрисуночные подписи. Они обозначаются словом «Рис.» и номером рисунка, после которого ставится точка

(Рис. 1. График ..., Рис. 2. Зависимость ... и т. д.). Для англоязычных подписей используется сокращение «Fig.». При наличии в статье только одного рисунка число 1 ставить не нужно.

Список литературы должен быть набран с соблюдением «ГОСТ Р 7.0.5-2008 Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления» для русскоязычного списка (<https://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=173511>) и по стандарту «IEEE» для англоязычного списка (pdf-документ IEEE Reference Guide на странице <https://journals.ieeeauthorcenter.ieee.org/create-your-ieee-journal-article/create-the-text-of-your-article/ieee-editorial-style-manual/>).

При наличии DOI или URL у источника их упоминание является обязательным. Необходимо предоставлять полный формат DOI, включающий доменное имя (например, <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.9-17>).

– Статьи должны присылаться с указанием авторов, заголовка статьи (перевод для References), полного названия журнала (транслитерация для русскоязычных названий в References), года, тома, номера или выпуска, страниц. Все выходные данные разделяются точками за исключением тома и номера, между которыми ставится запятая (например, Т. 31, № 7). В качестве разделителя между страницами используется среднее тире без пробелов, например, 67–78:

RU: Житнюк В.С., Мелков Г.А., Соловьев Д.А. Исследование включения полупроводникового диода в диэлектрический резонатор // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 31, № 7. С. 76–79.

EN: V. S. Zhitnyuk, G. A. Melkov, and D. A. Solov'ev, "Study of the inclusion of a semiconductor diode in a dielectric resonator," *Izvestiya vuzov. Radioelektronika*, vol. 31, no. 7, pp. 76–79, 1998. (In Russ.)

– Книги должны быть с указанием авторов, названия, места издания, названия издателя, года, количества страниц. Если авторов трое, то они указываются в начале библиографического описания (Иванов В.П., Архатов З.И., Пономарев С.С. Исследования...); если авторов больше трех, то сначала идет название книги или статьи, а затем через косую фамилия первого автора и слова «и др.» в квадратных скобках, т. е. Исследования... / С.С. Иванов [и др.]. Место издания содержит полное название за исключением Москвы, Нижнего Новгорода и Санкт-Петербурга, которые записываются как М., Н.Новгород и СПб. соответственно. В References место издания указывается полностью:

RU: Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Сов. радио, 1979. 374 с.

EN: G. T. Markov, B. M. Petrov, and G. P. Grudinskaya, *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Moscow: Sov. Radio, 1979. (In Russ.)

RU: *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media* / I.V. Lindell [et al.]. London: Artech House, 1994. 291 p.

EN: I. V. Lindell et al., *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*. London: Artech House, 1994.

– Патенты должны присылаться с указанием авторов, названия, номера патента, даты опубликования:

RU: Патент RU 2402812 С1. Мультичастотная радиометка резонансного типа / В.А. Неганов, А.М. Плотников, К. Сеоно; 27.10.2010.

EN: V. A. Neganov, A. M. Plotnikov, and K. Seono "Multi-frequency rfid-tag of resonant type," RU Patent RU 2 402 812 C1, Dec. 27, 2010. (In Russ.)

Материалы, сопровождаемые актом экспертизы о возможности опубликования, сопроводительным письмом (составленное в свободной форме и подписанное всеми авторами) и согласием на обработку и публикацию персональных данных каждого соавтора, представляются в редакцию через форму на сайте журнала или на e-mail: klyuevd@yandex.ru.

Рукописи, в которых не соблюдены данные правила, возвращаются авторам без рассмотрения.

Редакция не ставит в известность авторов об изменениях и сокращениях рукописи, имеющих редакционный характер и не затрагивающих принципиальных вопросов.

Полные требования к оформлению статьи и шаблон
можно найти на сайте <https://journals.ssau.ru/pwp/about/submissions>