

ISSN 1810-3189 (print)  
ISSN 2782-294X (online)  
Подписной индекс 72674

**ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ  
И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**

**PHYSICS OF WAVE PROCESSES  
AND RADIO SYSTEMS**

**2022**

**Том 25 | Vol. 25  
№ 4 | No. 4**

# ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Периодический теоретический и научно-практический журнал  
2022. Том 25, № 4 (100)

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Журнал включен в библиографические базы данных ВИНТИ (<http://www.viniti.ru>), ULRICHS Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>) и РИНЦ (<http://www.elibrary.ru>).

---

## Учредители и издатели журнала:

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева  
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

## Главный редактор:

д.ф.-м.н., доц. *Клюев Д.С.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

## Зам. главного редактора:

д.ф.-м.н., проф. *Ивахник В.В.*

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (г. Самара, Россия)

## Редакционная коллегия:

д.ф.-м.н., проф. *Бобрешов А.М.*

Воронежский государственный университет (г. Воронеж, Россия)

д.т.н., проф. *Бузов А.Л.*

АО «Самарское Инновационное Предприятие Радиосистем» (г. Самара, Россия)

проф. *Ван Лил Э.*

Лёвенский католический университет (г. Лёвен, Бельгия)

д.т.н., проф. *Волобуев А.Н.*

Самарский государственный медицинский университет (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Воскресенский Д.И.*

Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., акад. РАН *Гуляев Ю.В.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.т.н., проф. *Дмитриков В.Ф.*

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций  
имени проф. М.А. Бонч-Бруевича (г. Санкт-Петербург, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Ильинский А.С.*

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова (г. Москва, Россия)

проф. *Кузаев Г.А.*

Норвежский университет естественных и технических наук (г. Тронхейм, Норвегия)

д.т.н., проф. *Мещанов В.П.*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского (г. Саратов, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов Г.А.*

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН *Никитов С.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н. *Осипов О.В.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Пихтелев А.И.*

Нижегородский научно-исследовательский приборостроительный институт «Кварц» (г. Нижний Новгород, Россия)

д.т.н., проф. *Пономарев Л.И.*

Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Потапов А.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Просвирнин С.Л.*

Радиоастрономический институт Национальной академии наук Украины (г. Харьков, Украина)

лект. *Сидоров К.А.*

Кардиффский университет (г. Кардифф, Великобритания)

н.с. *Чернокожин Е.В.*

Тель-Авивский университет (г. Тель-Авив, Израиль)

проф. *Черняков М.С.*

Бирмингемский университет (г. Бирмингем, Великобритания)

д.ф.-м.н., проф. *Шевяхов Н.С.*

Саровский физико-технический институт НИЯУ МИФИ (г. Саров, Россия)

д.т.н., проф. *Яцышен В.В.*

Волгоградский государственный университет (г. Волгоград, Россия)

д.т.н., проф. *Яшин А.А.*

Медицинский институт Тульского государственного университета (г. Тула, Россия)

**Ответственный секретарь:**

д.ф.-м.н. *Табаков Д.П.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

**Выпускающий редактор:** *Мурзинова Т.А.*

**Лит. редактирование и корректура:** *Мурзиновой Т.А.*

**Информация на английском языке:** *Стрельникова М.С.*

**Компьютерный набор и верстка:** *Градинарь И.М.*

**Адрес редакции:**

443010, Россия, Самарская обл., г. Самара, ул. Л. Толстого, 23

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, к. 342

Тел. (846) 339-11-21, e-mail: [klyuevd@yandex.ru](mailto:klyuevd@yandex.ru)

URL: <https://journals.ssau.ru/pwp>

**Адрес издателя:**

443086, Россия, Самарская обл., г. Самара, Московское шоссе, 34, корп. 22а, 312б,

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,

Центр периодических изданий Самарского университета.

Тел. (846) 334-54-06, e-mail: [murzinova.tatjana@yandex.ru](mailto:murzinova.tatjana@yandex.ru)

Издается с 1998 г. Выходит 1 раз в квартал.

Издание зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций – ПИ № ФС 77-68199 от 27.12.2016

Подписной индекс 72674 в объединенном каталоге «Пресса России»



Все статьи распространяются по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция») 4.0 Всемирная. Для подробной информации посетите <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева, 2022

© Поволжский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики, 2022

Подписано в печать 23.12.2022. Дата выхода в свет 30.12.2022

Формат 60 × 84/8. Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 16,25

Цена свободная. 0+. Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинала-макета в типографии ООО «Слово»

443070, Российская Федерация, г. Самара, ул. Песчаная, 1.

Тел.: (846) 267-36-82, 267-36-83, e-mail: [izdatkniga@yandex.ru](mailto:izdatkniga@yandex.ru)

# PHYSICS OF WAVE PROCESSES AND RADIO SYSTEMS

**Fizika volnovykh processov  
i radiotekhnicheskie sistemy**

**Theoretical and Scientific Journal**

**2022, vol. 25, no. 4 (100)**

The journal is included by the Higher Attestation Commission into the List of leading scientific journals and publications in the Russian Federation, where basic scientific results of doctoral theses should be published (Bulletin of the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science).

The journal is included in bibliographic databases VINITI (<http://www.viniti.ru>), ULRICHS Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), and the Russian Science Citation Index (<http://www.elibrary.ru>).

---

## **Journal Founders and Publishers**

Samara National Research University

and

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

## **Editor in Chief:**

asst. prof. *D.S. Klyuev*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

## **Deputy Chief Editor:**

prof. *V.V. Ivakhnik*

Samara National Research University (Samara, Russia)

## **Editorial Board:**

prof. *A.M. Bobreshov*

Voronezh State University (Voronezh, Russia)

prof. *A.L. Buzov*

Samara Innovative Radio Systems Enterprise (Samara, Russia)

prof. *M.S. Cherniakov*

University of Birmingham (Birmingham, UK)

researcher *E.V. Chernokozhin*

Tel Aviv University (Tel Aviv, Israel)

prof. *V.F. Dmitrikov*

The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications (Saint Petersburg, Russia)

academician of RAS *Yu.V. Gulyaev*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

prof. *A.S. Ilyinsky*

Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia)

prof. *G.A. Kouzaev*

Norwegian University of Science and Technology (Trondheim, Norway)

prof. *V.P. Meshchanov*

Saratov State University (Saratov, Russia)

prof. *G.A. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

corresp. member of RAS *S.A. Nikitov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

prof. *O.V. Osipov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

prof. *A.I. Pikhtelev*

Nizhny Novgorod Research Instrument Engineering Institute «Quartz» (Nizhny Novgorod, Russia)

prof. *L.I. Ponomarev*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

prof. *A.A. Potapov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

prof. *S.L. Prosvirnin*

Radio Astronomy Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine (Kharkiv, Ukraine)

prof. *N.S. Shevyakhov*

Sarov Physics and Technology Institute of the National Research Nuclear University MEPhI (Sarov, Russia)

lecturer *K.A. Sidorov*

Cardiff University (Cardiff, UK)

prof. *E. Van Lil*

KU Leuven (Leuven, Belgium)

prof. *A.N. Volobuev*

Samara State Medical University (Samara, Russia)

prof. *D.I. Voskresensky*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

prof. *A.A. Yashin*

Medical Institute of Tula State University (Tula, Russia)

prof. *V.V. Yatsyshen*

Volgograd State University (Volgograd, Russia)

**Executive Editor:**

asst. prof. *D.P. Tabakov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

**Commissioning Editor:** *T.A. Murzinova*

**Proofreading:** *T.A. Murzinova*

**Language Editor:** *M.S. Strelnikov*

**Typesetting:** *I.M. Gradinar*

**Editorial Office:** 23, L. Tolstoy St., Rm. 342, Samara, 443010, Samara Region, Russia

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatic.

Tel. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/index.php/pwp>

**Publisher Office:** 34, bldg. 22a, Moskovskoye shosse, rm. 312b,

Samara, 443086, Samara Region, Russia, Samara National Research University,

Center of Periodical Publications of Samara University.

Tel. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Published since 1998. Frequency 1 time a quarter.

Edition is registered by The Federal Service for Supervision of Communications,

Information Technology, and Mass Media – PI N° FS 77-68199 of 27.12.2016

Subscription index in the united catalog «Press of Russia» 72674



All articles are licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

For more information, see <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Samara National Research University, 2022

© Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 2022

## Содержание

<i>Ю.Г. Белов, В.В. Бирюков, В.А. Малахов, И.В. Малахова, М.С. Нечаева, Ю.В. Раевская, А.С. Раевский, А.Ю. Седаков, А.А. Титаренко</i> Подходы к математическому моделированию покрытий, защищающих от электромагнитного излучения в мягком рентгеновском диапазоне.....	9
<i>В.В. Зайцев, А.В. Карлов, Х.К.-М. Альалван</i> ДВ-модель автоколебаний с уширенной спектральной линией .....	27
<i>В.Н. Тарасов, Н.Ф. Бахарева</i> Спектральное решение для системы с запаздыванием с гиперэрланговскими распределениями .....	33
<i>Л.И. Аверина, А.Ю. Лафицкий</i> Повышение помехоустойчивости OFDM-систем в каналах с замираниями.....	39
<i>А.В. Баранов</i> Оценка фазочастотных характеристик выходных цепей устройств Е-класса .....	46
<i>В.Б. Байбурин, В.В. Комаров, В.П. Мещанов</i> Моделирование электродинамических параметров микроволнового стерилизатора .....	52
<i>А.В. Костин</i> Анализ нагрева печатных проводников печатных плат на металлическом основании для приборов космических аппаратов при импульсном токе .....	59
<i>Н.А. Полуэктова, Д.А. Шишкина, А.Н. Базанов, Р.А. Перебалин, И.А. Шишкин, Н.В. Латухина, Г.А. Рогожина</i> Исследование электрических свойств фоточувствительных структур пониженной размерности на основе кремния с покрытиями из фторидов редкоземельных элементов.....	67
<i>Д.Д. Габриэлян, М.Ю. Звездина, Ю.А. Шокова, О.А. Лаврентьев</i> Влияние точности позиционирования мобильных объектов с использованием ГНСС на энергетические характеристики канала связи в сетях 5G .....	74

---

<i>О.В. Горячкин, А.В. Борисенков, А.С. Лифанов</i> Характеристики обнаружения и особенности обработки сигналов воздушных объектов на радиолокационных изображениях космических радиолокаторов с синтезированной апертурой.....	79
<i>М.В. Давидович, А.К. Кобец, К.А. Саяпин</i> Возбуждение прямоугольного резонатора через окна связи в конвейерной установке СВЧ-нагрева.....	88
<i>В.Ф. Дмитриков, Д.В. Шушпанов, Э.А. Фоченков</i> Эквивалентная схема замещения дросселя на нанокристаллическом сердечнике с большой магнитной проницаемостью .....	100
<i>Д.С. Клюев, А.Н. Волобуев, С.В. Краснов, К.А. Адыширин-Заде, Т.А. Антипова, Н.Н. Александрова</i> Некоторые особенности взаимодействия радиосигнала с турбулентной атмосферой.....	122
К сведению авторов .....	129

## Contents

<i>Yury G. Belov, Vladimir V. Biryukov, Vasily A. Malakhov, Irina V. Malakhova, Maria S. Nechaeva, Yuliya V. Raevskaya, Aleksey S. Raevsky, Andrey Yu. Sedakov, Aleksey A. Titarenko</i> Approaches to mathematical modeling of coatings that protect against electromagnetic radiation in the soft X-ray range.....	9
<i>Valery V. Zaitsev, Alexander V. Karlov, Husamuldin K.-M. Alalvan</i> Discrete time model of self-oscillations with spectral line widening .....	27
<i>Veniamin N. Tarasov, Nadezhda F. Bakhareva</i> Spectral solution for a delay system with hyper-Erlang distributions .....	33
<i>Larisa I. Averina, Alexandr Yu. Lafickiy</i> Increasing of bit error rate performance for OFDM systems over fading channels .....	39
<i>Alexander V. Baranov</i> Phase frequency characteristics evaluation for E-class devices output circuits.....	46
<i>Vil B. Bayburin, Vyacheslav V. Komarov, Valeriy P. Meschanov</i> Modeling of electrodynamic parameters of microwave sterilizer .....	52
<i>Alexey V. Kostin</i> Analysis of heating of printed circuit board conductors on a metal base for spacecraft devices at pulsed current .....	59
<i>Natalia A. Poluektova, Daria A. Shishkina, Alexander N. Bazanov, Roman A. Perebalin, Ivan A. Shishkin, Natalya V. Latukhina, Galina A. Rogozhina</i> Investigation of electrical properties of photosensitive structures of reduced dimension based on silicon coated with rare earth fluorides .....	67
<i>Dmitriy D. Gabriel'yan, Marina Yu. Zvezdina, Yulia A. Shokova, Oleg A. Lavrentev</i> How the accuracy of mobile objects positioning with GNSS affects the energy characteristics of the communication channel in 5G networks.....	74

---

<i>Oleg V. Goryachkin, Aleksey V. Borisenkov, Aleksey S. Lifanov</i> Detection characteristics and features of signal processing of aerial objects on images of spacborne synthetic aperture radars.....	79
<i>Mikhail V. Davidovich, Alexander K. Kobetz, Kirill A. Sayapin</i> Excitation of a rectangular resonator through communication windows in the conveyor installation of microwave heating .....	88
<i>Vladimir F. Dmitrikov, Dmitry V. Shushpanov, Eduard A. Fochenkov</i> Equivalent circuit of an inductor on a nanocrystalline core with a high magnetic permeability .....	100
<i>Dmitriy S. Klyuev, Andrey N. Volobuev, Sergei V. Krasnov, Kaira A. Adyshirin-Zade, Tatyana A. Antipova, Natalia N. Aleksandrova</i> Some features of a radio signal interaction with a turbulent atmosphere .....	122
Information for authors .....	129

## Подходы к математическому моделированию покрытий, защищающих от электромагнитного излучения в мягком рентгеновском диапазоне

Ю.Г. Белов<sup>1</sup>, В.В. Бирюков<sup>1</sup>, В.А. Малахов<sup>1</sup>, И.В. Малахова<sup>1</sup>, М.С. Нечаева<sup>1, 2</sup>,  
Ю.В. Раевская<sup>1</sup>, А.С. Раевский<sup>1</sup>, А.Ю. Седаков<sup>2</sup>, А.А. Титаренко<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева  
603950, Россия, г. Нижний Новгород,  
ул. Минина, 24

<sup>2</sup> Филиал РФЯЦ-ВНИИЭФ «НИИИС имени Ю.Е. Седакова»  
603137, Россия, г. Нижний Новгород,  
ул. Тропинина, 47

*Аннотация* – Объектами исследования являются композитные структуры, защищающие от электромагнитного излучения в мягком рентгеновском диапазоне. Цель работы – предложить подходы к математическому моделированию покрытий на основе этих структур, рассчитать характеристики отражения и прохождения однородной плоской волны, падающей под различными углами на такие покрытия. Методы исследования – электродинамическое моделирование, теория графов, трехмерное электромагнитное моделирование в САПР. Приведены математические модели многослойных структур, полученные на основе электродинамического подхода и с использованием теории графов, результаты расчетов характеристик отражения и прохождения однородной плоской волны, падающей под различными углами на такие структуры. Рассмотрены перспективы использования пленочных покрытий с воздушными отверстиями. Полученные в процессе выполнения работы результаты могут быть использованы для создания покрытий, защищающих радиоэлектронную аппаратуру от воздействия рентгеновского излучения.

*Ключевые слова* – многослойные структуры; САПР; электродинамический анализ; композитные материалы; рентгеновский диапазон.

### Введение

Защита узлов радиоаппаратуры от электромагнитного излучения является крайне важной, особенно в случае специальных применений [1–5]. Данная задача в основном решена для низкочастотных радиодиапазонов, СВЧ- и КВЧ-диапазонов, но для рентгеновского диапазона исследования находятся в начальной стадии. Трудности защиты от рентгеновского излучения обусловлены малой длиной волны и, следовательно, высокой энергией кванта.

Для решения задачи защиты от излучения с высокоэнергетическими фотонами существует необходимость создания композитных структур, состоящих из обычных или искусственных материалов. Принцип действия данных структур должен быть основан на частичном отражении и сильном поглощении энергии падающей на них электромагнитной волны.

Статья посвящена рассмотрению методов расчета характеристик различных вариантов защитных покрытий и обсуждению результатов расчетов с помощью программ, составленных на основе алгоритмов, разработанных с использованием этих методов.

### 1. Постановка задачи о прохождении плоской волны через многослойную плоскопараллельную структуру на основе электродинамической модели

Многослойная структура состоит из нескольких плоскопараллельных диэлектрических слоев.

Расчет коэффициентов прохождения и отражения волн в многослойных структурах осуществляется на основе строгого метода двусторонних граничных условий [6], когда диэлектрический слой рассматривается как слой конечной толщины с комплексной диэлектрической проницаемостью. Поскольку электромагнитное поле в диэлектрическом слое можно представить в виде суперпозиции парциальных волн, к рассмотрению вопроса о записи граничных условий на верхней и нижней границах диэлектрического слоя II можно подойти с позиции задачи о прохождении плоской волны через диэлектрический слой, для которой применяются законы геометрической оптики.

Рассмотрим плоскопараллельный диэлектрический слой II, рис. 1, разделяющий две области, характеризуемые параметрами  $\epsilon_1, \mu_1$  и  $\epsilon_3, \mu_3$ . Диэлектрическую и магнитную проницаемости

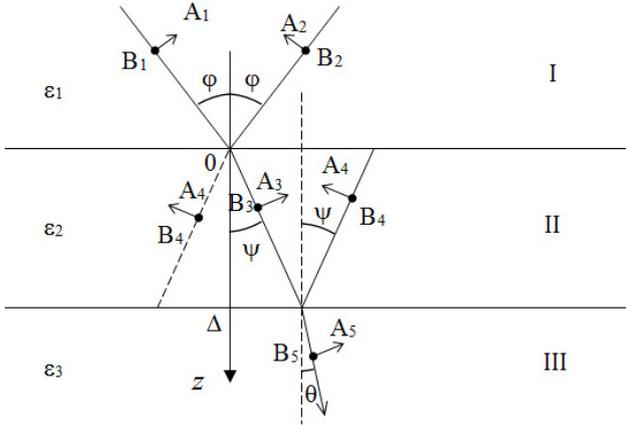


Рис. 1. Падение плоской электромагнитной волны на плоско-параллельный слой

Fig. 1. Incident of a plane electromagnetic wave on a plane-parallel layer

области II полагаем равными  $\varepsilon_2$ ,  $\mu_2$ . В области над центральным диэлектрическим слоем две волны (прямая – 1 и отраженная – 2), внутри слоя II также две волны (прошедшая через верхнюю границу  $z = 0$  волна 3 и волна 4, отраженная от нижней границы  $z = \Delta$ ). В области III – одна прошедшая волна 5.

Полагая комплексные амплитуды электрического поля указанных волн в плоскостях  $(x, z)$  и  $(y, z)$  равными, соответственно,  $A_i$  (для  $p$ -поляризации) и  $B_i$  (для  $s$ -поляризации), выражаем через них компоненты напряженностей электрического и магнитного полей [6] и подставляем в граничные условия при  $z = 0$ :

$$E_{x1} + E_{x2} = E_{x3} + E_{x4}, \quad (1)$$

$$H_{x1} + H_{x2} = H_{x3} + H_{x4},$$

$$E_{y1} + E_{y2} = E_{y3} + E_{y4},$$

$$H_{y1} + H_{y2} = H_{y3} + H_{y4}$$

и при  $z = \Delta$ :

$$E_{x3} + E_{x4} = E_{x5}, \quad H_{x3} + H_{x4} = H_{x5}, \quad (2)$$

$$E_{y3} + E_{y4} = E_{y5}, \quad H_{y3} + H_{y4} = H_{y5}.$$

Полученные при этом уравнения образуют систему относительно восьми неизвестных:  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $A_3$ ,  $B_3$ ,  $A_4$ ,  $B_4$ ,  $A_5$ ,  $B_5$ . Амплитудные коэффициенты падающей волны  $A_1$  и  $B_1$  полагаем заданными.

По заданным коэффициентам  $A_1$  и  $B_1$  находим остальные неизвестные коэффициенты. Используя найденные амплитудные коэффициенты, рассчитываем компоненты напряженностей электрического и магнитного полей. По рассчитанным напряженностям прошедшей и отраженной волн находим коэффициенты отражения и про-

хождения  $R$  и  $T$  плоской электромагнитной волны через слой толщины  $\Delta$ :

$$R = \frac{E_2}{E_1}, \quad T = \frac{E_5}{E_1}. \quad (3)$$

На основе приведенного выше алгоритма строится алгоритм решения задачи о расчете коэффициентов отражения и прохождения плоской электромагнитной волны для многослойной структуры. Каждый слой представлялся в виде четырехполюсника с матрицей рассеяния:

$$S_i = \begin{vmatrix} S_{11}^i & S_{12}^i \\ S_{21}^i & S_{22}^i \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Матрица рассеяния переводилась в матрицу передачи по формуле

$$T_i = \begin{vmatrix} 1 & S_{22}^i \\ S_{21}^i & S_{11}^i \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Для получения матрицы передачи многослойной структуры производилось перемножение матриц передачи отдельных слоев:

$$T_\Sigma = T_1 T_2 T_3 T_4 \cdots T_N = \prod_{i=1}^N T_i. \quad (6)$$

Используя элементы общей матрицы передачи  $T_\Sigma$  (1.9), вычислялись элементы общей матрицы рассеяния по формуле

$$S_\Sigma = \begin{vmatrix} S_{11}^\Sigma & S_{12}^\Sigma \\ S_{21}^\Sigma & S_{22}^\Sigma \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} t_{21}^\Sigma & t_{22}^\Sigma \\ t_{11}^\Sigma & t_{12}^\Sigma \end{vmatrix}, \quad (7)$$

где  $S_{11}^\Sigma$  – общий коэффициент отражения;  $S_{21}^\Sigma$  – общий коэффициент передачи многослойной структуры.

## 2. Постановка задачи о прохождении плоской волны через многослойную плоскопараллельную структуру на основе теории графов

Анализ и расчет цепей СВЧ- и электродинамических устройств значительно упрощается при использовании метода ориентированных графов.

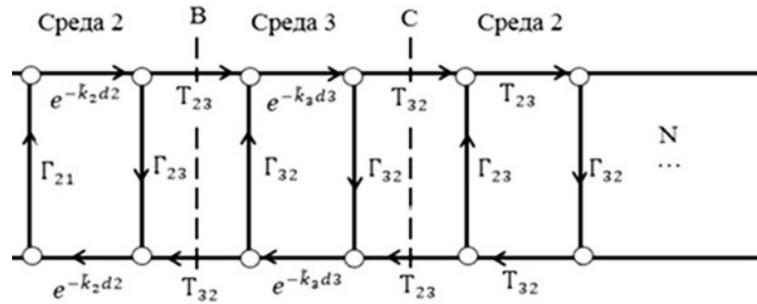


Рис. 2. Ориентированный граф падения и отражения плоской волны с количеством слоев  $N$   
 Fig. 2. Oriented graph of incidence and reflection of a plane wave with  $N$  layers

Наглядность графического изображения и быстрота получения конечного результата являются существенными преимуществами данного метода над другими. Анализ сложного устройства методом графов не требует решения граничной электродинамической задачи и составления системы алгебраических уравнений, а также позволяет избежать громоздких математических преобразований.

Линейный ориентированный граф изображает линейную зависимость между несколькими переменными. Он имеет вид цепи, состоящей из узлов, соединенных ветвями. Узлы характеризуются узловыми сигналами, например комплексной напряженностью поля волны в соответствующей точке системы. Ветви определяются коэффициентом передачи  $T$  и направлением передачи. Совокупность ветвей, проходящих через каждый узел не более одного раза, называется путем,  $T_j$  – передача  $j$ -го пути, равная произведению передач всех пройденных ветвей. Замкнутый путь называется контуром первого порядка,  $L_j^{(1)}$  – передача  $j$ -го контура первого порядка. Контур  $n$ -го порядка – совокупность  $n$  контуров первого порядка, у которых нет общих узлов; его передача  $L_m^{(n)}$  определяется произведением передач входящих в него контуров первого порядка. Коэффициент передачи  $S_{km}$  – отношение комплексных напряженностей поля волны, пришедшей в  $k$ -й узел, и волны от источника, находящегося в  $m$ -м узле. Если  $m = k$ , то  $S_{kk}$  представляет собой комплексный коэффициент отражения. Эти коэффициенты определяются с помощью правила Мэсона (правила некасающихся контуров) [7]:

$$S_{km} = \frac{\sum_j \left[ T_j \left( 1 - \sum_j L_{jnk}^{(1)} + \sum_j L_{jnk}^{(2)} - \sum_j L_{jnk}^{(3)} + \dots \right) \right]}{1 - \sum_j L_i^{(1)} + \sum_j L_i^{(2)} - \sum_j L_i^{(3)} + \dots}, \quad (8)$$

где  $T_j$  – передача  $j$ -го пути из узла  $m$  в узел  $k$ ;  $L_i^{(n)}$  – передача  $i$ -го контура  $n$ -го порядка.

В знаменателе этой формулы суммирование выполняется по всем контурам, в числителе – только по контурам, не касающимся  $j$ -го пути.

Решение задачи о прохождении плоской волной плоскопараллельной пластины методом ориентированных графов позволяет учесть многократные отражения волны от границ слоя [8].

Особенностью рентгеновского излучения является то, что показатели преломления сред очень близки к единице. Поэтому коэффициент отражения по мощности от одиночного слоя составляет сотые доли процента. В случае многослойной периодической структуры образуется брэгговская решетка (разновидность дифракционной решетки). В этом случае между каждым слоем коэффициент отражения мал, однако при соответствующем расположении слоев электромагнитные волны интерферируют между собой так, что коэффициент отражения существенно увеличивается, несмотря на то что отличие в показателях преломления сред невелико.

Построим ориентированный граф прохождения электромагнитной волны через периодическую многослойную структуру, рис. 2.

Падающая волна  $\vec{E}_1^+$  из среды 1 частично отражается с коэффициентом  $\Gamma_{12}$ , а частично проходит во вторую среду с коэффициентом  $T_{12}$ . Оба коэффициента определяются формулами Френеля [9]. Далее электромагнитная волна из среды 2 будет проходить в среду 3 с показателем преломления  $n_3$ , затем снова во вторую среду с показателем преломления  $n_2$  и так далее. Таким образом обеспечивается многократное повторение слоев.

Получив матрицу рассеяния всей структуры, можно исследовать зависимости коэффициентов отражения и прохождения от длины волны, числа и толщин слоев.

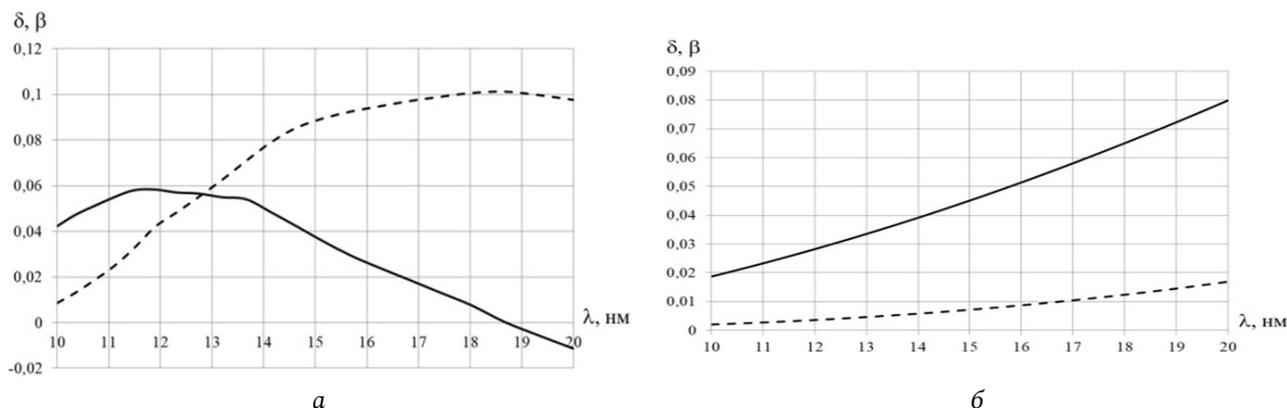


Рис. 3. Зависимость добавок к показателю преломления для: а – сурьмы (Sb) и б – карбоната бора ( $B_4C$ ) от длины волны  
Fig. 3. Dependence of additives to the refractive index for: a – antimony (Sb) and b – boron carbonate ( $B_4C$ ) on the wavelength

### 3. Результаты решения задачи о прохождении плоской волны через многослойную плоскопараллельную структуру

Рассмотрим результаты расчета коэффициентов отражения и прохождения для многослойных структур, полученные с использованием описанных в пп. 1 и 2 алгоритмов. Для расчета характеристик многослойных плоскопараллельных структур с использованием приведенных алгоритмов были написаны программы расчета коэффициентов прохождения и отражения на языке C# в интегрированной среде разработки программного обеспечения MS Visual Studio. Программы позволяют рассчитать зависимости коэффициентов отражения и прохождения для многослойной структуры от длины волны для разных углов падения плоской электромагнитной волны.

В качестве исходных данных загружаются зависимости добавок к показателю преломления веществ от длины волны  $\delta_j$ ,  $\beta_j$ , с помощью которых находятся показатели преломления слоев  $n_j = 1 - \delta_j - i\beta_j$ . Относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = n^2$ . Зависимости в определенном диапазоне длин волн берутся на специализированном сайте [10]. Кроме того, задаются толщина слоев, количество слоев и угол падения, диэлектрические проницаемости внешней среды и подложки.

Сравнение результатов расчетов, полученных с использованием двух указанных методов, производилось для различного количества слоев многослойной структуры, углов падения в диапазоне длин волн от 10 до 20 нм. Отличие в результатах расчетов не превысило 5 %.

Многослойные плоскопараллельные структуры изготавливают из разных веществ: Мо – молибден,

Si – кремний,  $B_4C$  – карбонат бора, Co – кобальт, Ni – никель, Sb – сурьма, Sc – скандий и другие. Эти вещества используются в парах.

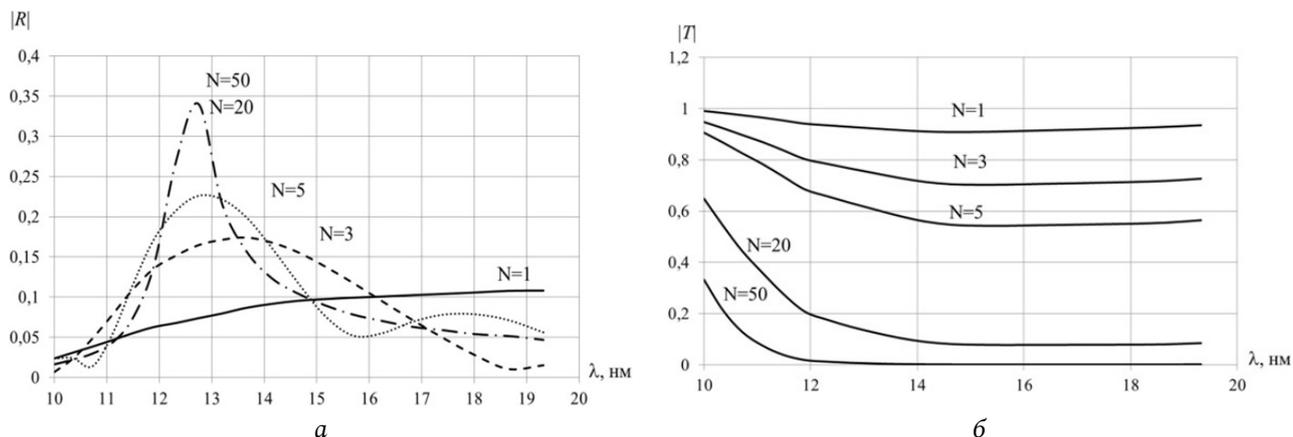
Наилучшие результаты по величине коэффициента отражения показывает пара Sb /  $B_4C$ , которая обеспечивает отражение в диапазоне длин волн (8-13) нм порядка 10 % при нормальном падении излучения.

Для расчета была взята многослойная структура, состоящая из таких материалов, как сурьма Sb и карбонат бора  $B_4C$ . Пара веществ подбирается таким образом [11], чтобы отражение от каждой границы раздела было максимальным, по этой причине различие между показателями преломления у соответствующих веществ должно быть как можно большим. Пары материалов, из которых формируется многослойная структура, не должны быть подвержены взаимному влиянию друг на друга и должны обеспечивать наилучший коэффициент отражения в рентгеновском диапазоне, то есть диффузия между выбранными веществами должна быть минимальна.

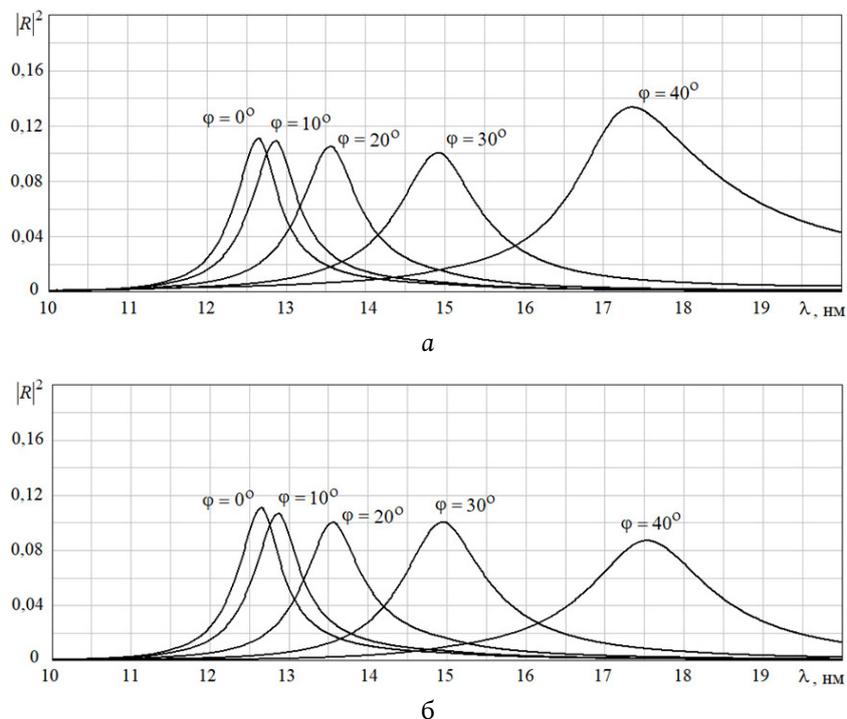
Для того чтобы слои были параллельны друг другу и не искривлялись, первичная поверхность подложки, на которую наносятся плоскопараллельные слои веществ, должна быть ровной, гладкой, без шероховатостей.

На рис. 3, а представлены зависимости добавок к показателю преломления для сурьмы, на рис. 3, б – для карбоната бора в диапазоне так называемого «мягкого» рентгеновского излучения. На рис. 3 сплошной линией показана зависимость добавки к действительной части показателя преломления  $\delta$  от длины волны, пунктирной линией – мнимая часть показателя преломления  $\beta$ .

Корректность работы алгоритма была проверена по выполнению баланса энергии для случая отсутствия потерь в материалах.



**Рис. 4.** Зависимости: *a* – модулей коэффициентов отражения и *б* – прохождения от длины волны при разном количестве слоев пары веществ сурьма/карбонат бора ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ )  
**Fig. 4.** Dependences: *a* – modules of reflection coefficients and *b* – transmission from wavelength for different number of layers of a pair of substances antimony / boron carbonate ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ )



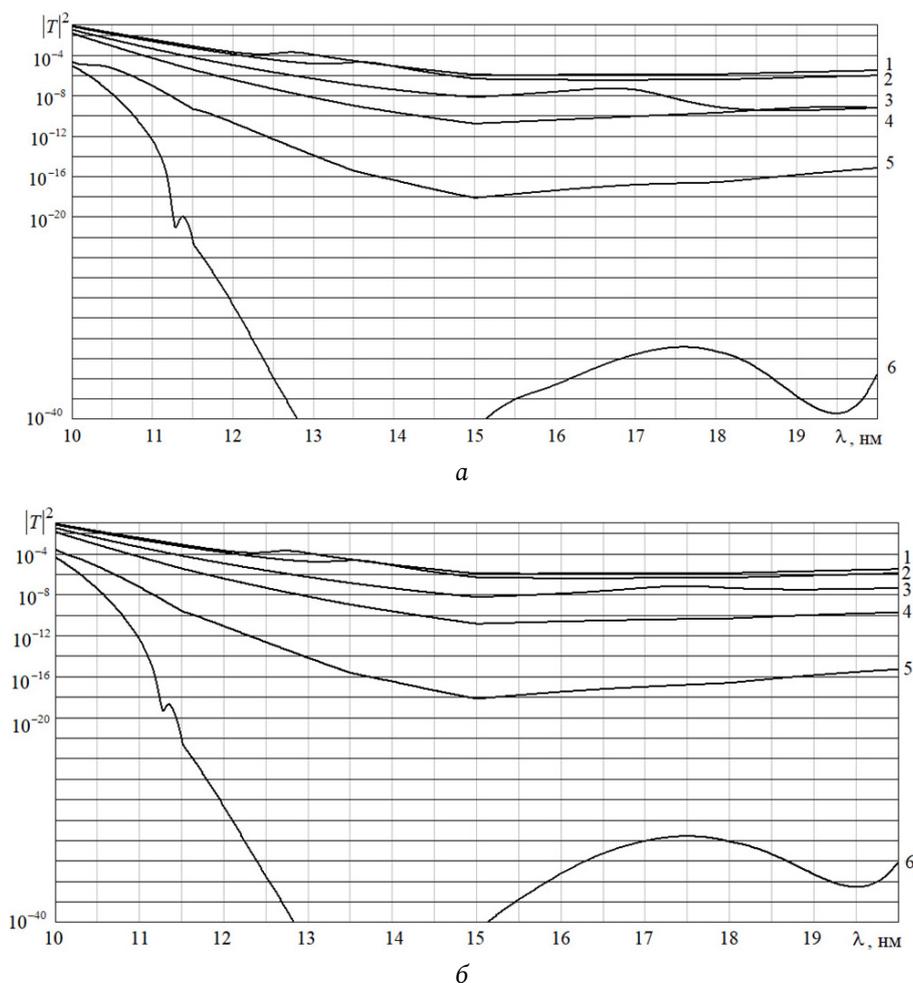
**Рис. 5.** Зависимости квадратов модулей коэффициентов отражения от длины волны (для углов падения плоской электромагнитной волны  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ ) для структуры, состоящей из слоев пары сурьма/карбонат бора ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ ): *a* – *s*-поляризация; *б* – *p*-поляризация  
**Fig. 5.** Dependences of the squares of the moduli of the reflection coefficients on the wavelength (for angles of incidence of a plane electromagnetic wave  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ ) for a structure consisting of layers of an antimony/boron carbonate ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ ) pair: *a* – *s*-polarization; *b* – *p*-polarization

На рис. 4 приведены зависимости от длины волны модулей коэффициентов отражения и модулей коэффициентов прохождения при разном количестве слоев пары веществ сурьма/карбонат бора ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ ), толщина слоев  $d = 3,3$  нм, при нормальном угле падения.

Из рис. 4 видно, что с увеличением числа слоев многослойной структуры, состоящей из пары веществ сурьма/карбонат бора ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ ), появляется явно выраженный максимум. При числе сло-

ев  $N = 50$  максимум коэффициента отражения равен 0,35, который приходится на длину волны 12,6 нм. При дальнейшем увеличении числа слоев величина коэффициента отражения не меняется. Положение максимума коэффициента отражения определяется периодом структуры.

Из рис. 4 также видно, что с увеличением числа слоев многослойной структуры, состоящей из пары веществ сурьма/карбонат бора ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ ), коэффициент прохождения уменьшается во всем



**Рис. 6.** Зависимость квадратов модулей коэффициентов прохождения от длины волны для структуры, состоящей из слоев пары сурьма / карбонат бора ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ ) *s*-поляризация (а) и *p*-поляризация (б) для углов падения плоской электромагнитной волны: 1 – 0°, 2 – 20°, 3 – 40°, 4 – 50°, 5 – 60°, 6 – 65°

**Fig. 6.** Dependence of the squared moduli of the transmission coefficients on the wavelength for a structure consisting of layers of an antimony / boron carbonate ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ ) pair *s*-polarization (а) and *p*-polarization (б) for the angles of incidence of a plane electromagnetic wave: 1 – 0°, 2 – 20°, 3 – 40°, 4 – 50°, 5 – 60°, 6 – 65°

рассматриваемом диапазоне длин волн, так как увеличивается поглощение в материалах слоев.

На рис. 5 приведены зависимости квадратов модулей коэффициентов отражения от длины волны для углов падения плоской электромагнитной волны 0°, 10°, 20°, 30°, 40° для структуры, состоящей из слоев пары сурьма/карбонат бора ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ ), количество пар периодов  $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$  50, величина периода 6,6 нм (3,3 нм –  $\text{Sb}$ , 3,3 нм –  $\text{B}_4\text{C}$ ).

Из рис. 5 видно, что при увеличении угла падения максимумы квадрата модуля коэффициента отражения смещаются в длинноволновую область. Увеличение длины волны, на которую приходится максимум коэффициента отражения, связано с тем, что удлиняется оптический путь, который проходит луч в слоях, что эквивалентно росту толщины слоя.

На рис. 6 приведены зависимости квадратов модулей коэффициентов прохождения от дли-

ны волны для различных углов падения плоской электромагнитной волны для структуры, состоящей из слоев пары сурьма/карбонат бора ( $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ ), количество пар периодов  $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$  – 50, толщина периода 6,6 нм (3,3 нм –  $\text{Sb}$ , 3,3 нм –  $\text{B}_4\text{C}$ ).

Очевидно, что при определенном значении угла падения должно выполняться условие полного отражения на границе воздух – многослойная структура. Это значение зависит от длины волны падающего излучения. Во всем рассматриваемом диапазоне длин волн полное отражение будет выполняться при углах падения больше 83°. Однако при значительно меньших значениях угла падения коэффициент прохождения волны через многослойную структуру начинает резко уменьшаться. Исследуем данный эффект более внимательно. Для этого рассмотрим структуру, состоящую из двух периодов  $\text{Sb} / \text{B}_4\text{C}$ , величина периода 6,6 нм.

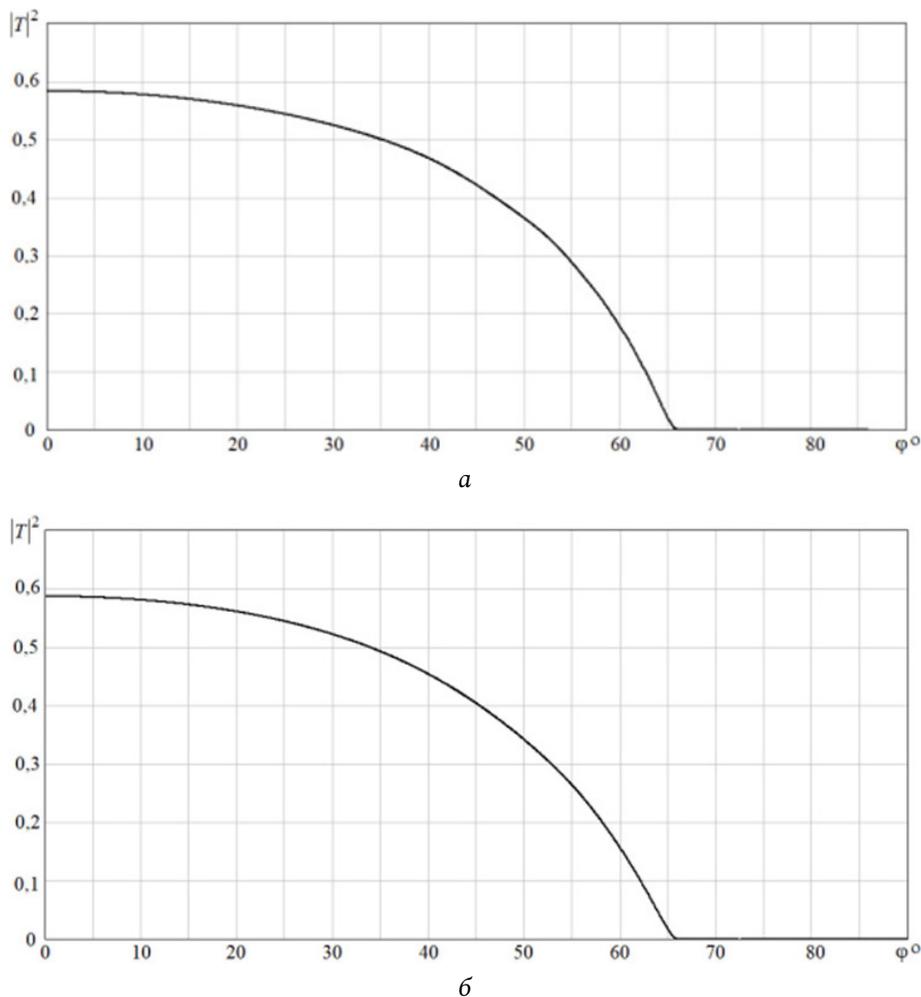


Рис. 7. Зависимость квадрата модуля коэффициента прохождения от угла падения плоской электромагнитной волны на длине волны 15 нм для двух периодов пар Sb / В<sub>4</sub>С: а - s-поляризация; б - p-поляризация

Fig. 7. Dependence of the square of the modulus of the transmission coefficient on the angle of incidence of a plane electromagnetic wave at a wavelength of 15 nm for two periods of Sb / В<sub>4</sub>С pairs: а - s-polarization; б - p-polarization

На рис. 7 приведена зависимость квадрата модуля коэффициента прохождения от угла падения на длине волны  $\lambda = 15$  нм. При угле примерно  $65^\circ$  наблюдается резкое уменьшение коэффициента прохождения для волн обеих поляризаций.

Чтобы разобраться в этом вопросе, рассмотрим условия возбуждения пленочных волн на основе модели, изображенной на рис. 8. Условием возбуждения пленочных волн является выполнение условий полного внутреннего отражения на верхней и нижней границах слоя с показателем преломления  $n_2$ . При этом  $n_1$  должен быть меньше, чем  $n_2$ .

При выборе материалов структуры, изображенной на рис. 8, принимались во внимание значения показателя преломления на выбранном интервале длин волн, положение границ поглощения, совместимость их с учетом химического взаимодействия. Сформулировать аналитический критерий, который указывал бы на пару веществ, оптималь-

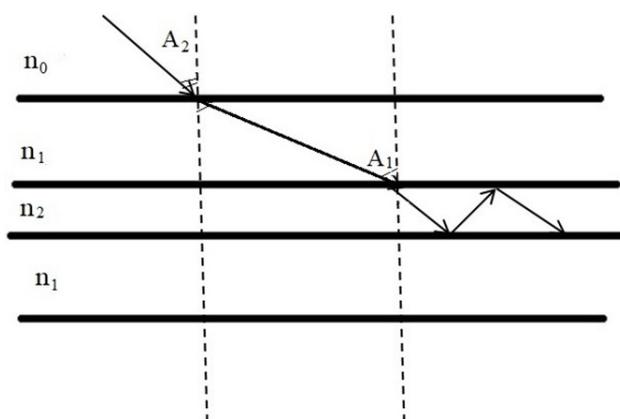


Рис. 8. К расчету угла падения волны на рассматриваемую структуру

Fig. 8. To the calculation of the probability of falling on the intended environment

ную для решения поставленной задачи, не удается, поэтому подбор пар материалов осуществлялся, исходя из наличия у рассматриваемых материалов монотонной зависимости показателя прелом-

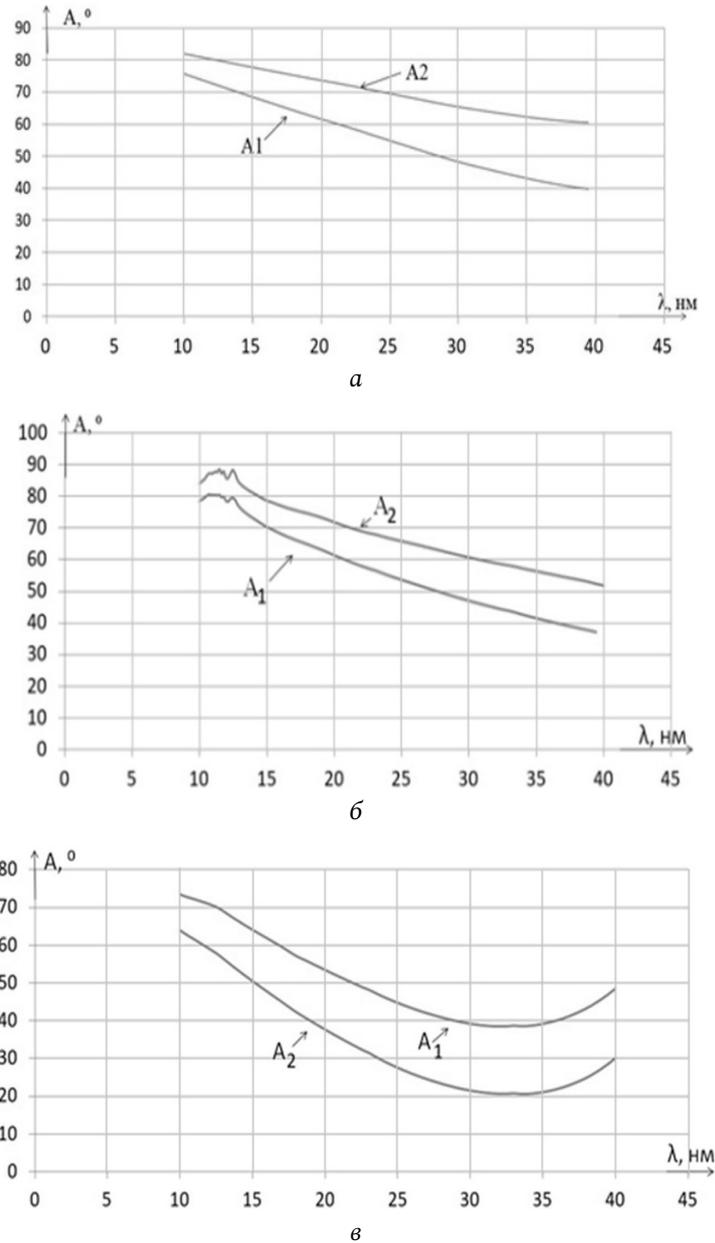


Рис. 9. Зависимости углов падения на рассматриваемую структуру  $A_2$  и на центральный слой  $A_1$  рассматриваемой структуры от длины волны, при которых волна становится направляемой: а -  $C_{60}/C_3H_6$ ; б -  $Si_3N_4/Au$ ; в -  $BN/AgBr$

Fig. 9. Dependences of the angles of incidence on the considered structure  $A_2$  and on the central layer  $A_1$  of the considered structure on the wavelength at which the wave becomes guided: а -  $C_{60}/C_3H_6$ ; б -  $Si_3N_4/Au$ ; в -  $BN/AgBr$

ления от длины волны и сохранения выполнения неравенства  $n_2 > n_1$  во всем рассматриваемом интервале длин волн.

В ходе выполнения работы были рассмотрены следующие материалы [10]:  $C_{60}$  (фуллерен) – молекулярная форма углерода;  $C_3H_6$  (пропилен) – органическое вещество, ненасыщенный углеводород из класса алкенов;  $Si_3N_4$  (нитрид кремния) – обладает полезными для многих применений механическими и физико-химическими свойствами; Au (золото) – один из самых инертных металлов, стоящий в ряду напряжений правее всех других металлов; AgBr (бромид серебра) – кристалли-

ческое вещество, нерастворимое в воде, имеет ионное строение; BN (нитрид бора) – бинарное соединение бора и азота. В результате проведенного сравнения зависимостей модулей показателей преломления рассмотренных материалов от длины волны были выбраны следующие пары материалов для создания многослойной структуры, направляющей волны рентгеновского диапазона:  $C_{60}(n_1)/C_3H_6(n_2)$ ,  $Si_3N_4(n_1)/Au(n_2)$  и  $BN(n_1)/AgBr(n_2)$ .

Для того чтобы волна, падающая на рассматриваемую структуру, направлялась ее центральным слоем (и затухала в нем), на его поверхности дол-

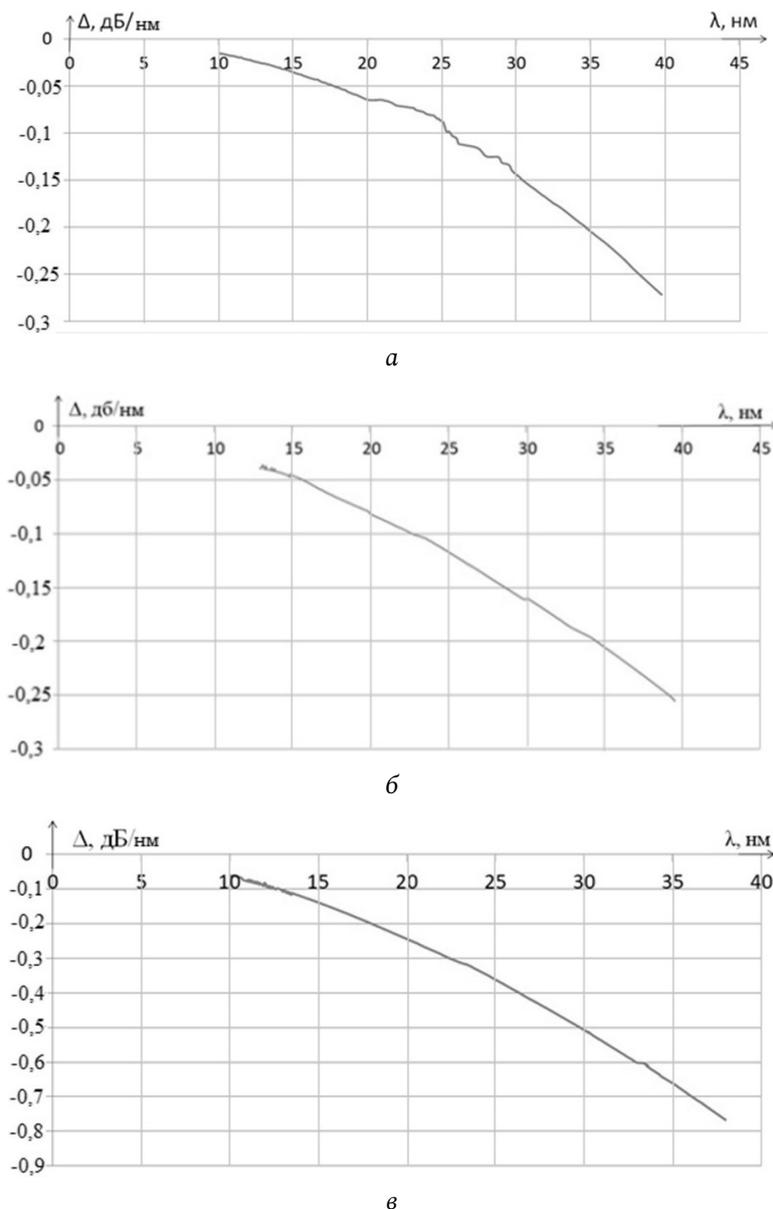


Рис. 10. Зависимости погонного затухания пленочной волны от длины волны: а –  $C_{60}/C_3H_6$ ; б –  $Si_3N_4/Au$ ; в –  $BN/AgBr$   
 Fig. 10. Dependences of the linear attenuation of a film wave on the wavelength: а –  $C_{60}/C_3H_6$ ; б –  $Si_3N_4/Au$ ; в –  $BN/AgBr$

жен выполняться закон полного внутреннего отражения. Определим угол падения волны из воздушного пространства на пленку, используя закон Снеллиуса  $\sin A_2 = n_1 \sin A_1$ , где  $\sin A_1 = n_1 / n_2$ . На рис. 9 представлены полученные в результате расчета зависимости углов падения на рассматриваемую структуру  $A_2$  и на центральный слой  $A_1$  этой структуры от длины волны, при которых волна становится направляемой.

Закон изменения амплитуды пленочной волны вдоль оси распространения в общем виде можно записать так:

$$V_m(z) = V_{m0} e^{\beta'' z}, \quad (9)$$

где  $V_{m0}$  – амплитуда волны в точке  $z=0$ ;  $\beta''$  – коэффициент затухания плоской волны в среде.

Погонное затухание волны может быть рассчитано по формуле

$$\Delta [\text{дБ/м}] = 20 \lg \left( \frac{V_{m0}}{V_{m1}} \right) = 20 \lg(e^{\beta''}) = 8,686 \beta'', \quad (10)$$

где  $V_{m1}$  – амплитуда волны в точке  $z=1$  м.

Результаты расчета погонного затухания пленочной волны для различных пар материалов, из которых состоит исследуемая структура, показаны на рис. 10.

Из рис. 10 видно, что наибольшее затухание в диапазоне длин волн (10–40) нм обеспечивает структура, состоящая из пары материалов  $BN/AgBr$ . Структуры  $C_{60}/C_3H_6$  и  $Si_3N_4/Au$  обеспечивают почти одинаковое затухание.

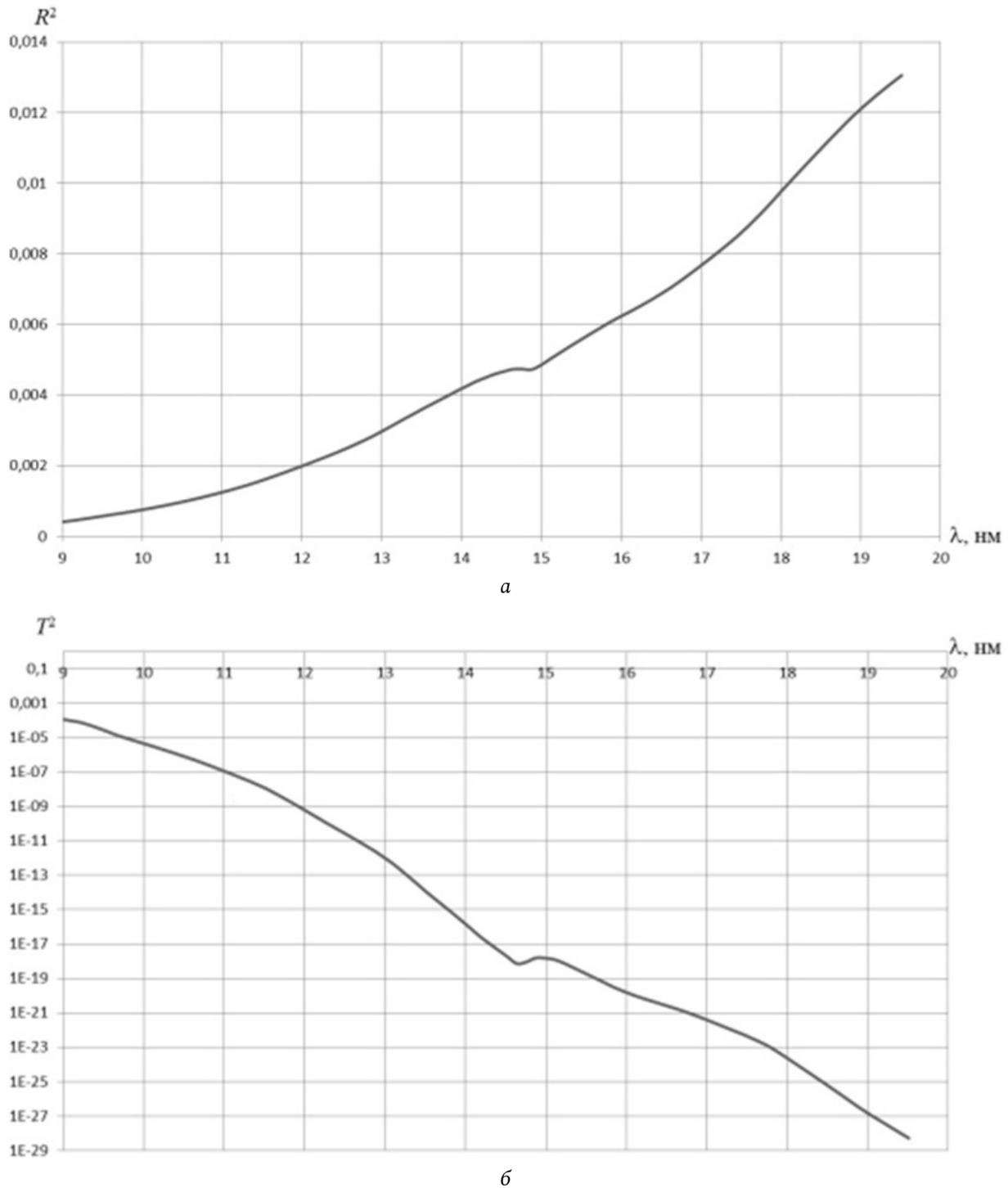


Рис. 11. Зависимости: *a* – квадрата модуля коэффициента отражения и *b* – квадрата модуля коэффициента прохождения от длины волны для одного слоя золота Au толщиной 330 нм в логарифмическом масштабе  
Fig. 11. Dependences: *a* – of the square of the modulus of the reflection coefficient and *b* – of the square of the modulus of the transmission coefficient on the wavelength for one layer of Au gold 330 nm thick on a logarithmic scale

В качестве одного из вариантов выполнения защитного покрытия можно рассмотреть однослойную структуру, выполненную из материала с большим атомным весом. На рис. 11 изображены зависимости квадрата коэффициента отражения и квадрата коэффициента прохождения от длины

волны для одного слоя золота толщиной 330 нм в логарифмическом масштабе.

Таким образом, для защиты от электромагнитного излучения мягкого рентгеновского диапазона можно использовать как однослойные, так и многослойные структуры. При этом важно,

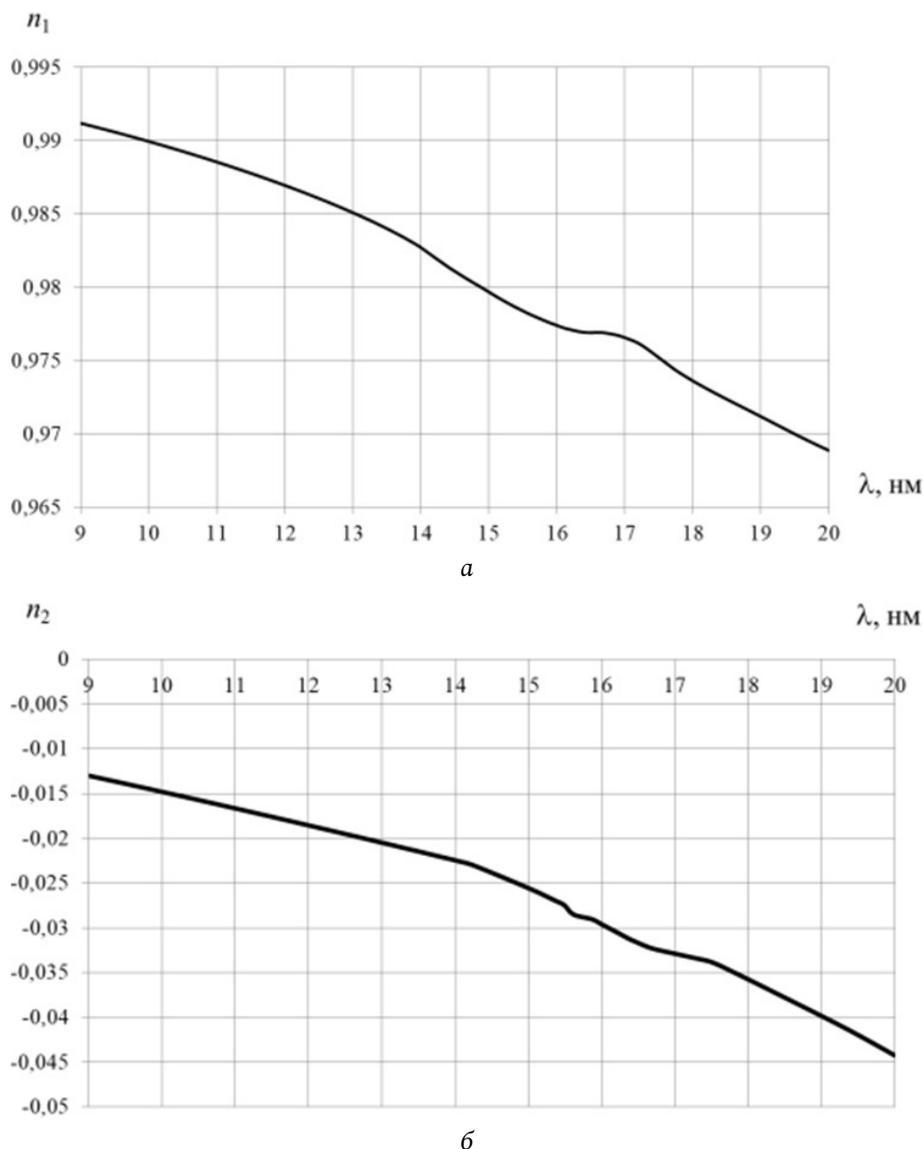


Рис. 12. Зависимости:  $a$  – действительной и  $b$  – мнимой частей коэффициента преломления иттербия от длины волны  
Fig. 12. Dependences:  $a$  – real and  $b$  – imaginary parts of the refractive index of ytterbium on the wavelength

что однослойные структуры изготавливать проще, чем многослойные.

#### 4. Составление дисперсионного уравнения волн цилиндрического воздушного волновода, окруженного средой из редкоземельного элемента

Известно [10], что в рентгеновском диапазоне относительная диэлектрическая проницаемость материалов становится меньше единицы. В связи с этим воздушный канал в материале можно рассматривать как волновод, работающий на основе принципа полного внутреннего отражения. Как один из вариантов композитного материала можно рассмотреть пленку, выполненную из одного из редкоземельных элементов (они в рассматрива-

емом диапазоне длин волн обладают большим поглощением), имеющую в своей структуре воздушные каналы, изогнутые под прямым углом с радиусом изгиба, превышающим критический, при котором нарушается полное внутреннее отражение. В таких волноводах волны, как показали расчеты, имеют очень большое погонное затухание. Они будут возбуждаться на границе «защитное покрытие – воздух» и уносить с собой значительную часть энергии падающей волны в направлении, параллельном пленке. Чтобы оценить потери в таком волноводе, рассмотрим в качестве модели воздушный цилиндр I радиуса  $a$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ , окруженный однородной неограниченной средой II с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ .

Краевая задача ставится на однородном уравнении Гельмгольца относительно продольных составляющих электрического и магнитного векторов Герца  $\Pi_z^{e,m}$ :

$$\Delta \Pi_{zi}^{e,m} + \varepsilon \mu \omega^2 \Pi_{zi}^{e,m} = 0. \quad (11)$$

Решения уравнения Гельмгольца для каждой из двух областей запишем в виде:

$$\begin{cases} \Pi_{z1}^e = A_1 J_n(\alpha_1 r) \cos n \varphi e^{-i\beta z}, \\ \Pi_{z1}^m = B_1 J_n(\alpha_1 r) \sin n \varphi e^{-i\beta z} \end{cases} \quad (12)$$

в области I,

$$\begin{cases} \Pi_{z2}^e = A_2 H_n^{(2)}(\alpha_2 r) \cos n \varphi e^{-i\beta z}, \\ \Pi_{z2}^m = B_2 H_n^{(2)}(\alpha_2 r) \sin n \varphi e^{-i\beta z} \end{cases} \quad (13)$$

в области II, где  $\alpha_{1,2}$  – поперечные волновые числа первой и второй областей, которые связаны с продольным волновым числом  $\beta$  соотношением

$$\varepsilon_{1,2} \mu_{1,2} \omega^2 = \alpha_{1,2}^2 + \beta^2, \quad (14)$$

$J_n$  – цилиндрические функции первого рода,  $H_n^{(2)}$  – функции Ханкеля второго рода.

Диэлектрическая проницаемость первой области  $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$  (воздух). Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_2$  второй области, в качестве материала которой взят, например, иттербий (Yb), зависит от длины волны и рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_2 = \left(1 - \delta(\lambda) - i\beta(\lambda)\right)^2, \quad (15)$$

где  $\delta(\lambda)$  и  $\beta(\lambda)$  – параметры, зависящие от длины волны, взятые из [10].

Выражая через векторы Герца компоненты электрического и магнитного полей и подставляя их в граничные условия при  $r = a$ , получаем систему из четырех однородных уравнений относительно четырех неизвестных амплитудных коэффициентов. Для того чтобы система имела нетривиальные решения, необходимо, чтобы определитель системы был равен нулю. Таким образом, условие нетривиальности решения системы приводит к дисперсионному уравнению волн рассматриваемого волновода, которое решается на комплексной плоскости продольного волнового числа  $\beta = \beta_1 + i\beta_2$  комбинированным методом поиска (совокупность метода Мюллера и метода вариации фазы) [12–14].

На основе описанного алгоритма были произведены расчеты характеристик дисперсии и затухания волн воздушного волновода, окруженного средой из иттербия. На рис. 12 приведена зависимость действительной и мнимой частей коэффициента преломления иттербия  $n = n_1 + in_2$  от длины волны.

На рис. 13 приведены  $a$  – дисперсионные характеристики и  $b$  – характеристики затухания первых трех гибридных волн электродинамической структуры (порядок функции Бесселя  $n = 1$ ), которая представляет собой воздушный цилиндр радиусом  $a = 30$  нм, окруженный иттербием. Цифрами обозначены дисперсионные характеристики волн и соответствующие им характеристики затухания.

С увеличением радиуса воздушного цилиндра увеличивается число волн, распространяющихся в рассматриваемом диапазоне. На рис. 14 приведены зависимости затухания гибридных волн с азимутальным индексом  $n = 1$  при длине волновода 1 нм.

## 5. Расчет характеристик взаимодействия рентгеновского излучения с композитными материалами с использованием специализированных САПР

Для решения различных задач электродинамики мощным инструментом, позволяющим производить трехмерное моделирование электромагнитных процессов, являются современные системы автоматизированного проектирования (САПР). Рассмотрим возможность и эффективность применения САПР при проектировании композитных покрытий, предназначенных для защиты от электромагнитного излучения рентгеновского диапазона: многослойных пленочных покрытий и однослойных покрытий, имеющих двумерную периодическую «дырчатую» структуру.

САПР CST Studio не позволяет производить расчеты на частотах, соответствующих мягкому рентгеновскому диапазону, поэтому при моделировании применялся принцип электродинамического подобия: уменьшали частоту, увеличивая при этом геометрические размеры. При этом частотные зависимости параметров материалов брали из интересующего нас мягкого рентгеновского диапазона (значениям параметров на крайних расчетных частотах ставили в соответствие значения на крайних частотах рентгеновского диапазона и между крайними частотами воспроизводили частотные зависимости). Для моделирования структуры бесконечного размера с периодически повторяющимися фрагментами были использованы каналы Флоке [15]. Для выбранных размеров ячейки Флоке можно определить минимальное число мод – фундаментальные типы волн Флоке  $TE(0,0)$  и  $TM(0,0)$ , что соответствует моделированию

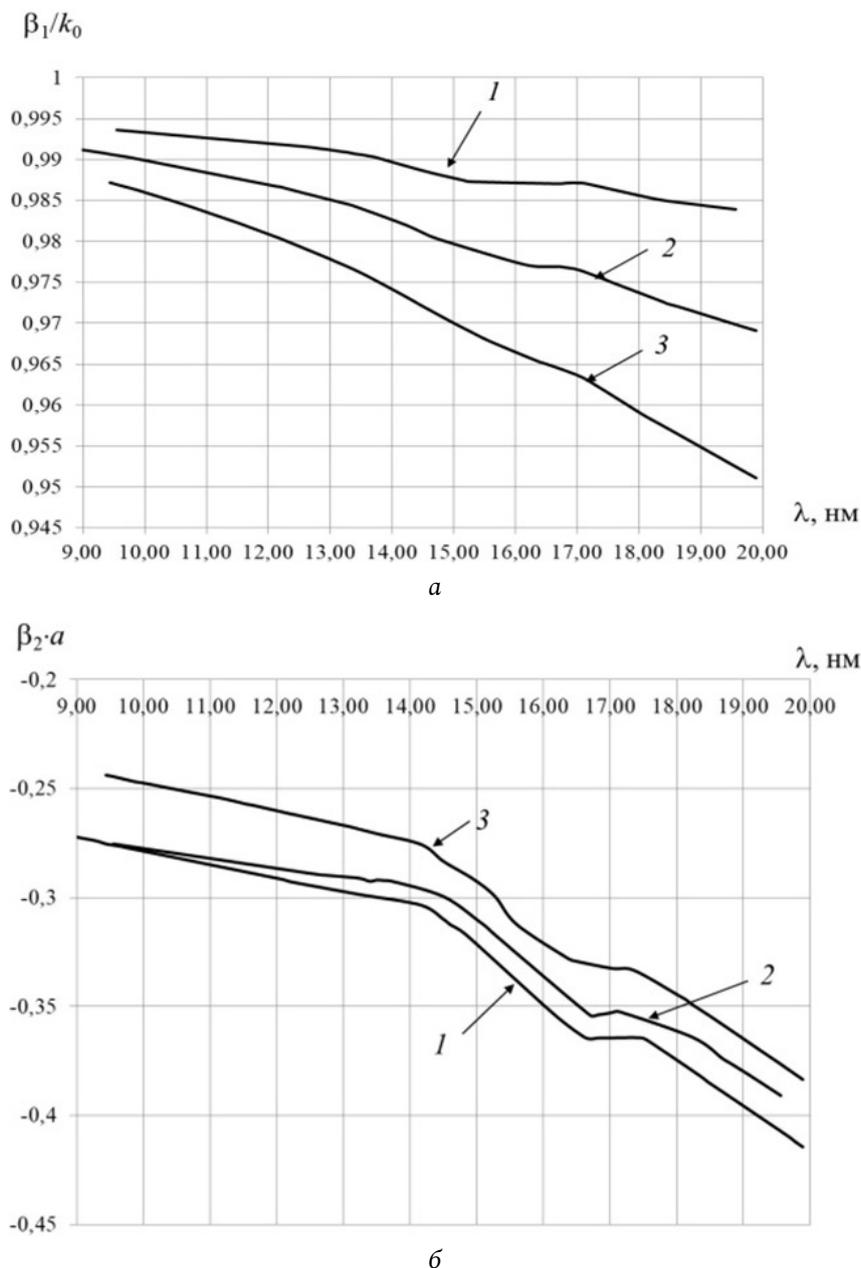


Рис. 13. Характеристики: а – дисперсии и б – затухания первых трех волн воздушного цилиндрического волновода радиусом  $a = 30$  нм, окруженного иттербием  
 Fig. 13. Characteristics: a – dispersion and b – attenuation of the first three waves of an air cylindrical waveguide with a radius  $a = 30$  nm, surrounded by ytterbium

падающей на поверхность плоской волны. Направление падения плоской волны задается перпендикулярным поверхности многослойного покрытия.

Расчет показал наличие аномальных пиков в характеристиках, что говорит о недостаточной точности вычислений. Для их устранения приходится уменьшать размеры ячеек вычислительной сетки. Параметр точности определяется как количество ячеек разбиения на одну длину волны. Увеличение количества ячеек на одну длину волны производилось от 8 до 24. По-видимому, для расчета ослабления излучения при прохождении одно- и много-

слойных структур производить расчеты данной САПР нецелесообразно ввиду очень высоких временных затрат.

Рассмотрим применение указанной САПР для исследования прохождения излучения через материал с двумерно-периодической системой цилиндрических воздушных каналов, рис. 15. Метод анализа с граничными условиями в направлениях  $X$  и  $Y$  Unit Cell позволяет анализировать структуру, бесконечно дублируемую в этих направлениях.

Исследовались свойства слоя из редкоземельного материала – иттербия. Свойства материала

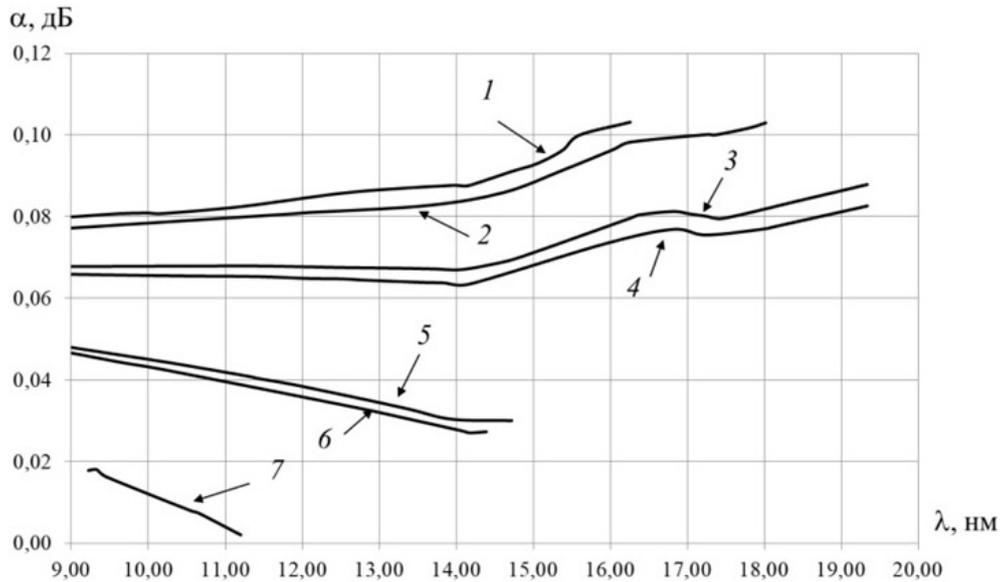


Рис. 14. Характеристики затухания семи волн воздушного волновода радиусом  $a = 50$  нм, окруженного иттербием, при длине волновода 1 нм

Fig. 14. Attenuation characteristics of seven waves of an air waveguide with a radius  $a = 50$  nm, surrounded by ytterbium, with a waveguide length of 1 nm

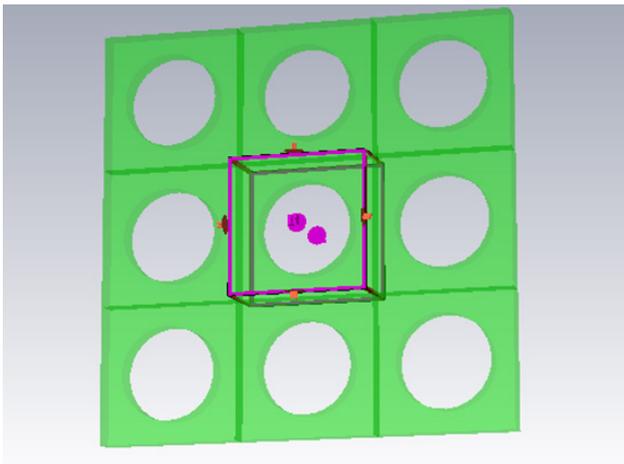


Рис. 15. Модель защитного материала с отверстиями с выделенной единичной ячейкой Флоке

Fig. 15. Model of a protective material with holes with a selected single Floquet cell

были взяты в диапазоне длин волн (10–20) нм и перенесены по принципу электродинамического подобия в диапазон длин волн (1–2) мм. Отверстия в материале представляли собой цилиндры, расположенные перпендикулярно слою материала.

Размеры ячейки в направлении  $X$  и  $Y$   $a = b = 2$  мм. Радиус отверстия  $R_1 = 0,6$  мм (в рентгеновском диапазоне с учетом коэффициента подобия это соответствует 6 нм) был подобран так, чтобы на меньшей из рассматриваемых частот 150 ГГц осуществлялся режим распространения основного типа волны в круглом волноводе. Толщина слоя  $d = 2$  мм.

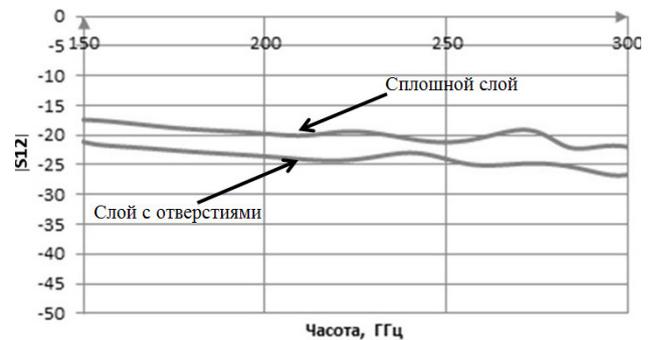


Рис. 16. Погонные потери (в дБ/мм) для сплошного слоя и слоя с отверстиями

Fig. 16. Linear loss (in dB/mm) for a continuous layer and a layer with holes

На рис. 16 приведены сравнительные характеристики зависимостей потерь (в дБ/мм) мощности плоской волны при прохождении сплошного слоя  $Yb$  и такого же слоя с отверстиями. Введение сплошных цилиндрических отверстий, перпендикулярных к поверхности слоя, приводит лишь к уменьшению потерь в материале. Следовательно, защитные свойства слоя в целом становятся ниже. Но знания о погонных потерях в подобных материалах можно использовать для более сложных структур, к примеру, в которых волноводы будут иметь загиб в материале на  $90^\circ$ . Такой вырез в материале позволит «увести» волну в нужном направлении. Возникает вопрос о том, каким должен быть критический радиус изгиба для подобного волновода.

В литературе [16] обсуждается, каким должен быть допустимый радиус кривизны изогнутых

плечных диэлектрических слоев. Радиус кривизны должен быть достаточно большим:

$$\rho \gg d / (1 - \cos \theta), \quad (16)$$

где  $d$  – толщина слоя,  $\theta$  – угол падения, удовлетворяющий условию полного внутреннего отражения. При этом условия оба угла  $\theta$  на верхней и нижней границах близки друг к другу.

Показатель преломления  $n_2$  выбираем наименьшим в рассматриваемом диапазоне частот. Если  $n_2 = 0,943$ , то  $\rho \gg 2,9$  мм, что соответствует 29 нм в интересующем в данном исследовании диапазоне.

### Заключение

Рассмотрены методы расчета некоторых возможных вариантов исполнения композитных покрытий, призванных защищать радиоэлектронную аппаратуру от воздействия электромагнитного излучения в мягком рентгеновском диапазоне. Показано, что для анализа прохождения плоской волны через многослойную плоскопараллельную структуру с одинаковой расчетной эффективностью и точностью можно использовать подходы на основе электродинамической модели

и модели, составленной с использованием теории графов. Применять САПР для расчета таких структур нецелесообразно, ввиду того что при уменьшении размера ячейки Флоке по отношению к длине волны значительно увеличивается время счета.

Как один из вариантов композитного материала предлагается использовать пленку, выполненную из редкоземельного элемента, имеющую в своей структуре воздушные каналы, изогнутые под прямым углом с радиусом изгиба, превышающим критический. В таких волноводах волны, как показали расчеты, имеют очень большое погонное затухание. Они будут возбуждаться на границе «защитное покрытие – воздух» и уносить с собой значительную часть энергии падающей волны в направлении, параллельном пленке.

На основе электродинамической модели может быть рассмотрен одиночный воздушный волновод. При использовании САПР возможен расчет двумерно-периодической системы воздушных отверстий в материале. Однако существенным недостатком является то, что в САПР нельзя рассмотреть падение на структуру плоской волны под произвольным углом.

### Список литературы

1. Sonsilphong A., Wongkasem N. Light-weight radiation protection by non-lead materials in X-ray regimes // 2014 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA). 2014. P. 656–658. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICEAA.2014.6903939>
2. Radiation attenuation by lead and nonlead materials used in radiation shielding garments / J.P. McCaffrey [et al.] // Med. Phys. 2007. Vol. 34, no. 2. P. 530–537. DOI: <https://doi.org/10.1118/1.2426404>
3. Nambiar S., Yeow J.T.W. Polymer-composite materials for radiation protection // ACS Appl. Mater. Interfaces. 2012. Vol. 4, no. 11. P. 5717–5726. DOI: <https://doi.org/10.1021/am300783d>
4. Radiation-protective properties of composition materials / E.M. Prokhorenko [et al.] // East Eur. J. Phys. 2015. Vol. 2, no. 1. P. 41–45. DOI: <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2015-1-06>
5. Kohn V.G. On the theory of reflectivity by an XRay multilayer mirror // Phys. Status Solidi B. 1995. Vol. 187, no. 1. P. 61–70. DOI: <https://doi.org/10.1002/pssb.2221870105>
6. Веселов Г.И., Раевский С.Б. Слоистые металлодиэлектрические волноводы. М.: Радио и связь, 1988. 248 с.
7. Силаев М.А., Брянцев С.Ф. Приложение матриц и графов к анализу СВЧ-устройств. М.: Советское радио, 1970. 248 с.
8. Семенов Н.А. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1973. 480 с.
9. Электродинамика и распространение радиоволн / В.А. Неганов [и др.]. М.: Радиотехника, 2009. 744 с.
10. X-Ray Interactions with Matter / CXRO. URL: [http://henke.lbl.gov/optical\\_constants/](http://henke.lbl.gov/optical_constants/)
11. Аперриодические многослойные зеркала нормального падения на основе сурьмы для области спектра 8–13 нм / Е.А. Вишняков [и др.] // Квантовая электроника. 2011. Т. 41, № 1. С. 75–80.
12. Muller D.E. A method for solving algebraic equations using an automatic computer // Mathematical Tables and Other Aids to Computation. 1956. Vol. 10, no. 10. P. 208–215. DOI: <https://doi.org/10.2307/2001916>
13. Бритов И.Е., Раевский А.С., Раевский С.Б. Целенаправленный поиск комплексных волн в направляющих электродинамических структурах // Антенны. 2003. Вып. 5 (72). С. 64–71.
14. Малахов В.А., Раевский А.С., Раевский С.Б. О решении дисперсионных уравнений волн направляющих электродинамических структур на комплексных плоскостях волновых чисел // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2015. Т. 55, № 6. С. 1028–1038. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0044466915060095>
15. Курушин А.А. Использование каналов Флоке для моделирования периодической наноструктуры // Журнал радиоэлектроники. 2010. № 11. С. 1–22.
16. Унгер Х.Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. М.: Мир, 1980. 656 с.

## References

1. Sonsilphong A., Wongkasem N. Light-weight radiation protection by non-lead materials in X-ray regimes. *2014 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)*, 2014, pp. 656–658. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICEAA.2014.6903939>
2. McCaffrey J.P. et al. Radiation attenuation by lead and nonlead materials used in radiation shielding garments. *Med. Phys.*, 2007, vol. 34, no. 2, pp. 530–537. DOI: <https://doi.org/10.1118/1.2426404>
3. Nambiar S., Yeow J.T.W. Polymer-composite materials for radiation protection. *ACS Appl. Mater. Interfaces*, 2012, vol. 4, no. 11, pp. 5717–5726. DOI: <https://doi.org/10.1021/am300783d>
4. Prokhorenko E.M. et al. Radiation-protective properties of composition materials. *East Eur. J. Phys.*, 2015, vol. 2, no. 1, pp. 41–45. DOI: <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2015-1-06>
5. Kohn V.G. On the theory of reflectivity by an XRay multilayer mirror. *Phys. Status Solidi B*, 1995, vol. 187, no. 1, pp. 61–70. DOI: <https://doi.org/10.1002/pssb.2221870105>
6. Veselov G.I., Raevskiy S.B. *Layered Metal-Dielectric Waveguides*. Moscow: Radio i svyaz', 1988, 248 p. (In Russ.)
7. Silaev M.A. Bryantsev S.F. *Application of Matrices and Graphs to the Analysis of Microwave Devices*. Moscow: Sovetskoe radio, 1970, 248 p. (In Russ.)
8. Semenov N.A. *Technical Electrodynamics*. Moscow: Svyaz', 1973, 480 p. (In Russ.)
9. Neganov V.A. et al. *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Moscow: Radiotekhnika, 2009, 744 p. (In Russ.)
10. X-Ray Interactions with Matter / CXRO. URL: [http://henke.lbl.gov/optical\\_constants/](http://henke.lbl.gov/optical_constants/)
11. Vishnyakov E.A. et al. Aperiodic antimony-based multilayer normal-incidence mirrors for the spectral region 8–13 nm. *Kvantovaya elektronika*, 2011, vol. 41, no. 1, pp. 75–80. (In Russ.)
12. Muller D.E. A method for solving algebraic equations using an automatic computer. *Mathematical Tables and Other Aids to Computation*, 1956, vol. 10, no. 10, pp. 208–215. DOI: <https://doi.org/10.2307/2001916>
13. Britov I.E., Raevskiy A.S., Raevskiy S.B. Purposeful search for complex waves in guiding electrodynamic structures. *Antenny*, 2003, no. 5 (72), pp. 64–71. (In Russ.)
14. Malakhov V.A., Raevskiy A.S., Raevskiy S.B. On the solution of dispersion equations for waves of guiding electrodynamic structures on the complex planes of wave numbers. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki*, 2015, vol. 55, no. 6, pp. 1028–1038. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0044466915060095> (In Russ.)
15. Kurushin A.A. Using Floquet channels to simulate a periodic nanostructure. *Zhurnal radioelektroniki*, 2010, no. 11, pp. 1–22. (In Russ.)
16. Unger Kh.G. *Planar And Fiber Optical Waveguides*. Moscow: Mir, 1980, 656 p. (In Russ.)

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2022, vol. 25, no. 4, pp. 9–26

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.9-26

Received 6 September 2022

Accepted 7 October 2022

## Approaches to mathematical modeling of coatings that protect against electromagnetic radiation in the soft X-ray range

Yury G. Belov<sup>1</sup>, Vladimir V. Biryukov<sup>1</sup>, Vasily A. Malakhov<sup>1</sup>,  
Irina V. Malakhova<sup>1</sup>, Maria S. Nechaeva<sup>1, 2</sup>, Yuliya V. Raevskaya<sup>1</sup>,  
Aleksey S. Raevsky<sup>1</sup>, Andrey Yu. Sedakov<sup>2</sup>, Aleksey A. Titarenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev  
24, Minin Street,  
Nizhny Novgorod, 603950, Russia

<sup>2</sup> Branch of FSUE RFNC-VNIIEF «NIIIS named after Yu.E. Sedakov»  
47, Tropinin Street,  
Nizhny Novgorod, 603137, Russia

**Abstract** – The objects of study are composite structures that protect against electromagnetic radiation in the soft X-ray range. The purpose of this work is to propose approaches to the mathematical modeling of coatings based on these structures, to calculate the reflection and transmission characteristics of a homogeneous plane wave incident at different angles on such coatings. Research methods - electrodynamic modeling, graph theory, three-dimensional electromagnetic modeling in CAD. Mathematical models of multilayer structures obtained on the basis of the electrodynamic approach and using graph theory, the results of calculations of the reflection and transmission characteristics of a homogeneous plane wave incident at different angles on such structures are presented. The prospects for the use of film coatings with air holes are considered. The results obtained in the course of the work may be used to create coatings that protect electronic equipment from the effects of X-rays.

**Keywords** – multilayer structures; CAD; electrodynamic analysis; composite materials; X-ray range.

## Информация об авторах

**Белов Юрий Георгиевич**, доктор технических наук, профессор кафедры физики и техники оптической связи, Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика, техника СВЧ-, КВЧ- и оптического диапазонов.

*E-mail:* physics@nntu.ru

**Бирюков Владимир Валерьевич**, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры физики и техники оптической связи, Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика, техника СВЧ-, КВЧ- и оптического диапазонов.

*E-mail:* birukovvv@mail.ru

**Малахов Василий Алексеевич**, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры физики и техники оптической связи, Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика, техника СВЧ-, КВЧ- и оптического диапазонов.

*E-mail:* mr.vasml@mail.ru

**Малахова Ирина Васильевна**, магистр кафедры физики и техники оптической связи, Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* мобильная связь, электродинамика, техника СВЧ-, КВЧ-диапазонов.

*E-mail:* physics@nntu.ru

**Нечаева Мария Сергеевна**, аспирант кафедры физики и техники оптической связи, Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, инженер-исследователь 3-й категории филиала РФЯЦ-ВНИИЭФ «НИИИС имени Ю.Е. Седакова», г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика, техника СВЧ-, КВЧ-диапазонов.

*E-mail:* m\_myakisheva@inbox.ru

**Раевская Юлия Владимировна**, кандидат технических наук, доцент кафедры физики и техники оптической связи, Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика, техника СВЧ-, КВЧ- и оптического диапазонов.

*E-mail:* physics@nntu.ru

**Раевский Алексей Сергеевич**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики и техники оптической связи, Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика, техника СВЧ-, КВЧ- и оптического диапазонов.

*E-mail:* raevsky\_as@mail.ru

**Седаков Андрей Юлиевич**, первый заместитель директора РФЯЦ-ВНИИЭФ – директор филиала РФЯЦ-ВНИИЭФ «НИИИС имени Ю.Е. Седакова», доктор технических наук, профессор, профессор кафедры физики и техники оптической связи, Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика, микроэлектроника, техника СВЧ-, КВЧ- и оптического диапазонов.

*E-mail:* physics@nntu.ru

**Титаренко Алексей Александрович**, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры физики и техники оптической связи, Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика, микроэлектроника, техника СВЧ-, КВЧ- и оптического диапазонов.

*E-mail:* physics@nntu.ru

## Information about the Authors

**Yury G. Belov**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Physics and Technology of Optical Communications, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* electrodynamics, technology of SHF, EHF and optical ranges.

*E-mail:* physics@nntu.ru

**Vladimir V. Biryukov**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Physics and Technology of Optical Communications, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* electrodynamics, technology of SHF, EHF and optical ranges.

*E-mail:* birukovvv@mail.ru

**Vasily A. Malakhov**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Physics and Technology of Optical Communications, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* electrodynamics, technology of SHF, EHF and optical ranges.

*E-mail:* mr.vasml@mail.ru

**Irina V. Malakhova**, master of the Department of Physics and Technology of Optical Communications, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* electrodynamics, technology of SHF, EHF ranges.

*E-mail:* physics@nntu.ru

**Maria S. Nechaeva**, post-graduate student of the Department of Physics and Technology of Optical Communications, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, engineer-researcher of the 3rd category of branch of FSUE RFNC-VNIIEF «NIIS named after Yu.E. Sedakov», Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* electrodynamics, technology of SHF, EHF ranges.

*E-mail:* m\_myakisheva@inbox.ru

**Yuliya V. Raevskaya**, Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Physics and Technology of Optical Communications, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* electrodynamics, technology of SHF, EHF and optical ranges.

*E-mail:* physics@nntu.ru

**Aleksey S. Raevsky**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, head of the Department of Physics and Technology of Optical Communications, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* electrodynamics, technology of SHF, EHF and optical ranges.

*E-mail:* raevsky\_as@mail.ru

**Andrey Yu. Sedakov**, first deputy director of FSUE RFNC-VNIIEF – Director of branch of FSUE RFNC-VNIIEF «NIIS named after Yu.E. Sedakov», Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Physics and Technology of Optical Communications, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* electrodynamics, microelectronics, technology of SHF, EHF and optical ranges.

*E-mail:* physics@nntu.ru

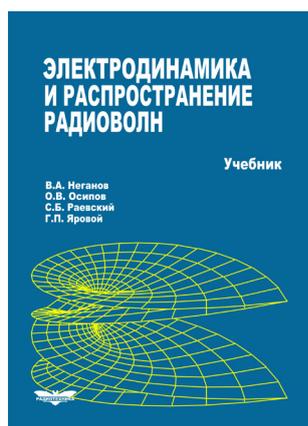
**Aleksey A. Titarenko**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Physics and Technology of Optical Communications, Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

*Research interests:* electrodynamics, microelectronics, technology of SHF, EHF and optical ranges.

*E-mail:* physics@nntu.ru

**Неганов, В.А.**

**Электродинамика и распространение радиоволн:** учебник / В.А. Неганов [и др.]; под ред. В.А. Неганова и С.Б. Раевского. – Изд. 4-е, доп. и перераб. – М.: Радиотехника, 2009. – 744 с.



ISBN 978-5-88070-154-4

УДК 537.87(075.3)

ББК 22.3

Н 41

Книга написана активно работающими в области электродинамики учеными. Излагаются теория электромагнитного поля с акцентом на радиотехническую электродинамику и анализ волновых процессов; рассматриваются отражение и преломление волн, излучение и дифракция; описываются основные закономерности распространения электромагнитных волн в различных безграничных средах (изотропных, анизотропных, диспергирующих, неоднородных), в направляющих и резонансных структурах, в природных условиях. Обсуждаются методы математического моделирования в электродинамике, опирающегося на применение ЭВМ.

Отличительной особенностью книги является обсуждение современных проблем электродинамики: расчет электромагнитных волн в ближних зонах излучающих структур (самосогласованный метод расчета), комплексных волн в волноводах и др.

*Предназначается для студентов радиотехнических и радиофизических специальностей вузов, а также инженеров-радиотехников и радиофизиков.*

## ДВ-модель автоколебаний с уширенной спектральной линией

В.В. Зайцев<sup>1</sup> , А.В. Карлов<sup>2</sup>, Х.К.-М. Альалван<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева  
443086, Россия, г. Самара,  
Московское шоссе, 34

<sup>2</sup> Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики  
443010, Россия, г. Самара,  
ул. Л. Толстого, 23

*Аннотация* – Представлен алгоритм генерации квазигармонических автоколебаний с однородно уширенной спектральной линией. Алгоритм основан на уравнении движения ДВ-осциллятора томсоновского типа, в которое введено случайное воздействие в виде полосового белого шума. Реализовано два типа воздействий: аддитивное и параметрическое. Спектральные характеристики генерируемых автоколебаний проанализированы методом численного эксперимента. Показано, что аддитивный алгоритм формирует автоколебания с амплитудно-частотными флуктуациями. Флуктуации частоты задают лоренцеву (резонансную) форму центральной части спектра мощности автоколебаний, флуктуации амплитуды образуют шумовой пьедестал спектральной линии. На основе анализа статистических характеристик флуктуаций частоты ДВ-осциллятора с аддитивным шумовым воздействием предложен параметрический алгоритм генерации квазигармонических автоколебаний. В нем случайным возмущениям подвержена резонансная частота колебательной системы томсоновского ДВ-осциллятора. Приведены результаты численных экспериментов с генераторами квазигармонических колебаний.

*Ключевые слова* – автоколебания; спектральная линия; однородное уширение; флуктуации частоты; дискретное время; разностное уравнение автоколебаний; случайные возмущения.

### Введение

При математическом моделировании радиоэлектронных устройств и систем часто приходится иметь дело с квазигармоническими случайными процессами, воспроизводящими сигналы физически существующих источников колебаний. Такие сигналы подвержены случайным изменениям – флуктуациям. Различают флуктуации амплитуды и частоты. Амплитудные флуктуации «зашумляют» спектр вдали от средней частоты автоколебаний и формируют пьедестал спектральной линии. Спектральная форма пьедестала во многом зависит от схемы автогенератора.

Флуктуации частоты проявляются в уширении спектральной линии автоколебаний. При этом имеют место два типа уширения – однородное и неоднородное. Эти термины характерны для оптического диапазона излучений. В радиодиапазоне уширения чаще обозначаются, соответственно, как естественное и техническое.

Однородно уширенная спектральная линия имеет лоренцеву форму вне зависимости от конкретной физической реализации автоколебательной системы. В электронных генераторах радиодиапазона механизм однородного уширения связан с тепловыми и дробовыми шумами носителей заряда. В квантовой электронике считается,

что уширенным спектром излучения обладает в равной степени каждый из излучателей (атом или молекула) вследствие конечного времени их когерентного взаимодействия с электромагнитным полем. Ограничение времени взаимодействия обусловлено, в частности, спонтанными переходами между уровнями энергии атомов, упругими соударениями атомов и другими факторами [1].

Основы теории естественной ширины спектральной линии автоколебаний изложены в классических работах по статистической и квантовой радиофизике [2–6]. В рамках феноменологических представлений механизм уширения описывается путем введения в динамическую систему (активный осциллятор) внешнего случайного воздействия. Такой подход реализован в настоящей статье: автоколебания в дискретном времени генерируются с учетом воздействия на активный осциллятор полосового белого шума. Дискретная динамическая система представлена ДВ-осциллятором томсоновского типа [7].

### 1. Аддитивная ДВ-модель уширения спектральной линии автоколебаний

В соответствии с основными положениями теории численное моделирование эффекта однородного уширения проведем, реализовав внешнее

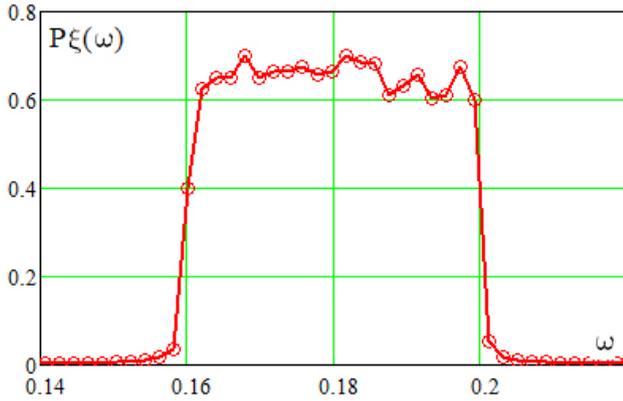


Рис. 1. СПМ белого шума в полосе резонатора  
 Fig. 1. PSD of white noise in the resonator band

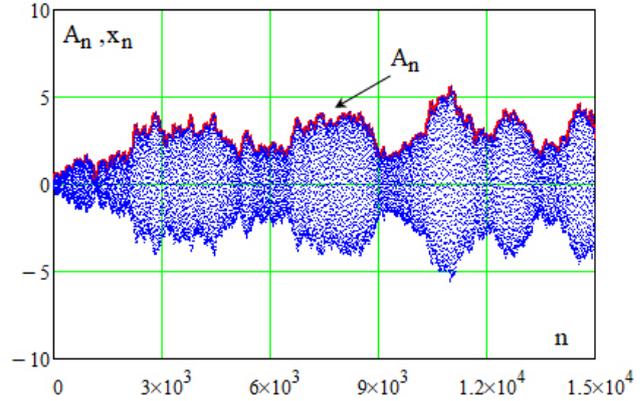


Рис. 2. Осцилляции автоколебаний ДВ-генератора  
 Fig. 2. Oscillations of self-oscillations of a DW generator

случайное воздействие на ДВ-осциллятор, введенный в рассмотрение в работе [7] (см. также [8]). В этом случае осциллятор описывается следующим уравнением движения:

$$x_n - 2\cos(2\pi\Omega_0)x_{n-1} + x_{n-2} = 2p\nu(pS(x_{n-1}) - 1)\dot{x}_{n-1} + \varepsilon\xi_{n-1}, \quad (1)$$

$$\dot{x}_{n-1} = \cos(2\pi\Omega_0)x_{n-1} - x_{n-2},$$

где  $\Omega_0$  и  $\nu = \Omega_0/Q$  – собственная частота и полоса осциллятора ( $Q$  – добротность),  $p$  – параметр превышения порога генерации. Для дифференциальной крутизны  $S(x)$  примем модель с насыщением [8]:

$$S(x) = 1 - \tanh^2\left(\frac{3}{2}x\right),$$

где  $\tanh(\circ)$  – гиперболический тангенс.

В уравнение (1) введено внешнее воздействие в виде фильтрованного дискретного белого шума  $\xi_n$  с амплитудой  $\varepsilon$ . Полоса фильтрации в окрестности частоты  $\Omega_0$  имеет порядок  $\nu$ . Оценка спектральной плотности мощности (СПМ), вычисленная методом периодограмм Бартлетта с 512-точечным преобразованием Фурье по реализации длиной  $N = 262144$ , показана на рис. 1. Результатом полосовой фильтрации также является то, что первоначальное вероятностное распределение значений шума становится нормальным.

Приведем результаты моделирования автоколебаний в ДВ-осцилляторе с параметрами  $\Omega_0 = 0,18$ ,  $Q = 1000$ ,  $p = 2$ ,  $\varepsilon = 0,2$ . Осциллограмма фрагмента реализации автоколебаний показана на рис. 2. Случайная модуляция амплитуды видна непосредственно из рис. 2.

Для выявления эффекта уширения спектральной линии проведены оценки СПМ методом усреднения периодограмм Бартлетта. Оценка,

выполненная по реализации длиной  $N = 2^{19} = 524388$  с 32768-точечным преобразованием Фурье, показана на рис. 3 точками. Непрерывная линия – это аппроксимация СПМ методом наименьших квадратов с помощью лоренцева форм-фактора:

$$P_L(\omega) = \frac{D}{1 + \left(\frac{\omega - \Omega_a}{\Delta\omega}\right)^2}, \quad (2)$$

где  $\Omega_a \equiv \Omega_0$ ,  $\Delta\omega$  и  $D$  – параметры аппроксимации.

Рис. 3 демонстрирует хорошее соответствие данных численного эксперимента теоретической модели – лоренцевой (резонансной) форме (2) однородно уширенной спектральной линии. Относительная ширина линии равна  $\Delta\omega/\Omega_a = 5,72 \cdot 10^{-4}$ , что по порядку величины соответствует значению  $1/Q$ .

Следует отметить, что при практическом спектральном анализе необходимо учитывать уширение спектральных линий из-за конечности длины обрабатываемой реализации (вклад временного окна). На рис. 4 в логарифмическом масштабе наряду со спектральной линией в анализируемой модели приведена оценка СПМ ДВ-генератора (1) без внешнего шумового воздействия ( $\varepsilon = 0$ ). Как видно из рис. 4, вклад временного окна в уширение спектральной линии при оценивании с 32768-точечным преобразованием Фурье пренебрежимо мал.

Реализация автоколебаний с лоренцевой формой центральной части спектральной линии на рис. 2 отчетливо указывает на наличие флуктуаций амплитуды. Разделить амплитудные и фазовые (частотные) флуктуации позволяет теория аналитического сигнала (см., например, [9]). На рис. 2 непрерывной линией отмечена амплитуда (огни-

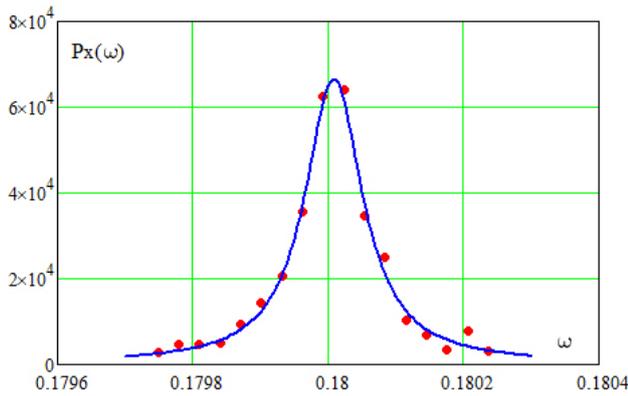


Рис. 3. Форма спектральной линии автоколебаний  
 Fig. 3. Shape of the spectral line of self-oscillations

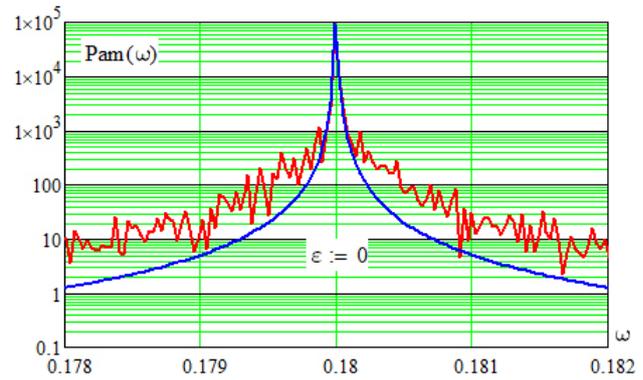


Рис. 5. Оценка СПМ АМ-сигнала (3)  
 Fig. 5. Estimation of PSD AM signal (3)

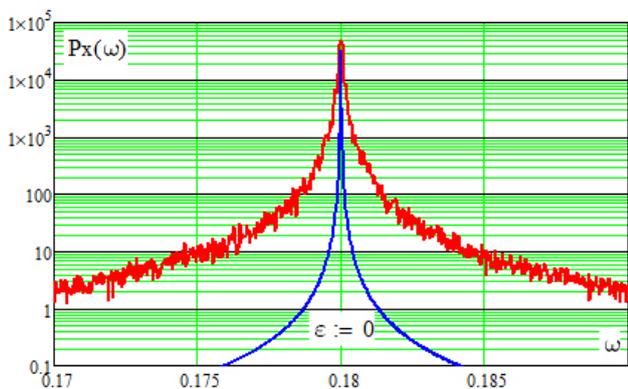


Рис. 4. Уширенная и монохроматическая линии  
 Fig. 4. Broadened and monochromatic lines

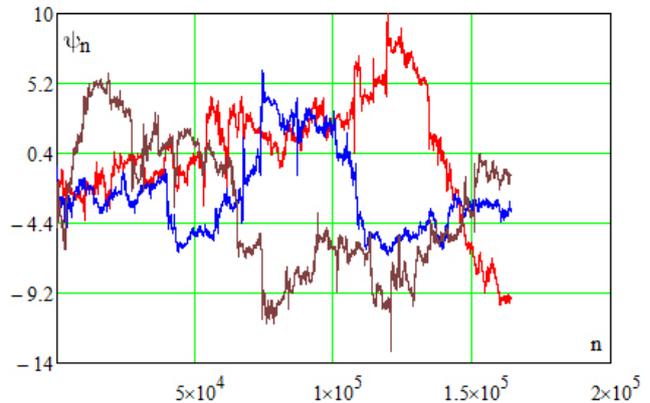


Рис. 6. Диффузия фазы автоколебаний  
 Fig. 6. Diffusion of the phase of self-oscillations

ющая)  $A_n$ . С использованием выделенной огибающей можно сформировать АМ-сигнал вида

$$X_n^{(am)} = A_n \cos(2\pi\Omega_a n). \quad (3)$$

Оценка СПМ сигнала (3) показана на рис. 5, где она сопоставлена с оценкой СПМ монохроматических автоколебаний ( $\varepsilon = 0$ ). Сопоставление оценок подтверждает известное теоретическое положение о том, что амплитудные флуктуации не приводят к уширению спектральной линии автоколебаний, но формируют ее пьедестал.

Обратимся теперь к анализу фазовых (частотных) флуктуаций. Цифровая обработка осцилляций состоит в выделении в них последовательности значений полной фазы  $\Psi_n$  и вычислении фазовых флуктуаций по формуле

$$\psi_n = \Psi_n - 2\pi\Omega_a n.$$

Результаты вычислений для трех численных экспериментов отражает рис. 6.

Случайная последовательность  $\psi_n$  – типичный дискретный винеровский процесс (процесс диффузии) [10]. Подтверждением этому может служить представленный на рис. 7 равномерный (в полосе частот) спектр мощности флуктуаций частоты

$$\Omega_n^{(g)} = \frac{\Psi_n - \Psi_{n-1}}{2\pi}.$$

На основе процесса  $\psi_n$  можно сформировать сигнал с однородно уширенной (лоренцевой) спектральной линией, свободной от флуктуаций амплитуды:

$$X_n^{(fm)} = A_a \cos(2\pi\Omega_a n + \psi_n), \quad (4)$$

где  $A_a$  – среднее значение амплитуды (в анализируемом эксперименте  $A_a = 2,62$ ). Спектральная плотность мощности осцилляций (4) представлена на рис. 8. Факт уширения спектральной линии, как видно из рис. 8, подтверждается. Рис. 9 демонстрирует лоренцеву форму спектральной линии осцилляций (4).

Описанную выше модель однородного уширения назовем аддитивной, т. к. она основана на аддитивном воздействии шума на автоколебательную систему. Как альтернативу можно предложить мультипликативную модель.

## 2. Параметрическая ДВ-модель уширения спектральной линии

Анализ процессов в аддитивной модели уширения спектральной линии показывает, что часто-

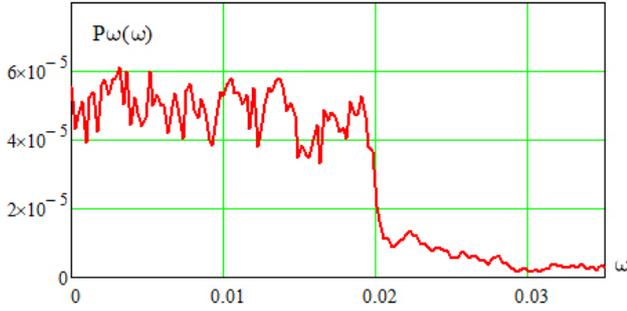


Рис. 7. СПМ флуктуаций частоты автоколебаний  
 Fig. 7. PSD of fluctuations in the frequency of self-oscillations

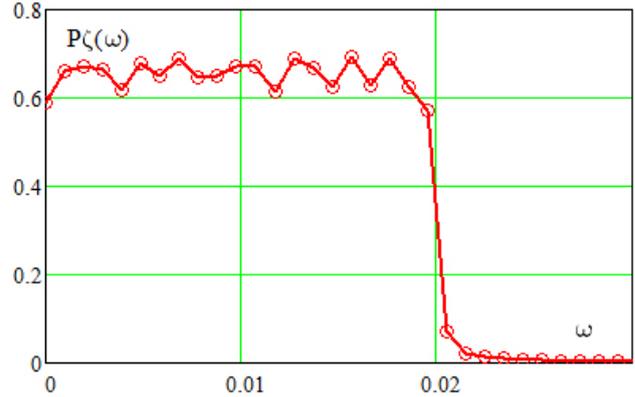


Рис. 10. СПМ полосового шума на низких частотах  
 Fig. 10. PSD of bandpass noise at low frequencies

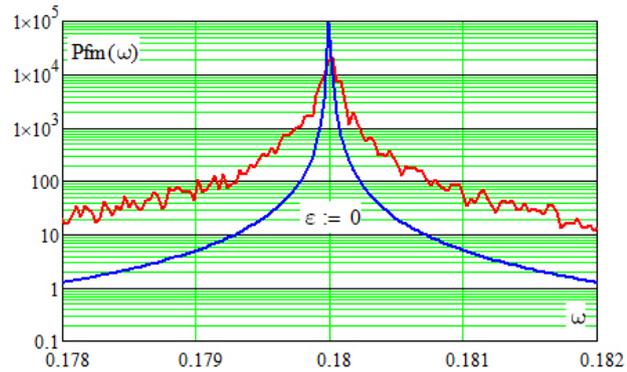


Рис. 8. Оценка СПМ ФМ-сигнала (4)  
 Fig. 8. Estimation of the PSD of the PM signal (4)

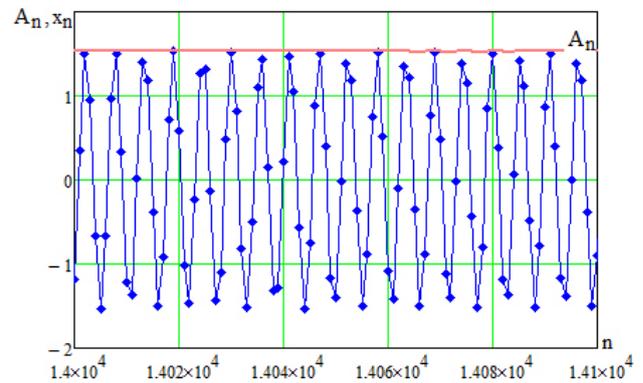


Рис. 11. Автоколебания осциллятора (5)  
 Fig. 11. Self-oscillations of the oscillator (5)

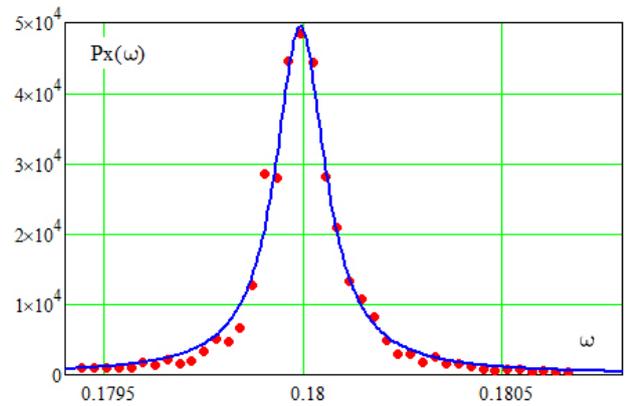


Рис. 9. Центр спектральной линии ФМ-сигнала (4)  
 Fig. 9. Center of the spectral line of the FM signal (4)

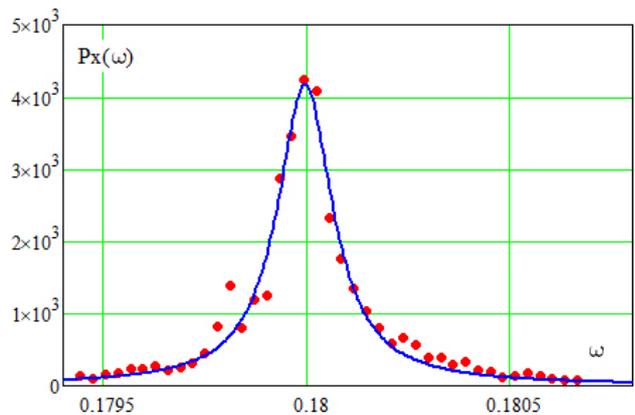


Рис. 12. Форма спектральной линии осциллятора (5)  
 Fig. 12. The shape of the spectral line of the oscillator (5)

та автоколебаний испытывает низкочастотные флуктуации с равномерным спектром (см. рис. 7) в полосе частот  $0 \leq \omega \leq \Omega_{\max}$ , где максимальная частота в спектре  $\Omega_{\max}$  много меньше частоты генерации. Эти флуктуации введем в уравнение движения в качестве внешнего шумового воздействия  $\zeta_n$  на частоту  $\Omega_0$  (см. также [11]). Получим следующее разностное уравнение:

$$x_n - 2 \cos(2\pi(\Omega_0 + \mu\zeta_{n-1}))x_{n-1} + x_{n-2} = 2\pi\nu(pS(x_{n-1}) - 1)\dot{x}_{n-1}, \quad (5)$$

$$\dot{x}_{n-1} = \cos(2\pi\Omega_0)x_{n-1} - x_{n-2},$$

где  $\mu$  - амплитуда шума.

Модель (5) назовем параметрической (мультипликативной) моделью однородного уширения спектральной линии автоколебаний. Рассмотрим некоторые результаты моделирования для ДВ-генератора с теми же параметрами, что и ранее:  $\Omega_0 = 0,18$ ,  $Q = 1000$ ,  $p = 2$ . Для шумового воздействия  $\mu\zeta_n$  примем следующие характеристики  $\Omega_{\max} = 0,02$ ,  $\mu = 0,01$ .

Оценка СПМ случайного процесса  $\zeta_n$  показана на рис. 10.

Отрезок реализации автоколебаний и их огибающая показаны на рис. 11. Отчетливо видно постоянство амплитуды в параметрической модели (5).

Уширение спектральной линии и его соответствие лоренцеву форм-фактору (2) отражено на рис. 12: точки – спектральная оценка, непрерывная линия – лоренцева функция.

Таким образом, параметрическая модель (5) позволяет генерировать квазимонохроматические автоколебания с флуктуациями частоты, но без флуктуаций амплитуды.

## Заключение

Предложенные алгоритмы (аддитивный и мультипликативный) генерации автоколебаний с одномерно уширенной спектральной линией позволяют моделировать реальные источники сигналов в численных экспериментах с радиоэлектронными системами. Совокупность  $N$  осцилляторов (5) со случайными частотами  $(\Omega_0)_n$  (при задании соответствующей статистики частот) позволяет моделировать излучение с неоднородным уширением спектральной линии.

## Список литературы

1. Звелто О. Принципы лазеров. Изд. 4-е. СПб.: Лань, 2008. 720 с.
2. Стратанович Р.Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Советское радио, 1961. 558 с.
3. Малахов А.Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968. 660 с.
4. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1966. 404 с.
5. Лэмб У. Теория оптических мазеров // Квантовая оптика и квантовая радиофизика. М.: Мир, 1966. 452 с.
6. Ярив А. Квантовая электроника. Изд. 2-е. М.: Советское радио, 1980. 488 с.
7. Зайцев В.В. Дискретный осциллятор ван дер Поля: конечные разности и медленные амплитуды // Известия вузов. ПНД. 2017. Т. 25, № 6. С. 70–78. DOI: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2017-25-6-70-78>
8. Зайцев В.В., Карлов А.В. Томсоновские автогенераторы в дискретном времени: синтез динамических систем // Журнал радиоэлектроники. 2022. № 3. DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.3.1>
9. Вайнштейн Л.А., Вакман Д.Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 288 с.
10. Гардинер К.В. Стохастические методы в естественных науках. М.: Мир, 1986. 528 с.
11. Зайцев В.В., Нураев Д.Б., Шилин А.Н. Осцилляторы ван дер Поля, Рэля, Дюффинга в динамике с дискретным временем // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева (национального исследовательского университета). 2016. Т. 15, № 1. С. 187–196. DOI: <https://doi.org/10.18287/2412-7329-2016-15-1-187-196>

## References

1. Zvelto O. *Principles of Lasers*. 4th ed. Saint Petersburg: Lan', 2008, 720 p. (In Russ.)
2. Stratanovich R.L. *Selected Questions of the Theory of Fluctuations in Radio Engineering*. Moscow: Sovetskoe radio, 1961, 558 p. (In Russ.)
3. Malakhov A.N. *Fluctuations in Self-Oscillatory Systems*. Moscow: Nauka, 1968, 660 p. (In Russ.)
4. Rytov S.M. *Introduction to Statistical Radiophysics*. Moscow: Nauka, 1966, 404 p. (In Russ.)
5. Lemb U. *Theory of Optical Masers. Quantum Optics and Quantum Radiophysics*. Moscow: Mir, 1966, 452 p. (In Russ.)
6. Yariv A. *Quantum Electronics*. 2nd ed. Moscow: Sovetskoe radio, 1980, 488 p. (In Russ.)
7. Zaytsev V.V. Discrete van der Pol oscillator: finite differences and slow amplitudes. *Izvestiya vuzov. PND*, 2017, vol. 25, no. 6, pp. 70–78. DOI: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2017-25-6-70-78> (In Russ.)
8. Zaytsev V.V., Karlov A.V. Thomson oscillators in discrete time: synthesis of dynamical systems. *Zhurnal radioelektroniki*, 2022, no. 3. DOI: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2022.3.1> (In Russ.)
9. Vaynshteyn L.A., Vakman D.E. *Separation of Frequencies in the Theory of Oscillations and Waves*. Moscow: Nauka, 1983, 288 p. (In Russ.)
10. Gardiner K.V. *Stochastic Methods in the Natural Sciences*. Moscow: Mir, 1986, 528 p. (In Russ.)
11. Zaytsev V.V., Nuraev D.B., Shilin A.N. Van der Pol, Rayleigh, Duffing oscillators in dynamics with discrete time. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta imeni akademika S.P. Koroleva (natsional'nogo issledovatel'skogo universiteta)*, 2016, vol. 15, no. 1, pp. 187–196. DOI: <https://doi.org/10.18287/2412-7329-2016-15-1-187-196> (In Russ.)

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2022, vol. 25, no. 4, pp. 27–32

## Discrete time model of self-oscillations with spectral line widening

Valery V. Zaitsev<sup>1</sup> , Alexander V. Karlov<sup>2</sup>, Husamuldin K.-M. Alalvan<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Samara National Research University

34, Moskovskoye shosse,  
 Samara, 443086, Russia

<sup>2</sup> Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

23, L. Tolstoy Street,  
 Samara, 443010, Russia

*Abstract* – An algorithm for generating quasi-harmonic self-oscillations with a uniformly widened spectral line is presented. The algorithm is based on the equation of motion of the Thomson-type DT-oscillator, which introduced a random effect in the form of band-pass white noise. Two types of effects are implemented: additive and parametric. Spectral characteristics of generated self-oscillations were analyzed by numerical experiment. The additive algorithm is shown to generate self-oscillations with amplitude-frequency fluctuations. Frequency fluctuations set the Lorentz (resonant) shape of the central part of the self-oscillation power spectrum, amplitude fluctuations form a noise pedestal of the spectral line. Based on the analysis of statistical characteristics of fluctuations in the frequency of the DT-oscillator with additive noise impact, a parametric algorithm for generating quasi-harmonic self-oscillations is proposed. In it, the resonance frequency of the oscillating system of the Thomson DT-oscillator is subject to random perturbations. The results of numerical experiments with generators of quasi-harmonic oscillations are given.

*Keywords* – self-oscillation; spectral line; uniform widening; frequency fluctuations; discrete time; difference equation of self-oscillations; random perturbations.

## Информация об авторах

**Зайцев Валерий Васильевич**, 1952 г. р. (с. Борское Куйбышевской области), кандидат физико-математических наук, профессор кафедры оптики и спектроскопии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия. Окончил Куйбышевский государственный университет (1975 г.) и аспирантуру при Горьковском государственном университете (1980 г., кафедра А.Н. Малахова). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ГГУ (1980 г.). Автор более 300 научных работ.

*Область научных интересов:* нелинейные колебания, статистическая радиофизика, компьютерное моделирование в радиофизике.

*E-mail:* zaitsev@samsu.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-2544-8197>

**Карлов Александр Владимирович**, 1987 г. р. (с. Монастырище-2 Приморского края), кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникация и информатики. Окончил Самарский государственный университет (2009 г.), а также аспирантуру при кафедре радиофизики и компьютерного моделирования радиосистем. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СамГУ (2012 г.).

*Область научных интересов:* компьютерное моделирование в радиофизике, цифровая обработка сигналов, антенные системы.

*E-mail:* a.v.karlov@gmail.com

**Альалван Хусамулдин Касим-Муса**, родился 1987 г. р. (г. Багдад, Республика Ирак), магистрант второго курса Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* цифровая обработка сигналов.

*E-mail:* comphysics@samsu.ru

## Information about the Authors

**Valery V. Zaitsev**, b. 1952 (v. Borsкое, Kuibyshev region), Candidate of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia. Graduated from Kuibyshev State University (1975) and postgraduate studies at Gorky State University (1980, department of A.N. Malakhov). He defended his thesis for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences at Gorky State University (1980). Author of over 300 scientific papers.

*Research interests:* nonlinear oscillations, statistical radiophysics, computer modeling in radiophysics.

*E-mail:* zaitsev@samsu.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-2544-8197>

**Alexander V. Karlov**, b. 1987 (Monastyrshche-2 village of Primorsky Kray), Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communication, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. He graduated from Samara State University in 2009 and post-graduated from Samara State University in 2012 (Department of Radio-physics and Computer Modeling of Radio Systems). He received the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in Samara State University in 2012.

*Research interests:* computer modeling in radio physics, digital signal processing, antenna systems.

*E-mail:* a.v.karlov@gmail.com

**Husamuldin K.-M. Alalvan**, b. 1987. (Baghdad, Republic of Iraq), second-year master student of the Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* digital signal processing.

*E-mail:* comphysics@samsu.ru

## Спектральное решение для системы с запаздыванием с гиперэрланговскими распределениями

В.Н. Тарасов, Н.Ф. Бахарева

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики  
443010, Россия, г. Самара,  
ул. Л. Толстого, 23

**Аннотация** – Статья посвящена построению математической модели задержки требований в очереди в виде системы массового обслуживания, описываемой двумя потоками с законами распределения временных интервалов, сдвинутыми вправо гиперэрланговскими распределениями второго порядка. В теории массового обслуживания исследования систем G/G/1 актуальны в связи с тем, что не существует решения в конечном виде для общего случая. Поэтому в качестве произвольного закона распределения G при исследовании таких систем используют различные частные законы распределений. В данном случае использование сдвинутого гиперэрланговского закона распределения обеспечивает коэффициент вариации интервалов поступлений входного потока и времени обслуживания на всем интервале  $(0, \infty)$ . Для решения поставленной задачи использован метод спектрального решения интегрального уравнения Линдли, который играет важную роль в теории массового обслуживания. Данный метод позволил получить решение для средней задержки требований в очереди для рассматриваемой системы в замкнутой форме. Как известно, остальные характеристики системы массового обслуживания являются производными от средней задержки требований.

**Ключевые слова** – сдвинутое гиперэрланговское распределение; интегральное уравнение Линдли; метод спектрального разложения; преобразование Лапласа.

### Введение

Для моделирования трафика современных сетей телекоммуникаций широко используются системы G/G/1 при частных законах распределений, т. к. не существует решения для таких систем в конечном виде для общего случая. Для исследования таких систем используют метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли, который наиболее доступно представлен в [1]. В русскоязычной научной литературе аналогом этого метода является метод факторизации с использованием характеристических функций [2].

Настоящая статья посвящена анализу СМО  $HE_2/HE_2/1$  со сдвинутыми вправо от нулевой точки гиперэрланговскими ( $HE_2$ ) входными распределениями второго порядка и является продолжением исследований [3–6]. В результате этого будем иметь новую СМО с запаздыванием во времени, которую обозначим через  $HE_2^-/HE_2^-/1$  в отличие от обычной системы  $HE_2/HE_2/1$ , рассмотренной в [5].

В общем случае гиперэрланговский закон распределения порядка  $R$  задается плотностью

$$f(t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^R \alpha_i \frac{k_i \lambda_i (k_i \lambda_i t)^{k_i-1}}{(k_i-1)!} e^{-k_i \lambda_i t}, & t > 0; \\ 0, & t \leq 0, \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^R \alpha_i = 1$$

и обозначается  $HE_R$  [1]. Гиперэрланговское распределение представляет собой вероятностную смесь нормированных распределений Эрланга порядка  $k$  с функцией плотности вида

$$f_k(t) = \frac{k\lambda(k\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-k\lambda t}$$

и является наиболее общим распределением неотрицательных непрерывных случайных величин, поскольку имеет коэффициент вариации  $c_t$  в интервале от 0 до  $\infty$  [8].

В данной работе мы ограничимся гиперэрланговским распределением второго порядка при  $k_i = 2$  с функцией плотности

$$f(t) = 4p\lambda_1^2 t e^{-2\lambda_1 t} + 4(1-p)\lambda_2^2 t e^{-2\lambda_2 t}$$

в связи с тем, что при  $k_i \geq 3$  дальнейшие выкладки становятся чрезвычайно трудоемкими.

Для системы  $HE_2^-/HE_2^-/1$  интервалы поступлений и времени обслуживания описываются функциями плотностей сдвинутых вправо от нулевой точки гиперэрланговских законов распределений второго порядка:

$$a(t) = 4p\lambda_1^2 (t-t_0) e^{-2\lambda_1(t-t_0)} + 4(1-p)\lambda_2^2 (t-t_0) e^{-2\lambda_2(t-t_0)}, \quad (1)$$

$$b(t) = 4q\mu_1^2 (t-t_0) e^{-2\mu_1(t-t_0)} + 4(1-q)\mu_2^2 (t-t_0) e^{-2\mu_2(t-t_0)}, \quad (2)$$

где  $t_0 \geq 0$  – параметр сдвига закона распределения.

Кроме метода спектрального решения в статье использован опыт аппроксимации законов распределений [7–12]. Результаты современных исследований по системам массового обслуживания приведены в работах [13–15].

## 1. Постановка и решение задачи

В статье ставится задача нахождения решения для задержки требований в очереди в СМО  $HE_2^-/HE_2^-/1$ . Вкратце решение интегрального уравнения Линдли методом спектрального разложения состоит в нахождении для выражения

$$A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \frac{\Psi_+(s)}{\Psi_-(s)}$$

представления в виде произведения двух множителей, которое давало бы рациональную функцию от  $s$ . Здесь  $A^*(s)$  и  $B^*(s)$ , соответственно, преобразования Лапласа функций плотности распределения интервалов входного потока  $a(t)$  и времени обслуживания  $b(t)$ ,  $\Psi_+(s)$  и  $\Psi_-(s)$  компоненты спектрального разложения – некоторые рациональные функции от  $s$ , которые можно разложить на множители.

Преобразования Лапласа функций (1) и (2) будут соответственно:

$$A^*(s) = \left[ p \left( \frac{2\lambda_1}{2\lambda_1 + s} \right)^2 + (1-p) \left( \frac{2\lambda_2}{2\lambda_2 + s} \right)^2 \right] e^{-t_0 s};$$

$$B^*(s) = \left[ q \left( \frac{2\mu_1}{2\mu_1 + s} \right)^2 + (1-q) \left( \frac{2\mu_2}{2\mu_2 + s} \right)^2 \right] e^{-t_0 s}.$$

Тогда спектральное разложение решения интегрального уравнения Линдли для рассматриваемой системы

$$A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \frac{\Psi_+(s)}{\Psi_-(s)}$$

примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\Psi_+(s)}{\Psi_-(s)} &= \left[ p \left( \frac{2\lambda_1}{2\lambda_1 - s} \right)^2 + (1-p) \left( \frac{2\lambda_2}{2\lambda_2 - s} \right)^2 \right] e^{t_0 s} \times \\ &\times \left[ q \left( \frac{2\mu_1}{2\mu_1 + s} \right)^2 + (1-q) \left( \frac{2\mu_2}{2\mu_2 + s} \right)^2 \right] e^{-t_0 s} - 1 = \\ &= \left[ p \left( \frac{2\lambda_1}{2\lambda_1 - s} \right)^2 + (1-p) \left( \frac{2\lambda_2}{2\lambda_2 - s} \right)^2 \right] \times \end{aligned} \quad (3)$$

$$\times \left[ q \left( \frac{2\mu_1}{2\mu_1 + s} \right)^2 + (1-q) \left( \frac{2\mu_2}{2\mu_2 + s} \right)^2 \right] - 1.$$

Выражение (3) получено на основании теоремы о запаздывании в теории преобразования Лапласа. Здесь показатели степени у экспонент с противоположными знаками в спектральном разложении обнуляются, и таким образом операция сдвига во времени нивелируется. Следовательно спектральные разложения решения интегрального уравнения Линдли для системы со сдвинутыми распределениями  $HE_2^-/HE_2^-/1$  и для обычной системы  $HE_2/HE_2/1$  будут идентичными. Тогда мы можем использовать результаты, полученные в [5] для обычной системы  $HE_2/HE_2/1$ , и сразу записать компоненты спектрального разложения, не повторяя выкладки в [5]:

$$\Psi_+(s) = \frac{s(s+s_1)(s+s_2)(s+s_3)(s+s_4)}{[(s+2\mu_1)^2(s+2\mu_2)^2]}, \quad (4)$$

$$\Psi_-(s) = -\frac{(2\lambda_1-s)^2(2\lambda_2-s)^2}{(s-s_5)(s-s_6)(s-s_7)}.$$

В выражениях (4)  $-s_1, -s_2, -s_3, -s_4$  – корни многочлена (5) седьмой степени с отрицательными вещественными частями,  $s_5, s_6, s_7$  – корни с положительными вещественными частями. Многочлен в числителе разложения (3), содержащий 92 слагаемых после приведения подобных членов, имеет вид

$$s^7 - c_6 s^6 - c_5 s^5 - c_4 s^4 - c_3 s^3 - c_2 s^2 - c_1 s - c_0 \quad (5)$$

и собран с помощью символьных операций Mathcad. Его коэффициенты:

$$c_0 = a_0 b_1 - a_1 b_0 - 256 \lambda_1 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 \times \quad (6)$$

$$\times [\lambda_1 \lambda_2 (\mu_1 + \mu_2) - \mu_1 \mu_2 (\lambda_1 + \lambda_2)],$$

$$c_1 = a_0 b_2 - a_1 b_1 + a_2 b_0 - 64 [\lambda_1^2 \lambda_2^2 (\mu_1^2 + \mu_2^2) +$$

$$+ \mu_1^2 \mu_2^2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)] - 256 \lambda_1 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 \times$$

$$\times (\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_1 \mu_1 - \lambda_1 \mu_2 - \lambda_2 \mu_1 - \lambda_2 \mu_2 + \mu_1 \mu_2),$$

$$c_2 = a_2 b_1 - a_1 b_2 - 64 \{ [\lambda_1^2 \lambda_2^2 + \mu_1 \mu_2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)] \times$$

$$\times (\mu_1 + \mu_2) - (\lambda_1^2 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_2^2) (\mu_1^2 + \mu_2^2) +$$

$$+ \mu_1^2 \mu_2^2 (\lambda_1 + \lambda_2) \} + 256 \lambda_1 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 (\lambda_1 + \lambda_2 - \mu_1 - \mu_2),$$

$$c_3 = a_2 b_2 - 16 [\lambda_1^2 \lambda_2^2 + \mu_1^2 \mu_2^2 + (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) (\mu_1^2 + \mu_2^2)] +$$

$$+ 64 [(\lambda_1 + \lambda_2) (\mu_1 + \mu_2) (\lambda_1 \lambda_2 + \mu_1 \mu_2) -$$

$$- \lambda_1 \lambda_2 (\mu_1^2 + \mu_2^2) - \mu_1 \mu_2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) - 4 \lambda_1 \lambda_2 \mu_1 \mu_2],$$

$$c_4 = 16[(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1\lambda_2 + 4\mu_1\mu_2) - (\mu_1 + \mu_2) \times (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 4\lambda_1\lambda_2 + \mu_1\mu_2) + (\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1^2 + \mu_2^2)],$$

$$c_5 = 16[(\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1 + \mu_2) - \lambda_1\lambda_2 - \mu_1\mu_2 - 4(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \mu_1^2 + \mu_2^2)],$$

$$c_6 = 4(\lambda_1 + \lambda_2 - \mu_1 - \mu_2).$$

Коэффициенты (6) для сокращения их записи содержат промежуточные параметры:

$$a_0 = 16\lambda_1^2\lambda_2^2, \quad a_1 = 16\lambda_1\lambda_2[p\lambda_1 + (1-p)\lambda_2],$$

$$a_2 = 4[p\lambda_1^2 + (1-p)\lambda_2^2], \quad b_0 = 16\mu_1^2\mu_2^2,$$

$$b_1 = 16\mu_1\mu_2[q\mu_1 + (1-q)\mu_2],$$

$$b_2 = 4[q\mu_1^2 + (1-q)\mu_2^2].$$

И все они зависят от параметров распределений (1) и (2).

Исследование многочлена числителя разложения, нахождение его нулей, а также полюсов разложения – это главное в спектральном решении интегрального уравнения Линдли. Далее по методике спектрального разложения определим постоянную

$$K = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Psi_+(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s + s_1)(s + s_2)(s + s_3)(s + s_4)}{(s + 2\mu_1)^2(s + 2\mu_2)^2} = \frac{s_1s_2s_3s_4}{16\mu_1^2\mu_2^2}.$$

Через нее определяем преобразование Лапласа ФРВ времени ожидания

$$\Phi_+(s) = \frac{K}{\Psi_+(s)} = \frac{s_1s_2s_3s_4(s + 2\mu_1)^2(s + 2\mu_2)^2}{16\mu_1^2\mu_2^2s(s + s_1)(s + s_2)(s + s_3)(s + s_4)}.$$

Тогда преобразование Лапласа функции плотности времени ожидания будет

$$W^*(s) = \frac{s_1s_2s_3s_4(s + 2\mu_1)^2(s + 2\mu_2)^2}{16\mu_1^2\mu_2^2s(s + s_1)(s + s_2)(s + s_3)(s + s_4)}, \quad (7)$$

а его производная со знаком минус в т.  $s = 0$  дает среднее время ожидания

$$-\left. \frac{dW^*(s)}{ds} \right|_{s=0} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_3} + \frac{1}{s_4} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2}.$$

Окончательно, среднее время ожидания требований в очереди будет выражаться формулой

$$\bar{W} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_3} + \frac{1}{s_4} - \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2}. \quad (8)$$

## 2. Методика использования расчетной формулы (8)

Для практического использования формулы (8) необходимо определить входящие в нее параметры. Для этого нужно найти неизвестные параметры сдвинутых распределений (1) и (2), а через них – коэффициенты (6) многочлена (5). Неизвестные параметры сдвинутых распределений найдем методом моментов, которые, в свою очередь, определяем с помощью преобразований Лапласа функций (1) и (2). Первые два начальных момента распределения (1) имеют вид

$$\bar{\tau}_\lambda = p\lambda_1^{-1} + (1-p)\lambda_2^{-1} + t_0, \quad (9)$$

$$\bar{\tau}_\lambda^2 = t_0^2 + 2t_0\left[\frac{p}{\lambda_1} + \frac{(1-p)}{\lambda_2}\right] + \frac{3p}{2\lambda_1^2} + \frac{3(1-p)}{2\lambda_2^2}.$$

Через них найдем квадрат коэффициента вариации

$$c_\lambda^2 = \frac{\lambda_1^2 - 2p\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2) + p(1-2p)(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{2[t_0\lambda_1\lambda_2 - p(\lambda_1 - \lambda_2) + \lambda_1]^2}. \quad (10)$$

Аналогично для распределения (2) запишем

$$\bar{\tau}_\mu = q\mu_1^{-1} + (1-q)\mu_2^{-1} + t_0, \quad (11)$$

$$\bar{\tau}_\mu^2 = t_0^2 + 2t_0\left[\frac{q}{\mu_1} + \frac{(1-q)}{\mu_2}\right] + \frac{3q}{2\mu_1^2} + \frac{3(1-q)}{2\mu_2^2},$$

$$c_\mu^2 = \frac{\mu_1^2 - 2q\mu_2(\mu_1 - \mu_2) + q(1-2q)(\mu_1 - \mu_2)^2}{2[t_0\mu_1\mu_2 - q(\mu_1 - \mu_2) + \mu_1]^2}. \quad (12)$$

Неизвестные параметры  $\lambda_1, \lambda_2, p, \mu_1, \mu_2, q$  для сдвинутых распределений (1) и (2) определим из уравнений моментов (9)–(12) тем же способом, как они в [5] найдены для обычных распределений. Для этого положим

$$\lambda_1 = \frac{2p}{(\bar{\tau}_\lambda - t_0)}, \quad \lambda_2 = \frac{2(1-p)}{(\bar{\tau}_\lambda - t_0)}$$

и после их подстановки в (10) получим уравнение 4-й степени относительно  $p$ , и после исключения тривиальных решений  $p = 0, p = 1$  остается квадратное уравнение, корни которого равны

$$p = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3(\bar{\tau}_\lambda - t_0)^2}{8[(\bar{\tau}_\lambda - t_0)^2 + c_\lambda^2\bar{\tau}_\lambda^2]}}.$$

Аналогично для распределения (2):

$$\mu_1 = \frac{2q}{(\bar{\tau}_\mu - t_0)}, \quad \mu_2 = \frac{2(1-q)}{(\bar{\tau}_\mu - t_0)},$$

$$q = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3(\bar{\tau}_\mu - t_0)^2}{8[(\bar{\tau}_\mu - t_0)^2 + c_\mu^2\bar{\tau}_\mu^2]}}.$$

Таблица. Результаты экспериментов для СМО  $HE_2^-/HE_2^-/1$  при  $c_\lambda = c_\mu = 2$  для обычной СМО  $HE_2/HE_2/1$   
Table. Results of experiments for QS  $HE_2^-/HE_2^-/1$  at  $c_\lambda = c_\mu = 2$  for ordinary QS  $HE_2/HE_2/1$

Входные параметры				Среднее время ожидания	
$\rho$	$c_\lambda$	$c_\mu$	$t_0$	для СМО $HE_2^-/HE_2^-/1$	для СМО $HE_2/HE_2/1$
0,1	1,999	1,99	0,01	0,33	0,34
	1,99	1,90	0,1	0,30	
	1,95	1,50	0,5	0,17	
	1,901	1,01	0,99	0,06	
0,5	1,995	1,99	0,01	3,93	3,98
	1,95	1,90	0,1	3,51	
	1,75	1,50	0,5	1,91	
	1,505	1,01	0,99	0,53	
0,9	1,991	1,99	0,01	35,84	36,21
	1,91	1,90	0,1	32,53	
	1,55	1,50	0,5	19,33	
	1,109	1,01	0,99	4,87	

Выражения для вероятностей  $p$  и  $q$  определяют область применимости системы  $HE_2^-/HE_2^-/1$  через коэффициенты вариаций

$$c_\lambda \geq 1 - \frac{t_0}{\bar{\tau}_\lambda}, \quad c_\mu \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{t_0}{\bar{\tau}_\mu}\right)$$

при  $0 < t_0 < \bar{\tau}_\mu$ .

Таким образом, алгоритм расчета среднего времени ожидания при заданных входных параметрах  $\bar{\tau}_\lambda$ ,  $\bar{\tau}_\mu$ ,  $c_\lambda$ ,  $c_\mu$ ,  $t_0$  сводится к последовательному решению уравнений (9)–(12) для нахождения параметров распределений (1) и (2)  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $p$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $q$ . Далее определяем коэффициенты многочлена (6) и находим нужные корни с отрицательными вещественными частями  $-s_1$ ,  $-s_2$ ,  $-s_3$ ,  $-s_4$ , а после применяем формулу (8).

### 3. Результаты вычислительных экспериментов

В таблице приведены данные расчетов для системы  $HE_2^-/HE_2^-/1$  для случаев малой, средней и высокой нагрузки  $\rho = 0,1; 0,5; 0,9$ ; при фиксированном значении  $c_\lambda = c_\mu = 2$  для обычной системы  $HE_2/HE_2/1$ . Заметим, что обычная система  $HE_2/HE_2/1$  применима при  $c_\lambda \geq 1/\sqrt{2}$  и  $c_\mu \geq 1/\sqrt{2}$ , а система  $HE_2^-/HE_2^-/1$  – при  $c_\lambda > 0$  и  $c_\mu > 0$ . Таким образом, система  $HE_2^-/HE_2^-/1$  применима для широкого диапазона изменения параметров, чем обычная система  $HE_2/HE_2/1$  и расширяет ее возможности.

В правой колонке таблицы для сравнения приведены результаты для обычной системы  $HE_2/HE_2/1$ .

Коэффициент загрузки в данном случае определяется отношением средних интервалов  $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda$ . Расчеты, приведенные в таблице, проведены для удобства для нормированного времени обслуживания  $\bar{\tau}_\mu = 1$ .

### Заключение

Таким образом, по результатам работы можно сделать следующие выводы.

Операция сдвига во времени уменьшает коэффициенты вариаций интервала между поступлениями и времени обслуживания требований. В связи с тем что среднее время ожидания в системе  $G/G/1$  связано с коэффициентами вариаций интервалов поступления и обслуживания квадратичной зависимостью, среднее время ожидания в системе с запаздыванием будет многократно меньше, чем в обычной системе при одинаковом коэффициенте загрузки. Например, для системы  $HE_2^-/HE_2^-/1$  при загрузке  $\rho = 0,9$  и параметре сдвига  $t_0 = 0,99$  коэффициент вариации интервалов поступления  $c_\lambda$  уменьшается с 2 для обычной системы до 1,109, коэффициент вариации времени обслуживания  $c_\mu$  снижается с 2 до 1,01, а время ожидания уменьшается с 36,21 единицы времени для обычной системы до 4,87 единицы времени для системы с запаздыванием. Таким образом, имеем многократное уменьшение средней задержки в очереди.

С уменьшением значения параметра  $t_0$  среднее время ожидания в системе  $HE_2^-/HE_2^-/1$  стремится

к среднему времени ожидания в обычной системе  $HE_2/HE_2/1$ . Это полностью подтверждает адекватность построенной математической модели массового обслуживания.

Основным преимуществом системы со сдвинутыми распределениями является расширение диапазона применимости по сравнению с обычной СМО.

## Список литературы

1. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / пер. с англ. под ред. В.И. Неймана. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.
2. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. М.: РУДН, 1995. 529 с.
3. Tarasov V.N. Extension of the class of queueing systems with delay // *Automation and Remote Control*. 2018. Vol. 79, no. 12. P. 2147–2158. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0005117918120056>
4. Тарасов В.Н. Анализ и сравнение двух систем массового обслуживания с гиперэрланговскими входными распределениями // *Радиоэлектроника, информатика, управление*. 2018. № 4. С. 61–70. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2018-4-6>
5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф., Када О. Система массового обслуживания  $HE_2/HE_2/1$  // *Инфокоммуникационные технологии*. 2019. Т. 17, № 1. С. 17–22. URL: <http://ikt.psuti.ru/ru/archive/2019/1-2019/queueing-system-he2-he2-1>
6. Тарасов В.Н., Липилина Л.В., Бахарева Н.Ф. Автоматизация расчета характеристик систем массового обслуживания для широкого диапазона изменения их параметров // *Информационные технологии*. 2016. Т. 22, № 12. С. 952–957. URL: [http://novtex.ru/IT/it2016/it1216\\_web-952-957.pdf](http://novtex.ru/IT/it2016/it1216_web-952-957.pdf)
7. Brännström N. A Queueing Theory Analysis of Wireless Radio Systems: master's thesis applied to HS-DSCH. Lulea University of Technology, 2004. 79 p. URL: <http://tu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1016709/FULLTEXT01>
8. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.
9. Алиев Т.И. Аппроксимация вероятностных распределений в моделях массового обслуживания // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2013. № 2 (84). С. 88–93. URL: [https://ntv.ifmo.ru/ru/article/4127/approximaciya\\_veroyatnostnyh\\_raspredeleniy\\_v\\_modelyah\\_massovogo\\_obslyzhvaniya.htm](https://ntv.ifmo.ru/ru/article/4127/approximaciya_veroyatnostnyh_raspredeleniy_v_modelyah_massovogo_obslyzhvaniya.htm)
10. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals // *Teletraffic and Datatraffic in a Period of Change, ITC-13: proc. of congress. Copenhagen, Denmark, 19–26 June 1991*. P. 683–688. URL: <https://gitlab2.informatik.uni-wuerzburg.de/itc-conference/itc-conference-public/-/raw/master/itc13/myskja911.pdf?inline=true>
11. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process, I: Two basic methods // *Operation Research*. 1982. Vol. 30, no. 1. P. 125–147. DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.30.1.125>
12. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Компьютерное моделирование вычислительных систем. Теория, Алгоритмы, Программы. Оренбург: ОГУ, 2005. 183 с.
13. Jennings O.B., Pender J. Comparisons of ticket and standard queues // *Queueing Systems*. 2016. Vol. 84, no. 1–2. P. 145–202. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-016-9493-y>
14. Gromoll H.C., Terwilliger B., Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times // *Queueing Systems*. 2018. Vol. 89, no. 3–4. P. 213–241. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9560-z>
15. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates // *Queueing Systems*. 2018. Vol. 89, no. 3–4. P. 269–301. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9557-7>

## References

1. Klejnrok L. *Queueing Theory* / trans. from English ed. by V.I. Neumann. Moscow: Mashinostroenie, 1979, 432 p. (In Russ.)
2. Bocharov P.P., Pechinkin A.V. *Queueing Theory*. Moscow: RUDN, 1995, 529 p. (In Russ.)
3. Tarasov V.N. Extension of the class of queueing systems with delay. *Automation and Remote Control*, 2018, vol. 79, no. 12, pp. 2147–2158. DOI: <https://doi.org/10.1134/S00051179181200564>
4. Tarasov V.N. Analysis and comparison of two queueing systems with hyper-Erlang input distributions. *Radioelektronika, informatika, upravlinnja*, 2018, no. 4, pp. 61–70. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2018-4-6> (In Russ.)
5. Tarasov V.N., Bakhareva N.F., Kada O. Queueing system  $HE_2/HE_2/1$ . *Infokommunikacionnye tehnologii*, 2019, vol. 17, no. 1, pp. 17–22. URL: <http://ikt.psuti.ru/ru/archive/2019/1-2019/queueing-system-he2-he2-1>
6. Tarasov V.N., Lipilina L.V., Bahareva N.F. Automation of calculating the characteristics of queueing systems for a wide range of changes in their parameters. *Informacionnye tehnologii*, 2016, vol. 22, no. 12, pp. 952–957. URL: [http://novtex.ru/IT/it2016/it1216\\_web-952-957.pdf](http://novtex.ru/IT/it2016/it1216_web-952-957.pdf) (In Russ.)
7. Brännström N. A Queueing Theory Analysis of Wireless Radio Systems: master's thesis applied to HS-DSCH. Lulea University of Technology, 2004, 79 p. URL: <http://tu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1016709/FULLTEXT01>
8. Aliev T.I. *Discrete Modeling Basics*. Saint Petersburg: SPbGU ITMO, 2009, 363 p. (In Russ.)
9. Aliev T.I. Approximation of probability distributions in queueing models. *Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnyh tehnologij, mehaniki i optiki*, 2013, no. 2 (84), pp. 88–93. URL: [https://ntv.ifmo.ru/ru/article/4127/approximaciya\\_veroyatnostnyh\\_raspredeleniy\\_v\\_modelyah\\_massovogo\\_obslyzhvaniya.htm](https://ntv.ifmo.ru/ru/article/4127/approximaciya_veroyatnostnyh_raspredeleniy_v_modelyah_massovogo_obslyzhvaniya.htm) (In Russ.)
10. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals. *Teletraffic and Datatraffic in a Period of Change, ITC-13: proc. of congress, Copenhagen, Denmark, 19–26 June 1991*, pp. 683–688. URL: <https://gitlab2.informatik.uni-wuerzburg.de/itc-conference/itc-conference-public/-/raw/master/itc13/myskja911.pdf?inline=true>

11. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process, I: Two basic methods. *Operation Research*, 1982, vol. 30, no. 1, pp. 125–147. DOI: <https://doi.org/10.1287/opre.30.1.125>
12. Tarasov V.N., Bahareva N.F. *Computer Modeling of Computing Systems. Theory, Algorithms, Programs*. Orenburg: OGU, 2005, 183 p. (In Russ.)
13. Jennings O.B., Pender J. Comparisons of ticket and standard queues. *Queueing Systems*, 2016, vol. 84, no. 1–2, pp. 145–202. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-016-9493-y>
14. Gromoll H.C., Terwilliger B., Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times. *Queueing Systems*, 2018, vol. 89, no. 3–4, pp. 213–241. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9560-z>
15. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates. *Queueing Systems*, 2018, vol. 89, no. 3–4, pp. 269–301. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9557-7>

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2022, vol. 25, no. 4, pp. 33–38

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.33-38

Received 10 March 2022

Accepted 11 April 2022

# Spectral solution for a delay system with hyper-Erlang distributions

*Veniamin N. Tarasov, Nadezhda F. Bakhareva*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics  
23, L. Tolstoy Street,  
Samara, 443010, Russia

*Abstract* – The article is devoted to the construction of a mathematical model for delaying claims in a queue in the form of a queuing system described by two flows with the laws of distribution of time intervals shifted to the right by hyper-Erlang distributions of the second order. In the queuing theory, the study of systems G/G/1 is relevant because there is no solution in the final form for the general case. Therefore, various partial distribution laws are used as an arbitrary distribution law G in the study of such systems. In this case, the use of the shifted hyper-Erlang distribution law provides the coefficient of variation of the input flow arrival intervals and service time over the entire interval  $(0, \infty)$ . To solve the problem, we used the method of spectral solution of the Lindley integral equation, which plays an important role in the queuing theory. This method made it possible to obtain a solution for the average delay of requests in the queue for the considered system in a closed form. As is known, the remaining characteristics of the queuing system are derivatives of the average delay of requests in the queue.

*Keywords* – shifted hyper-Erlang distribution; Lindley integral equation; spectral decomposition method; Laplace transform.

---

## Информация об авторах

**Тарасов Вениамин Николаевич**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой программного обеспечения и управления в технических системах Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* информационные технологии, проектирование и моделирование компьютерных сетей, методы и модели исследования вычислительных систем и сетей, теория массового обслуживания.

*E-mail:* tarasov-vn@psuti.ru

**Бахарева Надежда Федоровна**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики и вычислительной техники Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* анализ производительности компьютерных сетей.

*E-mail:* bakhareva-nf@psuti.ru

## Information about the Authors

**Veniamin N. Tarasov**, Doctor of Technical Sciences, professor, head of the Department of Software and Management in Technical Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

*Research interests:* information technology, design and modeling of computer networks, methods and models for the study of computing systems and networks, queuing theory.

*E-mail:* tarasov-vn@psuti.ru

**Nadezhda F. Bakhareva**, Doctor of Technical Sciences, professor, head of the Department of Informatics and Computer Engineering, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

*Research interests:* analysis of the performance of computer networks.

*E-mail:* bakhareva-nf@psuti.ru

## Повышение помехоустойчивости OFDM-систем в каналах с замираниями

Л.И. Аверина, А.Ю. Лафицкий

Воронежский государственный университет  
394018, Россия, г. Воронеж,  
Университетская пл., 1

**Аннотация** – В работе предложен способ повышения помехоустойчивости OFDM-систем в многолучевых каналах связи. Предлагаемый способ состоит в применении фильтра Калмана для оценки и интерполяции частотной характеристики канала с использованием пилотных символов, расположенных по «блочной» схеме. Эффективность алгоритма исследована в двух различных каналах, рекомендованных стандартами GSM/EDGE для тестирования систем: типовом канале в условиях городской застройки и типовом канале для маленьких сот. Проведено сравнение характеристик предложенного алгоритма с другими известными методами. Рассмотрено влияние доплеровского сдвига на эффективность предложенного алгоритма. Проведено компьютерное моделирование для оценки зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум. Показано, что предложенный алгоритм обеспечивает меньшую вероятность битовой ошибки в медленно меняющихся каналах, но его эффективность уменьшается с ростом доплеровской частоты.

**Ключевые слова** – OFDM; помехоустойчивость; многолучевой канал; фильтр Калмана.

### Введение

В большинстве встречающихся на практике радиоканалов условия распространения радиоволн со временем изменяются, что приводит к изменению во времени уровня сигнала в точке приема. Примером канала с многолучевым распространением и замираниями может служить тропосферный канал связи. В нем распространение вызывается переизлучением (рассеянием или отражением) волн неоднородностями в атмосфере. Сами же неоднородности непрерывно видоизменяются во времени, появляются и исчезают, что приводит к замираниям сигнала [1]. Другой пример – распространение радиоволн в мобильной связи. Радиоволны многократно отражаются от

наземных объектов (холмов, лесов, домов и т. д.), а движение приемника относительно передатчика приводит к изменению пути распространения сигнала [2]. Таким образом, повышение помехоустойчивости систем связи в многолучевых каналах связи является актуальной задачей.

В системах связи на основе OFDM-сигналов для оценки характеристики канала связи к передаваемой неизвестной информации добавляются известные на приемной стороне данные, так называемые пилот-символы. Они образуют решетку в частотно-временной области, которая может иметь структуру, в частности изображенную на рис. 1. Жирными точками обозначены пилот-символы, выколотыми – информационные символы,  $m$  – количество информационных символов между двумя пилотными символами. Такое расположение пилотов известно в литературе как «блоковое»: характеристика канала оценивается для каждой поднесущей и интерполируется по времени. В настоящей работе предлагается использовать фильтр Калмана для оценки и интерполяции характеристики канала.

### 1. Фильтр Калмана для оценки характеристики канала связи

Фильтр Калмана основан на представлении линейной динамической системы в пространстве состояний и решает задачу оптимальной линейной фильтрации в рекурсивной форме. Рекурсивное решение позволяет обновлять оценку вектора со-

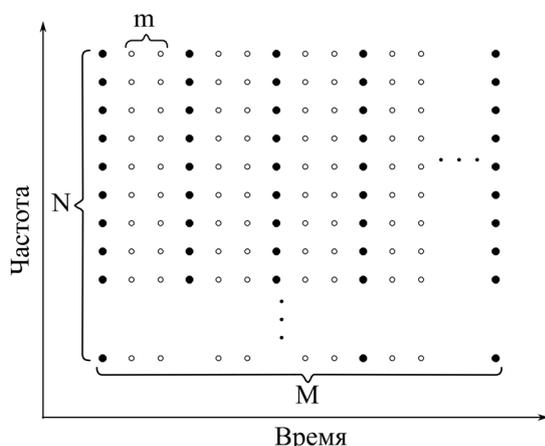


Рис. 1. Расположение пилот-сигналов  
Fig. 1. Location of pilot signals

стояния, используя предыдущую оценку и новые данные, таким образом, нет необходимости хранить все наблюдаемые данные. Более того, алгоритм фильтрации Калмана вычислительно более эффективен, чем алгоритм, основанный на прямом пересчете оценки с использованием новых и всех предыдущих данных.

В литературе предложено множество вариантов применения фильтра Калмана к задаче оценки канала в OFDM-системах [3-5]. Применительно к дискретной линейной динамической системе алгоритм можно описать следующим образом. Запишем уравнение системы в пространстве состояний:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_{k+1,k} \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k. \quad (2)$$

В этих уравнениях вектор  $\mathbf{x}_k$  – состояние системы, минимально необходимый набор параметров, позволяющий описать систему; индекс  $k$  – дискретное время. Матрица  $\mathbf{F}_{k+1,k}$  – матрица перехода состояния  $\mathbf{x}_k$  из времени  $k$  ко времени  $k+1$ . Вектор  $\mathbf{w}_k$  – вектор шума процесса с равномерной плотностью мощности, нормальным распределением и корреляционной матрицей:

$$\langle \mathbf{w}_n \mathbf{w}_k^H \rangle = \begin{cases} \mathbf{Q}_k, & n = k; \\ \mathbf{0}, & n \neq k, \end{cases}$$

где верхний индекс  $H$  означает эрмитово сопряжение. Уравнение 1 представляет собой уравнение процесса и описывает изменение системы во времени. Уравнение 2 есть уравнение наблюдения, в нем вектор  $\mathbf{y}_k$  – вектор наблюдения в момент времени  $k$ , а матрица  $\mathbf{C}_k$  – матрица измерений. Вектор  $\mathbf{v}_k$  – вектор шума измерений с равномерной плотностью мощности, нормальным распределением и корреляционной матрицей:

$$\langle \mathbf{v}_n \mathbf{v}_k^H \rangle = \begin{cases} \mathbf{R}_k, & n = k; \\ \mathbf{0}, & n \neq k, \end{cases}$$

при этом шум измерений не коррелирован с шумом процесса. С учетом введенных обозначений задачу фильтрации можно сформулировать следующим образом: используя все наблюдения  $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_k$ , найти для каждого  $k \geq 1$  оценку состояния  $\mathbf{x}_k$  с минимальной среднеквадратической ошибкой.

Алгоритм, решающий поставленную задачу, состоит из следующих шагов.

Для  $k = 1, 2, \dots$  вычислить [6; 7]:

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_{k,k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1};$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_k = \mathbf{F}_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_{k,k-1}^H + \mathbf{Q}_{k-1};$$

$$\mathbf{G}_k = \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{C}_k^H (\mathbf{C}_k \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{C}_k^H + \mathbf{R}_k)^{-1};$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{G}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}_k \tilde{\mathbf{x}}_k);$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{C}_k) \tilde{\mathbf{P}}_k$$

Начальные значения при  $k = 0$  можно выбрать:  $\hat{\mathbf{x}}_0 = \langle \mathbf{x}_0 \rangle$ ,  $\mathbf{P}_0 = \langle (\mathbf{x}_0 - \langle \mathbf{x}_0 \rangle) (\mathbf{x}_0 - \langle \mathbf{x}_0 \rangle)^H \rangle$ . В алгоритме через  $\tilde{\mathbf{x}}$  обозначена априорная оценка (экстраполяция) вектора состояния,  $\hat{\mathbf{x}}$  – апостериорная оценка состояния,  $\tilde{\mathbf{P}}_k = \langle (\mathbf{x}_k - \langle \tilde{\mathbf{x}}_k \rangle) (\mathbf{x}_k - \langle \tilde{\mathbf{x}}_k \rangle)^H \rangle$  – корреляционная матрица ошибки предсказания состояния,  $\mathbf{P}_k = \langle (\mathbf{x}_k - \langle \hat{\mathbf{x}}_k \rangle) (\mathbf{x}_k - \langle \hat{\mathbf{x}}_k \rangle)^H \rangle$  – корреляционная матрица апостериорной ошибки оценки состояния.

Для применения алгоритма к оценке канала необходимо знать закон, по которому меняется канал. В работе использовалась модель канала, состоящая из дискретных лучей, каждый из которых замирает по закону Рэлея. При этом число лучей, их задержки, количество и средние значения огибающей не менялись во времени. Частоты Доплера всех лучей считались одинаковыми и относительно малыми:  $T_{sym} f_d \sim 0,001$ , где  $T_{sym}$  – длительность OFDM-символа,  $f_d$  – частота Доплера. Тогда искажения, вызванные межканальной интерференцией, малы, и ими можно пренебречь [8].

В работе применялась авторегрессионная (АР) модель второго порядка. Согласно выбранной модели, коэффициент передачи на каждой поднесущей OFDM-сигнала меняется следующим образом:

$$h_k = a_1^* h_{k-1} + a_2^* h_{k-2} + w_k,$$

где  $a_1, a_2$  – параметры АР модели,  $w_k$  – отсчеты белого порождающего шума,  $k$  – временной индекс. Параметры модели и дисперсию порождающего шума можно найти, решив систему уравнений Юла – Уокера:

$$\begin{bmatrix} r_t(0) & r_t(1) \\ r_t^*(1) & r_t(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_t^*(1) \\ r_t^*(2) \end{bmatrix},$$

где  $r_t(k)$  – отсчеты корреляционной функции фединга во времени, корреляционная функция задается согласно модели Джейкса и имеет вид  $r_t(\Delta t) = J_0(2\pi f_d \Delta t)$ . Выражение для дисперсии порождающего шума:

$$\sigma^2 = r_t(0) - \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_t^*(1) \\ r_t^*(2) \end{bmatrix}.$$

Элементами вектора состояния были выбраны коэффициенты передачи на пилотных символах:

Таблица 1. Параметры сигнала в системе связи с OFDM  
 Table 1. Signal parameters in an OFDM communication system

Вид модуляции	Параметры сетки пилот-сигналов	Число использованных поднесущих, $N$	Размерность БПФ, $N_{fft}$	Частота дискретизации, $F_s$
QAM-4, QAM-16	$m = 4$	36	64	10 МГц

Таблица 2. Типовой канал в условиях городской застройки  
 Table 2. Typical channel in urban areas

Канал 1. Типовой канал в условиях городской застройки												
Номер луча	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Задержка, мкс	0	0,1	0,3	0,5	0,8	1,1	1,3	1,7	2,3	3,1	3,2	5
Средняя относительная мощность, дБ	-4	-3	0	-2,6	-3	-5	-7	-5	-6,5	-8,6	-11	-10

Таблица 3. Типовой канал для маленьких сот  
 Table 3. Typical channel for small cells

Канал 2. Типовой канал для маленьких сот		
Номер луча	1	2
Задержка, мкс	0	0,4
Средняя относительная мощность, дБ	0	0

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} h_k \\ h_{k-1} \end{bmatrix}.$$

Матрица перехода  $\mathbf{F}$  не зависит от времени и имеет вид

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} a_1^* & a_2^* \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица шума процесса:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Наблюдаемой величиной являлись принятые пилотные символы, соответствующая матрица наблюдений будет иметь вид

$$\tilde{\mathbf{N}} = \begin{bmatrix} p_k & 0 \end{bmatrix},$$

где  $p_k$  – известный пилот-сигнал.

## 2. Результаты компьютерного моделирования

Для того чтобы сравнить различные алгоритмы эквализации для OFDM-систем в каналах с частотной селективностью и замираниями, было проведено компьютерное моделирование предложенного алгоритма, а также других известных алгоритмов: MMSE-алгоритма [9], алгоритма ZF с линейной (LINEAR на графиках) интерполяцией

и интерполяцией ближайшим значением (NEAREST на графиках). Дополнительно на графиках изображена кривая, соответствующая «идеальной» оценке канала с учетом МКИ. Оценка канала с использованием фильтра Калмана проводилась для каждой поднесущей отдельно. Отношение сигнал/шум и частота Доплера считались известными величинами. Остальные параметры системы связи приведены в таблице 1.

Сигнал с указанными параметрами был пропущен через два различных канала связи, рекомендованных стандартами GSM/EDGE для тестирования соответствующих систем. После прохождения канала на сигнал накладывался белый шум, затем сигнал эквализировался различными алгоритмами и демодулировался. Результатом моделирования являются кривые зависимости частоты появления ошибки на выходе демодулятора от отношения сигнал/шум. Параметры каналов сведены в таблицы 2 и 3.

Для работы в канале 1 длина циклического префикса выбрана  $T_{cp} = 7/8 T_{sym}$ , для выполнения условия отсутствия межсимвольной интерференции.

Для работы в канале 2 длина циклического префикса выбрана  $T_{cp} = 1/8 T_{sym}$ . Оба канала являются рэлеевскими, и имеют доплеровский спектр Джейкса.

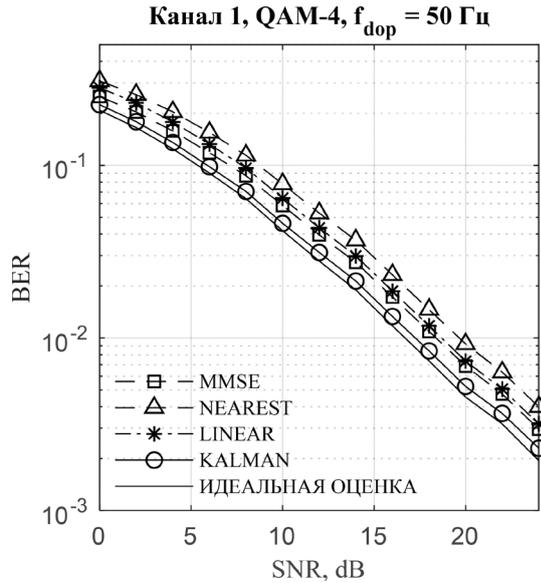


Рис. 2. Кривая помехоустойчивости, канал 1, QAM-4,  $f_{\text{dop}} = 50$  Гц  
Fig. 2. Noise immunity curve, Channel 1, QAM-4,  $f_{\text{dop}} = 50$  Hz

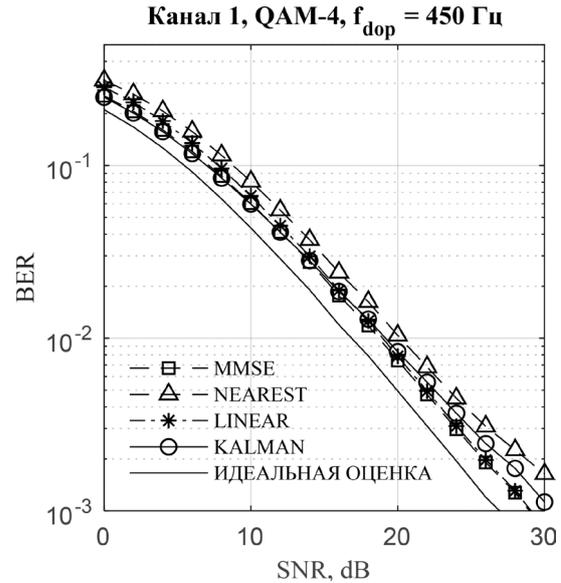


Рис. 4. Кривая помехоустойчивости, канал 1, QAM-4,  $f_{\text{dop}} = 450$  Гц  
Fig. 4. Noise immunity curve, Channel 1, QAM-4,  $f_{\text{dop}} = 450$  Hz

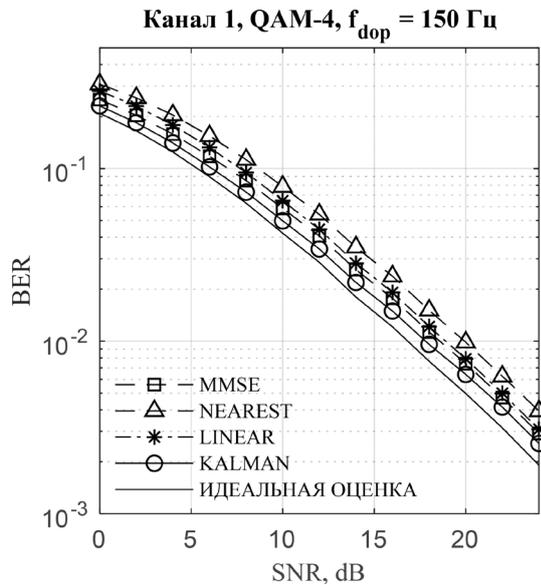


Рис. 3. Кривая помехоустойчивости, канал 1, QAM-4,  $f_{\text{dop}} = 150$  Гц  
Fig. 3. Noise immunity curve, Channel 1, QAM-4,  $f_{\text{dop}} = 150$  Hz

На рис. 2–4 приведены кривые, полученные для системы с модуляцией QAM-4 в канале 1 и частотами Доплера 50, 150 и 450 Гц соответственно. Из анализа кривых видно, что с увеличением частоты Доплеровского сдвига с 50 до 150 Гц рабочее отношение сигнал/шум по вероятности ошибки 0,01 для фильтра Калмана ухудшается с 17,3 до 17,8 дБ, при этом ухудшение для других алгоритмов составило 0,2–0,3 дБ. При увеличении частоты Доплера до 450 Гц рабочее ОСШ фильтра Калмана увеличивается еще на 1,4 дБ. Ухудшение для других алгоритмов составило 0,1–0,3 дБ.

В канале 2 с повышением частоты фединга практически ничего не поменялось. Так как одна

реализация сигнала и шума обрабатывалась разными алгоритмами, можно сделать вывод, что эффективность алгоритма Калмана с повышением частоты ухудшилась: в первом случае разница в помехоустойчивости по сравнению с идеальной оценкой канала составляла 0,5 дБ, а во втором – 0,7, тогда как MMSE-алгоритм не демонстрирует такого эффекта. Соответствующие кривые изображены на рис. 5 и 6.

Результаты моделирования с использованием модуляции более высокого порядка, QAM-16, для канала 1 демонстрируют те же закономерности, что и для модуляции QAM-4. С повышением частоты фединга рабочее ОСШ для системы с алгоритмом Калмана уменьшается на 0,7 дБ, тогда как для остальных алгоритмов этот показатель практически не изменился.

Для модуляции QAM-16 в канале 2 с повышением частоты Доплера эффективность фильтра Калмана относительно алгоритма, использующего идеальную оценку, как и в системе с модуляцией QAM-4, уменьшилась. Так, разница в рабочем отношении сигнал/шум между этими методами увеличилась с 0,5 до 1,4 дБ, а относительно MMSE-алгоритма уменьшилась с 0,3 до 0,1 дБ.

В таблице 4 собраны полученные результаты моделирования систем связи. В нее внесены значения рабочих отношений сигнал/шум по уровню вероятности ошибки 0,01 для частот Доплера 50/150/450 Гц в канале 1 с модуляцией QAM-4 и 50/150 Гц во всех остальных случаях.

В таблице 5 собраны дополнительные сведения о параметрах компьютерного моделирования.

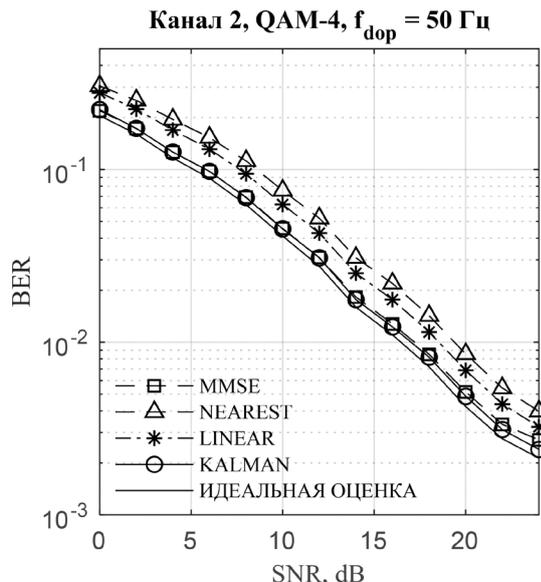


Рис. 5. Кривая помехоустойчивости, канал 2, QAM-4,  $f_{dop} = 50$  Гц  
 Fig. 5. Noise immunity curve, Channel 2, QAM-4,  $f_{dop} = 50$  Hz

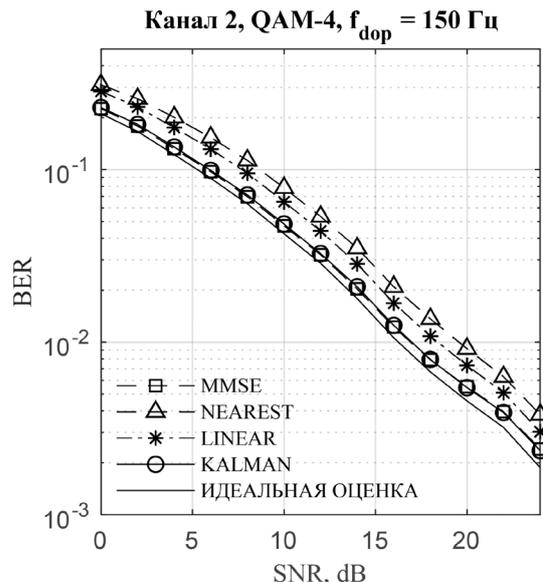


Рис. 6. Кривая помехоустойчивости, канал 2, QAM-4,  $f_{dop} = 150$  Гц  
 Fig. 6. Noise immunity curve, Channel 2, QAM-4,  $f_{dop} = 150$  Hz

Таблица 4. Результаты компьютерного эксперимента  
 Table 4. Results of computer experiment

Системы	Рабочее отношение сигнал/шум, дБ			
	QAM4		QAM16	
	Канал 1	Канал 2	Канал 1	Канал 2
KALMAN	17,3/17,8/19,2	17/17	23,3/24	23,3/23,8
MMSE	18,4/18,6/18,7	17,2/17	24,3/24,4	23,6/23,9
LINEAR	18,7/18,9/19	18,5/18,5	24,6/24,6	24,4/24,8
NEAR	19,6/19,9/20,2	19,4/19,5	25,5/25,6	25,1/25,6
Идеальная оценка	16,7/16,8/16,8	16,5/16,3	22,6/22,7	22,8/22,4

Таблица 5. Параметры компьютерного моделирования  
 Table 5. Computer simulation parameters

	Канал 1	Канал 2
Доплеровский сдвиг, Гц	50 (0,0006), 150 (0,0018), 450 (0,0054)	50 (0,00036) 150 (0,0011)
Время когерентности канала, мс	3,59 (50 Гц), 1,19 (150 Гц), 0,4 (450 Гц)	3,59 (50 Гц), 1,19 (150 Гц)
Время моделирования для фиксированного ОСШ, с	1,42	0,85
Количество бит для расчета BER	6800000	6800000

В графе «Доплеровский сдвиг» даны два значения, соответствующие абсолютному значению сдвига в герцах и относительному, вычисляемого как произведение длительности символа на частоту сдвига. Так как для работы в канале 1 необходим большой циклический префикс, то длительность символа увеличивалась соответственно, поэтому одному абсолютному значению доплеровского сдвига соответствуют разные относи-

тельные величины для канала 1 и канала 2. Время когерентности канала указано для различных частот Доплера и рассчитывается как продолжительность корреляционной функции фединга по уровню 0,707.

### Заключение

Предложенный алгоритм Калмана показал лучшие из всех рассмотренных алгоритмов результаты

в каналах с медленными замираниями – при относительной частоте Доплера  $\sim 0,0004$  помехоустойчивость приема уменьшалась не более чем на 0,7 дБ относительно случая, когда характеристика канала точно известна. Более того, алгоритм пересчитыва-

ет характеристику канала на каждом новом символе, что позволяет отказаться от деления принятого сигнала на кадры. Основными недостатками алгоритма являются его чувствительность к федингу и игнорирование частотной корреляции в канале.

### Список литературы

1. Дальняя тропосферная радиосвязь / И.А. Гусятинский [и др.]. М.: Связь, 1968. 248 с.
2. Скляр В. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / пер. с англ. Изд. 2-е, исп. М.: Вильямс, 2003. 1104 с.
3. Chen W., Ruifeng Z. Kalman-filter channel estimator for OFDM systems in time and frequency-selective fading environment // 2004 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 2004. Vol. 4. P. 377–380. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICASSP.2004.1326842>
4. Hijazi H., Ros L. OFDM high speed channel complex gains estimation using Kalman filter and QR-detector // 2008 IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems. 2008. P. 26–30. DOI: <https://doi.org/10.1109/ISWCS.2008.4726011>
5. Enescu M., Roman T., Herdin M. Kalman-based estimation of measured channels in mobile MIMO-OFDM system // 2004 12th European Signal Processing Conference. 2004. P. 1865–1868.
6. Diniz P.S.R. Adaptive Filtering. Algorithms and Practical Implementation. Fourth edition. New York: Springer, 2013. 652 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4106-9>
7. Kalman Filtering and Neural Networks / ed. by S. Haykin. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001. 284 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/0471221546>
8. Li Y., Cimini L.J. Interchannel interference of OFDM in mobile radio channels // Globecom '00 – IEEE. Global Telecommunications Conference. 2000. Vol. 2. P. 706–710. DOI: <https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2000.891231>
9. Аверина Л.И., Лафичкий А.Ю. Повышение скорости передачи данных в каналах с замираниями // Теория и техника радиосвязи. 2019. № 4. С. 5–10.

### References

1. Gusyatskiy I.A. et al. *Long Distance Tropospheric Radio*. Moscow: Svyaz', 1968, 248 p. (In Russ.)
2. Sklyar V. *Digital Communication. Theoretical Foundations and Practical Application*. Transl. from English, 2nd ed., corrected. Moscow: Vil'yams, 2003, 1104 p. (In Russ.)
3. Chen W., Ruifeng Z. Kalman-filter channel estimator for OFDM systems in time and frequency-selective fading environment. *2004 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 2004, vol. 4, pp. 377–380. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICASSP.2004.1326842>
4. Hijazi H., Ros L. OFDM high speed channel complex gains estimation using Kalman filter and QR-detector. *2008 IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems*, 2008, pp. 26–30. DOI: <https://doi.org/10.1109/ISWCS.2008.4726011>
5. Enescu M., Roman T., Herdin M. Kalman-based estimation of measured channels in mobile MIMO-OFDM system. *2004 12th European Signal Processing Conference*, 2004, pp. 1865–1868.
6. Diniz P.S.R. *Adaptive Filtering. Algorithms and Practical Implementation*. 4th edition. New York: Springer, 2013, 652 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4106-9>
7. *Kalman Filtering and Neural Networks*. Ed. by S. Haykin. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001, 284 p. DOI: <https://doi.org/10.1002/0471221546>
8. Li Y., Cimini L.J. Interchannel interference of OFDM in mobile radio channels. *Globecom '00 – IEEE. Global Telecommunications Conference*, 2000, vol. 2, pp. 706–710. DOI: <https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2000.891231>
9. Averina L.I., Lafitskiy A.Yu. Increasing the Data Rate in Fading Links. *Teoriya i tekhnika radiosvyazi*, 2019, no. 4, pp. 5–10. (In Russ.)

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2022, vol. 25, no. 4, pp. 39–45

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.39-45

Received 24 May 2022  
 Accepted 27 June 2022

### Increasing of bit error rate performance for OFDM systems over fading channels

Larisa I. Averina, Alexandr Yu. Lafitskiy

Voronezh State University  
1, Universitetskaya Square,  
Voronezh, 394018, Russia

*Abstract* – A method for increasing performance of OFDM systems in multipath channels is proposed. The proposed method uses Kalman filter based channel estimator with block type pilot structure. Performance of the proposed method has been demonstrated for GSCM/EDGE channel models, typical for urban area and very small cells. The characteristics of the proposed algorithm are compared with other well-known methods. The impact of Doppler spread is considered. A computer simulation has been carried out to evaluate the required signal-to-noise ratio in case of fixed bit error probability. It is shown, that proposed method leads to lower bit error ratio for slow fading case, but its performance degrades with increasing Doppler frequency.

*Keywords* – OFDM; robustness; multipath channel; Kalman filter.

## Информация об авторах

**Аверина Лариса Ивановна**, доктор физико-математических наук, профессор Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* исследование и компенсация нелинейных искажений сигналов в приемо-передающих устройствах, алгоритмы цифровой обработки сигналов в многоканальных системах связи.

*E-mail:* averina@phys.vsu.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-5908-5032>

**Лафицкий Александр Юрьевич**, аспирант Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

*Область научных интересов:* алгоритмы цифровой обработки сигналов в одноканальных и многоканальных системах связи.

*E-mail:* unexepected@yandex.ru

## Information about the Authors

**Larisa I. Averina**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* nonlinear signal distortion in transceivers, digital signal processing for multichannel communication systems.

*E-mail:* averina@phys.vsu.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-5908-5032>

**Alexandr Yu. Lafickiy**, postgraduate student of the Voronezh State University, Voronezh, Russia.

*Research interests:* digital signal processing algorithms for single and multichannel communication systems.

*E-mail:* unexepected@yandex.ru

**Неганов, В.А.**

**Теория и применение устройств СВЧ: учебн. пособие для вузов / В.А. Неганов, Г.П. Яровой; под ред. В.А. Неганова.** – М.: Радио и связь, 2006. – 720 с.



ISBN 5-256-01812-4

УДК 621.396.67

ББК 32.840

Н 41

В учебном пособии рассматриваются методы проектирования и конструктивной реализации устройств СВЧ: линий передачи различных видов, резонаторов, согласующих и трансформирующих устройств, фильтров, фазовращателей, аттенюаторов, тройниковых соединений, направленных ответвителей, различных мостовых соединений, ферритовых устройств (вентилей, циркуляторов, фазовращателей) и СВЧ-устройств на полупроводниковых диодах (умножителей, смесителей, переключателей, выключателей). Приводятся примеры применения устройств СВЧ в радиосвязи, радиолокации, измерительной аппаратуре и т. д. В книгу вошел оригинальный материал, полученный авторами. Учебное пособие может использоваться как справочник по устройствам СВЧ.

*Для специалистов в области теории и техники СВЧ, преподавателей вузов, докторантов, аспирантов, студентов старших курсов радиотехнического и радиофизического профиля.*

## Оценка фазочастотных характеристик выходных цепей устройств Е-класса

А.В. Баранов

АО «НПП «Салют»  
603950, Россия, г. Нижний Новгород,  
ул. Ларина, 7

*Аннотация* – На основе унитарности [S]-матрицы выходной цепи устройства Е-класса дана оценка фаз коэффициентов передачи цепи на любой гармонике основной частоты. Выведены формулы для приблизительных фазочастотных характеристик модели устройства Е-класса с ключом, который работает в двух состояниях, соответствующих либо нулевому, либо бесконечному активным сопротивлениям. На примере представленных фазочастотных характеристик макета усилителя мощности Е-класса подтверждена справедливость полученных формул. С учетом сделанных из формул выводов сформулированы рекомендации для внесения дополнений в известные методики проектирования устройств Е-класса. Данные методики можно дополнить введением настройки параметров элементов выходных цепей, для которых в наибольшей степени соблюдаются установленные оценочные значения фаз коэффициентов передачи выходной цепи на гармониках при максимально возможном их числе.

*Ключевые слова* – устройства Е-класса; выходная цепь; фазочастотная характеристика.

### Введение

Публикации прошлых лет [1; 2], а также литературные источники последних лет [3–8] свидетельствуют о наличии постоянного интереса к усилителям и автогенераторам, работающим в режимах Е-класса на частотах с заходом в СВЧ-диапазон. Для таких усилителей и автогенераторов предложены модели, рассчитаны величины элементов их входных и выходных цепей, при которых электронный КПД устройств стремится к максимально возможной величине. Вместе с тем оценка фазочастотных характеристик выходных цепей устройств Е-класса в литературе отсутствует. Цель данной статьи – выполнить такую оценку и на ее основе дать рекомендации по коррекции известных методик проектирования выходных цепей устройств Е-класса.

### Ход исследования

Рассмотрим на рис. 1 типовую модель устройства Е-класса. Транзисторный элемент с источником питания представим в виде ключа с внутренним активным сопротивлением  $r_k$ , величина которого меняется скачком от нуля до бесконечности. Характерной для реальных СВЧ-транзисторов емкостью ключа в данной модели пренебрежем. Выходная цепь является реактивной и обычно содержит соединенные последовательно формирующий  $qf_1$  и фильтрующий  $f_1$  контуры. С ее помощью на выходе ключевого активного элемента

формируются необходимые для работы класса Е импедансы нагрузок  $Z_k(f_k)$  на основной частоте  $f_1$  и ее гармониках  $f_k$ . Формирующий контур, который в  $q$ -раз расстроен относительно частоты возбуждения, в этом процессе играет главную роль. Благодаря этому контуру в моменты включения (выключения) транзисторного ключа реализуются условия равенства нулю либо тока, протекающего через ключ, и его производной, либо напряжения на ключе и его производной. Другими словами, реализуется режим «переключения при нулевом напряжении или при нулевом токе» [1]. В результате устраняются коммутационные потери в моменты либо включения транзистора, либо его выключения соответственно. Нагрузкой выходной цепи является специально рассчитанное для работы в классе Е сопротивление  $R_E$ , которое принципиально отличается от сопротивлений стандартных трактов. Типовое устройство Е-класса может также содержать (а может и не содержать) цепь согласования этого сопротивления  $R_E$  со стандартной 50-омной нагрузкой.

Если обратимый (взаимный) реактивный четырехполюсник, каким является выходная цепь на рис. 1, описать унитарной [S]-матрицей, то для него при  $S_{12} = S_{21}$  и  $\varphi_{12} = \varphi_{21}$  выполняется выражение [9]:

$$\varphi_{11} + \varphi_{22} = 2\varphi_{12} \pm \pi, \quad (1)$$

где  $\varphi_{11}$ ,  $\varphi_{22}$ ,  $\varphi_{12}$ ,  $\varphi_{21}$  – аргументы соответствующих элементов [S]-матрицы.

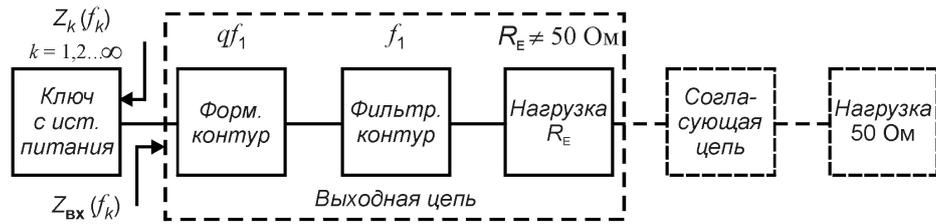


Рис. 1. Типовая модель устройства E-класса  
 Fig. 1. Typical model of an E class device

В терминах [S]-матрицы входной коэффициент отражения  $\Gamma_{\text{вх}}$  четырехполюсника определяется через коэффициент отражения  $\Gamma_{\text{н}}$  от его нагрузки  $R_E$  так:

$$\Gamma_{\text{вх}} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_{\text{н}}}{1 - S_{22}\Gamma_{\text{н}}}. \quad (2)$$

Тот же входной коэффициент отражения  $\Gamma_{\text{вх}}$  можно определить через входной импеданс четырехполюсника  $Z_{\text{вх}}(f_k)$  и сопротивление  $r_k$  по другому [10]:

$$\Gamma_{\text{вх}} = \frac{Z_{\text{вх}}(f_k) - r_k}{Z_{\text{вх}}(f_k) + r_k}. \quad (3)$$

В режиме полного согласования выходной нагрузки  $R_E$ , когда в выражении (2)  $\Gamma_{\text{н}} = 0$ , уравнение (3) при  $Z_{\text{вх}}(f_k) = Z_k^*(f_k)$  запишем следующим образом:

$$S_{11} = \frac{Z_k^*(f_k) - r_k}{Z_k^*(f_k) + r_k}, \quad (4)$$

где \* – знак комплексного сопряжения.

Учитывая выражение (4), а также то, что  $\varphi_{22} = 0$ , так как в рассматриваемой на рис. 1 модели  $R_E$  является чисто активной величиной, перепишем уравнение (1) в новом виде:

$$2\varphi_{12}(f_k) = \arctg \frac{\text{Im}S_{12}}{\text{Re}S_{12}} \mp \pi = \arctg \left( \frac{\text{Im} \left( \frac{Z_k^*(f_k) - r_k}{Z_k^*(f_k) + r_k} \right)}{\text{Re} \left( \frac{Z_k^*(f_k) - r_k}{Z_k^*(f_k) + r_k} \right)} \right) \mp \pi. \quad (5)$$

Уравнение (5), которое получено на основе условия унитарности [S]-матрицы выходной цепи устройства класса E на рис. 1, представляет собой аргумент коэффициента передачи  $S_{12}$  выходной цепи (или ее фазочастотные характеристики на любой  $k$ -й гармонике) в виде функции импеданса нагрузки ключа  $Z_k(f_k)$  на основной частоте и ее гармониках, а также как зависимость от существенно нелинейного активного сопротивления  $r_k$  ключа, работающего принципиально в двух состояниях,

соответствующих либо нулевому, либо бесконечному сопротивлению.

Импедансы нагрузок ключа  $Z_k(f_k)$  для четырех известных усилителей мощности класса E и дуальных им устройств сведены в таблицы, которые опубликованы в монографиях [5; 6]. Для одной выбранной среди таких усилителей пары рассмотрим в качестве примера их характеристики  $Z_{\text{ки}}(f_k)$  и  $Z_k(f_k)$ , представленные в таблице. В отличие от дуального устройства в исходном усилителе эти импедансы снабжены в таблице дополнительным индексом «и». Для обоих типов устройств в таблице приведены также их электронные КПД, которые рассчитаны в работах [5; 6] при различных числах  $k$  используемых гармоник. Очевидно, что в усилителях мощности E-класса 100%-ный электронный КПД имеет место, если в их работе принимает участие максимальное число гармоник  $k \rightarrow \infty$ . Используя табличные данные в выражении (5) для каждого из условий  $r_k = 0$  и  $r_k = \infty$ , одновременно оценим поведение фазочастотных характеристик выбранных устройств E-класса.

Для рассматриваемой пары усилителей E-класса нетрудно установить, что при любых значениях  $Z_k(f_k)$  (или  $Z_{\text{ки}}(f_k)$ ) в таблице и работе всех их ключей в двух состояниях, когда  $r_k = 0$  и  $r_k = \infty$ , справедливо приближенное равенство

$$\varphi_{12}(f_k) \approx 0 \pm \pi. \quad (6)$$

Более того, можно показать также, что уравнение (6) выполняется и для других отмеченных в [5; 6] дуальных пар усилителей мощности E-класса. При помощи равенства (6) дается оценка величины фазы коэффициента передачи на любой гармонике основной частоты для показанной на рис. 1 модели устройства, работающего в режиме E-класса. Очевидно, если в этой модели учесть для реальных транзисторов избыточную величину их выходной емкости, которая превышает расчетное для E-класса значение, то в уравнении (6) фазовые длины  $\varphi_{12}$  на гармониках могут отличаться от нуля или от величин  $\pm\pi$ . Необходимость выполнения условия (6) является основанием для коррек-

Таблица. Электронные КПД и нагрузочные импедансы ключей дуальной пары усилителей мощности Е-класса  
Table. Electronic efficiency and load impedances of switches of a dual pair of class E power amplifiers

Номер гармоники	Нормированные импедансы нагрузок ключа в исходном усилителе класса E	Нормированные импедансы нагрузок ключа в дуальном усилителе класса E	Электронные КПД дуальной пары усилителей класса E
$k$	$Z_{ki}$ при $R_{Eи} = 1$	$Z_k$ при $R_E = 1$	КПД, %
1	$1,527 + j1,106$	$0,429 - j0,311$	7,9
2	$-j2,723$	$j0,367$	66,6
3	$-j1,816$	$j0,551$	75,6
4	$-j1,361$	$j0,735$	83,8
5	$-j1,089$	$j0,918$	86,3
6	$-j0,908$	$j1,102$	89,5
7	$-j0,778$	$j1,285$	90,6
8	$-j0,681$	$j1,469$	92,4
9	$-j0,605$	$j1,652$	92,9
10	$-j0,545$	$j1,836$	94
$k \rightarrow \infty$	$X_{ki} = \frac{\pi(\pi^2 + 4)R_{Eи}}{-8k}$	$X_k = \frac{8kR_E}{\pi(\pi^2 + 4)}$	100

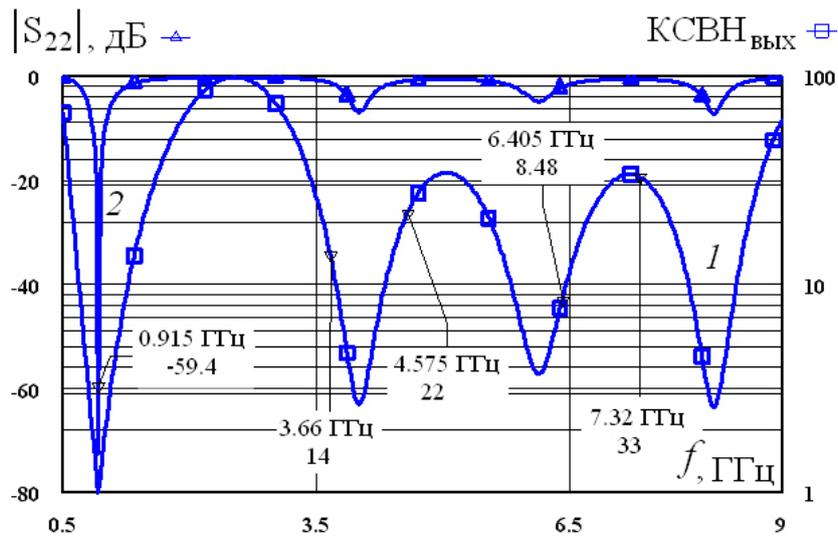


Рис. 2. Зависимости  $VSWR_{out}$  (кривая 1) и модуля коэффициента отражения на выходе  $|S_{22}|$  (кривая 2) от частоты  
Fig. 2. Dependences of  $VSWR_{out}$  (curve 1) and module of reflection coefficient at the output  $|S_{22}|$  (curve 2) on frequency

ции известных методик проектирования выходных цепей устройств Е-класса [5; 11]. Например, в усилителях мощности Е-класса кроме реализации табличных значений нагрузок ключей на основной частоте и ее (в идеале – всех) гармониках эти методики необходимо дополнить введением более «тонкой настройки» разрабатываемых выходных цепей. Данная настройка заключается в выборе параметров элементов выходных цепей, где в наибольшей степени соблюдается равенство (6) при использовании максимально возможного числа гармоник  $k$ .

Для подтверждения сделанных на основе равенства (6) выводов используем экспериментальные результаты, которые получены в работе [5] для исходного усилителя мощности Е-класса с такими же, как в таблице, импедансами нагрузок ключей. Рассмотрим тот же макет усилителя мощности, который разработан на транзисторе FLL120МК с минимальной выходной емкостью 6,5 пФ. Используя рекомендации книги [12], получим для рассматриваемого усилителя Е-класса его частотные зависимости выходных  $VSWR_{out}$  и модуля коэффициента отражения  $|S_{22}|$ . Одновременно с

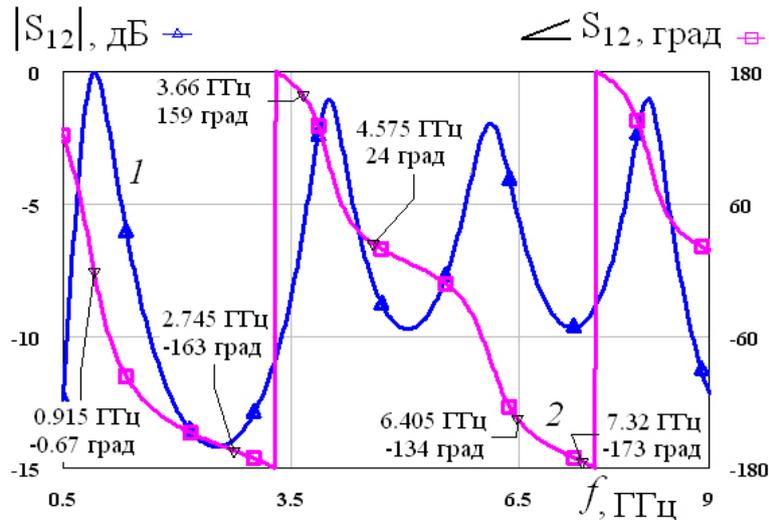


Рис. 3. Амплитудно-частотная  $|S_{12}|$  (кривая 1) и фазочастотная  $\angle S_{12}$  (кривая 2) характеристики выходной цепи  
 Fig. 3. Amplitude-frequency  $|S_{12}|$  (curve 1) and phase-frequency  $\angle S_{12}$  (curve 2) characteristics of the output circuit

этим проведем оптимизацию фаз коэффициентов передачи выходной цепи усилителя на гармониках. Регулируя параметры элементов выходных цепей данного усилителя, эти фазы в соответствии с уравнением (6) оптимизируются на каждой из гармоник при максимально возможном числе  $k$ . В результате для такого усилителя одновременно получены на рис. 2 зависимости КСВН<sub>вых</sub>( $f$ ) (кривая 1) и  $|S_{22}|(f)$  (кривая 2), а также на рис. 3 – амплитудно-частотная  $|S_{12}|(f)$  (кривая 1) и фазочастотная  $\varphi_{12}(f) = \arg S_{12}(f)$  (кривая 2) характеристики.

Из приведенных на рис. 2 графиков видно, что на рабочей частоте 915 МГц имеет место практически идеальное согласование импеданса  $Z_1^*(f_1)$  с трактом на выходе 50 Ом, так как  $|S_{22}| = -59,4$  дБ. Более того, до восьмой гармоники включительно КСВН<sub>вых</sub> > 8,5. При выбранных в усилителе структуре и параметрах элементов выходной цепи такие высокие значения КСВН<sub>вых</sub> свидетельствуют о режимах «холостого хода», которые реализуются на его гармониках. Кроме того, частотные зависимости на рис. 2 практически совпадают с аналогичными зависимостями, которые получены в работах [5; 11].

Приведенная на рис. 3 амплитудно-частотная характеристика усилителя подтверждает его идеальное согласование на основной частоте. Вместе с тем из анализа фазочастотной характеристики выходной цепи усилителя следует, что значения фаз на тех же, что и на рис. 2, частотах гармоник близки к нулевым величинам или значениям  $\pm\pi$ . Это подтверждает теоретические выводы, кото-

рые сделаны на основе полученных выше уравнений (5) и (6). Однако некоторые отклонения (особенно на частотах высших гармоник) фаз  $\varphi_{12}(f_k)$  от теоретически установленных пределов связаны, очевидно, с тем, что избыточные величины выходной емкости выбранного СВЧ-транзистора проявляются в большей степени именно с ростом  $k$ .

## Заключение

Таким образом, для устройства Е-класса на основе унитарности  $[S]$ -матрицы его выходной цепи дана оценка аргументов ее коэффициентов передачи на любой гармонике основной частоты. Получены формулы (5) и (6) для приблизительных фазочастотных характеристик модели устройства Е-класса с ключом, который работает в двух состояниях, соответствующих его нулевому и бесконечному активным сопротивлениям. На примере представленных фазочастотных характеристик разработанного в [5; 11] макета усилителя мощности Е-класса подтверждена справедливость приблизительного равенства (6). С учетом следующих из выражений (5) и (6) выводов сформулированы рекомендации для внесения дополнений в известные методики проектирования устройств Е-класса [5; 6; 11]. Данные методики можно дополнить введением настройки параметров элементов выходных цепей, для которых в наибольшей степени соблюдается равенство (6) при использовании максимально возможного числа гармоник  $k$ .

## Список литературы

1. Транзисторные генераторы гармонических колебаний в ключевом режиме / В.Б. Козырев [и др.]; под ред. И.А. Попова. М.: Радио и связь, 1985. 192 с.
2. Повышение эффективности мощных радиопередающих устройств / А.Д. Артым [и др.]; под ред. А.Д. Артыма. М.: Радио и связь, 1987. 176 с.
3. Крыжановский В.Г. Транзисторные усилители с высоким КПД. Донецк: Апекс, 2004. 448 с.
4. Grebennikov A.V., Sokal N.O. *Switchmode RF Power Amplifiers*. Burlington: Newnes, Elsevier, 2007. 424 p.
5. Баранов А.В., Моругин С.Л. Транзисторные усилители-ограничители мощности гармонических СВЧ-колебаний. М.: Горячая линия – Телеком, 2019. 332 с.
6. Баранов А.В., Кревский М.А. Транзисторные автогенераторы гармонических СВЧ-колебаний. М.: Горячая линия – Телеком, 2021. 276 с.
7. Крыжановский В.Г., Принцовский В.А. Автогенератор класса Е СВЧ-диапазона // Изв. высших учебных заведений. Радиоэлектроника. 2006. Т. 49, № 11. С. 43–51.
8. Вильмицкий Д.С., Десятков Г.Н. Математическая модель идеального устройства класса Е // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2010. Вып. 3. С. 16–25.
9. Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполюсников на СВЧ. М.: Связь, 1965. 352 с.
10. Маттей Д.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи / под ред. Л.В. Алексеева, Ф.В. Кушнира. М.: Связь, 1971. Т. 1. 440 с.
11. Баранов А.В. Проектирование СВЧ-усилителей большой мощности в классе «Е» // Радиотехника. 2006. № 12. С. 65–70.
12. Разевиг В.Д., Потапов Ю.В., Курушин А.А. Проектирование СВЧ-устройств с помощью Microwave Office / под ред. В.Д. Разевига. М.: Солон-Пресс, 2003. 496 с.

## References

1. Kozыrev V.B. et al. *Transistor Generators of Harmonic Oscillations in Key Mode*. Ed. by I.A. Popov. Moscow: Radio i svyaz', 1985, 192 p. (In Russ.)
2. Artym A.D. et al. *Improving the Efficiency of High-Power Radio Transmitting Devices*. Ed. by A.D. Artym. Moscow: Radio i svyaz', 1987, 176 p. (In Russ.)
3. Kryzhanovskiy V.G. *High Efficiency Transistor Amplifiers*. Donetsk: Apeks, 2004, 448 p. (In Russ.)
4. Grebennikov A.V., Sokal N.O. *Switchmode RF Power Amplifiers*. Burlington: Newnes, Elsevier, 2007, 424 p.
5. Baranov A.V., Morugin S.L. *Transistor Amplifiers-Power Limiters of Harmonic Microwave Oscillations*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2019, 332 p. (In Russ.)
6. Baranov A.V., Krevskiy M.A. *Transistor Self-Oscillators of Harmonic Microwave Oscillations*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2021, 276 p. (In Russ.)
7. Kryzhanovskiy V.G., Printsovskiy V.A. Class E microwave oscillator. *Izv. vysshikh uchebnykh zavedeniy. Radioelektronika*, 2006, vol. 49, no. 11, pp. 43–51. (In Russ.)
8. Vil'mitskiy D.S., Devyatkov G.N. Mathematical model of an ideal class E device. *Izv. vuzov Rossii. Radioelektronika*, 2010, no. 3, pp. 16–25. (In Russ.)
9. Fel'dshteyn A.L., Yavich L.R. *Synthesis of Quadripoles and Eight-Poles at Microwave*. Moscow: Svyaz', 1965, 352 p. (In Russ.)
10. Matthaei D.L., Young L., Jones E.M.T. *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*. Ed. by L.V. Alekseev, F.V. Kushnir. Moscow: Svyaz', 1971, 440 p. (In Russ.)
11. Baranov A.V. Designing high-power microwave amplifiers in class «E». *Radiotekhnika*, 2006, no. 12, pp. 65–70. (In Russ.)
12. Razevig V.D., Potapov Yu.V., Kurushin A.A. *Designing Microwave Devices with Microwave Office*. Ed. by V.D. Razevig. Moscow: Solon-Press, 2003, 496 p. (In Russ.)

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2022, vol. 25, no. 4, pp. 46–51

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.46-51

Received 29 April 2022  
Accepted 30 May 2022

## Phase frequency characteristics evaluation for E-class devices output circuits

Alexander V. Baranov

JSC «RPE “Salute”»  
7, Larin Street,  
Nizhny Novgorod, 603950, Russia

*Abstract* – Based on the unitarity of the E-class device circuit [S]-matrix, the phase frequency characteristics are estimated for the output circuit at any harmonic of the fundamental frequency. Formulas are derived for approximate phase frequency characteristics of an E-class device model with a switch that operates in two states corresponding to either zero or infinite active resistances. Using the example of the presented phase-frequency characteristics of the E-class power amplifier layout, the validity of the formulas obtained is confirmed. Taking into account the conclusions drawn from the formulas, recommendations are formulated for making additions to the well-known methods of designing E-class devices. These techniques can be supplemented by the introduction of parameter settings of the elements of the output circuits, for which the established estimated values of the phase frequency characteristics of the output circuit on harmonics are most respected with the maximum possible number of them.

*Keywords* – E-class devices; output circuit; phase frequency characteristics.

## Информация об авторе

**Баранов Александр Владимирович**, 1961 г. р., радиофизик, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник АО «НПП «Салют», г. Нижний Новгород, Россия. Автор и соавтор 86 научных работ, в том числе трех книг и 14 патентов РФ на изобретения.

*Область научных интересов:* разработка в СВЧ-диапазоне усилителей мощности, усилителей-ограничителей, автогенераторов, а также сопутствующих им пассивных цепей.

*E-mail:* baranov.micros@yandex.ru

## Information about the Author

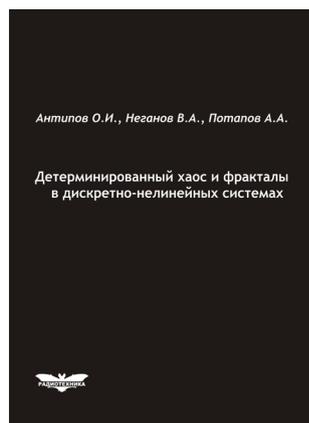
**Alexander V. Baranov**, was born in 1961, radiophysicist, Doctor of Technical Sciences, leading researcher at JSC «RPE “Salute”», Nizhny Novgorod, Russia. Author and co-author of 86 scientific papers, including three books and 14 RF patents for inventions.

*Research interests:* development of power amplifiers, limiting amplifiers, self-oscillators, as well as their accompanying passive circuits in the microwave range.

*E-mail:* baranov.micros@yandex.ru

**Антипов, О.И.**

**Детерминированный хаос и фракталы в дискретно-нелинейных системах** / О.И. Антипов, В.А. Неганов, А.А. Потапов. – М.: Радиотехника, 2009. – 235 с., ил.



ISBN 978-5-88070-237-4

УДК 530.1:621.372+621.396  
ББК 32.96

В монографии рассмотрены явления детерминированного хаоса и фрактальности в дискретно-нелинейных системах на примере устройств импульсной силовой электроники, приведены некоторые основные определения современной нелинейной динамики и некоторые математические методы целочисленных и дробных мер.

Представленные явления стохастической работы могут наблюдаться в широком классе систем с переменной структурой, действие которых может быть описано системами дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, скачкообразно меняющими свои значения с течением времени в зависимости от состояния системы. Объектами исследования явились импульсные стабилизаторы напряжения различных типов и структур. Научной новизной является применение как фрактальных, так и мультифрактальных мер детерминированного хаоса к анализу стохастической работы импульсных стабилизаторов.

*Для специалистов, интересующихся проблемами детерминированного хаоса, численным моделированием дискретно-нелинейных систем.*

## Моделирование электродинамических параметров микроволнового стерилизатора

В.Б. Байбури<sup>1</sup>, В.В. Комаров<sup>1</sup> , В.П. Мещанов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина  
410054, Россия, г. Саратов,  
ул. Политехническая, 77

<sup>2</sup> ООО НПП «Ника-СВЧ»  
410050, Россия, г. Саратов, Первый Усть-Курдюмский пр-д, 2

*Аннотация* – Для стерилизации медицинских инструментов анализируется технология их иммерсионной термообработки интенсивным СВЧ-излучением на частоте 2,45 ГГц. Показаны преимущества данной технологии по сравнению с традиционными методами. Построена электродинамическая модель микроволнового стерилизатора хирургических инструментов, учитывающая зависимость комплексной диэлектрической проницаемости иммерсионной среды (воды) от температуры. В качестве его базового элемента был использован прямоугольный резонатор с волноводным элементом возбуждения. С помощью численной модели на методе конечных элементов определены величины отраженной и поглощенной мощности, а также темп нагрева воды в стерилизаторе для рабочей мощности 600 Вт. Анализ тепловых процессов, выполненный по упрощенной методике, показал достаточно высокую эффективность такого устройства, обеспечивающего высокий темп нагрева на заданной частоте.

*Ключевые слова* – электромагнитное поле; СВЧ-излучение; стерилизация; медицинские инструменты; математическое моделирование.

### Введение

Процессы высокотемпературного воздействия энергией электромагнитных (ЭМ) волн на различные объекты лежат в основе не только терапевтических, но и некоторых вспомогательных медицинских технологий. Одним из примеров таких вспомогательных технологий является стерилизация медицинских инструментов, которая чаще всего проводится путем либо их кипячения в воде традиционными методами, либо обработки горячим воздухом или специальными химическими веществами, что бывает не всегда удобно. При этом продолжительность стерилизации инструментов может оказаться значительной: горячим воздухом – до нескольких десятков минут, в автоклаве при давлении 0,8...3,5 Бар – порядка 15 мин. В ряде случаев, когда важнейшим фактором успешного хирургического вмешательства становится время, ускорить процесс стерилизации позволяет использование для этих целей высокоинтенсивного микроволнового излучения.

Для микроволновых технологий подобного типа выделены специальные частоты: 915 МГц, 2,45 ГГц, 5,8 ГГц, 24,125 ГГц, получившие название ISM-частоты (*industrial, scientific, medicine*). Как известно [1], интенсивность СВЧ-нагрева прямо пропорциональна частоте излучения, но с увеличением частоты снижается глубина проникно-

вения ЭМ-поля в диэлектрик с потерями. Чаще всего в системах микроволновой термообработки встречается частота 2,45 ГГц, обеспечивающая необходимый компромисс.

Процессы микроволновой стерилизации медицинских инструментов существенно отличаются от аналогичных процессов тепловой обработки в области пищевых технологий, где нагрев образцов пищевых изделий осуществляется при температуре 121,2°, которая необходима для уничтожения одной из самых опасных бактерий типа *Salmonella* [2].

В данной работе рассматривается технология высокоинтенсивного воздействия ЭМ-излучения с частотой 2,45 ГГц на медицинские инструменты, погруженные в иммерсионную среду, в качестве которой используется обычная водопроводная вода.

### 1. Постановка задачи

В качестве базовых элементов микроволновых стерилизаторов чаще всего предлагаются [3–5] прямоугольные резонаторные СВЧ-камеры со стоячей волной, возбуждаемые стандартным прямоугольным волноводом WR340 с размерами поперечного сечения  $a \times b = x \times y = 86 \times 43$  мм и рабочей частотой 2,45 ГГц. Рассмотрим аналогичную конфигурацию микроволнового стерилизатора,

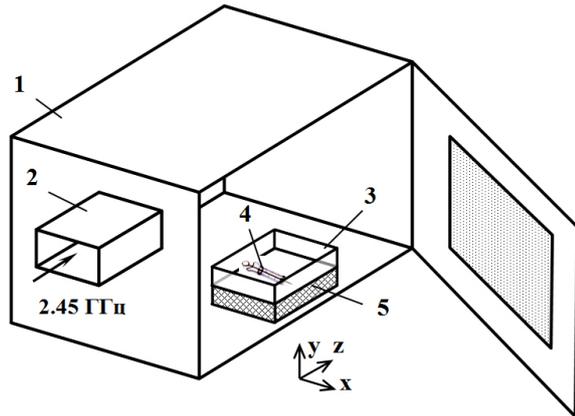


Рис. 1. Модель микроволнового стерилизатора: прямоугольный резонатор (1), волновод (2), контейнер с водой (3), медицинский инструмент (4) и подставка (5)

Fig. 1. Microwave sterilizer model: rectangular resonator (1), waveguide (2), water container (3), medical instrument (4) and stand (5)

внутри которого, как показано на рис. 1, на специальной диэлектрической подставке располагается контейнер с инструментами, заполненный обычной водопроводной водой. Контейнер и поставка выполняются из радиопрозрачного материала, например РТФЕ. Медицинские инструменты представляют собой конфигурационно сложные металлические объекты (рис. 2), количество которых в контейнере может быть произвольным.

Распределение ЭМ-полей в резонаторной камере с объемно-неоднородным диссипативным заполнением в общем виде описывается системой уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \sigma_e \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau} + \vec{J}_{cm}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial \tau}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho + \rho_{cm}, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (4)$$

где  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  – векторы напряженности электрического и магнитного полей;  $\vec{D}$  и  $\vec{B}$  – векторы электрической и магнитной индукции;  $\sigma_e$  – электропроводность среды;  $\vec{J}_{cm}$  – плотность стороннего тока;  $\rho$  – удельная плотность заряда;  $\rho_{cm}$  – удельная плотность стороннего заряда. Все параметры, входящие в уравнения (1)–(4), в общем виде являются функцией координат и времени:  $\vec{E}(\vec{r}, \tau)$ ,  $\vec{H}(\vec{r}, \tau)$ ,  $\vec{D}(\vec{r}, \tau)$ ,  $\vec{B}(\vec{r}, \tau)$ ,  $\vec{J}_{cm}(\vec{r}, \tau)$ ,  $\rho(\vec{r}, \tau)$ ,  $\rho_{cm}(\vec{r}, \tau)$ . Здесь  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки трехмерного пространства;  $\tau$  – время.

Свойства воды как диссипативной среды по отношению к ЭМ-полю определяются комплексной диэлектрической проницаемостью (КДП)  $\hat{\epsilon} = \epsilon' - j\epsilon''$  (здесь  $\epsilon'$  – диэлектрическая прони-



Рис. 2. Хирургические инструменты  
 Fig. 2. Surgical instruments

цаемость,  $\epsilon''$  – коэффициент диэлектрических потерь) и комплексной магнитной проницаемостью  $\hat{\mu} = \mu' - j\mu''$  ( $\mu'$  – магнитная проницаемость,  $\mu''$  – коэффициент магнитных потерь), а также электропроводностью.

Принимая во внимание тот факт, что магнитные свойства воды ( $\mu' = 1$ ,  $\mu'' = 0$ ) не оказывают влияния на процессы рассеяния и поглощения ЭМ-волн внутри резонатора, а КДП воды на фиксированной частоте зависит только от температуры ( $T$ ), перепишем уравнения Максвелла с использованием метода комплексных амплитуд [6]:

$$\operatorname{rot} \dot{H} = j\omega \hat{\epsilon}(T) \epsilon_0 \dot{E} + \dot{J}_{cm}, \quad (5)$$

$$\operatorname{rot} \dot{E} = -j\omega \mu_0 \dot{H}, \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \epsilon_0 \epsilon'(T) \dot{E} = \dot{\rho}_{cm}, \quad (7)$$

$$\operatorname{div} \dot{H} = 0, \quad (8)$$

где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м,  $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$  Г/м,  $\dot{E}$  и  $\dot{H}$  – комплексные амплитуды электрического и магнитного полей в заданной точке пространства:  $E(\tau) = \operatorname{Re}(\dot{E}e^{j\omega\tau})$ ;  $H(\tau) = \operatorname{Re}(\dot{H}e^{j\omega\tau})$ .

На частоте 2,45 ГГц диэлектрические свойства воды являются функцией температуры, и в интервале  $0 \leq T \text{ } ^\circ\text{C} \leq 100$  их можно оценить с помощью соотношений, полученных в [7]:

$$\epsilon'(T) = -4,6 \cdot 10^{-6} T^3 + \quad (9)$$

$$+ 0,00131 T^2 - 0,414 T + 88,15,$$

$$\epsilon''(T) = -5 \cdot 10^{-5} T^3 + 0,0103 T^2 - \quad (10)$$

$$- 0,8064 T + 26,675.$$

Используя подход, описанный в [8; 9], преобразуем уравнения (5)–(8) в уравнение Гельмгольца для термодинамических сред:

$$\nabla^2 \dot{E} + k_0^2 \hat{\epsilon}(T) \dot{E} + \operatorname{grad} \left[ \frac{\dot{E}}{\hat{\epsilon}(T)}, \operatorname{grad} \epsilon'(T) \right] = \quad (11)$$

$$= j\omega \mu_0 \dot{J}_{cm} - \frac{1}{j\omega \epsilon_0} \operatorname{grad} \left( \frac{\operatorname{div} \dot{J}_{cm}}{\epsilon'(T)} \right),$$

где  $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$  – волновое число свободного пространства.

В случае  $\dot{J}_{cm} = 0$  уравнение (11) преобразуется в хорошо известное из литературы [10] однородное уравнение Гельмгольца для сред, свойства которых зависят от  $T$  °С:

$$\nabla^2 \dot{E} + k_0^2 \dot{\epsilon}(T) \dot{E} + \text{grad} \left[ \frac{\dot{E}}{\dot{\epsilon}(T)}, \text{grad} \epsilon'(T) \right] = 0 \quad (12)$$

Решения этого уравнения должны удовлетворять граничным условиям на металлических стенках:

$$\dot{E}_t = 0, \quad \partial \dot{E}_n / \partial n = 0, \quad (13)$$

где  $\dot{E}_n$  и  $\dot{E}_t$  – нормальная и тангенциальная компоненты напряженности электрического поля, а и на границе раздела сред при неоднородном заполнении СВЧ-камеры должно выполняться условие

$$\dot{E}_t^i = \dot{E}_t^{i+1}, \quad (14)$$

где  $i$  – номер среды заполнения.

На входе стерилизатора должен быть задан источник ЭМ-поля в виде

$$\dot{E}^{(1)} = M_{11} \exp(j\beta_{11}z) + S_{11} M_{11} \exp(-j\beta_{11}z), \quad (15)$$

где  $M_{11}$  – собственные функции ЭМ-волны, распространяющейся в ПрВ;  $S_{11}$  – коэффициент отражения;  $\beta_{11}$  – фазовая постоянная ЭМ-волны на входе камеры. Для основной волны  $H_{10}$  ПрВ:

$$M_{11} = \dot{E}_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right), \quad (16)$$

где  $a$  – размер широкой стенки входного волновода,  $\dot{E}_0$  – максимальное значение амплитуды поля в поперечном сечении волновода.

## 2. Анализ тепловых процессов

Общепринятый подход к анализу процессов взаимодействия ЭМ-волн с диссипативными средами связан с решением так называемой связанной краевой задачи электродинамики и тепло-массопереноса для термодинамических сред, алгоритм которого хорошо известен [11]. В случае СВЧ-термообработки жидких сред формулировка такой задачи включает в себя уже не уравнение теплопроводности, а уравнение энергии и уравнения гидродинамики, учитывающие потоки жидкой среды внутри нагреваемого объема под действием тепловых источников [9].

Важнейшим параметром, оказывающим влияние на формирование теплового поля в области взаимодействия ЭМ-поля с жидкими средами, оказывается кинематическая вязкость ( $\nu_t$ ), входящая в дифференциальные уравнения гидродинамики, которая связана с динамической вязкостью ( $\mu_t$ ) как [12]:

$$\mu_t(T) = \nu_t(T) \rho_t(T), \quad (17)$$

где  $\rho_t$  – плотность вещества.

Анализ вариаций этого параметра для воды [12]:  $0,282 \cdot 10^{-3} \leq \mu_t$ ,  $\text{Па} \cdot \text{с} \leq 1,52 \cdot 10^{-3}$  – в интервале температур  $0 \leq T$  °С  $\leq 100$  показывает, что высокие скорости гидродинамических потоков внутри жидкости приводят к практически мгновенному выравниваю температуры по всему объему. То есть в случае интенсивного воздействия СВЧ-излучения на воду можно пренебречь градиентами температур в области взаимодействия. Это, в свою очередь, позволяет ограничиться рассмотрением только электродинамической части связанной задачи, осуществляя оценку тепловых процессов в зоне нагрева по упрощенной методике [13], согласно которой темп нагрева

$$T(\tau) = \frac{q_v(T)}{C_t(T) \rho_t(T)} \tau + T_0, \quad (18)$$

$$q_v = 0,5 \omega \epsilon_0 \epsilon''(T) \dot{E}^2, \quad (19)$$

где  $C_t$  – теплоемкость воды,  $q_v$  – плотность тепловых источников,  $T_0$  – начальная температура.

При этом для расчета  $q_v$  можно использовать методы теории диссипативных СВЧ-многополюсников:

$$q_v = \frac{P_n}{V}, \quad (20)$$

$$P_n = \left(1 - S_{11}^2\right) P_0, \quad (21)$$

где  $P_n$  – поглощенная СВЧ-мощность,  $P_0$  – входная (рабочая) мощность,  $V$  – объем нагреваемой жидкости,  $S_{11}$  – коэффициент отражения.

Плотность воды при ее нагреве от 20 °С до 100 °С лежит в пределах:  $958,4 \leq \rho_t$ ,  $\text{кг}/\text{м}^3 \leq 998,2$ , а теплоемкость –  $4,18 \leq C_t$ ,  $\text{кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \leq 4,22$  [12], поэтому в первом приближении мы можем использовать их усредненные значения:  $\rho_t = 978,3$   $\text{кг}/\text{м}^3$  и  $C_t = 4,2$   $\text{кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ .

## 3. Численное моделирование

Для численной реализации электродинамической модели микроволнового стерилизатора в данной работе были использованы метод конечных элементов (МКЭ) и пакет программ на его основе COMSOL V.5.2.

Геометрическая модель стерилизатора включает в себя прямоугольный резонатор размером  $x \times y \times z = 30 \times 19 \times 30$  см с элементом возбуждения в виде волновода WR340, расположенным в центре боковой стенки резонатора, как показано на рис. 1. В центре резонатора на высоте 25 мм от нижней стенки на специальной подставке из PTFE разме-

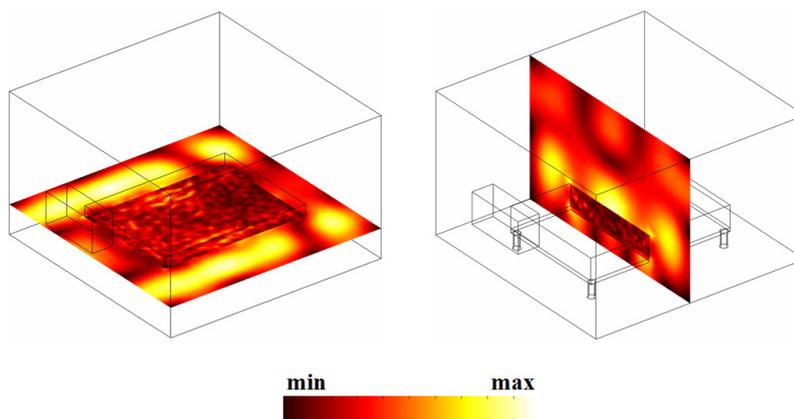


Рис. 3. Распределение электрического поля в вертикальной плоскости симметрии  $yz$  стерилизатора на частоте 2,45 ГГц  
 Fig. 3. Distribution of the electric field in the vertical plane of symmetry  $yz$  of the sterilizer at a frequency of 2,45 GHz

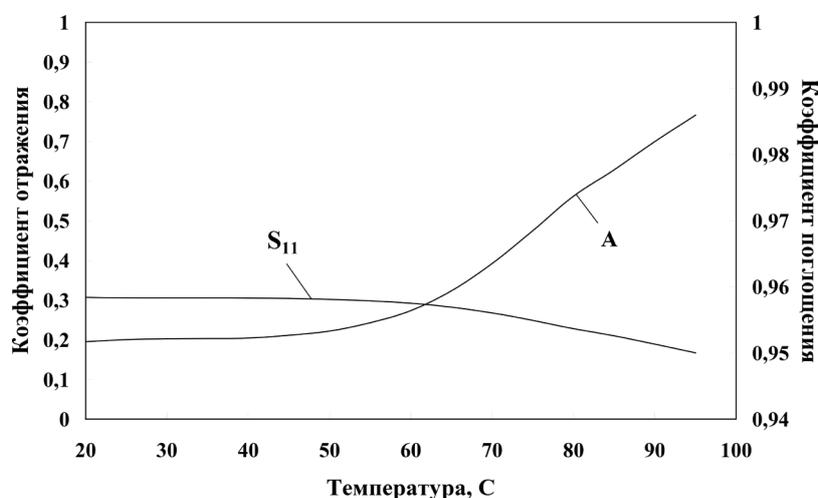


Рис. 4. Электродинамические характеристики стерилизатора  
 Fig. 4. Electrodynamic characteristics of the sterilizer

щается кювета с водой размером  $x \times y \times z = 150 \times 30 \times 200$  мм, нагрев которой осуществляется СВЧ-излучением с частотой 2,45 ГГц мощностью 600 Вт. Влияние толщины стенок кювета не учитывалось, чтобы снизить вычислительные затраты [14].

Сеточная 3D-модель всей электродинамической системы включала в себя более  $4 \cdot 10^4$  тетраэдрических векторных элементов Уитни первого порядка. Плотность сетки в зоне взаимодействия задавалась выше, чем в остальных областях резонатора. На входе волновода задавались условия распространения волны  $H_{10}$  ПрВ и основные параметры СВЧ-сигнала.

Численная полноволновая модель была дополнена функциональными зависимостями (9) и (10) для термодинамической среды, и были найдены распределения ЭМ-поля в объеме стерилизатора. На рис. 3 показана структура электрического поля в резонаторе на рабочей частоте стерилизатора для температуры иммерсионной среды 95 °С. Да-

лее были установлены значения коэффициента отражения и коэффициента поглощения ( $A$ ), причем

$$A = \sqrt{1 - S_{11}^2}. \quad (22)$$

Температурные зависимости этих двух параметров на частоте 2,45 ГГц приведены на рис. 4. Из этих данных видно, что с ростом  $T$  °С отраженная мощность плавно снижается почти в два раза, а поглощаемая мощность минимальная величина которой составляет  $P_n = 543$  Вт при комнатной температуре 20 °С, плавно возрастает примерно в 1,06 раза и достигает величины 578 Вт. Интересно отметить, что этот эффект наблюдается, несмотря на уменьшение параметра  $\epsilon''(T)$ .

Расчет темпа нагрева по упрощенной методике с учетом вариаций диэлектрических свойств воды от температуры показал квазилинейную зависимость  $T(\tau)$ . При этом рабочая температура 100 °С достигается менее чем за 9 минут.

## Заключение

Таким образом, с помощью электродинамической модели (12)–(16) и методики приближенной оценки тепловых процессов в области взаимодействия были установлены эксплуатационные характеристики микроволнового стерилизатора медицинских инструментов с рабочей частотой 2,45 ГГц. Конечно-элементное моделирование стерилизатора на базе прямоугольного резонатора с волноводным элементом возбуждения и объемно-неоднородным диссипативным заполнением показало приемлемый уровень согласования источника с нагрузкой на уровне  $S_{11} < 0,31$ , то есть менее 10 % отраженной мощности. Кроме того, было найдено, что при объеме кюветы с водой  $V = 900 \text{ см}^3$ , которая используется в качестве иммерсионной среды для нагрева инструментов, темп нагрева составляет примерно  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  в минуту

при входной мощности 600 Вт, что позволяет нагреть воду до  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  менее чем за 9 мин. Здесь необходимо отметить, что при заполнении кюветы медицинскими инструментами объем иммерсионной среды уменьшается и в реальных условиях будет достигнут более высокий темп нагрева. Для интенсификации таких процессов и повышения эффективности микроволновой стерилизации в качестве иммерсионной среды могут быть использованы солевые растворы различной концентрации. Однако при этом возможно увеличение такого параметра, как вязкость, и для оценки тепловых процессов в области взаимодействия необходимо решать более сложную связанную краевую задачу [9].

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 22-19-00357).*

## Список литературы

1. Metaxas A.C., Meredith R.J. *Industrial Microwave Heating*. London: Peter Peregrinus, 1983. 356 p.
2. Decareau R.V. *Microwaves in the Food Processing Industry*. New York: Academic Press, 1985. 236 p.
3. Patent 5858303 US. Method and system for simultaneous microwave sterilization of multiple medical instruments / Schiffmann R.F., Held J.S.; priority 12.01.1999. 23 p.
4. Патент на полезную модель 2004136734/22 (45271). Устройство сверхбыстрой стерилизации медицинских инструментов / Байбурин В.Б., Тертышник В.В., Шуб Г.М., Волков Ю.П., Капрелов Р.И.; приоритет от 14.12.2004. 5 с.
5. Патент на полезную модель 2013122446/15 (136718). Устройство для стерилизации медицинских инструментов / Байбурин В.Б., Тертышник В.В.; приоритет от 15.05.2013. 3 с.
6. Баскаков С.И. *Электродинамика и распространение радиоволн*. М.: Либроком, 2012. 416 с.
7. Ratanadecho P., Aoki K., Akahori M. The characteristics of microwave melting of frozen packed beds using a rectangular waveguide // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 2002. Vol. 50, no. 6. P. 1495–1502. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.2002.1006410>
8. Гагарина Л.Г., Холод И.С., Бондаренко С.М. Модель процесса управления микроволновым нагревом // *Известия вузов. Электроника*. 2003. № 5. С. 94–95.
9. Комаров В.В. Исследование процессов СВЧ-нагрева диссипативных сред с учетом конвективного теплообмена: теория и эксперимент // *Прикладная физика*. 2006. № 4. С. 34–40.
10. Analysis of microwave heating of materials with temperature-dependent properties / K.G. Ayappa [et al.] // *AIChE Journal*. 1991. Vol. 37, no. 3. P. 313–321. DOI: <https://doi.org/10.1002/aic.690370302>
11. Захаров В.В., Тригорлый С.В. Математическое моделирование СВЧ термообработки диэлектриков с учетом изменения их физических свойств // *Вопросы электротехнологии*. 2020. № 3. С. 5–12.
12. *Теплотехника* / под ред. В.Н. Луканина. М.: Высшая школа, 2002. 671 с.
13. Комаров В.В. Погрешность линеаризации решения совместной краевой задачи электродинамики и теплопроводности для некоторых диссипативных диэлектриков // *Радиотехника*. 2006. № 12. С. 78–82.
14. Комаров В.В. Снижение вычислительных затрат компьютерного моделирования устройств микроволновой обработки материалов // *Наукоемкие технологии*. 2008. № 8. С. 45–49.

## References

1. Metaxas A.C., Meredith R.J. *Industrial Microwave Heating*. London: Peter Peregrinus, 1983, 356 p.
2. Decareau R.V. *Microwaves in the Food Processing Industry*. New York: Academic Press, 1985, 236 p.
3. U.S. Patent 5858303 US. Method and system for simultaneous microwave sterilization of multiple medical instruments. Schiffmann R.F., Held J.S.; priority 12.01.1999, 23 p.
4. Utility model patent 2004136734/22 (45271). Device for ultrafast sterilization of medical instruments. Bayburin V.B., Tertyshnik V.V., Shub G.M., Volkov Yu.P., Kaprelov R.I.; priority from 14.12.2004, 5 p. (In Russ.)

5. Utility model patent 2013122446/15 (136718). Device for sterilization of medical instruments. Bayburin V.B., Tertyshnik V.V.; priority from 15.05.2013, 3 p. (In Russ.)
6. Baskakov S.I. *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Moscow: Librokom, 2012, 416 p. (In Russ.)
7. Ratanadecho P., Aoki K., Akahori M. The characteristics of microwave melting of frozen packed beds using a rectangular waveguide. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2002, vol. 50, no. 6, pp. 1495–1502. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.2002.1006410>
8. Gagarina L.G., Kholod I.S., Bondarenko S.M. Microwave Control Process Model. *Izvestiya vuzov. Elektronika*, 2003, no. 5, pp. 94–95. (In Russ.)
9. Komarov V.V. Investigation of the processes of microwave heating of dissipative media taking into account convective heat transfer: theory and experiment. *Prikladnaya fizika*, 2006, no. 4, pp. 34–40. (In Russ.)
10. Ayappa K.G. et al. Analysis of microwave heating of materials with temperature-dependent properties. *AIChE Journal*, 1991, vol. 37, no. 3, pp. 313–321. DOI: <https://doi.org/10.1002/aic.690370302>
11. Zakharov V.V., Trigorlyy S.V. Mathematical modeling of microwave heat treatment of dielectrics taking into account changes in their physical properties. *Voprosy elektrotehnologii*, 2020, no. 3, pp. 5–12. (In Russ.)
12. *Heat Engineering*. Ed. by V.N. Lukanin. Moscow: Vysshaya shkola, 2002, 671 p. (In Russ.)
13. Komarov V.V. Linearization error of the solution of the joint boundary value problem of electrodynamics and thermal conductivity for some dissipative dielectrics. *Radiotekhnika*, 2006, no. 12, pp. 78–82. (In Russ.)
14. Komarov V.V. Reducing the computational costs of computer simulation of microwave material processing devices. *Naukoemkie tekhnologii*, 2008, no. 8, pp. 45–49. (In Russ.)

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2022, vol. 25, no. 4, pp. 52–58

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.52-58

Received 20 May 2022  
Accepted 21 June 2022

### Modeling of electrodynamic parameters of microwave sterilizer

Vil B. Bayburin<sup>1</sup>, Vyacheslav V. Komarov<sup>1</sup> , Valeriy P. Meschanov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Yuri Gagarin State Technical University of Saratov  
77, Politechnicheskaya Street,  
Saratov, 410054, Russia

<sup>2</sup> JSC NPP «Nika-SVCh»  
2, First Ust-Kurdyumsky Passage,  
Saratov, 410050, Russia

*Abstract* – For the sterilization of medical instruments, a technology for their immersion heat treatment with intense microwave radiation at the frequency of 2,45 GHz is analyzed. The advantages of this technology in comparison with traditional methods are shown. An electromagnetic model of a microwave sterilizer for surgical tools was built, taking into account the temperature dependence of the complex dielectric permittivity of the immersion medium (water). A rectangular cavity with a waveguide excitation was used as its basic unit. With the help of a numerical model on the finite element method, the values of the reflected and absorbed power, as well as the heating rate of water in the sterilizer for an operating power of 600 W, were determined. The analysis of thermal processes, performed according to a simplified method, showed a rather high efficiency of such device, which provides a high heating rate at a given frequency.

*Keywords* – electromagnetic field; microwave radiation; sterilization; medical tools; mathematical modeling.

---

### Информация об авторах

**Байбурин Вил Бариевич**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры информационной безопасности автоматизированных систем Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия.

*Область научных интересов:* микроволновая электроника, математическое моделирование процессов в мощных вакуумных СВЧ-приборах, биомедицинская радиоэлектроника, радиофизика.

*E-mail:* baiburinvb@rambler.ru

**Комаров Вячеслав Вячеславович**, доктор технических наук, профессор кафедры радиоэлектроники и телекоммуникации Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия.

*Область научных интересов:* численные методы моделирования, микроволновая и терагерцевая техника, микроволновая обработка материалов, частотно-селективные структуры.

*E-mail:* vyacheslav.komarov@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-2345-086X>

**Мещанов Валерий Петрович**, доктор технических наук, профессор, директор ООО НПП «Ника-СВЧ», г. Саратов, Россия.  
Область научных интересов: синтез пассивных микроволновых устройств, методы оптимизации, измерительные СВЧ-системы.  
E-mail: nika373@bk.ru

### Information about the Authors

**Vil B. Bayburin**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of Information Security, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia.

*Research interests:* microwave electronics, mathematical modeling of processes in high-power vacuum microwave tubes, biomedical radio electronics, radio physics.

E-mail: baiburinvb@rambler.ru

**Vyacheslav V. Komarov**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Radio Electronics and Telecommunications, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia.

*Research interests:* numerical methods of modeling, microwave and terahertz engineering, microwave processing of materials, frequency-selective structures.

E-mail: vyacheslav.komarov@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2345-086X>

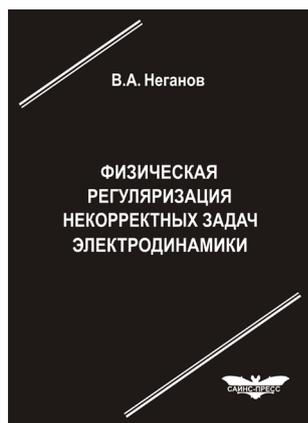
**Valeriy P. Meschanov**, Doctor of Technical Sciences, professor, director of JSC NPP «Nika-SVCh», Saratov, Russia.

*Research interests:* synthesis of passive microwave devices, optimization techniques, measuring microwave systems.

E-mail: nika373@bk.ru

**Неганов, В.А.**

**Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики: линии передачи, антенны, дифракция электромагнитных волн / В.А. Неганов. – М.: САЙНС-ПРЕСС, 2008. – 432 с., 122 ил.**



ISBN 978-5-88070-161-2

УДК 537.87

ББК 32.84

Н 41

Изложены основы физической регуляризации некорректных задач электродинамики, связанной с особенностями физических и математических моделей задач (физические допущения, некорректные математические выкладки, отсутствие предельного перехода). Подход, по мнению автора, обладает большими возможностями, чем метод регуляризации Тихонова А.Н. интегральных уравнений Фредгольма первого рода, названный в книге методом математической регуляризации. Метод физической регуляризации (МФР) применен к анализу волноведущих и излучающих структур, а также задачам дифракции электромагнитных волн на некоторых телах. МФР позволил впервые корректно осуществить анализ полей в ближних зонах некоторых антенн, устранить несамосогласованное приближение Кирхгофа в задачах дифракции, установить связь поверхностной плотности тока проводимости с напряженностями электрического и магнитного полей для диполя Герца и т. п.

Для специалистов в области радиотехники и радиофизики СВЧ, электромагнитной совместимости РТС, математической теории дифракции и математического моделирования электродинамических структур самого широкого назначения. Может быть полезна преподавателям вузов, докторантам, аспирантам и студентам старших курсов соответствующих специальностей.

## Анализ нагрева печатных проводников печатных плат на металлическом основании для приборов космических аппаратов при импульсном токе

А.В. Костин

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева  
443086, Россия, г. Самара,  
Московское шоссе, 34

*Аннотация* – В статье приводятся результаты анализа нагрева печатных проводников печатных плат, установленных на металлическое основание, бортовых приборов космических аппаратов при протекании через них импульсного тока. Рассматриваются тепловые переходная и импульсная характеристики системы, состоящей из печатного проводника и печатной платы. Приводится анализ зависимости скорости нарастания температуры печатных проводников и длительности протекания переходных процессов от линейных размеров элементов системы. В статье отмечено, что сильнее всего время протекания переходных процессов зависит от толщины слоя изоляционных материалов. Все результаты получены в процессе моделирования переходных процессов в ANSYS 2019 R1 модуль Transient Thermal. Даны практические рекомендации по учету тепловых переходных процессов в печатных проводниках при проектировании печатных плат.

*Ключевые слова* – печатная плата; печатный проводник; импульсный ток; космический аппарат; металлическое основание; температура.

### Введение

В настоящее время в радиоэлектронной аппаратуре широко используются печатные платы. Причем повышение требований к снижению габаритов и массы аппаратуры и расширению ее функциональных возможностей привело к необходимости применения многослойных печатных плат с высокой степенью интеграции радиоэлементов и элементов проводящего рисунка. Не исключением являются и бортовые приборы космических аппаратов. Для них указанные выше требования более жесткие, чем для наземных. При проектировании печатных плат таких приборов необходимо выбирать оптимальную ширину печатных проводников (ПП). Если ширина ПП будет слишком малой, то он может перегреться и расплавиться. Это приведет к отказу канала или прибора в целом. Если он будет слишком широким, то это может повлечь увеличение габаритов платы и прибора в целом. Это менее критично, но нежелательно.

Ширина ПП главным образом определяется током, протекающим через него. Отечественная [1; 2] и зарубежная [3; 4] нормативно-техническая документация дает указания по расчету ширины ПП. В литературе, такой как [5–7], также имеются указания по расчету ширины ПП. Однако указания по расчету ПП при протекании через них

импульсного тока в литературе и стандартах освещены слабо. В космическом приборостроении получили широкое распространение печатные платы на металлическом основании. Причем такие платы чаще всего работают в условиях отсутствия конвекции. В некоторых публикациях приводятся формулы для расчета ПП печатных плат на металлическом основании, но работающих в условиях естественной конвекции [1]. В публикациях автора настоящей статьи [9–11] описываются методики расчета ширины ПП именно для приборов, работающих на борту космических аппаратов. Но они не рассматривают импульсный режим ПП. В целом для таких плат указаний по расчету ПП при протекании через них импульсного тока практически нет. Выходом может служить расчет по постоянному току. При этом значение постоянного тока приравнивается к максимальному значению импульсного тока. В ряде случаев это приведет к избыточной ширине ПП. Для разработки более точной методики необходимо понимание протекания процессов нагрева ПП.

### Ход исследования

Автором настоящей статьи была проведена работа, целью которой являлся анализ нагрева ПП печатных плат на металлическом основании для приборов космических аппаратов при импульсном токе.

Для достижения цели были решены следующие задачи:

- Построена уточненная математическая модель процесса кондуктивного теплообмена между ПП и металлическим основанием;
- Рассмотрены переходная и импульсная характеристики системы, состоящей из платы и ПП (далее – система);
- Проведен анализ зависимости скорости нарастания температуры ПП и длительности протекания переходных процессов;
- Разработаны практические рекомендации по учету тепловых переходных процессов в ПП.

Как и в [9; 10], разделим ПП на внутренние и внешние. Рассмотрим бесконечно длинный прямой ПП. Для удобства расчетов, как и в работах [9–11], предположим, что тепловыделяющий ПП в рассматриваемой области только один. Других ПП либо нет, либо они не выделяют тепло. Даже если они есть, но тепло не выделяют, их можно не учитывать. Их тепловое сопротивление будет значительно меньше теплового сопротивления изоляционных материалов. Главным образом это связано с разницей в коэффициентах теплопроводностей. Они отличаются на три, в редких случаях на два порядка. Предположим, что тепло от него отводится только на металлическое основание через слои изоляционных материалов между ними. При этом посредством излучения отвод тепла отсутствует. Температура окружающего ПП пространства будет отличаться от его температуры незначительно, а степень черноты поверхностей будет не всегда высокой. Поэтому отвод тепла на металлическое основание будет гораздо эффективнее излучения.

Процесс такого отвода тепла можно описать уравнениями теплопроводности. Поскольку температура будет зависеть только от двух координат (вдоль ПП распределение температур будет равномерным), то и уравнение будет двумерным. Для расчета значения температуры ПП в нестационарном режиме необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial^2 T_1(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1(x, y, \tau)}{\partial y^2} = \frac{1}{a_1} \frac{\partial T_1(x, y, \tau)}{\partial \tau}, \quad (1)$$

$$x \in [-W/2, W/2], \quad y \in [0, h_1];$$

$$\frac{\partial^2 T_2(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2(x, y, \tau)}{\partial y^2} = \frac{1}{a_2} \frac{\partial T_2(x, y, \tau)}{\partial \tau},$$

$$x \in [-W/2, W/2], \quad y \in [h_1, h_2];$$

...

$$\frac{\partial^2 T_i(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i(x, y, \tau)}{\partial y^2} = \frac{1}{a_i} \frac{\partial T_i(x, y, \tau)}{\partial \tau},$$

$$x \in [-W/2, W/2],$$

$$y \in [h_1 + h_2 + \dots + h_{i-1}, h_1 + h_2 + \dots + h_{i-1} + h_i];$$

...

$$\frac{\partial^2 T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial y^2} = \frac{1}{a_{nj}} \frac{\partial T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial \tau},$$

$$x \in [-W/2, W/2],$$

$$y \in [h_1 + h_2 + \dots + h_{nj-1}, y_{\min j});$$

$$\frac{\partial^2 T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial y^2} =$$

$$= \frac{1}{a_{Пj}} \left( \frac{\partial T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial \tau} - \frac{q_{v.Пj}}{\lambda_{Пj}} \right),$$

$$x \in [-t_j/2, t_j/2], \quad y \in [y_{\min j}, y_{\max j});$$

$$\frac{\partial^2 T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial y^2} = \frac{1}{a_{nj}} \frac{\partial T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial \tau},$$

$$x \in [-W/2, -t_j/2), \quad y \in [y_{\min j}, y_{\max j});$$

$$\frac{\partial^2 T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial y^2} =$$

$$= \frac{1}{a_{nj}} \frac{\partial T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial \tau} = 0,$$

$$x \in (t_j/2, W/2], \quad y \in [y_{\min j}, y_{\max j});$$

$$\frac{\partial^2 T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial y^2} = \frac{1}{a_{nj}} \frac{\partial T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial \tau},$$

$$x \in [-W/2, W/2],$$

$$y \in [y_{\max j}, h_1 + h_2 + \dots + h_{nj});$$

...

$$\frac{\partial^2 T_n(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_n(x, y, \tau)}{\partial y^2} = \frac{1}{a_n} \frac{\partial T_n(x, y, \tau)}{\partial \tau},$$

$$x \in [-W/2, W/2],$$

$$y \in [h_1 + h_2 + \dots + h_{n-1}, h_1 + h_2 + \dots + h_{n-1} + h_n],$$

где  $T_i(x, y, \tau)$  – температуры в  $i$ -м слое изоляционного материала как функция от координат  $x$  и  $y$  и времени  $\tau$ ;  $T_{Пj}(x, y, \tau)$  – температуры в ПП  $j$ -го проводящего слоя как функция от координат  $x$  и  $y$  и времени  $\tau$ ;  $q_{v.Пj}(\tau)$  – объемная мощность тепло-

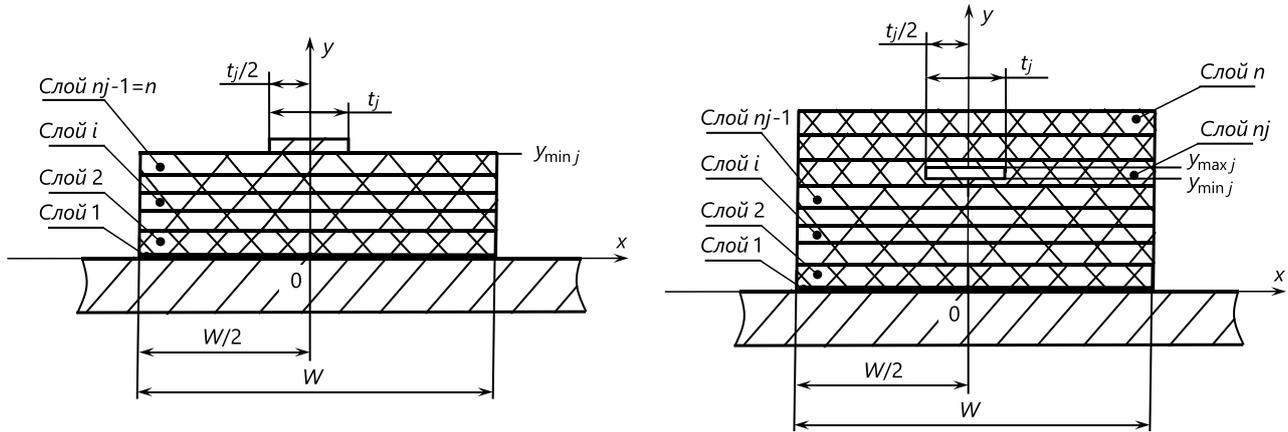


Рис. 1. Геометрия печатной платы с привязкой к системе координат для внешнего (а) и внутреннего (б) ПП  
 Fig. 1. The geometry of the printed circuit board with reference to the coordinate system for the external (a) and internal (b) PCB

выделения ПП  $j$ -го проводящего слоя как функция времени  $\tau$ ;  $a_p$ ,  $a_{Пj}$  – коэффициенты температуропроводности материала соответствующего слоя;  $W$  – ширина изоляционных слоев;  $j$  – номер текущего проводящего слоя;  $t_j$  – ширина ПП  $j$ -го проводящего слоя;  $n$  – общее число слоев изоляционного материала;  $n_j$  – слой изоляционного материала, в котором находится ПП  $j$ -го проводящего слоя;  $i$  – номер текущего слоя изоляционного материала ( $i = 1 \dots n$ , в том числе  $n_j$ );  $y_{\min j}$  – значение координаты  $y$  для нижней границы ПП  $j$ -го проводящего слоя;  $y_{\max j}$  – значение координаты  $y$  для верхней границы ПП  $j$ -го проводящего слоя;  $\lambda_{Пj}$  – коэффициент теплопроводности материала  $j$ -го проводящего слоя;  $h_i$  – толщина  $i$ -го слоя изоляционного материала.

Температуропроводность является справочным параметром материала, но часто задается через коэффициент теплопроводности, плотность и удельную теплоемкость.

Расположение осей системы координат, геометрические размеры и нумерация слоев показаны на рис. 1. В рассматриваемой системе источником тепла является ПП, за его пределами объемная мощность тепловыделения равна нулю.

Важно отметить, что на рис. 1 ПП изображен так, что он не примыкает к слоям  $n_j + 1$ ,  $n_j - 1$ . Это сделано для удобства записи (1). В реальных ПП один из слоев  $n_j + 1$  или  $n_j - 1$  будет фольгированным диэлектриком. Если фольгированный диэлектрик – это слой с номером  $n_j - 1$ , то  $y_{\min j} = h_1 + h_2 + \dots + h_{n_j-1}$ . Если фольгированный диэлектрик слой с номером  $n_j + 1$ , то  $y_{\max j} = h_1 + h_2 + \dots + h_{n_j+1}$ . Толщина ПП в общем случае состоит из толщины слоя фольги и толщины слоя гальванической меди. В [9; 10] показано, что их можно представить как единый слой с одинаковыми тепловыми и электрически-

ми характеристиками. При этом ошибка в расчетах будет незначительная. Тогда  $y_{\max j} = y_{\min j} + h_j$ .

Следует отметить, что система (1) описывает случай симметричного расположения ПП относительно краев печатной платы. То есть расстояние от края ПП до края слоев изоляционных материалов с одной и другой стороны равны.

Для решения дифференциальных уравнений важно задать граничные условия. Для внешних и внутренних ПП они будут отличаться. Рассмотрим граничные условия для внешних ПП. На внешних границах тепловой поток будет отсутствовать

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T_i(x, y, \tau)}{\partial x} \right|_{x=-W/2} &= \left. \frac{\partial T_i(x, y, \tau)}{\partial x} \right|_{x=W/2} = \\ &= \left. \frac{\partial T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial y} \right|_{y=\sum_{i=1}^n h_i + h_j} = \\ &= \left. \frac{\partial T_n(x, y, \tau)}{\partial y} \right|_{y=\sum_{i=1}^n h_i, x \in [-W/2, -t_j/2]} = \\ &= \left. \frac{\partial T_n(x, y, \tau)}{\partial y} \right|_{y=\sum_{i=1}^n h_i, x \in [t_j/2, W/2]} = \\ &= \left. \frac{\partial T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial x} \right|_{x=t_j/2, y \in \left[ \sum_{i=1}^n h_i, \sum_{i=1}^n h_i + h_j \right]} = \\ &= \left. \frac{\partial T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial x} \right|_{x=-t_j/2, y \in \left[ \sum_{i=1}^n h_i, \sum_{i=1}^n h_i + h_j \right]} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

У основания

$$T_1(x, y, \tau) \Big|_{y=0} = T_0, \quad (3)$$

где  $T_0$  – температура основания.

Между изоляционными слоями тепловые потоки и температуры на границе равны:

$$\lambda_i \frac{\partial T_i(x, y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=h_1+h_2+\dots+h_i} = \quad (4)$$

$$\lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}(x, y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=h_1+h_2+\dots+h_i},$$

$$T_i(x, y, \tau) \Big|_{y=h_1+h_2+\dots+h_i} = T_{i+1}(x, y, \tau) \Big|_{y=h_1+h_2+\dots+h_i}, \quad (5)$$

где  $\lambda_i$  – коэффициент теплопроводности  $i$ -го слоя изоляционного материала.

Между ПП и слоем  $n$  тепловые потоки и температуры на границе равны:

$$\lambda_n \frac{\partial T_n(x, y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=\sum_{i=1}^n h_i, x \in [-t_j/2, t_j/2]} = \quad (6)$$

$$= \lambda_{Пj} \frac{\partial T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=\sum_{i=1}^n h_i, x \in [-t_j/2, t_j/2]},$$

$$T_n(x, y, \tau) \Big|_{y=\sum_{i=1}^n h_i, x \in [-t_j/2, t_j/2]} = \quad (7)$$

$$= T_{Пj}(x, y, \tau) \Big|_{y=\sum_{i=1}^n h_i, x \in [-t_j/2, t_j/2]}.$$

Рассмотрим граничные условия для внутреннего ПП. На внешних границах тепловой поток будет отсутствовать:

$$\frac{\partial T_i(x, y, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=-W/2} = \frac{\partial T_i(x, y, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=W/2} = \quad (8)$$

$$= \frac{\partial T_n(x, y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=\sum_{i=1}^n h_i} = 0.$$

У основания справедливо уравнение (3). Между слоями справедливы уравнения (4) и (5). Между ПП и слоем  $nj$  тепловые потоки и температуры на границе равны:

$$\lambda_{nj} \frac{\partial T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=t_j/2, y \in [y_{\min j}, y_{\max j}]} = \quad (9)$$

$$= \lambda_{Пj} \frac{\partial T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=t_j/2, y \in [y_{\min j}, y_{\max j}]},$$

$$\lambda_{nj} \frac{\partial T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=-t_j/2, y \in [y_{\min j}, y_{\max j}]} = \quad (10)$$

$$= \lambda_{Пj} \frac{\partial T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=-t_j/2, y \in [y_{\min j}, y_{\max j}]},$$

$$\lambda_{nj} \frac{\partial T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=y_{\min j}, x \in [-t_j/2, t_j/2]} = \quad (11)$$

$$= \lambda_{Пj} \frac{\partial T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=y_{\min j}, x \in [-t_j/2, t_j/2]},$$

$$\lambda_{nj} \frac{\partial T_{nj}(x, y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=y_{\max j}, x \in [-t_j/2, t_j/2]} = \quad (12)$$

$$= \lambda_{Пj} \frac{\partial T_{Пj}(x, y, \tau)}{\partial y} \Big|_{y=y_{\max j}, x \in [-t_j/2, t_j/2]},$$

$$T_{nj}(x, y, \tau) \Big|_{y=y_{\min j}, x \in [-t_j/2, t_j/2]} = \quad (13)$$

$$= T_{Пj}(x, y, \tau) \Big|_{y=y_{\min j}, x \in [-t_j/2, t_j/2]},$$

$$T_{nj}(x, y, \tau) \Big|_{y=y_{\max j}, x \in [-t_j/2, t_j/2]} = \quad (14)$$

$$= T_{Пj}(x, y, \tau) \Big|_{y=y_{\max j}, x \in [-t_j/2, t_j/2]},$$

$$T_{nj}(x, y, \tau) \Big|_{x=-t_j/2, y \in [y_{\min j}, y_{\max j}]} = \quad (15)$$

$$= T_{Пj}(x, y, \tau) \Big|_{x=-t_j/2, y \in [y_{\min j}, y_{\max j}]},$$

$$T_{nj}(x, y, \tau) \Big|_{x=t_j/2, y \in [y_{\min j}, y_{\max j}]} = \quad (16)$$

$$= T_{Пj}(x, y, \tau) \Big|_{x=t_j/2, y \in [y_{\min j}, y_{\max j}]}$$

Уравнения с (4) по (7) и с (9) по (16) с математической точки зрения записаны несколько неточно, так как определяют температуры и тепловые потоки в точках, где  $T_i(x, y, \tau)$  и  $T_{Пj}(x, y, \tau)$  не существуют одновременно, согласно (1). Правильнее использовать пределы. Однако неточности в записи на результат не повлияют.

Не менее важно при решении нестационарной задачи задать начальные условия. В момент времени  $\tau = 0$  температура всей системы равна температуре основания.

Решать систему (1) аналитическим методом весьма сложно, особенно при проведении технических расчетов. Целесообразнее воспользоваться численным методом. Для этого используем ANSYS 2019 R1 модуль Transient Thermal.  $T_0$  целесообразно принять равной нулю. Тогда программа будет возвращать значения перегрева  $\Delta T_{Пj}(x, y, \tau)$  (разницу между температурами основания и ПП). При этом считать можно в °С. Разница температур

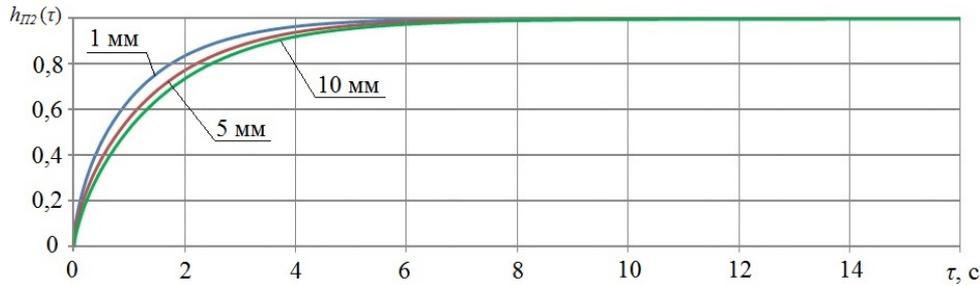


Рис. 2. Графики зависимости переходной характеристики от времени при  $W = 10$  мм и разных значениях  $t$   
 Fig. 2. Graphs of the dependence of the transient response on time at  $W = 10$  mm and different values of  $t$

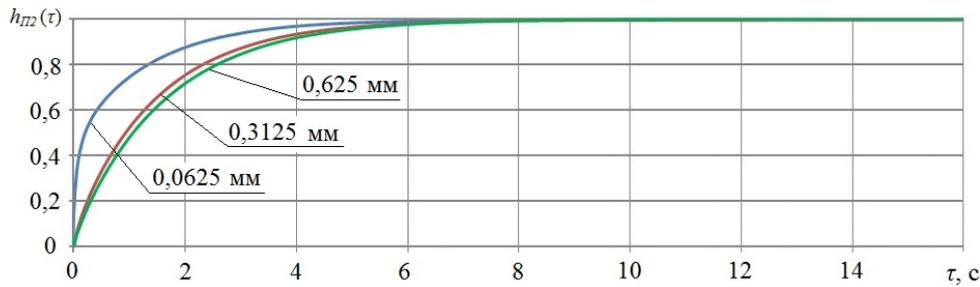


Рис. 3. Графики зависимости переходной характеристики от времени при  $W = 0,625$  мм и разных значениях  $t$   
 Fig. 3. Graphs of the dependence of the transient response on time at  $W = 0,625$  mm and different values of  $t$

в °С и К будет одинакова. При этом не будет учтен температурный коэффициент сопротивления, но его можно учесть, как указано в [12].

Предположим, что  $q_{v,Пj}(τ) = q_{v,Пj} \cdot 1(τ)$  (единичный скачок с амплитудой  $q_{v,Пj}$ ). Возьмем точку объема ПП с максимальным перегревом. Разделим зависимость этого перегрева от времени на его же значение  $\Delta T_{Пj}$  в стационарном режиме (при  $\tau \rightarrow \infty$ ). Получим переходную характеристику системы  $h_{Пj}(τ)$ . Вычислив производную по времени от переходной характеристики получим импульсную характеристику  $g_{Пj}(τ)$ . Зная импульсную характеристику, можно рассчитать температуру в условиях воздействия импульса произвольной формы:

$$\Delta T_{Пj}(τ) = \Delta T_{Пj} \int_0^{\tau} f_{v,Пj}(s) g_{Пj}(τ-s) ds, \quad (17)$$

где  $f_{v,Пj}(s)$  – нормированная зависимость  $q_{v,Пj}(τ)$  (разделенная на амплитудное значение),  $s$  – переменная интегрирования.

На рис. 2 показаны графики зависимости переходных характеристик ПП от времени в условиях воздействия единичного скачка. Проводник внешний. При этом  $t = 1$  мм; 5 мм; 10 мм,  $W = 10$  мм,  $y_{\min} = 0,578$  мм (соответствует толщине пакета: стеклотекстолит СТФ-2-35-0,25, стеклоткань СТП-4-0,062, 4 слоя, пленка клеевая ПКС-171 0,08 × 400). Коэффициент теплопроводности материала ПП принят равным 390 Вт/м·К.

Коэффициенты теплопроводности изоляционных материалов приняты равными 0,3 Вт/м·К. Удельная теплоемкость материала ПП принята равной 380 Дж/кг·К. Удельная теплоемкость изоляционных материалов принята равной 1600 Дж/кг·К. Плотность материала ПП принята равной 8930 кг/м<sup>3</sup>. Плотность изоляционных материалов принята равной 1800 кг/м<sup>3</sup>. Теплофизические характеристики материала ПП соответствуют меди. Теплофизические характеристики изоляционных материалов соответствуют стеклотекстолиту. Толщина печатного проводника равна 55 мкм (35 мкм фольги и 20 мкм гальванической меди).

На рис. 3 показаны графики зависимости переходных характеристик ПП от времени в условиях воздействия единичного скачка. Та же система. При этом  $t = 0,0625$  мм; 0,3125 мм; 0,625 мм,  $W = 0,625$  мм.

Из рис. 2 и 3 видно, что времена протекания переходных процессов слабо зависят как от  $t$ , так и от  $W$ . Отличается лишь форма графиков. Чем меньше соотношение  $t/W$ , тем выше скорость нарастания  $h_{Пj}(τ)$  в начальный момент времени (примерно от 0 до 1,5 с). При этом в последующие моменты времени (свыше 1,5 с) скорость нарастания  $h_{Пj}(τ)$  снижается с повышением  $t/W$ . Примерно после 8 с наступает стационарный режим. Если сравнивать рис. 2 и 3, то можно видеть и тот факт, что чем ближе значение  $t$  к значению  $W$ , тем слабее зависимость  $h_{Пj}(τ)$  от  $W$  и  $t$ . Возможно, это связано

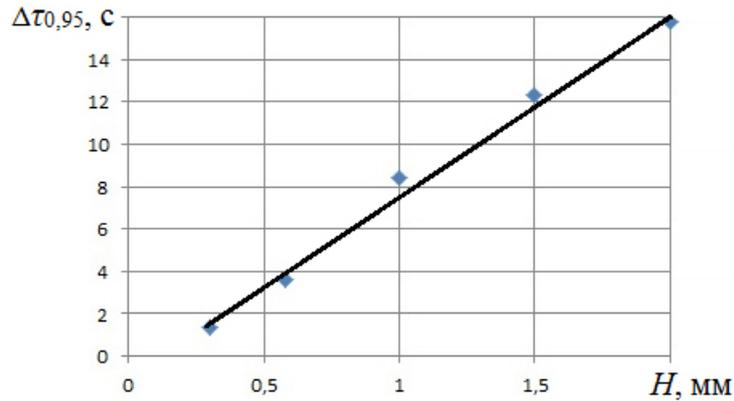


Рис. 4. Зависимость времени протекания переходных процессов по уровню 0,95 от толщины слоя изоляционных материалов  
Fig. 4. Dependence of the time of transient processes at the level of 0,95 on the thickness of the layer of insulating materials

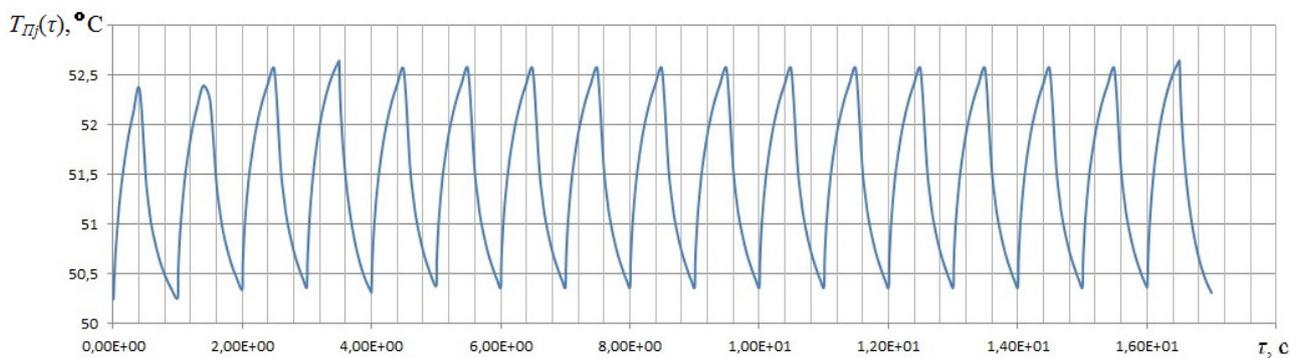


Рис. 5. Зависимость температуры ПП от времени в условиях воздействия периодической последовательности импульсов тока со скважностью, равной 2, и периодом следования 1 с  
Fig. 5. Temperature dependence of the PCB on time under the influence of a periodic sequence of current pulses with a duty cycle equal to 2 and a repetition period of 1 s

с тем, что при  $W = t$  система уравнений (1) становится одномерной и зависимость от координаты  $x$  пропадает. Соответственно,  $W$  и  $t$  не влияют ни на что. Для того чтобы понять, как зависит длительность переходного процесса от толщины слоев изоляционных материалов, проведем расчеты для плат разной толщины. А коэффициент теплопроводности слоев изоляционных материалов оставим равным  $0,3 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ . При этом  $W = 10 \text{ мм}$ ,  $t = 1 \text{ мм}$ . По результатам расчетов построим зависимость времени протекания переходных процессов по уровню 0,95 ( $\Delta\tau_{0,95}$ ) от толщины слоя изоляционных материалов. Результат представлен на рис. 4.

Из рис. 4 видно, что время протекания переходных процессов сильно зависит от толщины слоя изоляционных материалов. Причем эта зависимость практически линейная.

Таким образом, процесс нагрева ПП достаточно инертный по сравнению с процессами в электрических цепях. Однако и в электрических цепях бывают процессы, которые протекают достаточно медленно. Примером может служить включе-

ние питания или подключение нагрузки к шине питания. Переходной процесс протекает быстро, но далее следует длительный стационарный процесс. В течение стационарного процесса ПП успевает прогреться до максимальной температуры. Если такой стационарный процесс превышает 8 с, то можно считать, что температура ПП не зависит от времени. Она может быть найдена как температура при протекании постоянного тока.

Рассмотрим протекание тока в виде периодической последовательности импульсов. В этом случае ПП не будет успевать нагреваться и охлаждаться, причем чем выше частота, тем изменение температуры будет меньше. При достаточно малых длительностях это изменение температуры будет настолько мало, что температуру можно будет считать постоянной. Она может быть найдена как температура при протекании действующего значения силы тока. Длительности импульсов, при которой это условие будет выполняться, должна быть меньше 10 мс. При этом время паузы между импульсами не должно быть меньше 10 мс. Эти значения определены из условия того, что

перегрев ПП шириной 0,0625 мм за это время не должен превысить более чем 0,1 от максимального значения (значения при постоянном токе, равном амплитуде импульса). Если ширина ПП будет меньше, то и длительность импульса необходимо брать меньше. На практике такие случаи редки. Даже ширина 0,0625 соответствует седьмому классу точности, согласно [1]. Платы класса точности больше пятого встречаются крайне редко. Аналогичные выводы можно сделать для одиночного импульса.

Ситуация несколько осложняется, если оба приведенных выше условия не выполняются, тогда зависимость температуры ПП будет иметь вид, представленный на рис. 5.

В таком случае разница между максимальным и минимальным значениями температуры будет весьма велика. Для определения максимальной температуры можно воспользоваться формулой (17). Для этого необходимо знать  $g_{Пj}(\tau)$ . Если  $g_{Пj}(\tau)$  задана численно, то интеграл в фор-

муле (17) нужно решать численно. Задача это весьма непростая, поэтому делать это необходимо в исключительных случаях. В общем случае есть смысл рассмотреть импульсный сигнал как постоянный ток, значение которого равно значению амплитуды импульса.

## Заключение

В результате проделанной работы были получены данные, позволяющие проанализировать тепловые процессы, проходящие в ПП рассматриваемых плат в условиях протекания через них импульсных токов. Проведен анализ и выработаны некоторые рекомендации для разработчиков печатных плат. Материалы настоящей работы можно в дальнейшем использовать для разработки инженерной методики выбора ширины ПП в условиях протекания по ним импульсных токов.

Таким образом, в процессе работы были решены все поставленные задачи, а цель достигнута.

## Список литературы

1. Платы печатные. Основные параметры конструкции. ГОСТ Р 53429-2009. М.: Стандартиформ, 2018. 11 с.
2. Печатные платы. Требования к конструкции. Инструкция. РД 50-708-91. М.: Изд-во стандартов, 1992. 41 с.
3. Generic Standard on Printed Board Design. IPC-2221A. 2003. 124 p.
4. Standard for Determining Current-Carrying Capacity in Printed Board Design. IPC-2152. 2009. 89 p.
5. Пирогова Е.В. Проектирование и технология печатных плат. М.: Форум – Инфра-М, 2005. 250 с.
6. Белянин Л.Н. Конструирование печатного узла и печатной платы. Расчет надежности. Томск: ТПУ, 2008. 77 с.
7. Гормаков А.Н. Воронина Н.А. Конструирование и технология электронных устройств приборов. Печатные платы. Томск: ТПУ, 2006. 164 с.
8. Муравьев Ю. Особенности проектирования и производства печатных плат на металлическом основании // Производство электроники: Технология, оборудования, материалы. 2010. № 2. С. 35–38.
9. Расчет температуры печатных проводников плат, установленных на металлическое основание в бортовой аппаратуре космических аппаратов, работающей в условиях вакуума / А.В. Костин [и др.] // Актуальные проблемы ракетно-космической техники («VI Козловские чтения»): сб. мат. VI Всероссийской научно-технической конференции. Самара: Самарский научный центр РАН, 2019. Т. 2. С. 55–62.
10. Костин А.В., Шумских И.Ю., Рузанов А.В. Методика расчета ширины печатных проводников печатных плат на металлическом основании для приборов космических аппаратов // XLIV Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства: сб. тез. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020. Т. 2. С. 264–267.
11. Костин А.В. Методика расчета ширины печатных проводников печатных плат на металлическом основании для приборов космических аппаратов при переменном токе // Труды МАИ. 2020. № 114. DOI: <https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-10>
12. Костин А.В. Учет влияния нагрева печатных проводников, работающих на борту космического аппарата, на выбор их ширины // Актуальные проблемы радиоэлектроники и телекоммуникаций: мат. Всероссийской научно-технической конференции. Самара: ООО «Артель», 2021. С. 104–106.

## References

1. Printed Boards. Basic Design Parameters. GOST R 53429-2009. Moscow: Standartinform, 2018, 11 p. (In Russ.)
2. Printed Circuit Boards. Design Requirements. Instruction. RD 50-708-91. Moscow: Izd-vo standartov, 1992, 41 p. (In Russ.)
3. Generic Standard on Printed Board Design. IPC-2221A, 2003, 124 p.
4. Standard for Determining Current-Carrying Capacity in Printed Board Design. IPC-2152, 2009, 89 p.
5. Pirogova E.V. *Design and Technology of Printed Circuit Boards*. Moscow: Forum – Infra-M, 2005, 250 p. (In Russ.)
6. Belyanin L.N. *Design of Printed Circuit Assembly and Printed Circuit Board. Reliability Calculation*. Tomsk: TPU, 2008, 77 p. (In Russ.)

7. Gormakov A.N., Voronina N.A. *Design and Technology of Electronic Devices Devices. Printed Circuit Boards*. Tomsk: TPU, 2006, 164 p. (In Russ.)
8. Murav'ev Yu. Features of design and production of printed circuit boards on a metal base. *Proizvodstvo elektroniki: Tekhnologiya, oborudovaniya, materialy*, 2010, no. 2, pp. 35–38. (In Russ.)
9. Kostin A.V. et al. Calculation of the temperature of printed conductors of boards installed on a metal base in the onboard equipment of spacecraft operating in vacuum. *Aktual'nye problemy raketno-kosmicheskoy tekhniki («VI Kozlovskie chteniya»): sb. mat. VI Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii*. Samara: Samarskiy nauchnyy tsentr RAN, 2019, vol. 2, pp. 55–62. (In Russ.)
10. Kostin A.V., Shumskikh I.Yu., Ruzanov A.V. Method for calculating the width of printed circuit board conductors on a metal base for spacecraft instruments. *XLIV Akademicheskie chteniya po kosmonavtike, posvyashchennye pamyati S.P. Koroleva i drugikh vydayushchikhsya otechestvennykh uchenykh-pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva: sb. tez.* Moscow: MGTU im. N.E. Baumana, 2020, vol. 2, pp. 264–267. (In Russ.)
11. Kostin A.V. Method for calculating the width of printed circuit conductors of printed circuit boards on a metal base for spacecraft instruments at alternating current. *Trudy MAI*, 2020, no. 114. DOI: <https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-10> (In Russ.)
12. Kostin A.V. Accounting for the influence of heating of printed conductors operating on board a spacecraft on the choice of their width. *Aktual'nye problemy radioelektroniki i telekommunikatsiy: mat. Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii*. Samara: OOO «Artel'», 2021, pp. 104–106. (In Russ.)

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2022, vol. 25, no. 4, pp. 59–66

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.59-66

Received 8 June 2022  
Accepted 11 July 2022

### Analysis of heating of printed circuit board conductors on a metal base for spacecraft devices at pulsed current

*Alexey V. Kostin*

Samara National Research University  
34, Moskovskoye shosse,  
Samara, 443086, Russia

*Abstract* – The article presents the results of the analysis of heating of printed circuit conductors of printed circuit boards mounted on a metal base, on-board device of spacecraft when pulsed current flows through them. Thermal transient and impulse characteristics of a system consisting of a printed conductor and a printed circuit board are considered. The analysis of the dependence of the temperature rise rate of printed conductors and the duration of transient processes on the linear dimensions of the system elements is given. It is noted in the article that the time of transient processes most strongly depends on the thickness of the layer of insulating materials. All the results were obtained in the process of modeling transients in the ANSYS 2019 R1 Transient Thermal module. Practical recommendations on the consideration of thermal transients in printed conductors in the design of printed circuit boards are given.

*Keywords* – printed circuit board; printed conductor; pulse current; spacecraft; metal base; temperature.

### Информация об авторе

Костин Алексей Владимирович, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры конструирования и технологии электронных систем и устройств Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* конструирование радиоэлектронной аппаратуры космических аппаратов.

*E-mail:* [electrodynamics27@yandex.ru](mailto:electrodynamics27@yandex.ru)

### Information about the Author

Alexey V. Kostin, Candidate of Technical Sciences, senior lecturer of the Department of Design and Technology of Electronic Systems and Devices, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* design of radio-electronic equipment of spacecraft.

*E-mail:* [electrodynamics27@yandex.ru](mailto:electrodynamics27@yandex.ru)

## Исследование электрических свойств фоточувствительных структур пониженной размерности на основе кремния с покрытиями из фторидов редкоземельных элементов

Н.А. Полуэктова , Д.А. Шишкина , А.Н. Базанов,  
Р.А. Перебалин, И.А. Шишкин , Н.В. Латухина , Г.А. Рогожина

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева  
443086, Российская Федерация, г. Самара,  
Московское шоссе, 34

*Аннотация* – В данной работе рассмотрено влияние пористого кремния и пленок фторида диспрозия на вольт-амперные характеристики фоточувствительных структур пониженной размерности на основе кремния. Описаны процессы создания и исследования полученных фоточувствительных структур. Приведены вольт-амперные характеристики структур до и после нанесения покрытия. В исследовании обнаружено положительное влияние пористого кремния и покрытия фторида диспрозия на вольт-амперные характеристики структур как с пористым кремнием, так и без него. Получены значения оптимальной толщины покрытия фторида диспрозия для пористых фоточувствительных структур. Показано, что покрытия фторида диспрозия оказывают не всегда положительное влияние на такие параметры фоточувствительных структур, как ток короткого замыкания и напряжение холостого хода, поскольку это связано с неравномерностью нанесения пленки на поверхность структуры.

*Ключевые слова* – фоточувствительные структуры; пористый кремний; фторид диспрозия.

### Введение

В настоящее время исследования в сфере технологий создания фоточувствительных структур на основе кремния с целью улучшения их характеристик и повышения коэффициента полезного действия (КПД) являются актуальными в силу широкого использования фотоэлектрических преобразователей (ФЭП) в качестве солнечных батарей в различных сферах человеческой деятельности.

Особый интерес представляют ФЭП, рабочий слой которых состоит из нанокристаллического кремния [1]. Исследование полученных структур показывает лучшие фотоэлектрические характеристики по сравнению с ФЭП без наноструктур за счет увеличения поглощающей поверхности и расширения спектральной чувствительности, обусловленного квантово-размерным эффектом в нанокристаллах.

Однако КПД таких солнечных элементов можно еще повысить путем нанесения антиотражающих покрытий на основе соединений редкоземельных элементов, позволяющих снизить потери не только за счет снижения отражения, но и за счет уменьшения токов рекомбинации [2]. Для кремниевых солнечных элементов по своим оптическим характеристикам (показатель преломления, коэффициент прозрачности) наиболее подходящими являются фториды редкоземельных элементов,

которые к тому же обладают пассивирующими свойствами [3]. В данной работе показаны результаты исследования электрических свойств фоточувствительных структур со слоем наноструктурированного кремния и покрытием фторида диспрозия различной толщины.

### 1. Методики эксперимента

#### 1.1. Методика изготовления образцов

В данной работе использовались пластины монокристаллического кремния с готовым *p-n*-переходом, имеющие поверхностную структуру, состоящую из правильных четырехгранных пирамидок, расположенных плотно друг к другу. Это позволяет увеличить количество света, поглощаемого поверхностью за счет уменьшения рассеяния света и увеличения площади взаимодействия.

Методом анодного электрохимического травления на *n*-типе был сформирован пористый слой на всех образцах [4]. Травление проводилось в спиртовом растворе плавиковой кислоты. Плотность тока составляла 10 мА/см<sup>2</sup>. Толщина пористого слоя – около 10 мкм.

Алюминиевые контакты наносились в два этапа на установку ВУП-4: на *p*-сторону был нанесен сплошной контакт, на *n*-сторону – контакт в виде гребенки.

Таблица. Масса и толщина пленки DyF<sub>3</sub>  
Table. DyF<sub>3</sub> film weight and thickness

№ образца	Масса DyF <sub>3</sub> , г	Толщина пленки DyF <sub>3</sub> , мкм
1	0,1	0,37
2	0,09	0,29
3	0,08	0,27
4	0,07	0,17
5	0,06	0,11
6	0,05	0,096
7	0,04	0,089
8	0,03	0,06
9	0,02	0,025
10	-	-
11	0,01	0,019
12	-	-
13	-	-
14	0,05	0,1

Процесс напыления покрытия осуществлялся путем термического испарения в вакууме порошкообразного фторида диспрозия, масса которого предварительно измерялась. Покрытие напылялось на часть подложки поверх контактов, так что на одной пластине были расположены структура с покрытием и без него, что удобно для сравнения их характеристик.

### 1.2. Методика определения толщины покрытия

Для определения толщины покрытия фторида диспрозия применялся цветовой метод [5]. Данный метод используется для экспресс-контроля толщины пленок SiO<sub>2</sub> и Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> до 1,5 и 0,33 мкм соответственно. Он основан на окрашивании пленок разных толщин в различные цвета за счет интерференции в них одной из составляющих белого цвета, длина волны которой кратна толщине пленки. Точность определения толщины пленки данным методом 100–200 Å. Вычисление толщины пленки фторида диспрозия осуществлялось по формуле

$$S_{\text{DyF}_3} = S_{\text{SiO}_2} \frac{n_{\text{DyF}_3}}{n_{\text{SiO}_2}},$$

где  $S_{\text{DyF}_3}$  – толщина пленки фторида диспрозия,  $S_{\text{SiO}_2}$  – толщина пленки оксида кремния.

Результаты измерения толщин пленок фторида диспрозия приведены в таблице.

## 2. Методика исследования

В качестве имитатора солнечного излучения была использована ртутная лампа. Мощность па-

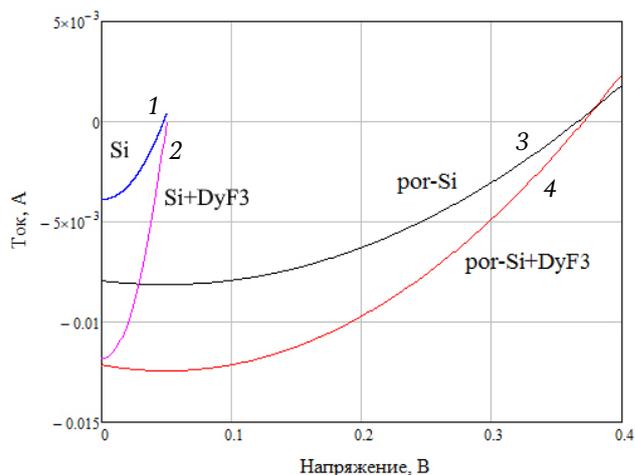


Рис. 1. ВАХ образца № 15 без пористого слоя (исх. – 1, с покрытием – 2) и образца № 8 с пористым слоем (пористый – 3, пористый с покрытием – 4)

Fig. 1. CVC of sample No. 15 without a porous layer (original – 1, coated – 2) and sample No. 8 with a porous layer (porous – 3, porous coated – 4)

дающего излучения составила 1000 Вт/м<sup>2</sup>. Были исследованы световые вольтамперные характеристики полученных пластинок.

Для обработки результатов измерений использовалось программное обеспечение Matlab, при помощи него были построены графики вольтамперных характеристик, полученные данные были аппроксимированы методом наименьших квадратов.

## 3. Анализ результатов

### 3.1. Влияние покрытия

На рис. 1 представлены ВАХ четырех структур: на подложке кремния, не подвергнутого травлению (Si), Si с нанесенным слоем просветляющего покрытия из фторида диспрозия (Si + DyF<sub>3</sub>), пористого кремния, полученного путем травления той же подложки (por-Si), и этого por-Si с нанесенной пленкой фторида диспрозия (por-Si + DyF<sub>3</sub>).

Сравнение графиков показывает, что покрытия оказывают существенное влияние на ток короткого замыкания как образцов без пористого слоя (ток увеличивается примерно в 3 раза), так и образцов с пористым слоем (увеличение вдвое). Это связано с более активной генерацией носителей зарядов в фоточувствительных структурах, вызванной в результате уменьшения рекомбинационных центров. Из рисунка также видно положительное влияние создания пористого слоя, что увеличивает и ток короткого замыкания почти вдвое, и напряжение холостого хода примерно в 6 раз.

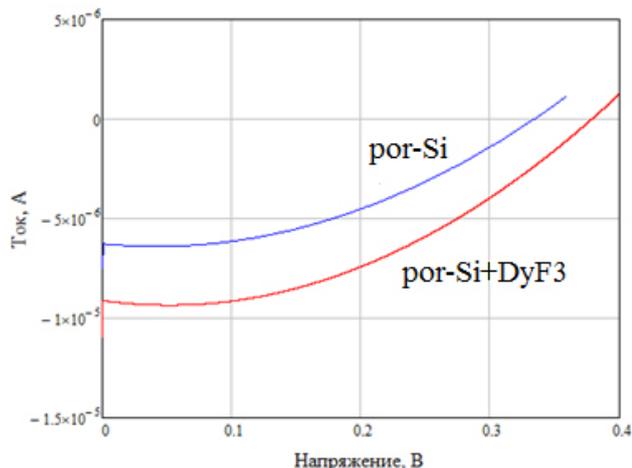


Рис. 2. ВАХ образца № 1 до и после нанесения пленки фторида диспрозия толщиной 0,37 мкм  
 Fig. 2. CVC of sample No. 1 before and after deposition of a film of dysprosium fluoride with a thickness of 0,37  $\mu\text{m}$

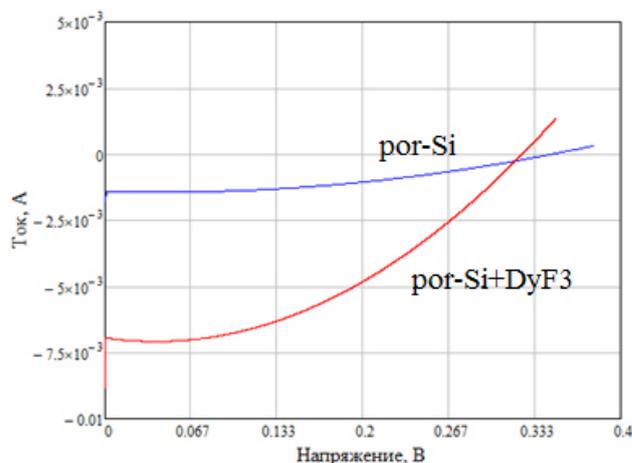


Рис. 5. ВАХ образца № 5 до и после нанесения пленки фторида диспрозия толщиной 0,11 мкм  
 Fig. 5. CVC of sample No. 5 before and after deposition of a film of dysprosium fluoride with a thickness of 0,11  $\mu\text{m}$

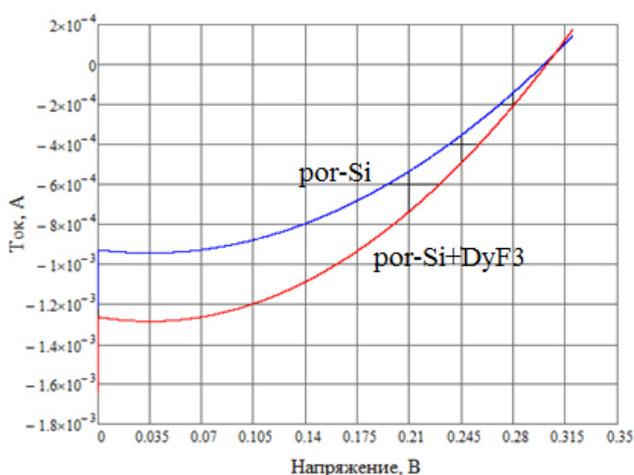


Рис. 3. ВАХ образца № 2 до и после нанесения пленки фторида диспрозия толщиной 0,29 мкм  
 Fig. 3. CVC of sample No. 2 before and after deposition of a film of dysprosium fluoride with a thickness of 0,29  $\mu\text{m}$

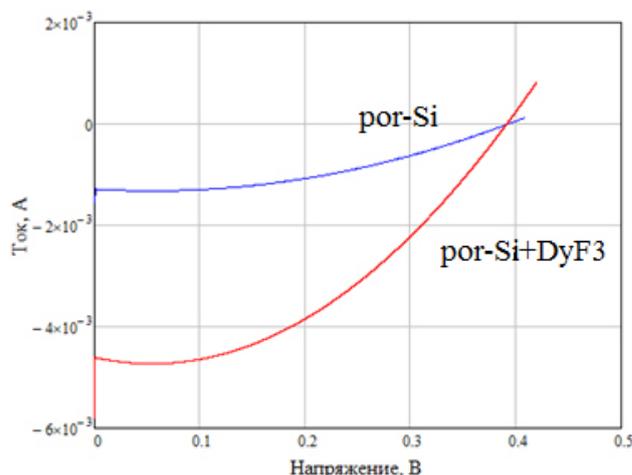


Рис. 6. ВАХ образца № 6 до и после нанесения пленки фторида диспрозия толщиной 0,096 мкм  
 Fig. 6. CVC of sample No. 6 before and after deposition of a film of dysprosium fluoride with a thickness of 0,096  $\mu\text{m}$

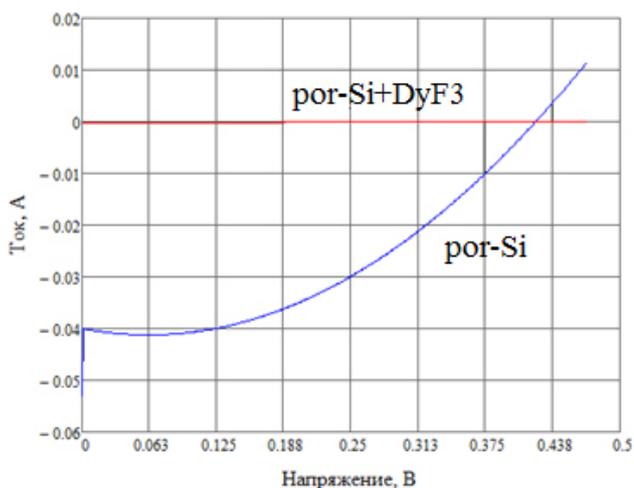


Рис. 4. ВАХ образца № 4 до и после нанесения пленки фторида диспрозия толщиной 0,17 мкм  
 Fig. 4. CVC of sample No. 4 before and after deposition of a film of dysprosium fluoride with a thickness of 0,17  $\mu\text{m}$

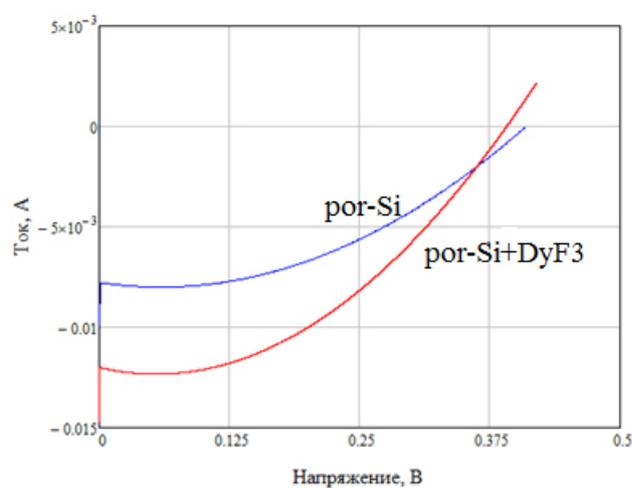


Рис. 7. ВАХ образца № 7 до и после нанесения пленки фторида диспрозия толщиной 0,089 мкм  
 Fig. 7. CVC of sample No. 7 before and after deposition of a film of dysprosium fluoride with a thickness of 0,089  $\mu\text{m}$

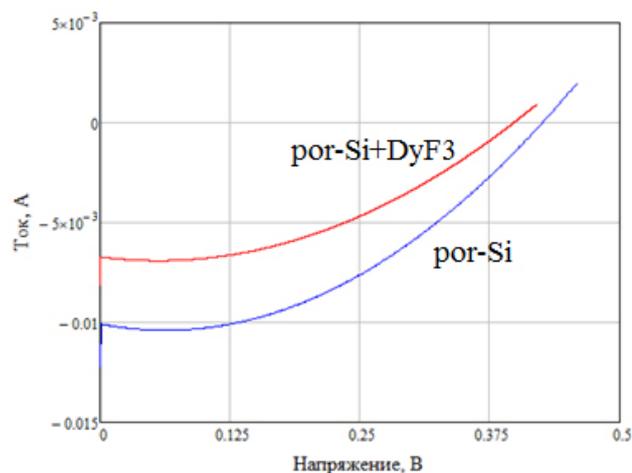


Рис. 8. ВАХ образца № 8 до и после нанесения пленки фторида диспрозия толщиной 0,06 мкм  
Fig. 8. CVC of sample No. 8 before and after deposition of a film of dysprosium fluoride with a thickness of 0,06  $\mu\text{m}$

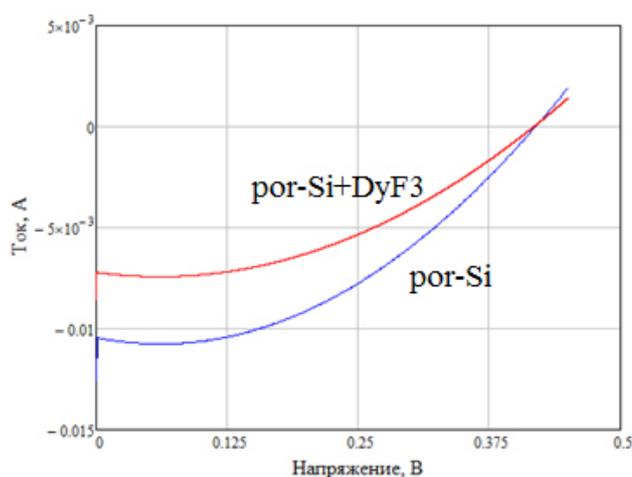


Рис. 9. ВАХ образца № 9 до и после нанесения пленки фторида диспрозия толщиной 0,025 мкм  
Fig. 9. CVC of sample No. 9 before and after deposition of a film of dysprosium fluoride with a thickness of 0,025  $\mu\text{m}$

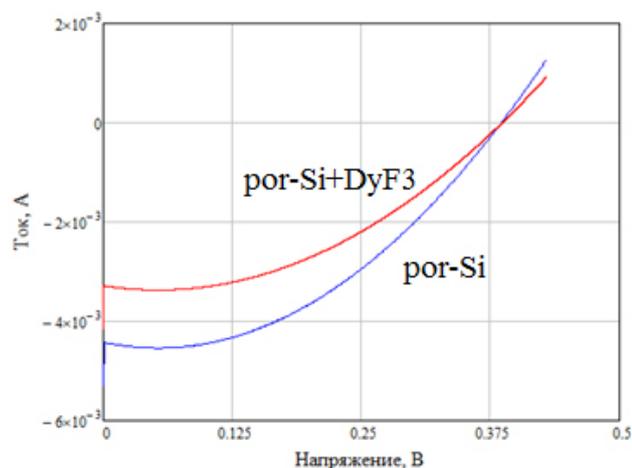


Рис. 10. ВАХ образца № 11 до и после нанесения пленки фторида диспрозия толщиной 0,019 мкм  
Fig. 10. CVC of sample No. 11 before and after deposition of a film of dysprosium fluoride with a thickness of 0,019  $\mu\text{m}$

### 3.2. Влияние толщины покрытия на ВАХ структур с пористым слоем

На рис. 2–10 изображены ВАХ образцов, имеющих и пористый слой, и слой фторида диспрозия.

Сравнительный анализ графиков на рис. 2–10 показывает, что влияние покрытия на ВАХ структур зависит от толщины. Структуры с толщинами покрытий от 0,096 мкм (№ 6) до 0,37 мкм (№ 1) демонстрируют положительное влияние покрытия: увеличение тока короткого замыкания составляет от 30 % (№ 6) до более чем 200 % (№ 4). Структуры с более тонкими покрытиями, от 0,025 мкм (№ 9) до 0,089 мкм (№ 7), демонстрируют примерно 30 %-ное уменьшение тока короткого замыкания. Это может быть связано с тем, что более тонкие слои не образуют сплошного покрытия и не полностью блокируют центры рекомбинации, а также тем, что при напылении  $\text{DyF}_3$  проникает в крупные поры и препятствует токопереносу или блокирует контакты. Последний фактор может объяснить и практически полное исчезновение фототока в образце № 2. Исключение составляет образец № 11 с покрытием толщиной 0,019 мкм, демонстрирующий примерно 30 %-ное увеличение тока. Его пример показывает, что и тонкая пленка может образовать сплошное покрытие при отсутствии крупных пор.

Таким образом, можно сделать вывод, что нанесение просветляющего покрытия положительно влияет на генерируемый образцом фототок, что подтверждает теоретические сведения. Однако следует учесть, что не любые толщины пленок будут положительно влиять на характеристики образцов.

### Заключение

Пористый кремний демонстрирует более высокие электрические характеристики в сравнении с монокристаллическим, что доказывает перспективность его применения в фоточувствительных структурах.

Из полученных данных можно сделать вывод, что наибольшим увеличением КПД после напыления пленки  $\text{DyF}_3$  обладает образец № 4 с толщиной покрытия 0,17 мкм.

## Список литературы

1. Shishkina D.A., Poluektova N.A., Shishkin I.A. Photovoltaic characteristics of structures with porous silicon obtained by various technological plans // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 2086, no. 1. P. 012102. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2086/1/012102>
2. Эксплуатационные характеристики фотоэлектрических преобразователей на базе пористого кремния, участвующих в летном эксперименте на МКА «Аист-2д» / А.С. Гуртов [и др.] // XIV Королевские чтения: международная молодежная научная конференция, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.П. Королева, 75-летию КуАИ-СГАУ-СамГУ-Самарского университета и 60-летию со дня запуска первого искусственного. Самара, 2017. С. 503.
3. Рожков В.А., Петров А.И., Шалимова М.Б. Просветляющие покрытия из фторидов лантана, самария и диспрозия для кремниевых фотоэлектрических приборов // *Известия вузов. Физика*. 1994. № 4. С. 7–10.
4. Shishkin I.A., Lizunkova D.A., Latukhina N.V. The process of pore formation on a textured silicon substrate during electrochemical etching: 3D model // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1745, no. 1. P. 012004. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1745/1/012004>
5. Шалимова М.Б. Эффект переключения проводимости с памятью и фотоэлектрические явления в слоистых структурах на основе пленочных фторидов РЗЭ: специальность 01.04.10 «Физика полупроводников»: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Самара, 1997. 19 с.

## References

1. Shishkina D.A., Poluektova N.A., Shishkin I.A. Photovoltaic characteristics of structures with porous silicon obta. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 2086, no. 1, p. 012102. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2086/1/012102>
2. Gurtov A.S. et al. Operational characteristics of photoelectric converters based on porous silicon, participating in the flight experiment on the SSC «Aist-2d». *XIV Korolevskie chteniya: mezhdunarodnaya molodezhnaya nauchnaya konferentsiya, posvyashchennaya 110-letiyu so dnya rozhdeniya akademika S.P. Koroleva, 75-letiyu KuAI-SGAU-SamGU-Samarskogo universiteta i 60-letiyu so dnya zapuska pervogo iskusstvennogo*, Samara, 2017, p. 503. (In Russ.)
3. Rozhkov V.A., Petrov A.I., Shalimova M.B. Antireflection coatings from lanthanum, samarium and dysprosium fluorides for silicon photovoltaic devices. *Izvestiya vuzov. Fizika*, 1994, no. 4, pp. 7–10. (In Russ.)
4. Shishkin I.A., Lizunkova D.A., Latukhina N.V. The process of pore formation on a textured silicon substrate during electrochemical etching: 3D model. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1745, no. 1, p. 012004. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1745/1/012004>
5. Shalimova M.B. *The Effect of Conductivity Switching with Memory and Photoelectric Phenomena in Layered Structures Based on Film Rare Earth Fluorides*: Specialty 01.04.10 «Physics of Semiconductors»: avtoref. dis. ... kand. fiz.-mat. nauk. Samara, 1997, 19 p. (In Russ.)

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2022, vol. 25, no. 4, pp. 67–73

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.67-73

Received 21 January 2022  
Accepted 22 February 2022

### Investigation of electrical properties of photosensitive structures of reduced dimension based on silicon coated with rare earth fluorides

Natalia A. Poluektova , Daria A. Shishkina ,  
Alexander N. Bazanov, Roman A. Perebalin, Ivan A. Shishkin ,  
Natalya V. Latukhina , Galina A. Rogozhina

Samara National Research University  
34, Moskovskoye shosse,  
Samara, 443086, Russia

**Abstract** – In this paper, we consider the effect of porous silicon and dysprosium fluoride films on the current-voltage characteristics of low-dimensional photosensitive structures based on silicon. The processes of creating and studying the resulting photosensitive structures are described. The current-voltage characteristics of the structures before and after coating are given. The study found a positive effect of porous silicon and dysprosium fluoride coating on the current-voltage characteristics of structures both with and without porous silicon. Values of the optimal thickness of the dysprosium fluoride coating for porous photosensitive structures are obtained. It is shown that dysprosium fluoride coatings do not always have a positive effect on such parameters of photosensitive structures as short-circuit current and open-circuit voltage, since this is due to the non-uniformity of film deposition on the surface of the structure.

**Keywords** – photosensitive structures; porous silicon; dysprosium fluoride.

---

## Информация об авторах

**Полуэктова Наталья Алексеевна**, 1997 г. р., аспирант Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* фотоэлектрические преобразователи, нанокристаллический кремний.

*E-mail:* natapolivekt37@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-4189-6192>

**Шишкина Дарья Александровна**, 1991 г. р., кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры наноинженерии Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* пористый кремний, кремниевые нанонити, оптические покрытия, фотоэлектрические преобразователи, биомедицина.

*E-mail:* daria.lizunkova@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-4118-1429>

**Базанов Александр Николаевич**, 1999 г. р., магистрант Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия, специальность 03.04.01 Прикладные математика и физика.

*Область научных интересов:* оптические покрытия для солнечных элементов.

*E-mail:* vosovsky@list.ru

**Перебалин Роман Андреевич**, 1999 г. р., магистрант Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия, специальность 03.04.01 Прикладные математика и физика.

*Область научных интересов:* наноструктуры кремния для фотовольтаики.

*E-mail:* gsamylifemanager@gmail.com

**Шишкин Иван Александрович**, 1996 г. р., аспирант Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия, профиль 01.04.07 Физика конденсированного состояния.

*Область научных интересов:* наноструктуры кремния, моделирование характеристик, Comsol Multiphysics, оптические покрытия, фотоэлектрические преобразователи, биомедицина.

*E-mail:* shishkinivan9@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-8413-9661>

**Латухина Наталья Виленовна**, 1955 г. р., доцент кафедры физики твердого тела и неравновесных систем Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* пористый кремний, светоизлучающие диоды, оптические покрытия, фотоэлектрические преобразователи, биомедицина.

*E-mail:* natalat@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-2651-0562>

**Рогожина Галина Андреевна**, 1988 г. р., доцент кафедры физики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* пористый кремний, светоизлучающие диоды, биомедицина.

*E-mail:* ssau@ssau.ru

## Information about the Authors

**Natalia A. Poluektova** was born in 1997, postgraduate student of Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* photovoltaic converters, monocrystalline silicon.

*E-mail:* natapolivekt37@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-4189-6192>

**Daria A. Shishkina** was born in 1991, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, senior lecturer of the Department of Nanoengineering, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* porous silicon, silicon nanowires, optical coatings, photovoltaic converters, biomedicine.

*E-mail:* daria.lizunkova@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-4118-1429>

**Alexander N. Bazanov** was born in 1999, Master's Degree student of Samara National Research University, Samara, Russia, specialty Applied Mathematics and Physics.

*Research interests:* silicon nanostructures for photovoltaics.

*E-mail:* vosovsky@list.ru

**Roman A. Perebalin** was born in 1999, Master's Degree student of Samara National Research University, Samara, Russia, specialty Applied Mathematics and Physics.

*Research interests:* optical coatings for solar cells.

*E-mail:* gsamylifemanager@gmail.com

**Ivan A. Shishkin** was born in 1996, postgraduate student of Samara National Research University, Samara, Russia, specialty Condensed Matter Physics.

*Research interests:* silicon nanostructures, modeling of characteristics, Comsol Multiphysics, optical coatings, photovoltaic converters, biomedicine.

*E-mail:* shishkinivan9@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-8413-9661>

**Natalya V. Latukhina** was born in 1955, associate professor of the Department of Solid State Physics and Nonequilibrium Systems, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* porous silicon, LED optical coatings, photovoltaic converters, biomedicine.

*E-mail:* natalat@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-2651-0562>

**Galina A. Rogozhina** was born in 1988, associate professor of the Department of Physics, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* porous silicon, light-learning diodes, biomedicine.

*E-mail:* ssau@ssau.ru

**Неганов, В.А.**

**Современная теория и практические применения антенн:** монография / В.А. Неганов, Д.П. Табаков, Г.П. Яровой; предисл. акад. Ю.В. Гуляева; под ред. В.А. Неганова. – М.: Радиотехника, 2009. – 720 с.

Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Г.П.

ISBN 978-5-88070-222-0

УДК 621.396.67

ББК 32.845

Современная теория  
и практические применения  
антенн

Издательство «Радиотехника»  
Москва, 2009

Рассмотрены основные разделы теории и техники антенн. Освещены вопросы расчета и построения различных типов антенн (от вибраторных до рупорных и антенных решеток, включая фазированные). Основное внимание уделено антеннам СВЧ и расчетам их электромагнитных полей в ближней зоне, т. е. вопросам электромагнитной совместимости.

Принципиальное отличие книги от известных заключается в последовательном применении метода физической регуляризации (самосогласованного метода) к расчету электромагнитного поля антенн, позволяющего осуществлять непрерывный переход с излучающей поверхности антенны к пространству вне ее. С помощью самосогласованного метода получены новые результаты по теории антенн: установлены связь между поверхностной плотностью тока на вибраторной антенне и напряженностью электромагнитного поля, однонаправленный режим излучения для кольцевой (рамочной антенны), режимы стоячих и бегущих волн в цилиндрической спиральной антенне, входное сопротивление практически для всех типов антенн. Теоретический материал подкреплен примерами применения многолучевых антенн.

*Предназначено для разработчиков антенно-фидерных устройств, аспирантов и докторантов, занимающихся вопросами проектирования антенных систем различного назначения, студентов радиотехнических специальностей высших учебных заведений.*

## Влияние точности позиционирования мобильных объектов с использованием ГНСС на энергетические характеристики канала связи в сетях 5G

Д.Д. Габриэлян<sup>1</sup> , М.Ю. Звездина<sup>1</sup> , Ю.А. Шокова<sup>2</sup> , О.А. Лаврентьев<sup>3</sup> 

<sup>1</sup> ФГУП «Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи»  
344038, Россия, г. Ростов-на-Дону,  
ул. Нансена, 130

<sup>2</sup> Донской государственный технический университет  
344000, Россия, г. Ростов-на-Дону,  
пл. Гагарина, 1

<sup>3</sup> Филиал «Государственного радиочастотного центра»  
в Южном и Северо-Кавказском федеральных округах  
344002, Россия, г. Ростов-на-Дону, пр. Буденновский, 50

*Аннотация* – Получены аналитические соотношения, определяющие зависимость между точностью позиционирования объектов-абонентов связи по сигналам ГНСС и точностью измерения псевдоудаленностей. На основе данных соотношений выявлена взаимосвязь между точностью позиционирования и распределением излучаемой антеннами мощности в пространстве, что позволяет оценить погрешность наведения лучей антенн в пространстве. Вывод данных соотношений основан на предположении о релейском канале распространения сигналов ГНСС. Показано, что точность позиционирования объектов при погрешности определения псевдоудаленности 1 м и ширине луча ДН 2 градуса определяет среднее снижение мощности сигнала в радиоканале, обусловленное погрешностями позиционирования объектов, не более 0,25 дБ, нормированное значение среднеквадратического отклонения –13,5 дБ. Вследствие погрешностей позиционирования возможно снижение мощности сигнала в радиоканале до 1 дБ.

*Ключевые слова* – сети 5G; позиционирование объектов в ГНСС; взаимное положение объектов; распределение мощности сигнала; статистические характеристики.

### Введение

Процесс формирования Глобальной информационной системы на базе Internet предполагает необходимость устойчивого доступа к широкополосным сетям связи со скоростью передачи более 10 Гб/с для мобильных абонентов независимо от места их нахождения [1]. Обеспечение устойчивого соединения в сетях 5G обуславливает жесткие требования на точность определения координат абонентов, что связано с высокой плотностью распределения абонентов и, соответственно, с использованием антенн с узкими диаграммами направленности (ДН) для выполнения требований электромагнитной совместимости абонентов [2–5]. В отличие от сетей 4G, где формирование луча антенны ММО осуществляется для группы абонентов, в сетях 5G луч формируется для каждого из абонентов [6]. Указанное обстоятельство требует формирования узкого лепестка ДН для обеспечения электромагнитной совместимости, что, в свою очередь, обуславливает необходимость определения положения мобильного абонента с высокой точностью. Последнее может быть обеспечено, как правило, с использованием спутников ГНСС. Однако взаимосвязь точности

определения положения мобильных абонентов с энергетическими характеристиками радиоканала, необходимыми для устойчивого функционирования сетей 5G, хотя и рассмотрена в [7; 8], проанализирована не в полной мере.

Целью статьи является анализ взаимосвязи точности получаемых значений псевдоудаленностей абонентов по сигналам спутников ГНСС с энергетическим потенциалом радиоканала между мобильными объектами.

Задачи, связанные с достижением цели работы, включают:

- 1) Анализ точности позиционирования мобильных абонентов по сигналам ГНСС;
- 2) Исследование взаимосвязи точности позиционирования мобильных объектов с использованием ГНСС и энергетических характеристик канала связи в сетях 5G.

### 1. Анализ точности позиционирования мобильных абонентов по сигналам ГНСС

Рассмотрим радиоканал, формируемый двумя абонентами сети, расположенными в точках с предполагаемыми координатами  $\{x_1^{(0)}, y_1^{(0)}, z_1^{(0)}\}$

и  $\{x_2^{(0)}, y_2^{(0)}, z_2^{(0)}\}$  в геоцентрической системе координат Охуз. Положение мобильных объектов может быть оценено по сигналам спутников ГНСС на основе представления псевдодалностей мобильного объекта от спутника ГНСС. Такая оценка для каждого из объектов легко может быть получена из соотношений:

$$\begin{aligned} x_i &= x_i^{(0)} + \Delta x_i, & y_i &= y_i^{(0)} + \Delta y_i, \\ z_i &= z_i^{(0)} + \Delta z_i, & (i &= 1, 2), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x_i^{(0)}$ ,  $y_i^{(0)}$  и  $z_i^{(0)}$  – предполагаемые координаты  $i$ -го объекта;  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_i$  и  $\Delta z_i$  – соответствующие уточняющие поправки координат.

Оценки  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_i$  и  $\Delta z_i$  для каждого из объектов ( $i = 1, 2$ ), образующих радиоканал, находятся из решения соответствующей переопределенной системы уравнений [9]:

$$\frac{x_i^{(0)} - X_j}{D_{i,j}^{(0)}} \Delta x_i + \frac{y_i^{(0)} - Y_j}{D_{i,j}^{(0)}} \Delta y_i + \frac{z_i^{(0)} - Z_j}{D_{i,j}^{(0)}} \Delta z_i = \delta D_{i,j}, \quad (2)$$

$(i = 1, 2, \quad j = 1, \dots, J),$

где  $X_j$ ,  $Y_j$ ,  $Z_j$  – геоцентрические координаты  $j$ -го спутника ГНСС, по отношению к которому определяется псевдодалность  $i$ -го объекта;

$$D_{i,j}^{(0)} = \sqrt{(x_i^{(0)} - X_j)^2 + (y_i^{(0)} - Y_j)^2 + (z_i^{(0)} - Z_j)^2}$$

– предполагаемое значение псевдодалности после учета поправок на распространение сигнала в атмосфере;  $\delta D_{i,j}$  – погрешности определения псевдодалности, связанные с шумами при приеме сигналов ГНСС.

Система уравнений (2) для определения поправок для каждого из абонентов может быть представлена в матричной форме:

$$\mathbf{A}_i \cdot \Delta \mathbf{P}_i = \delta \mathbf{D}_i, \quad (i = 1, 2), \quad (3)$$

где  $\mathbf{A}_i$  – матрица размерности  $J \times 3$ ;  $\Delta \mathbf{P}_i$  – вектор-столбец размерности  $3 \times 1$ ;  $\delta \mathbf{D}_i$  – вектор-столбец размерности  $J \times 1$ .

Матрица  $\mathbf{A}_i$ , вектор-столбец,  $\Delta \mathbf{P}_i$  и вектор-столбец  $\delta \mathbf{D}_i$  могут быть представлены в виде

$$\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} \frac{x_i^{(0)} - X_1}{D_{1,1}^{(0)}} & \frac{y_i^{(0)} - Y_1}{D_{1,1}^{(0)}} & \frac{z_i^{(0)} - Z_1}{D_{1,1}^{(0)}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{x_i^{(0)} - X_J}{D_{1,J}^{(0)}} & \frac{y_i^{(0)} - Y_J}{D_{1,J}^{(0)}} & \frac{z_i^{(0)} - Z_J}{D_{1,J}^{(0)}} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\Delta \mathbf{P}_i = \begin{pmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{pmatrix}, \quad \delta \mathbf{D}_i = \begin{pmatrix} \delta D_{i,1} \\ \dots \\ \delta D_{i,J} \end{pmatrix}.$$

Искомое решение записывается следующим образом:

$$\Delta \mathbf{P}_i = \left( \mathbf{A}_i^T \cdot \mathbf{A}_i \right)^{-1} \cdot \mathbf{A}_i^T \cdot \delta \mathbf{D}_i, \quad (i = 1, 2). \quad (5)$$

Статистические характеристики поправок  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_i$  и  $\Delta z_i$ , в частности среднеквадратические отклонения и ковариации их совместного распределения, определяются в соответствии с [10] соотношениями:

$$\begin{aligned} \sigma_{x,i}^2 &= \sigma_{D,i}^2 Q_{11}^{(i)}, & \sigma_{y,i}^2 &= \sigma_{D,i}^2 Q_{22}^{(i)}, \\ \sigma_{z,i}^2 &= \sigma_{D,i}^2 Q_{33}^{(i)}, & (i &= 1, 2), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\sigma_{D,i}^2$  – дисперсия однократного измерения псевдодалности для  $i$ -го абонента;  $Q_{jj}^{(i)}$  – диагональные элементы матрицы  $\mathbf{Q}_i$  ( $j = 1, \dots, 3$ ):

$$\mathbf{Q}_i = \left( \mathbf{A}_i^T \cdot \mathbf{A}_i \right)^{-1}. \quad (7)$$

С учетом соотношений (5)–(7) истинное (определяемое с учетом поправок  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_i$  и  $\Delta z_i$ ) положение объектов в геоцентрической системе Охуз координат определяется соотношениями (1) и (5).

Поправки к положению мобильных объектов  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_i$  и  $\Delta z_i$  определяются с погрешностями  $\delta x_i$ ,  $\delta y_i$  и  $\delta z_i$ , что приводит, как отмечалось выше, к ошибкам наведения луча антенны и, соответственно, к снижению мощности принимаемого сигнала.

С учетом возникающих погрешностей определения координат объектов направление взаимного положения между абонентами определяется с ошибками  $\delta \theta$  и  $\delta \varphi$ , которые могут быть выявлены следующими соотношениями:

$$\delta \theta = - \frac{1}{\sqrt{1 - ((z_2 - z_1)/R)^2}} \left\{ \left[ \frac{\partial((z_2 - z_1)/R)}{\partial x} \right] \times \right. \quad (8)$$

$$\begin{aligned} &\times (\delta x_2 - \delta x_1) + \left[ \frac{\partial((z_2 - z_1)/R)}{\partial y} \right] (\delta y_2 - \delta y_1) + \\ &+ \left[ \frac{\partial((z_2 - z_1)/R)}{\partial z} \right] (\delta z_2 - \delta z_1) \Big\}, \end{aligned}$$

$$\delta \varphi = - \frac{1}{\sqrt{1 - ((x_2 - x_1)/r)^2}} \times$$

$$\begin{aligned} &\times \left\{ \left[ \frac{\partial((x_2 - x_1)/r)}{\partial x} \right] (\delta x_2 - \delta x_1) + \right. \\ &+ \left. \left[ \frac{\partial((x_2 - x_1)/r)}{\partial y} \right] (\delta y_2 - \delta y_1) \right\}. \end{aligned}$$

Частные производные в (4) имеют вид

$$\frac{\partial((z_2 - z_1)/R)}{\partial \lambda} = - \frac{(z_2 - z_1)(\lambda_2 - \lambda_1)}{R^3}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial((z_2 - z_1)/R)}{\partial z} = \frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}{R^3},$$

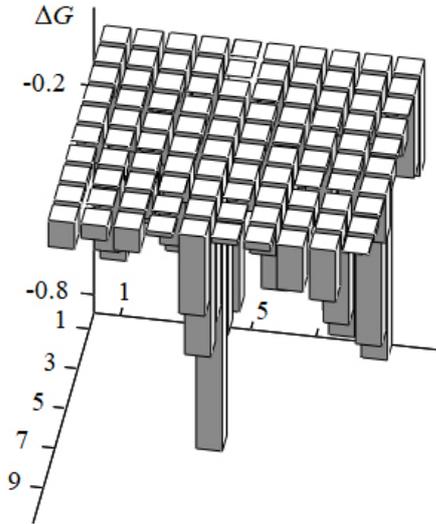


Рис. Нормированное распределение мощности сигнала в радиоканале  
Fig. Normalized signal power consumption in the radio channel

$$\frac{\partial((\xi_2 - \xi_1)/r)}{\partial \xi} = \frac{(\xi_2 - \xi_1)^2}{r^3},$$

$$\frac{\partial((\xi_2 - \xi_1)/r)}{\partial \zeta} = \frac{(\xi_2 - \xi_1)(\zeta_2 - \zeta_1)}{r^3}.$$

где  $\lambda_i = x_i, y_i, (i = 1, 2), \xi = x, y; \zeta = x, y$ .

## 2. Исследование взаимосвязи точности позиционирования мобильных объектов с использованием ГНСС и энергетических характеристик канала связи в сетях 5G

Будем считать, что сечение нормированной ДН антенны по мощности каждого абонента картинной плоскостью представляет собой эллипс, полуоси которого, равные  $\Delta\theta_i$  и  $\Delta\Phi_i$ :

$$F_i(\theta, \varphi) = 1 - 0,5 \left[ \frac{\theta_i^2}{\Delta\theta_i^2} + \frac{\varphi_i^2}{\Delta\Phi_i^2} \right]. \quad (10)$$

Суммарные потери в радиоканале  $\Delta G$  определяются формулой

$$\Delta G = \left| F_1(\delta\theta, \delta\varphi) \right|^2 \left| F_2(\delta\theta, \delta\varphi) \right|^2. \quad (11)$$

С использованием полученных соотношений проведены исследования зависимости снижения мощности сигнала в радиоканале сетей 5G от погрешности позиционирования мобильных объектов. Предполагалось, что расстояние мобильного абонента от базовой станции составляет 280 м. Ширина ДН антенных систем принята равной  $2^\circ$ , что соответствует плотности размещения абонентов  $100 \text{ км}^{-2}$  (без учета устройств Интернета

вещей). Позиционирование абонента проводится с использованием шести спутников ГНСС при точности измерения псевдодалности 1 м. Канал распространения сигналов ГНСС предполагался релейским.

Результаты исследований приведены на рисунке, где показано нормированное распределение мощности сигнала в радиоканале  $\Delta G$  в зависимости от изменяемых значений  $\delta\theta$  и  $\delta\varphi$ . Нормирование проводилось по значению, соответствующему точному наведению антенн обоих абонентов ( $\delta\theta = \delta\varphi = 0$ ).

Как показывают приведенные результаты, среднее значение нормированного распределения мощности сигнала составляет  $-0,25$  дБ, нормированное значение среднеквадратического отклонения (СКО)  $-13,5$  дБ. Однако, несмотря на малое значение СКО, возможны случаи снижения мощности сигнала на  $0,8-0,9$  дБ. Распределение мощности сигнала перестает быть нормальным. Этот результат показывает, что формируемый между двумя мобильными абонентами канал связи не является релейским.

## Заключение

1. Рассмотренные вопросы позиционирования объектов по сигналам ГНСС позволили выявить в удобной форме зависимости точности позиционирования объектов-абонентов связи с точностью измерения псевдодалностей. На основе данных зависимостей получены соотношения, устанавливающие взаимосвязь между точностью позиционирования и погрешностью наведения лучей антенн в радиоканале.

2. Проведенные при характерных значениях параметров сетей 5G исследования показали, что точность позиционирования объектов при погрешности определения псевдодалности 1 м и ширине луча ДН  $2^\circ$  определяет:

- среднее снижение мощности сигнала в радиоканале, обусловленное погрешностями позиционирования объектов, не более  $0,25$  дБ;
- нормированное значение среднеквадратического отклонения  $-13,5$  дБ. Несмотря на малое значение СКО, возможны случаи снижения мощности сигнала на  $0,8-0,9$  дБ;
- распределение мощности сигнала перестает быть нормальным, следовательно, формируемый между двумя мобильными абонентами канал связи становится не релейским.

## Список литературы

1. ECC Report 280. Satellite Solutions for 5G // ECO Documentation Database. URL: <http://docdb.cept.org/document/2989>
2. Рекомендации МСЭ-R S.1782-1. Руководящие указания, касающиеся глобального широкополосного доступа в интернет через системы фиксированной спутниковой связи. Женева: МСЭ, 2019. 14 с.
3. Луценко А. Особенности применения в спутниковых сетях протоколов передачи данных с подтверждением // Первая миля. 2013. № 5. С. 42–47.
4. Лашков Н.П., Холопцев А.Н. Стандартизация использования средства спутниковой навигации систем диспетчерского управления автотранспортными средствами и пути ее совершенствования // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2013. № 1. С. 79–86.
5. Затучный Д.А. Влияние динамических погрешностей измерения координат, ионосферных и тропосферных задержек на навигационные определения воздушных судов при помощи СРНС // Научный вестник МГТУ ГА. 2014. № 210. С. 129–130.
6. Overview of millimeter wave communications for fifth-generation (5G) wireless networks – With a focus on propagation models / T.S. Rappaport [et al.]. // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2017. Vol. 65, no. 12. P. 6213–6230. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2017.2734243>
7. Фокин Г.А. Комплекс моделей и методов позиционирования устройств в сетях пятого поколения: специальность 05.12.13 «Системы, сети и устройства телекоммуникаций», 05.12.04 «Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения»: дис. ... д-ра техн. наук. СПб., 2021. 499 с.
8. Великанова Е.П., Ворошилин Е.П., Рогожников Е.В. Повышение точности оценки координат абонента системы мобильной связи посредством контроля за уровнем замираний в канале распространения // Известия Томского политехнического университета. 2012. Т. 321, № 5. С. 199–204.
9. Урмаев М.С. Орбитальные методы космической геодезии. М.: Недра, 1981. 256 с.
10. Мазмишвили А.И. Теория ошибок и метод наименьших квадратов. М.: Недра, 1978. 311 с.

## References

1. ECC Report 280. Satellite Solutions for 5G. ECO Documentation Database. URL: <http://docdb.cept.org/document/2989>
2. Recommendation ITU-R S.1782-1. Guidelines For Global Broadband Internet Access Via Fixed-Satellite Systems. Zheneva: MSE, 2019, 14 p. (In Russ.)
3. Lutsenko A. Features of the use of data transmission protocols with confirmation in satellite networks. *Pervaya milya*, 2013, no. 5, pp. 42–47. (In Russ.)
4. Lashkov N.P., Kholoptsev A.N. Standardization of the use of satellite navigation means of dispatch control systems for vehicles and ways to improve it. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos'emka*, 2013, no. 1, pp. 79–86. (In Russ.)
5. Zatuchnyy D.A. Influence of dynamic errors of position measurement, ionospheric and tropospheric delays on aircraft navigation determinations using SRNS. *Nauchnyy vestnik MGTU GA*, 2014, no. 210, pp. 129–130. (In Russ.)
6. Rappaport T.S. et al. Overview of millimeter wave communications for fifth-generation (5G) wireless networks – With a focus on propagation models. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, vol. 65, no. 12, pp. 6213–6230. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAP.2017.2734243>
7. Fokin G.A. A Set of Models and Methods for Positioning Devices in Networks of the Fifth Generation: specialty 05.12.13 «Systems, networks and devices of telecommunications», 05.12.04 «Radio engineering, including television systems and devices». Dis. ... doct. tech. sciences. Saint Petersburg, 2021, 499 p.
8. Velikanova E.P., Voroshilin E.P., Rogozhnikov E.V. Improving the accuracy of estimating the coordinates of a mobile communication system subscriber by controlling the level of fading in the propagation channel. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta*, 2012, vol. 321, no. 5, pp. 199–204. (In Russ.)
9. Urmaev M.S. *Orbital Methods of Space Geodesy*. Moscow: Nedra, 1981, 256 p. (In Russ.)
10. Mazmishvili A.I. *Error Theory and Least Squares*. Moscow: Nedra, 1978, 311 p. (In Russ.)

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2022, vol. 25, no. 4, pp. 74–78

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.74-78

Received 6 May 2022  
Accepted 7 June 2022

## How the accuracy of mobile objects positioning with GNSS affects the energy characteristics of the communication channel in 5G networks

Dmitriy D. Gabriel'yan<sup>1</sup> , Marina Yu. Zvezdina<sup>1</sup> ,  
Yulia A. Shokova<sup>2</sup> , Oleg A. Lavrentev<sup>3</sup> 

<sup>1</sup> FSUE «RNIIRS»

130, Nansen Street,

Rostov-on-Don, 344038, Russia

<sup>2</sup> Don State Technical University

1, Gagarin Square,

Rostov-on-Don, 344000, Russia

<sup>3</sup> Affiliate of «The General Radio Frequency Centre»  
in Southern and North-Caucasian federal districts

50, Budennov Avenue,

Rostov-on-Don, 344002, Russia

*Abstract* – The analytical relations determining the dependence between the accuracy of positioning objects-subscribers on the GNSS signals and the accuracy of pseudorange measurements were obtained. Based on these relationships, the relationship between positioning accuracy and the distribution of power radiated by the antennas into the space is revealed, which allows us to estimate the error of pointing the antenna beams in space. The correlations are based on the assumption of a Rayleigh channel for GNSS signal propagation. It is shown that the positioning accuracy of objects at the pseudo range error of 1 m and a beam width error of 2 degrees determines the average reduction in signal power in the radio channel, due to errors in positioning objects, not more than 0,25 dB, the normalized value of the standard deviation is equal to 13,5 dB. Due to positioning errors it is possible to reduce the signal strength in the radio channel by up to 1 dB.

*Keywords* – 5G networks; GNSS object positioning; mutual positioning of objects; signal strength distribution; statistical characteristics.

## Информация об авторах

**Габриэлян Дмитрий Давидович**, доктор технических наук, профессор, заместитель начальника ФГУП «Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи», г. Ростов-на-Дону, Россия.

*Область научных интересов:* радиотехнические системы, определение местоположения объектов.

*E-mail:* d.gabrieljan2011@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-9883-8826>

**Звездина Марина Юрьевна**, доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник ФГУП «Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи», г. Ростов-на-Дону, Россия.

*Область научных интересов:* электромагнитная совместимость и электромагнитная экология.

*E-mail:* zvezdina\_m@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-8383-6003>

**Шокова Юлия Александровна**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиоэлектроники Донского государственного технического университета, г. Ростов-на-Дону, Россия.

*Область научных интересов:* электромагнитная совместимость и электромагнитная экология, численные методы электродинамики.

*E-mail:* jshokova@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-2884-8121>

**Лаврентьев Олег Александрович**, начальник отдела стационарного радиоконтроля филиала «Государственного радиочастотного центра» в Южном и Северо-Кавказском федеральных округах, г. Ростов-на-Дону, Россия.

*Область научных интересов:* радиотехнические системы, определение местоположения объектов.

*E-mail:* olav3@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-0946-4675>

## Information about the Authors

**Dmitriy D. Gabriel'yan**, Doctor of Technical Sciences, professor, deputy head of FSUE «RNIIRS», Rostov-on-Don, Russia.

*Research interests:* radio systems, object location.

*E-mail:* d.gabrieljan2011@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-9883-8826>

**Marina Yu. Zvezdina**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, principal scientist of FSUE «RNIIRS», Rostov-on-Don, Russia.

*Research interests:* electromagnetic compatibility and electromagnetic ecology.

*E-mail:* zvezdina\_m@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-8383-6003>

**Yulia A. Shokova**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Radioelectronics, Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia.

*Research interests:* electromagnetic compatibility and electromagnetic ecology, numerical methods of electrodynamics.

*E-mail:* jshokova@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-2884-8121>

**Oleg A. Lavrentev**, head of the Department of Stationary Radio Frequency Control, Affiliate of «The General Radio Frequency Centre» in Southern and North-Caucasian federal districts, Rostov-on-Don, Russia.

*Research interests:* radio systems, object location.

*E-mail:* olav3@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-0946-4675>

## Характеристики обнаружения и особенности обработки сигналов воздушных объектов на радиолокационных изображениях космических радиолокаторов с синтезированной апертурой

О.В. Горячкин , А.В. Борисенков, А.С. Лифанов

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики  
443010, Россия, г. Самара,  
ул. Л. Толстого, 23

*Аннотация* – В статье рассмотрены возможности обнаружения воздушных движущихся целей космическими радиолокаторами с синтезированием апертуры, использующими режим интерферометрии вдоль пути. Описана методика расчета отношения сигнал – шум, характеристик обнаружения воздушных целей в режиме селекции движущихся целей. На основании расчетов показано, что динамика подстилающей поверхности, вызванная колебаниями травы, листья или взволнованной морской поверхности, существенно снижает возможности по обнаружению воздушных объектов космическими радиолокаторами с синтезированием апертуры в режиме селекции движущихся целей. Показано на примерах существующих космических радиолокаторов с синтезированием апертуры, что при использовании метода интерферометрии вдоль пути, как минимум двух интерферометрических баз и дофокусировки по отметкам ярких движущихся целей в канале селекции движущихся целей эффективность процедуры обнаружения может быть достаточной для практических применений. Однако область малых значений радиальной скорости остается «слепой» зоной при любых конфигурациях мультибазовой схемы и может быть уменьшена только повышением энергетического потенциала радиолокаторов с синтезированием апертуры.

*Ключевые слова* – радиолокатор с синтезированием апертуры; космическое базирование; обнаружение воздушных целей; интерферометрия вдоль пути; вероятность правильного обнаружения.

### Введение

В настоящее время радиолокационные изображения, получаемые космическими радиолокаторами с синтезированной апертурой (РСА), находят широкое применение в различных приложениях дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) [1]. К числу наиболее успешных практических применений можно отнести экологический мониторинг, контроль трафика морских судов в прибрежных акваториях, контроль ледовой обстановки. Совместно с оптической информацией радиолокационные изображения с успехом используются для различных картографических приложений [1; 2]. Реализация в космических РСА интерферометрических режимов съемки поперек пути обеспечивает доступ к прямому измерению рельефа поверхности суши в любых погодных условиях с высокими точностями в локальном и глобальных масштабах [2; 3; 16–18].

В последние годы в радиолокационных системах ДЗЗ широко используется режим селекции движущихся целей (СДЦ) [4–7; 12]. Реализация данного режима основана на методе интерферометрии вдоль пути, в котором предполагается получение серии изображений вдоль траектории движения РСА синхронно (см. подробнее в [1]). Для этого в

космической РСА должно быть реализовано не менее двух приемных каналов регистрации отраженных сигналов. Данная технология позволяет обнаружить движущиеся наземные цели в случае, когда вектор скорости движущейся цели имеет радиальную компоненту.

Задача обнаружения воздушных судов играет ключевую роль в управлении аэропортами и в обеспечении специальной деятельности [8; 9].

При обнаружении неподвижных воздушных судов по радиолокационным изображениям существуют две проблемы: точечный характер этих изображений и наличие интерференции от окружающего фона, которая приводит к появлению ложных элементов (ярких точек) на радиолокационных изображениях. В работах [9–11] рассмотрены результаты применения некоторых алгоритмов обнаружения неподвижных объектов авиатехники по их РЛИ.

При обнаружении воздушных объектов, находящихся в движении на аэродроме или в полете, у РСА возможно использование режима СДЦ. В этом случае на качество обнаружения воздушного объекта, помимо мощности сигнала РСА, пространственного разрешения и длины волны, будут влиять модуль и ориентация вектора скорости цели в пространстве, флуктуации эффективной

площади рассеяния цели в процессе регистрации отраженных сигналов РСА, наличие и динамика фона.

В настоящей работе рассматриваются характер влияния перечисленных факторов на характеристики обнаружения воздушных целей, а также особенности обработки сигналов РСА в режиме СДЦ.

## 1. Математическая модель сигнала РСА в режиме СДЦ

Рассмотрим классический случай двухканальной космической РСА при наблюдении в интерферометрическом режиме с базой вдоль пути движущейся в пространстве точечной цели. Данная задача рассмотрена в литературе [1; 4; 5]. Представим известный подход в соответствии с предложенной в [13] моделью РЛИ. В этом случае изображение точечной цели на РЛИ в отсутствие атмосферных и траекторных искажений можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}(\theta, \sigma, \theta_0, \sigma_0) = & \quad (1) \\ & \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \exp(j\omega_0(\Delta t(kT - \theta_0, \sigma_0) - \Delta t(kT - \theta, \sigma))) \times \\ & \times \dot{\Phi}_0(\Delta t(kT - \theta_0, \sigma_0) - \Delta t_c(kT - \theta, \sigma)) dkT, \end{aligned}$$

где

$$\dot{\Phi}_0(t) = \int \dot{K}_R(\tau) K_R^*(\tau - t) dt$$

– функция неопределенности РСА по задержке.

Для  $\theta_0 = 0$  получим изображение точечной цели в режиме телескопического обзора для одного приемопередающего канала РСА. Движение цели задается составляющими:  $V_r$  – радиальной составляющей вектора скорости и  $V_t$  – продольной (тангенциальной) составляющей вектора скорости, в плоскости, в которой лежат вектор наклонной дальности до цели и вектор скорости космического аппарата в приближении прямолинейного равномерного движения. Для анализа работы канала СДЦ ограничимся коэффициентами разложения траекторной фазы 2-го порядка:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_1(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) = & \quad (2) \\ & \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \dot{\Phi}_0(\Delta t_c(kT, \sigma_0) - \Delta t(kT - \theta, \sigma)) dkT, \end{aligned}$$

$$\Delta t(kT - \theta, \sigma) = \frac{2}{c} \sqrt{\left(\frac{c\sigma}{2}\right)^2 + (V)^2} (kT - \theta)^2 \approx$$

$$\approx \sigma + \frac{2(V)^2}{(c^2\sigma)} (kT - \theta)^2.$$

$$\Delta t_c(kT, \sigma_0) = \quad (3)$$

$$= \frac{2}{c} \sqrt{\left(\frac{c\sigma_0}{2} + V_r(kT)\right)^2 + (V + V_t)^2} (kT)^2 \approx$$

$$\approx \sigma_0 + \frac{2}{c} V_r(kT) + \frac{2(V + V_t)^2}{(c^2\sigma_0 + 2cV_r(kT))} (kT)^2.$$

Функцию изображения точечной цели для второго приемного канала РСА, получим в виде

$$\dot{\Psi}_2(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) = \quad (4)$$

$$= \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \dot{\Phi}_0(\Delta t_c(kT - \Delta\theta, \sigma_0) - \Delta t(kT - \theta, \sigma)) dkT,$$

где  $\Delta\theta = d/V$ ,  $d$  – интерферометрическая база вдоль пути, расстояние между фазовыми центрами приемных антенн РСА.

Распишем аргумент функции неопределенности зондирующего сигнала РСА в выражении (2):

$$\Delta t(kT, \sigma_0) - \Delta t(kT - \theta, \sigma) \approx \quad (5)$$

$$\approx \sigma_0 - \sigma + \frac{2V_r kT}{c} + \left( \frac{2(V + V_t)^2}{c^2\sigma_0} - \frac{2(V)^2}{c^2\sigma} \right) kT^2 +$$

$$+ \frac{4(V)^2}{c^2\sigma} kT\theta - \frac{2(V)^2}{c^2\sigma} \theta^2.$$

Тогда аргумент функции неопределенности зондирующего сигнала РСА в выражении (4):

$$\Delta t(kT - \Delta\theta, \sigma_0) - \Delta t(kT - \theta, \sigma) \approx \quad (6)$$

$$\approx \sigma_0 - \sigma + \frac{2V_r(kT + \Delta\theta)}{c} +$$

$$+ \left( \frac{2(V + V_t)^2}{c^2\sigma_0} - \frac{2(V)^2}{c^2\sigma} \right) kT^2 +$$

$$+ \left( \frac{4(V)^2}{c^2\sigma} \theta - \frac{4(V + V_t)^2}{c^2\sigma_0} \Delta\theta \right) kT -$$

$$- \frac{2(V)^2}{c^2\sigma} \theta^2 + \frac{2(V + V_t)^2}{c^2\sigma_0} \Delta\theta^2.$$

В канале СДЦ формируется разностное радиолокационное изображение

$$|\dot{\Psi}_1(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) - \dot{\Psi}_2(\theta, \sigma, 0, \sigma_0)| = \quad (7)$$

$$= \left| \dot{\Psi}_1(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) \right| \left| 1 - \frac{\dot{\Psi}_1(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) \dot{\Psi}_2^*(\theta, \sigma, 0, \sigma_0)}{\left| \dot{\Psi}_1(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) \right|^2} \right|.$$

В этом выражении

$$\begin{aligned} & \dot{\Psi}_1(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) \dot{\Psi}_2^*(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) = \\ & = \exp(j\Delta\varphi(\theta, \sigma)) \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \exp(j\omega_0(\alpha_1(\theta)t + \beta t^2)) \times \\ & \times \dot{\Phi}_0(\sigma_{01}(\theta) + \alpha_1(\theta)t - \sigma + \beta t^2) dt \times \\ & \times \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \exp(-j\omega_0(\alpha_2(\theta)t + \beta t^2)) \times \\ & \times \dot{\Phi}_0^*(\sigma_{02}(\theta) + \alpha_2(\theta)t - \sigma + \beta t^2) dt = \\ & = \exp(j\Delta\varphi) \dot{I}(\theta, \sigma) I^*(\theta - \delta\theta, \sigma - \delta\sigma), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\Delta\varphi = -\omega_0 \left( \frac{2V_r \Delta\theta}{c} + \frac{2(V+V_t)^2}{c^2 \sigma_0} \Delta\theta^2 \right), \quad (9)$$

$$\sigma_{01}(\theta) = \sigma_0 - \frac{2(V)^2}{c^2 \sigma} \theta^2, \quad (10)$$

$$\sigma_{02}(\theta) = \sigma_0 + \frac{2V_r}{c} \Delta\theta + \frac{2(V+V_t)^2}{c^2 \sigma_0} \Delta\theta^2 - \frac{2(V)^2}{c^2 \sigma} \theta^2,$$

$$\alpha_1(\theta) = \frac{2V_r}{c} + \frac{4(V)^2 \theta}{c^2 \sigma}, \quad (11)$$

$$\alpha_2(\theta) = \frac{2V_r}{c} + \frac{4(V)^2 \theta}{c^2 \sigma} - \frac{4(V+V_t)^2 \Delta\theta}{c^2 \sigma_0},$$

$$\beta = \frac{2(V+V_t)^2}{c^2 \sigma_0} - \frac{2(V)^2}{c^2 \sigma}, \quad (12)$$

$$\delta\sigma = (\sigma_{01}(\theta) - \sigma_{02}(\theta)) = \frac{2V_r}{c} \Delta\theta + \frac{2(V+V_t)^2}{c^2 \sigma_0} \Delta\theta^2, \quad (13)$$

$$\delta\theta = \frac{c^2 \sigma}{4V^2} (\alpha_1(\theta) - \alpha_2(\theta)) = \frac{\sigma(V+V_t)^2 \Delta\theta}{V^2 \sigma_0}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}(\theta, \sigma) &= \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \exp(j\omega_0(\alpha_1(\theta)t - \beta t^2)) \times \\ & \times \dot{\Phi}_0(\alpha_1(\theta)t - \beta t^2 - \sigma) dt. \end{aligned} \quad (15)$$

В выражении (15) учитывается, что

$$\frac{c}{2} \left( \alpha_1\left(\frac{T_s}{2}\right) - \alpha_2\left(\frac{T_s}{2}\right) \right) \frac{T_s}{2} \ll \Delta_r.$$

На РЛИ изображение движущейся цели  $\dot{I}(\theta, \sigma)$  отличается от изображения неподвижной цели. Появление на РЛИ движущейся цели со скоростями  $V_r$  и  $V_t$  приведет к тому, что: 1) Отметка цели сдвигается по путевой дальности на значение  $R_0 V_r / V^2$ ; 2) Отметка цели смещается по наклонной дальности на значение  $R_0 V_r^2 / 2V^2$ ; 3) Отметка цели «размывается» по азимуту на значение, пропорциональное  $|V_t|$ .

При получении 2-го изображения в паре движущаяся цель сдвигается по дальности на  $\delta\sigma \approx \approx 2V_r d / cV$ , и по азимуту на  $\delta\theta = \sigma(V+V_t)d / \sigma_0 V^2$  относительно первого изображения.

Для организации режима СДЦ принципиально, чтобы эти смещения в виде  $|2\delta\sigma/c|$  и  $|\delta\theta V|$  не превосходят соответствующие значения разрешающей способности РСА по наклонной и путевой дальности соответственно. При соблюдении этого условия комплексное разностное РЛИ содержит информацию о движущейся цели, а разность фаз двух изображений в элементе разрешения для движущейся цели имеет вид

$$\Delta\varphi = \omega_0 \left( \frac{2V_r}{c} \Delta\theta + \frac{2(V+V_t)^2}{c^2 \sigma_0} \Delta\theta^2 \right). \quad (16)$$

Если  $d \ll R_0$  и  $V_r \ll V$ ,  $V_t \ll V$ , то влиянием квадратичной составляющей в (16) можно пренебречь, а разность фаз двух комплексных пикселей изображений в элементе разрешения для движущейся цели описать выражением [2]:

$$\Delta\varphi \approx \frac{4\pi V_r d}{\lambda V}. \quad (17)$$

Тогда РЛИ в канале СДЦ можно представить в виде

$$\begin{aligned} & \left| \dot{\Psi}_1(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) - \dot{\Psi}_2(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) \right| = \\ & = \left| \dot{I}(\theta, \sigma) \right| \left| 1 - \frac{\left| \dot{I}^*(\theta - \delta\theta, \sigma - \delta\sigma) \right|}{\left| \dot{I}(\theta, \sigma) \right|} \exp(-j\Delta\varphi) \right|. \end{aligned} \quad (18)$$

В окрестности пика движущейся цели разностное РЛИ можно аппроксимировать в виде

$$\begin{aligned} & \left| \dot{\Psi}_1(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) - \dot{\Psi}_2(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) \right| \approx \\ & \approx \left| \dot{I}(\theta, \sigma) \right| \times \\ & \times \left| 1 - \left( 1 - \frac{1}{6} \left( \left( \frac{2\pi\delta\theta}{\Delta\theta} \right)^2 + \left( \frac{2\pi\delta\sigma}{\Delta\sigma} \right)^2 \right) \right) \exp(-j\Delta\varphi) \right|, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $|\theta| \leq \Delta\theta/2$  и  $|\sigma - \sigma_0| \leq \Delta\sigma/2$ .

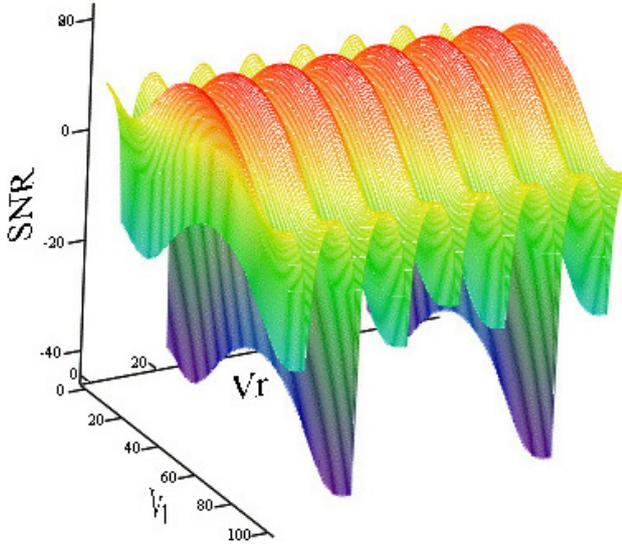


Рис. 1. Отношение сигнал – шум в канале СДЦ [дБ] в зависимости от  $V_t \in [-300, 300]$  [м/с],  $V_r \in [-300, 300]$  [м/с] (на изображении индекс по осям меняется от 1 до 100), при наблюдении цели с ЭПР  $\sigma = 6$  м<sup>2</sup>, базе интерферометра 2 м, пространственное разрешение 6 м

Fig. 1. Signal-to-noise ratio in the SDC channel [dB] depending on  $V_t \in [-300, 300]$  [m/s],  $V_r \in [-300, 300]$  [m/s] (in the image, the index along the axes varies from 1 to 100), when observing a target with RCS  $\sigma = 6$  m<sup>2</sup>, interferometer base 2 m, spatial resolution 6 m

Для неподвижной цели

$$|\dot{\Psi}_1(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) - \dot{\Psi}_2(\theta, \sigma, 0, \sigma_0)| \neq 0.$$

Поэтому необходимо дополнительно сдвинуть второе изображение по азимутальной координате на величину  $\Delta\theta$ .

Используя колоколообразную модель основного лепестка функции неопределенности РСА [15] модель изображения точечной движущейся цели в канале СДЦ получим в виде

$$|\dot{\Psi}_1(\theta, \sigma, 0, \sigma_0) - \dot{\Psi}_2(\theta + \Delta\theta, \sigma, 0, \sigma_0) \exp(j\omega_0 \Delta\theta)| \approx (20) \approx |\dot{I}(\theta, \sigma)| |1 - k_I \exp(-j\Delta\phi)|,$$

$$k_I = \left( 1 - \frac{1}{6} \left( \left( \frac{2\pi(\delta\theta - \Delta\theta)}{\Delta\theta} \right)^2 + \left( \frac{2\pi\delta\sigma}{\Delta\sigma} \right)^2 \right) \right).$$

## 2. Расчет характеристик обнаружения воздушных целей в РСА

Расчет основных тактико-технических характеристик РСА предполагает оценку мощности отраженного сигнала от точечной цели по следующим известным соотношениям [1; 15]:

$$P_{ц} = \frac{\lambda^2 G^2 P_{им} B N_s \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L_n}, \quad N_s = \frac{R\lambda}{2\Delta x^2}, \quad (21)$$

$$R = \sqrt{(R_e + H_0)^2 + R_e^2 - 2(R_e + H_0)R_e \cos(\alpha)},$$

где  $G$  – коэффициент усиления антенны,  $P_{им}$  – импульсная мощность РСА,  $B$  – база сигнала,  $N_s$  – число обрабатываемых отсчетов,  $\sigma$  – ЭПР точечной цели,  $R$  – расстояние,  $L_n$  – коэффициент потерь в тракте и атмосфере,  $R_e$  – радиус Земли,  $H_0$  – высота полета космического аппарата.

Как было отмечено выше, изображение цели размывается по азимутальной координате на величину, пропорциональную  $|V_t|$ , при этом амплитуда уменьшается на значение, пропорциональное  $1/|V_t|$ . Пренебрегая миграцией для режима СДЦ, амплитуду отметки можем оценить в виде

$$\begin{aligned} \dot{I}(V_t) &= \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \exp(j\omega_0(\beta t^2)) \Phi_0(\beta t^2) dt \approx (22) \\ &\approx 2 \int_0^{T_s/2} \cos(\omega_0 \beta t^2) dt. \end{aligned}$$

Отношение сигнал – шум в канале СДЦ можно записать в виде

$$\frac{P_{ц1}}{P_{n1}} = \frac{P_{ц} |\dot{I}(V_t)|^2 |1 - k_I \exp(j\Delta\phi)|^2}{2P_n}. \quad (23)$$

В этом выражении учтено, что в элементе разрешения сигналы неподвижного фона компенсируются, аддитивные шумы в независимых каналах приема складываются.

В случае динамичного фона, например, взволнованной морской поверхности отношение сигнал – шум в канале СДЦ можно записать в виде

$$\frac{P_{ц1}}{P_{n1}} = \frac{P_{ц} |\dot{I}(V_t)|^2 |1 - k_I \exp(j\Delta\phi)|^2}{2(P_n + P_f)}, \quad (24)$$

где  $P_f$  – мощность сигнала фона в элементе разрешения РСА.

Для анализа вероятностных характеристик алгоритма обнаружения рассчитаем вероятности правильного обнаружения цели при фиксированном значении вероятности ложной тревоги, воспользовавшись следующими известными выражениями [14]:

$$P_{лт} = \exp\left(-\frac{h^2}{2}\right), \quad (25)$$

$$P_{по} = \int_0^h t I_0(\sqrt{qt}) \exp\left(-\frac{(t^2 + q)}{2}\right) dt,$$

где  $q$  – отношение сигнал – шум,  $h$  – модифицированный порог.

На рис. 1 показана зависимость отношения сигнал – шум в канале СДЦ от составляющих вектора

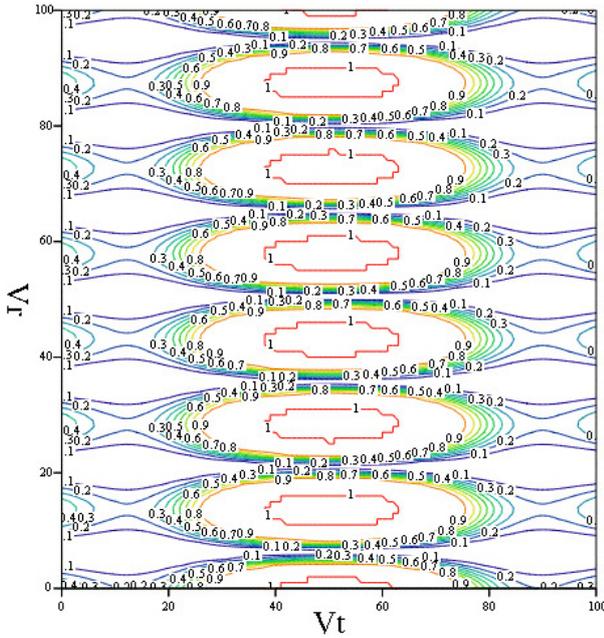


Рис. 2.  $p_{\text{по}}$  в зависимости от  $V_t \in [-300, 300]$  [м/с],  $V_r \in [-300, 300]$  [м/с] (на изображении индекс по осям меняется от 1 до 100), при наблюдении цели с ЭПР  $\sigma = 6 \text{ м}^2$ , базе интерферометра 2 м, пространственное разрешение 6 м  
 Fig. 2.  $p_{\text{по}}$  depending on  $V_t \in [-300, 300]$  [m/s],  $V_r \in [-300, 300]$  [m/s] (in the image, the index along the axes varies from 1 to 100), when observing a target with EPR  $\sigma = 6 \text{ м}^2$ , interferometer base 2 m, spatial resolution 6 m

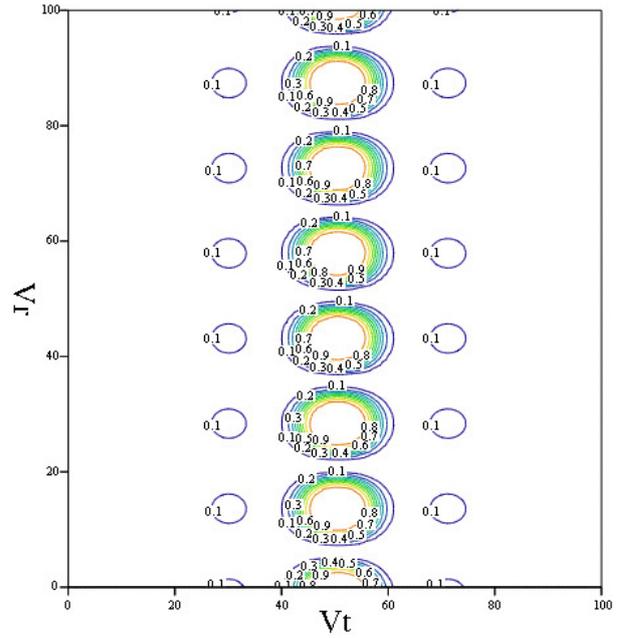


Рис. 3.  $p_{\text{по}}$  в зависимости от  $V_t \in [-300, 300]$  [м/с],  $V_r \in [-300, 300]$  [м/с] (на изображении индекс по осям меняется от 1 до 100), при наблюдении цели с ЭПР  $\sigma = 6 \text{ м}^2$ , базе интерферометра 2 м, пространственное разрешение 6 м на динамическом фоне с удельной ЭПР минус 10 дБ  
 Fig. 3.  $p_{\text{по}}$  depending on  $V_t \in [-300, 300]$  [m/s],  $V_r \in [-300, 300]$  [m/s] (in the image, the index along the axes changes from 1 to 100), when observing a target with EPR  $\sigma = 6 \text{ м}^2$ , interferometer base 2 m, spatial resolution 6 m on dynamic background with specific RCS minus 10 dB

скорости воздушной цели. При расчете этой диаграммы мы предполагаем, что РЛИ произвольно движущихся целей могут быть расфокусированы. При расчетах здесь и далее мы используем параметры космической РСА, соответствующей параметрам системы TerraSAR-X.

Как видно из рис. 1, отношение сигнал – шум в поле скоростей воздушной цели неоднородно, особенно глубокие провалы наблюдаются по оси радиальной скорости, что, соответственно, приводит к снижениям вероятности правильного обнаружения.

На рис. 2 и 3 показаны зависимости  $p_{\text{по}}$  при  $p_{\text{лт}} = 0,01$  для неподвижного и динамичного фона с удельной ЭПР -10дБ соответственно.

Как видно из проделанных расчетов, динамика фона существенно снижает возможности по обнаружению воздушных объектов космическими РСА в режиме СДЦ.

Уменьшить площадь слепых зон можно, если использовать режим СДЦ с несколькими базами, переключая в приемной АФАР соответствующие панели в процессе работы РСА.

На рис. 4 показаны результаты соответствующих расчетов для совместной обработки сигналов двух баз 2 и 2,5 м. Видно, что конфигурация слепых

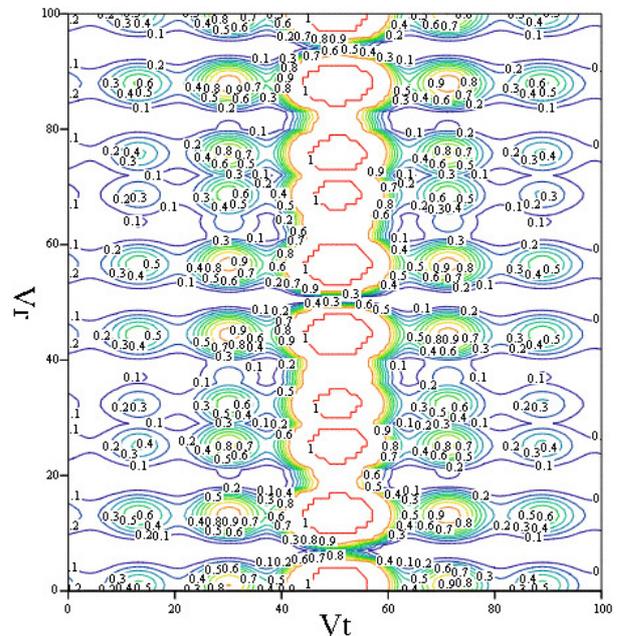


Рис. 4.  $p_{\text{по}}$  в зависимости от  $V_t \in [-300, 300]$  [м/с],  $V_r \in [-300, 300]$  [м/с] (на изображении индекс по осям меняется от 1 до 100), при наблюдении цели с ЭПР  $\sigma = 6 \text{ м}^2$ , базе интерферометра 2 м, пространственное разрешение 6 м для случая одновременного приема на 2 базы  
 Fig. 4.  $p_{\text{по}}$  depending on  $V_t \in [-300, 300]$  [m/s],  $V_r \in [-300, 300]$  [m/s] (in the image, the index along the axes changes from 1 to 100), when observing a target with EPR  $\sigma = 6 \text{ м}^2$ , the base of the interferometer is 2 m, the spatial resolution is 6 m for the case of simultaneous reception on 2 bases

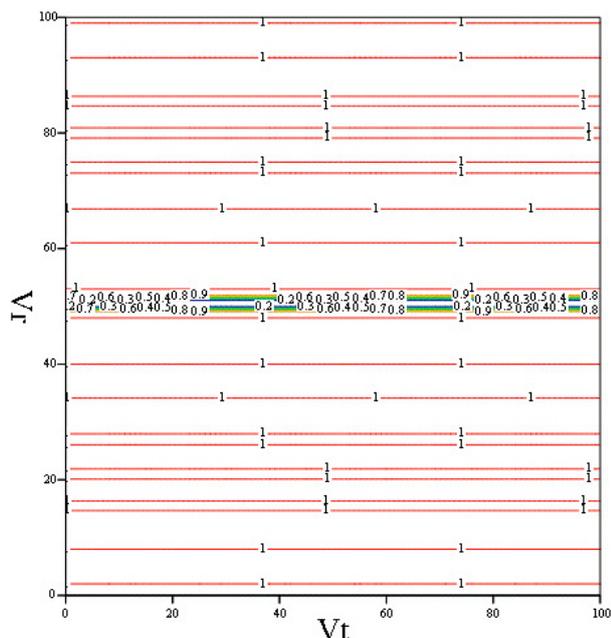


Рис. 5.  $p_{по}$  в зависимости от  $V_r \in [-300, 300]$  [м/с],  $V_t \in [-300, 300]$  [м/с] (на изображении индекс по осям меняется от 1 до 100), при наблюдении цели с ЭПР  $\sigma = 6 \text{ м}^2$ , базе интерферометра 2 м, пространственное разрешение 6 м для случая одновременного приема на две базы и использования режима автоматической фокусировки мобильных целей

Fig. 5.  $p_{по}$  depending on  $V_r \in [-300, 300]$  [m/s],  $V_t \in [-300, 300]$  [m/s] (in the image, the index along the axes changes from 1 to 100), when observing a target with EPR  $\sigma = 6 \text{ м}^2$ , the base of the interferometer is 2 m, the spatial resolution is 6 m for the case of simultaneous reception on 2 bases and using the auto focus mode of mobile targets

зон в области малых значений тангенциальной скорости существенно улучшилась, однако расфокусировка отметки цели при увеличении тангенциальной составляющей скорости немного снижает вероятность правильного обнаружения.

На рис. 5 показаны результаты расчетов для совместной обработки сигналов двух баз 2 и 2,35 м в случае, когда изображения движущихся целей в канале СДЦ дофокусируются алгоритмами автоматической фокусировки, эффективными для ярких точечных целей, например, описанными в [13]. Видно, что при тех же параметрах моделирования, что и для случая, показанного на рис. 4, конфигурация слепых зон становится практически идеальной для обнаружения воздушных целей, т. е. провал зависимости вероятности правильного обнаружения  $p_{по} < 0,9$  наблюдается только в области  $V_r < 20$  [м/с], в остальной области  $0,9 < p_{по} < 1$ . Область малых значений радиальной скорости остается «слепой» зоной при любых конфигурациях мультисенсорной схемы и может быть уменьшена только повышением энергопотенциала РСА.

## Заключение

Анализ возможности использования режима СДЦ для обнаружения воздушных целей космическими РСА показывает, что при использовании метода интерферометрии вдоль пути, как минимум двух баз и дофокусировки по отметкам движущихся целей эффективность процедуры обнаружения может быть высокой. То есть, например, для РСА типа TerraSAR-X при скорости воздушной цели с ЭПР  $6 \text{ м}^2$  выше 5 м/с и менее 300 м/с она может быть обнаружена с вероятностью правильного обнаружения больше 0,9 при вероятности ложной тревоги 0,01.

## Список литературы

1. Радиолокационные системы землеобзора космического базирования / под ред. В.С. Вербы. М.: Радиотехника, 2010. 680 с.
2. Горячкин О.В. Пути развития радиолокационных космических систем дистанционного зондирования Земли // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2010. № 2. С. 92–104.
3. From interferometric to tomographic SAR: A review of synthetic aperture radar tomography-processing techniques for scatterer unmixing in urban areas / C. Rambour [et al.] // IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine. 2020. Vol. 8, no. 2. P. 6–29. DOI: <https://doi.org/10.1109/MGRS.2019.2957215>
4. Pascasio V., Schirinzi G., Farina A. Moving target detection by along-track interferometry // Proc. IGARSS. 2001. Vol. 7. P. 3024–3026. DOI: <https://doi.org/10.1109/IGARSS.2001.978242>
5. Chiu S. Clutter effects on ground moving target velocity estimation with SAR along-track interferometry // Proc. IGARSS. 2003. Vol. 2. P. 1314–1319. DOI: <https://doi.org/10.1109/IGARSS.2003.1294094>
6. Along-track interferometric SAR systems for ground-moving target indication: Achievements, potentials, and outlook / A. Budillon [et al.] // IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine. 2020. Vol. 8, no. 2. P. 46–63. DOI: <https://doi.org/10.1109/MGRS.2019.2957600>
7. Multichannel SAR-GMTI in maritime scenarios with F-SAR and TerraSAR-X sensors / E. Makhoul [et al.] // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. 2015. Vol. 8, no. 11. P. 5052–5067. DOI: <https://doi.org/10.1109/JSTARS.2015.2438898>
8. Detecting moving targets in dual-channel high resolution spaceborne SAR images with a compound detection scheme / D. Weihing [et al.] // 2007 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. 2007. P. 4818–4821. DOI: <https://doi.org/10.1109/IGARSS.2007.4423939>

9. Григас С.Э., Литовченко Д.Ц., Скорынин А.А. Оценка требований к перспективному космическому радиолокатору мониторинга морской обстановки и воздушного пространства // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2013. Т. 12, № 4. С. 124–129. DOI: [https://doi.org/10.18287/1998-6629-2013-0-4\(42\)-124-129](https://doi.org/10.18287/1998-6629-2013-0-4(42)-124-129)
10. Достовалов М.Ю., Ермаков Р.В., Теплов А.А. Обнаружение объектов авиатехники методом выделения изменений по изображениям радиолокатора с синтезированной апертурой Sentinel-1 // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2018. Т. 15, № 4. С. 49–57.
11. A fast aircraft detection method for SAR images based on efficient bidirectional path aggregated attention network / R. Luo [et al.] // Remote Sensing. 2021. Vol. 13, no. 15. P. 2940. DOI: <https://doi.org/10.3390/rs13152940>
12. An automatic SAR-GMTI algorithm based on DPCA / Y. Hou [et al.] // Proc. IGARSS. 2014. P. 592–595. DOI: <https://doi.org/10.1109/IGARSS.2014.6946492>
13. Горячкин О.В. Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи. М.: Радио и связь, 2003. 230с.
14. Горячкин О.В. Лекции по статистической теории систем радиотехники и связи. М.: Радиотехника, 2008. 192 с.
15. Goriachkin O., Borisenkov A. Estimation of probabilistic characteristics of ground moving targets identification on images of the Earth remote sensing space SAR // 2021 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). 2021. P. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/ITNT52450.2021.9649018>
16. Сосновский А.В. Интерферометрическая обработка данных космических радиолокаторов с синтезированной апертурой при создании цифровых моделей рельефа земной поверхности: состояние и проблемы // Ural Radio Engineering Journal. 2020. Vol. 4, no. 2. P. 198–233. DOI: <https://doi.org/10.15826/urej.2020.4.2.004>
17. Коберниченко В.Г., Сосновский А.В. Интерферометрическая обработка данных космической радиолокационной съемки высокого разрешения // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15, № 3. С. 75–83.
18. Коберниченко В.Г., Сосновский А.В. Особенности построения цифровых моделей рельефа на основе метода космической радиолокационной интерферометрии // Труды СПИИРАН. 2013. № 28 (5). С. 194–208. DOI: <https://doi.org/10.15622/sp.28.8>

## References

1. *Space-Based Ground-Survey Radar Systems*. Ed. by V.S. Verba. Moscow: Radiotekhnika, 2010, 680 p. (In Russ.)
2. Goryachkin O.V. Ways of development of radar space systems for remote sensing of the Earth. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo arokosmicheskogo universiteta*, 2010, no. 2, pp. 92–104. (In Russ.)
3. Rambour C. et al. From interferometric to tomographic SAR: A review of synthetic aperture radar tomography-processing techniques for scatterer unmixing in urban areas. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 2020, vol. 8, no. 2, pp. 6–29. DOI: <https://doi.org/10.1109/MGRS.2019.2957215>
4. Pascazio V., Schirinzi G., Farina A. Moving target detection by along-track interferometry. *Proc. IGARSS*, 2001, vol. 7, pp. 3024–3026. DOI: <https://doi.org/10.1109/IGARSS.2001.978242>
5. Chiu S. Clutter effects on ground moving target velocity estimation with SAR along-track interferometry. *Proc. IGARSS*, 2003, vol. 2, pp. 1314–1319. DOI: <https://doi.org/10.1109/IGARSS.2003.1294094>
6. Budillon A. et al. Along-track interferometric SAR systems for ground-moving target indication: Achievements, potentials, and outlook. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 2020, vol. 8, no. 2, pp. 46–63. DOI: <https://doi.org/10.1109/MGRS.2019.2957600>
7. Makhoul E. et al. Multichannel SAR-GMTI in maritime scenarios with F-SAR and TerraSAR-X sensors. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2015, vol. 8, no. 11, pp. 5052–5067. DOI: <https://doi.org/10.1109/JSTARS.2015.2438898>
8. Weihing D. et al. Detecting moving targets in dual-channel high resolution spaceborne SAR images with a compound detection scheme. *2007 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2007, pp. 4818–4821. DOI: <https://doi.org/10.1109/IGARSS.2007.4423939>
9. Grigas S.E., Litovchenko D.Ts., Skorynin A.A. Assessment of requirements for a promising space radar for monitoring the marine situation and airspace. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo arokosmicheskogo universiteta*, 2013, vol. 12, no. 4, pp. 124–129. DOI: [https://doi.org/10.18287/1998-6629-2013-0-4\(42\)-124-129](https://doi.org/10.18287/1998-6629-2013-0-4(42)-124-129) (In Russ.)
10. Dostovalov M.Yu., Ermakov R.V., Teplov A.A. Detection of aircraft objects using the method of detecting changes from Sentinel-1 synthetic aperture radar images. *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, 2018, vol. 15, no. 4, pp. 49–57. (In Russ.)
11. Luo R. et al. A fast aircraft detection method for SAR images based on efficient bidirectional path aggregated attention network. *Remote Sensing*. 2021. Vol. 13, no. 15, p. 2940. DOI: <https://doi.org/10.3390/rs13152940>
12. Hou Y. et al. An automatic SAR-GMTI algorithm based on DPCA. *Proc. IGARSS*, 2014, pp. 592–595. DOI: <https://doi.org/10.1109/IGARSS.2014.6946492>
13. Goryachkin O.V. *Blind Signal Processing Methods and Their Applications in Radio Engineering and Communication Systems*. Moscow: Radio i svyaz', 2003, 230 p. (In Russ.)
14. Goryachkin O.V. *Lectures on the Statistical Theory of Radio Engineering and Communication Systems*. Moscow: Radiotekhnika, 2008, 192 p. (In Russ.)
15. Goriachkin O., Borisenkov A. Estimation of probabilistic characteristics of ground moving targets identification on images of the Earth remote sensing space SAR. *2021 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT)*, 2021, pp. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/ITNT52450.2021.9649018>

16. Sosnovskiy A.V. Interferometric processing of data from space radars with a synthetic aperture when creating digital models of the Earth's surface relief: Status and problems. *Ural Radio Engineering Journal*, 2020, vol. 4, no. 2, pp. 198–233. DOI: <https://doi.org/10.15826/urej.2020.4.2.004> (In Russ.)
17. Kobernichenko V.G., Sosnovskiy A.V. Interferometric processing of high-resolution satellite radar data. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2012, vol. 15, no. 3, pp. 75–83. (In Russ.)
18. Kobernichenko V.G., Sosnovskiy A.V. Features of building digital elevation models based on the method of space radar interferometry. *Trudy SPIIRAN*, 2013, no. 28 (5), pp. 194–208. DOI: <https://doi.org/10.15622/sp.28.8> (In Russ.)

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2022, vol. 25, no. 4, pp. 79–87

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.79-87

Received 22 September 2022

Accepted 24 October 2022

### Detection characteristics and features of signal processing of aerial objects on images of spaceborne synthetic aperture radars

Oleg V. Goryachkin , Aleksey V. Borisenkov, Aleksey S. Lifanov

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics  
23, L. Tolstoy Street,  
Samara, 443010, Russia

*Abstract* – The article considers the possibilities of detecting airborne moving targets by space radars with aperture synthesis using interferometry mode along the path. The method of calculating the signal-to-noise ratio, the characteristics of detecting aerial targets in the mode of selection of moving targets is described. Based on calculations, it is shown that the dynamics of the underlying surface caused by fluctuations in grass, foliage or an agitated sea surface significantly reduces the ability to detect aerial objects by space radars with aperture synthesis in the selection of moving targets mode. It is shown by the examples of existing space radars with aperture synthesis that when using the interferometry method along the path, at least 2 interferometric bases and refocusing on the marks of bright moving targets in the mode of selection of moving targets channel, the effectiveness of the detection procedure can be sufficient for practical applications. However, the region of small radial velocity values remains a «blind» zone for any multi-base circuit configurations and can only be reduced by increasing the energy potential of the space radars with aperture synthesis.

*Keywords* – synthetic aperture radar; space-based; detection of aerial targets; interferometry along the path; probability of correct detection.

---

### Информация об авторах

**Горячкин Олег Валериевич**, доктор технических наук, профессор, проректор по научной работе Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия. Автор более 300 научных работ.

*Область научных интересов:* цифровая обработка сигналов в системах радиотехники и связи, радиофизические методы дистанционного зондирования Земли, радиолокация с синтезированием апертуры антенны, слепая идентификация систем, прикладная статистика.

*E-mail:* oleg.goryachkin@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-5525-5452>

**Борисенков Алексей Владимирович**, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* цифровая обработка сигналов в системах связи, алгоритмы обработки сигналов в пространственно-временных каналах связи.

*E-mail:* aleksey.v.borisenkov@gmail.com

**Лифанов Алексей Степанович**, младший научный сотрудник центра радиолокационного дистанционного зондирования Земли Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* радиолокация, цифровая обработка сигналов в системах связи, алгоритмы обработки сигналов в пространственно-временных каналах связи.

*E-mail:* aleksei\_lif@list.ru

### Information about the Authors

**Oleg V. Goryachkin**, Doctor of Technical Sciences, professor, vice-rector for research of the Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. Author of more than 300 scientific papers.

*Research interests:* digital signal processing in radio engineering and communication systems, radiophysical methods of remote sensing of the Earth, radar with antenna aperture synthesis, blind identification of systems, applied statistics.

*E-mail:* oleg.goryachkin@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-5525-5452>

**Aleksey V. Borisenkov**, Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communications, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

*Research interests:* digital signal processing in communication systems, signal processing algorithms in space-time communication channels.

*E-mail:* aleksey.v.borisenkov@gmail.com

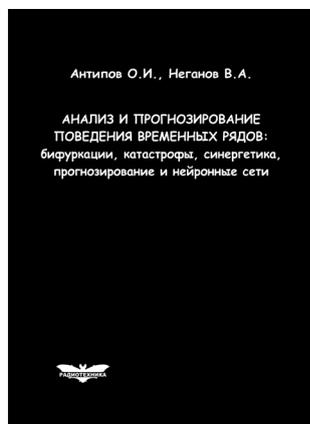
**Aleksey S. Lifanov**, junior researcher of the Center for Radar Remote Sensing of the Earth, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

*Research interests:* radar, digital signal processing in communication systems, signal processing algorithms in space-time communication channels.

*E-mail:* aleksei\_lif@list.ru

**Антипов, О.И.**

**Анализ и прогнозирование поведения временных рядов: бифуркации, катастрофы, синергетика, фракталы и нейронные сети** / О.И. Антипов, В.А. Неганов. – М.: Радиотехника, 2011. – 350 с.



ISBN 978-5-88070-294-7

УДК 530.1:621.372+621.396

ББК 32.96

Монография посвящена объединению нескольких направлений в науке: бифуркаций в нелинейных динамических (или детерминированных) системах, причем внимание уделяется бифуркациям-кризисам, которые отождествляются с катастрофами в синергетике – науке о самоорганизации в сложных системах, где велика роль коллективных, кооперативных эффектов, возникновения порядка – фрактальных структур в турбулентности (или хаосе). В синергетике общим является принцип подчинения, который позволяет исключать большое число переменных в сложных системах и описывать в них сложные процессы. Использование в роли одной из основных количественных характеристик катастроф фрактального показателя Херста связывает фракталы с бифуркациями. Объединение этих четырех направлений позволяет упростить проектирование прогнозирующих нейронных сетей, которое в настоящее время отчасти является искусством.

Даны авторские модификации некоторых известных фрактальных методов, позволяющие проводить более глубокий анализ хаотических процессов. Эти результаты, на наш взгляд, должны являться необходимой частью полного алгоритма построения прогностических моделей, описанного в книге. В частности, описан авторский алгоритм определения временного лага, необходимого для реконструкции аттрактора динамической системы, и модификация метода ближайших ложных соседей, которую можно использовать в качестве индикатора приближающейся катастрофы.

Приведены конкретные примеры из таких областей науки, как радиотехника, экономика и медицина.

*Монография представляет интерес для научных работников, аспирантов и докторантов, работающих в области прикладных задач анализа, моделирования и прогнозирования хаотических процессов в нелинейных системах из различных отраслей науки и техники.*

## Возбуждение прямоугольного резонатора через окна связи в конвейерной установке СВЧ-нагрева

М.В. Давидович<sup>1, 2</sup>, А.К. Кобец<sup>1, 2</sup>, К.А. Саяпин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
410012, Россия, г. Саратов,  
ул. Астраханская, 83  
<sup>2</sup> ООО «НПФ «Этна плюс»  
410040, Россия, г. Саратов,  
ул. Вишневая, 11

*Аннотация* – На основе теории возбуждения Л.А. Вайнштейна получены простые и удобные итерационные соотношения для возбуждения резонатора в виде прямоугольного параллелепипеда с диэлектрическим слоем через несколько окон связи в его стенках. Использовано разложение поля по полной системе соленоидальных функций прямоугольного резонатора. Соленоидальность обусловлена тем, что электрические поля возбуждения в раскрытых прямоугольных волноводах на стенках резонатора, питаемых через коаксиально-волноводные переходы, являются касательными к границам нагреваемого диэлектрического слоя. Получены простые формулы для коэффициентов разложения и расчета полей. Полученные неявные формулы удобно решать итерационно, при этом возможен учет как линейного диэлектрика, так и нелинейного диэлектрика, диэлектрическая проницаемость которого зависит от квадрата электрического поля. Алгоритм реализован для моделирования конвейерной установки СВЧ-нагрева. Возможна модификация алгоритма путем введения потенциальных базисных подсистем функций для случае моделирования сложных диэлектрических включений. Результаты пригодны для моделирования других нелинейных включений, а также в задачах при использовании объемных заданных источников вместо поверхностных. При заданных электрических полях в окнах связи входящая в резонатор мощность рассчитывается на основе вектора Пойнтинга.

*Ключевые слова* – возбуждение резонатора; СВЧ-нагрев; конвейерная обработка; СВЧ-фильтр; диафрагма в волноводе.

### Введение

Теория возбуждения резонаторов в форме Вайнштейна [1; 2] или Маркова [3] широко используется для стационарных и нестационарных задач электродинамики и оптики (см., например, [4–8]). По сути, эти теории используют построение резольвенты на основе базиса самосопряженного оператора [9]. В случае наличия диссипации собственные значения (частоты) перестают быть действительными, базисы – полными, а оператор Максвелла – самосопряженным [10]. При этом становится возможным появление непрерывного спектра (например, для открытых граничных задач). В случае учета реальных металлических стенок резонатора в [1] предложено продлить оболочку вглубь металла на глубину нескольких скин-слоев, где можно поставить нулевые граничные условия и использовать полный ортогональный базис нового резонатора с расширенной оболочкой. Для этого в [1] предложено использовать такие «расширенные» собственные функции, а собственные частоты считать комплексными и определять по методу возмущений, например, как в работе [11]. Это приближенный подход, а строгий подход требует учета слоя с комплексной диэлектрической про-

ницаемостью металла, которая в модели Друде – Лоренца может быть весьма большой по модулю. В ряде задач необходимо учитывать диэлектрические тела внутри резонаторов, причем часто с существенными потерями, а иногда и с нелинейными свойствами. В этом случае строгая теория возбуждения резонатора формулируется в виде интегральных уравнений [4–7].

В данной работе на примере прямоугольного резонатора предложен простой метод решения такой задачи о возбуждении, основанный на итерационном алгоритме. Метод прост в реализации, позволяет решать как линейные, так и нелинейные задачи и явно реализован для прямоугольного резонатора.

В конвейерной установке СВЧ-нагрева НПФ фирмы «Этна плюс» в качестве камеры использован отрезок многомодового желобкового волновода (ЖВ) [12; 13]. Такие секции ЖВ соединены в периодическую структуру посредством щели подачи продукта на транспортере и расположены горизонтально. В конструкции используются две секции фильтров на прямоугольных волноводах (ПВ), подсоединенные на входном и выходном окне для ввода транспортера с продуктом, а также конические трансформаторы типов мод с моды  $H_{10}$  ПВ

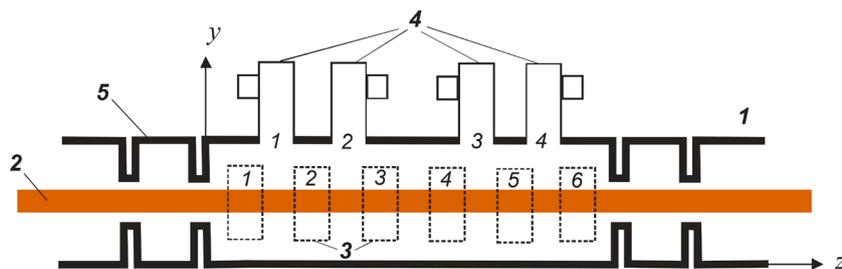


Рис. 1. Схематический вид конвейерной камеры СВЧ-нагрева: 1 – отрезок волновода с продуктом; 2, 3 – окна ввода энергии через боковые стенки (номера окон: 1, 2, 3, 4, 5, 6); 4 – устройства ввода энергии через верхнюю стенку (КВП) (1, 2, 3, 4 – окна связи на верхней стенке)

Fig. 1. Schematic view of the microwave heating conveyor chamber: 1 – waveguide section with the product; 2, 3 – windows for energy input through the side walls (window numbers: 1, 2, 3, 4, 5, 6); 4 – devices for introducing energy through the upper wall (TWT) (1, 2, 3, 4 – communication windows on the upper wall)

к моде  $H_{11}$  ЖВ. Трансформаторы нужны для подключения магнетронных источников излучения с коаксиально-волноводными переходами (КВП) и с выходом на ПВ. Трансформаторы мод подключены к торцам секций ЖФ по два на каждую [14; 15]. Для увеличения вводимой мощности и равномерности нагрева рассмотрен вариант дополнительного подключения источников к верхнему желобу. Рассмотренная конструкция достаточно крупногабаритная и металлоемкая.

Поскольку габариты указанной установки весьма велики, в данной работе рассматривается возможность снижения в несколько раз металлоемкости и габаритов резонаторной камеры с несколькими источниками с использованием теории возбуждения резонатора. Для этого камера предполагается выполненной как прямоугольный резонатор с размерами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , имеющий вид длинного отрезка прямоугольного волновода (рис. 1). В двух противоположных малых стенках ( $a \times b$ ) резонатора при  $z = 0$  и  $z = c$  прорезаны щели, через которые входит транспортер с продуктом. Длина транспортера в камере и максимальный ее размер  $c$  порядка нескольких метров, как и в описанной выше установке. Щели переходят в два заграждающих фильтра, препятствующих излучению из камеры. Фильтры выполнены в виде волновода с диафрагмами, имеющими поглощающие элементы. Магнетронные источники питания подключаются непосредственно на боковые стенки камеры рис. 1 через окна 1–6 на стенке  $x = 0$  и симметричные им окна на стенке  $x = a$ . Также такие же источники подключаются на верхней стенке камеры (окна 1–4). Внутри камеры расположена лента транспортера с диэлектрическим продуктом, имеющим максимальную толщину  $t$  порядка 3 см. Высота узкой стенки  $b = 10$ –15 см (в расчетах использовано значение  $b = 10$  см), размер широкой

стенки  $a = 90$  см, размер верхней и нижней стенок  $a \times c$ , причем длина камеры  $c$  может меняться в широких пределах до нескольких метров (в зависимости от числа подключаемых источников). Для подключения используются стандартные ПВ  $a_0 = 90$  мм  $b_0 = 45$  мм с магнетронными источниками на частоте 2,45 ГГц, включенными через КВП.

Целью работы является получение простой и строгой электродинамической модели, пригодной для инженерного расчета, включая расчет КПД нагрева, температуры нагрева, нелинейных свойств, интегральных параметров. Строгая электродинамическая модель анализа полей в рабочей камере с прямоугольными границами может быть реализована на основе метода интегральных уравнений [4]. Абсолютно строгий подход требует как расчета полей в многомодовом режиме в самой камере (резонаторе), так и в питающих его отрезках волнопроводов с учетом отражений от магнетронов и потерь в стенках. Описывая магнетрон и КВП эквивалентной схемой активного двухполюсника с неким резонансным контуром, определяющим добротность, и заданным активным нелинейным элементом (например, источником тока, зависящим от напряжения на контуре), такую модель формально можно записать, но реализовать в виде программы достаточно сложно. В коммерческих программных пакетах типа HFSS, CST и в ряде других реализуется линейный режим задания амплитуды падающей основной волны полубесконечного ПВ без отражений от источника, но с учетом отражения от резонатора. Более сложная модель – задание коаксиальных портов на КВП и рассмотрение полей внутри КВП. Даже для прямоугольной камеры СВЧ-нагрева с несколькими окнами такие программы считают распределение полей достаточно долго, тем более

это касается оптимизации. Они не позволяют оценивать КПД нагрева, рост температуры со временем, интегральный баланс реактивной и активной мощностей, нелинейные эффекты и ряд других интегральных и локальных параметров. Расчет усложняется при наличии рупорных трансформаторов мод ПВ к ЖВ. Указанные трансформаторы важны при согласовании в режиме бегущей волны, однако реально имеет место резонаторный режим низкочастотного резонатора с движением энергии к продукту. В этом случае целесообразно оценить возбуждение без трансформаторов непосредственно через окна связи. При включении нескольких окон и большой длине (рис. 1) щели в виде окна подачи продукта влияют слабо, излучение через них в силу наличия продукта и фильтров мало, поэтому можно считать их отсутствующими. Излучение в фильтр на входе продукта (где больше влажность) существенно меньше, чем на выходе. Фильтры рассчитаны на подавление порядка 100 дБ, что также позволяет считать окна законченными. Таким образом, конвейерная установка моделируется как резонатор с диэлектрическим слоем и идеально проводящими стенками с несколькими боковыми и верхними прямоугольными окнами, на которых задан поток мощности.

## 1. Постановка задачи и формулы возбуждения

Рассмотрим прямоугольную камеру с металлическими стенками (прямоугольный параллелепипед) с размерами  $a, b, c$ . Пусть в его двух боковых и в верхней стенке прорезаны прямоугольные окна, запитываемые ПВ одинакового поперечного сечения. Конструктивно удобно подключать КВП. Можно поворачивать ПВ на одной стенке на 90 градусов, изменяя поляризацию вводимого излучения, но это усложняет модель, не принося в данном случае реального выигрыша. Магнетроны имеют полосу генерации (нестабильность частоты) порядка 1 % и не фазированы, что существенно улучшает равномерность поля. На двух гранях  $a \times b$  реализован ввод продукта. Считаем ширину продукта равной  $a$  (реально лента и продукт несколько меньше), а его толщину – равной  $t$ . На двух гранях  $b \times c$ , а также на верхней грани  $a \times c$  имеются периодически расположенные окна. Можно запитывать окна синфазно, противофазно и раздельно во времени относительно каких-то других окон. Однако для расчета мощностных характеристик удобно считать ввод энергии одновремен-

ным с одинаковыми фазами. Считаем, что на каждом из окон задан бегущий режим волновода с одной основной модой. Окна расположены так, что электрическое поле в них имеет компоненту  $E_z$  (вдоль движения продукта). Касательное электрическое поле запитываемого от магнетрона окна есть заданный поверхностный магнитный ток на электрической стенке камеры. Этот ток возбуждает резонатор, при этом мощность, втекающая в него, есть интеграл от вектора Пойнтинга  $\mathbf{S} = \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)/2$  по поверхности окна. Для окна на боковой поверхности это втекающая плотность мощности  $S_x = Z_{10} |E_z|^2 / 2$ . Здесь  $Z_{10} = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} / \sqrt{1 - (\pi / k_0 a_0)^2}$  – волновой импеданс основной моды ПВ. В локальной системе координат окна имеем  $E_z(y) = E_0 \sin(\pi y / a_0)$ . Задавая вводимую мощность, мы определяем  $E_0$  и тем самым компоненту поверхностного магнитного тока  $j_y^h(y, z) = E_z(y) = E_0 \sin(\pi y / a_0)$ . Формально можно ввести объемный магнитный ток с плотностью  $J_y^h(x, y, z) = j_y^h(y) \delta(x)$ . Аналогично на верхней стенке вводятся магнитные поверхностные токи  $j_x^h(x, z) = -E_z(x) = -E_0 \sin(\pi x / a_0)$ . Модель можно модифицировать, когда часть окон неактивны. Окно с подключенным, не работающим в данный момент магнетроном есть импедансная поверхность с поверхностным импедансом, удовлетворяющим соотношению  $\mathbf{E}_\tau = Z_s \mathbf{v} \times \mathbf{H}$ . Энергия через нее как бы вытекает из резонатора и поглощается в резонаторе магнетрона. Однако поскольку добротность последнего существенно выше, можно считать этот импеданс реактивным и равным импедансу короткозамкнутого отрезка ПВ в КВП. Его влияние мало, и им можно пренебречь. Мы не рассматриваем режим, когда какие-либо из окон не работают на излучение.

Для решения задачи применим метод возбуждения резонатора в сочетании с теоремой Пойнтинга [2]. Теория возбуждения резонатора основана на представлении полей в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(\omega) \mathbf{E}_k(\mathbf{r}, \omega_k), \quad (1)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \mathbf{H}_k(\mathbf{r}, \omega_k).$$

Удобно вводить только соленоидальные поля полого резонатора, считая, что диэлектрик эквивалентен некому заданному току поляризации  $\mathbf{J}^p(\mathbf{r}, \omega) = i\omega \epsilon_0 (\epsilon - 1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$ , также возбуждающему поле. Потери в стенках считаем отсутствующи-

ми. Тогда поля (1) полны, ортогональны и удовлетворяют однородным уравнениям Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E}_k(\mathbf{r}, \omega_k) = -i\mu_0 \omega_k \mathbf{H}_k(\mathbf{r}, \omega_k), \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_k(\mathbf{r}, \omega_k) = i\varepsilon_0 \omega_k \mathbf{E}_k(\mathbf{r}, \omega_k).$$

Введем полную плотность магнитного тока

$$\mathbf{J}^h(\mathbf{r}, \omega) = \sum_j \mathbf{J}_j^h(\mathbf{r}, \omega),$$

где в сумме учтены все плотности, создаваемые поверхностными источниками в виде касательных электрических полей на окнах связи рис. 1.

Уравнения Максвелла приобретают вид

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -i\mu_0 \omega \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) - \mathbf{J}^h(\mathbf{r}, \omega), \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = i\varepsilon_0 \omega \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{J}^p(\mathbf{r}, \omega).$$

Подставляя в них разложения (2) и пользуясь ортогональностью функций по объему резонатора, выразим коэффициенты разложения. В результате получим представления полей через токи в виде функций Грина

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \int_V \left[ \hat{\Gamma}_{\omega}^{ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}^p(\mathbf{r}') + \hat{\Gamma}_{\omega}^{eh}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}^h(\mathbf{r}') \right] d\mathbf{r}', \quad (4)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = \int_V \left[ \hat{\Gamma}_{\omega}^{he}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}^p(\mathbf{r}') + \hat{\Gamma}_{\omega}^{hh}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}^h(\mathbf{r}') \right] d\mathbf{r}'. \quad (5)$$

Четыре тензорные функции Грина приведены, например, в работах [4–8; 16]. Они построены из собственных функций резонатора (содержат диады типа

$$\mathbf{E}_k(\mathbf{r}, \omega_k) \otimes \mathbf{E}_k^*(\mathbf{r}', \omega_k), \quad \mathbf{H}_k(\mathbf{r}, \omega_k) \otimes \mathbf{H}_k^*(\mathbf{r}', \omega_k),$$

$$\mathbf{E}_k(\mathbf{r}, \omega_k) \otimes \mathbf{H}_k^*(\mathbf{r}', \omega_k), \quad \mathbf{H}_k(\mathbf{r}, \omega_k) \otimes \mathbf{E}_k^*(\mathbf{r}', \omega_k)).$$

Собственные функции прямоугольного резонатора известны и могут быть определены как Е-моды и Н-моды ПВ относительно оси  $z$  [2; 3; 11]. Собственные частоты даются формулой

$$\omega_{lmn} = \omega_k = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2} \sqrt{(l\pi/a)^2 + (m\pi/b)^2 + (n\pi/c)^2}$$

с учетом диапазона изменения индексов. Уравнения (4) и (5) перепишем в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega) + \int_{V_d} \hat{\Gamma}_{\omega}^{ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}^p(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}', \quad (6)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}, \omega) + \int_{V_d} \hat{\Gamma}_{\omega}^{he}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}^p(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'. \quad (7)$$

Здесь выделенные индексом ноль поля созданы поверхностными источниками, т. е. они известны. Эти поля требуют однократного определения. Интегралы дают вклад от тока поляризации. Эти уравнения являются интегральными, поскольку

неизвестное электрическое поле входит под интегралы. Решение (6), (7) следует искать только в области диэлектрика  $V_d$ . Поскольку она мала по сравнению с объемом резонатора, весьма точным является приближенное решение с подстановкой вместо поля  $\mathbf{E}$  под интегралы выделенного поля:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega) + i\omega(\varepsilon - 1) \int_{V_d} \hat{\Gamma}_{\omega}^{ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}_0(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}', \quad (8)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}, \omega) + i\omega(\varepsilon - 1) \int_{V_d} \hat{\Gamma}_{\omega}^{he}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}_0(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'. \quad (9)$$

Уравнения (8), (9) для расчета полей явные. Мощность потерь определяется выражением

$$P_{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega) = \text{Re} \left( \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{J}^{P*}(\mathbf{r}, \omega) \right) / 2$$

или

$$P_{\varepsilon}(\mathbf{r}, \omega) = \omega \varepsilon_0 \varepsilon''(\mathbf{r}, \omega) |\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)|^2 / 2.$$

Заданное поле  $\mathbf{E}^0$  и  $\mathbf{H}^0$  в (8) и (9) можно записать как поверхностные интегралы от известных поверхностных источников и легко вычислить, используя при этом разложения (1) и следующие формулы для коэффициентов:

$$\alpha_k^{(0)} = \frac{-i}{N_k(\omega^2 - \omega_k^2)} \omega_k \oint_S \mathbf{j}^h \mathbf{H}_k dS, \quad (10)$$

$$\beta_k^{(0)} = \frac{-i}{N_k(\omega^2 - \omega_k^2)} \omega \oint_S \mathbf{j}^h \mathbf{H}_k dS.$$

Диэлектрический продукт описываем поляризацией  $\mathbf{P}_{\varepsilon} = \varepsilon_0(\varepsilon(\omega) - 1)\mathbf{E}$ , которая при возбуждении резонатора функционирует как поглощающий энергию ток поляризации с плотностью  $\mathbf{J}^p(\mathbf{r}, \omega) = i\omega \varepsilon_0(\varepsilon(\omega) - 1)\mathbf{E}$ .

Рассмотрим интегральный баланс мощности в виде комплексной теоремы Пойнтинга:

$$\text{Re} \left( \sum_n \int_{S_n} \mathbf{s}_n \mathbf{v} dS - \sum_m \int_{S_m} \mathbf{s}_m \mathbf{v} dS - \sum_{j=1,2} \int_{S_d} \mathbf{s}_d \mathbf{v} dS - \int_V \mathbf{E} \mathbf{J}^p dV \right) / 2 = 0. \quad (11)$$

Здесь индексом  $n$  обозначены все прямоугольные окна (и соответствующие векторы Пойнтинга), через которые мощность втекает, индексом  $m$  обозначены оставшиеся окна, поглощающие мощность (к ним относятся окна с неработающими магнетронами), а индексом  $j$  – окна подачи продукта). Нормаль  $\mathbf{v}$  считаем направленной вдоль

потока мощности (т. е. внутренней при втекании и внешней при вытекании). В первом приближении поглощающие окна можно не учитывать, поскольку поглощение в них пренебрежимо мало по сравнению с поглощением продукта. Поток мощности  $S_{d_i}$  поглощается диэлектриком в окне его подачи. Считаем, что канал подачи между двумя секциями достаточно протяженный, и попавшая в него мощность поглощается, не доходя до следующей секции. В этом случае можно использовать квазипериодическую модель и рассчитывать секцию из одного периода, что упрощает модель в случае длинной камеры. В (11) взята внутренняя нормаль и рассматривается втекающая мощность. Моды прямоугольного резонатора приведены в работе [11]. Будем их рассматривать как  $E_{mnl}$  и  $H_{mnl}$  моды (ТМ и ТЕ) относительно оси  $z$ . Индексы  $lmn$  обозначим мультииндексом  $k$ . Они пробегают значения  $l, m = 1, 2, 3, \dots$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  для первых и  $l, m = 0, 1, 2, \dots$  (за исключением  $l = m = 0$ ) и  $n = 1, 2, 3, \dots$  для вторых [11]. Соответствующие комплексные поля будем писать как  $E_k^e$ ,  $H_k^e$  и  $E_k^h$ ,  $H_k^h$ . Считая толщину продукта малой по сравнению с размером  $b$ , можно пренебречь потенциальными полями и оставить только соленоидальные. Тогда не нужно решать уравнение Пуассона для наведенных на поверхности диэлектрика зарядов и связанных объемных зарядов (в случае неоднородного диэлектрика) и сразу записать полные поля в виде разложений по соленоидальным базисам

$$\mathbf{E} = \sum_k \left( A_k^e \mathbf{E}_k^e + A_k^h \mathbf{E}_k^h \right), \quad \mathbf{H} = \sum_k \left( B_k^e \mathbf{H}_k^e + B_k^h \mathbf{H}_k^h \right). \quad (10)$$

Отметим, что представления (1) и (10) для соленоидальных полей (полого резонатора) эквивалентны, поскольку колебания резонатора вырождены, а в (1) они предполагаются невырожденными и ортонормированными. Подход к задаче возбуждения с использованием потенциальных подсистем сложно реализуем [2; 4; 10]. Далее использован метод, не требующий нахождения потенциальных полей. В нем влияние диэлектрика рассмотрено как ток поляризации, что является строгим подходом и не требует учета потенциальных подсистем базисных функций.

ДП влажного продукта запишем в виде

$$\varepsilon(\omega) = \tilde{\varepsilon}(1 - c_w) + c_w \varepsilon_w(\omega),$$

где  $\tilde{\varepsilon}$  – ДП сухого продукта, которую считаем положительной константой больше единицы,  $c_w$  – положительный коэффициент влагосодержания ( $0 \leq c_w < 1$ ),  $\varepsilon_w(\omega)$  – ДП воды. Пусть  $k_s$  – солёность воды (концентрация солей в граммах на литр).

Для морской воды солёность 3,47 % (в промилях 34,7 ‰), т. е. в литре морской воды содержится примерно 35 граммов солей. Считая, что вся соль – это NaCl, получаем 0,6 моль/литр, т. е. при диссоциации в литре содержится  $3,6 \cdot 10^{23}$  зарядов. Поэтому для квадрата плазменной частоты получим  $\omega_p^2 = 2,5 \cdot 10^{23}$  Гц<sup>2</sup>. В обрабатываемых продуктах солёность на 1–3 порядка меньше. Поскольку вода – весьма плотно упакованная жидкость, частота столкновений для водных растворов обычно порядка плазменной. Используя формулу Дебая и формулу Друде, для воды получим

$$\varepsilon_w(\omega) = 1 + \frac{\kappa}{1 + (\omega\tau)^2} - i \frac{\kappa\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} + k_s \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\omega\omega_c}. \quad (11)$$

Здесь  $k_s$  – величина безразмерная и равная отношению веса солей к весу воды. Формула (11) удобна для моделирования ДП при сушке, если ее использовать с коэффициентом влагосодержания  $k_w$  и ДП  $\varepsilon_d$  сухого продукта. Тогда

$$\varepsilon(\omega) = 1 + (\varepsilon_d - 1)(1 - k_w) + k_w(\varepsilon_w(\omega) - 1).$$

В процессе движения продукта он высыхает, т. е. влагосодержание  $k_w(z)$  уменьшается и становится зависимым от продольной координаты. Определить указанную зависимость можно, зная скорость движения, выделяемую плотность мощности, удельную теплоемкость воды и теплоту параобразования. Для начального определения плотности мощности в первом приближении берем влагосодержание постоянным и равным входному  $k_w(0)$ . Далее можно использовать одну-две итерации. Таким способом рассмотренная модель была адаптирована к процессу сушки, для которого при заданной мощности для получения требуемого влагосодержания на выходе весьма важна скорость движения.

Итак, есть три пути расчета полей. Первый – пренебречь влиянием диэлектрика, т. е. взять поля с индексом нуль (нулевое приближение). Второй – применить метод возмущений в первом порядке (первое приближение) и рассчитать поля (8), (9). Третий – строго численно решать систему интегральных уравнений (6), (7). Поскольку коэффициенты разложений полей зависят от источников и стоков, которые сами зависят от полей, возникает задача типа интегральных уравнений или интегральных соотношений. Решить такую задачу можно на введенном базисе. Проекционный или вариационный подходы приводят к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), разрешенной относительно неизвестных

в форме  $\mathbf{X} = \hat{M}\mathbf{X} + \mathbf{Y}$ . Здесь вектор  $\mathbf{X}$  составлен из коэффициентов  $A_k^{(e,h)}$ ,  $B_k^{(e,h)}$  или  $\alpha_k$  и  $\beta_k$ . Источники определяются вектором  $\mathbf{Y}$ . Решать такую систему удобно путем редукции итерационным методом, например методом минимальных невязок [17]. Для этого следует умножить систему уравнений на эрмитово сопряженную матрицу  $(\hat{I} - \hat{M})^H$ .

В работе выбран третий подход, но с использованием формул возбуждения, что приводит к более простому алгоритму, чем матричный. Применением разложение (1). Для окон сечения  $a_0 \times b_0$  в локальной координатной системе бокового окна имеем

$$E_z = E_0 \sin(\pi y / a_0), \quad H_y = Z_{10} E_0 \sin(\pi y / a_0).$$

Тогда нормальная компонента вектора Пойнтинга

$$S_x = Z_{10} E_0^2 \sin^2(\pi y / a_0).$$

Интегрируя по окну, получаем

$$P_n = Z_{10} E_0^2 b_0 a_0 / 4.$$

Это мощность магнетрона, которая в среднем поступает в секцию. Здесь

$$Z_{10} = \sqrt{\mu_0 / \left[ \varepsilon_0 \left( 1 - \pi^2 / (k_0 a_0)^2 \right) \right]},$$

поэтому известна амплитуда  $E_0$ . Собственные моды  $\mathbf{E}_k$  и  $\mathbf{H}_k$  имеют компоненты:

$$E_{xk} = A_{lmn} \cos(k_l x) \sin(k_m y) \sin(k_n z), \quad (12)$$

$$E_{yk} = B_{lmn} \sin(k_l x) \cos(k_m y) \sin(k_n z),$$

$$E_{zk} = C_{lmn} \sin(k_l x) \sin(k_m y) \cos(k_n z),$$

$$H_{xk} = \tilde{A}_{lmn} \sin(k_l x) \cos(k_m y) \cos(k_n z),$$

$$H_{yk} = \tilde{B}_{lmn} \cos(k_l x) \sin(k_m y) \cos(k_n z),$$

$$H_{zk} = \tilde{C}_{lmn} \cos(k_l x) \cos(k_m y) \sin(k_n z).$$

В силу уравнений Максвелла  $\mathbf{H}_k = (-i\omega_k \mu_0)^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_k$  коэффициенты подчинены соотношениям:

$$\tilde{A}_{lmn} = \frac{(k_m C_{lmn} - k_n B_{lmn})}{-i\omega_k \mu_0}, \quad (13)$$

$$\tilde{B}_{lmn} = -\frac{(k_l C_{lmn} - k_n A_{lmn})}{-i\omega_k \mu_0},$$

$$\tilde{C}_{lmn} = \frac{(k_l B_{lmn} - k_m A_{lmn})}{-i\omega_k \mu_0}.$$

Поскольку имеет место вырождение колебаний, вводим комбинацию Е-мод и Н-мод, обозначая

$$A_{lmn} = -(k_l k_n C_{lmn} - k_0 k_m C'_{lmn}) / (k_l^2 + k_m^2)$$

$$\text{и } B_{lmn} = -(k_m k_n C_{lmn} + k_0 k_l C'_{lmn}) / (k_l^2 + k_m^2).$$

Как нетрудно видеть, такое представление удовлетворяет тождеству  $\nabla \cdot \mathbf{E}_k = 0$ , т. е. поля соленоидальные. Оставшиеся два произвольных коэффициента подчиняем условию  $C'_{lmn} = C_{lmn}$  и нормируем собственные колебания. Для нормировки берем условие

$$N_k^e = 1 = \varepsilon_0 \int_V \mathbf{E}_k^2 dV = -N_k^h = -\mu_0 \int_V \mathbf{H}_k^2 dV = \\ = \frac{\varepsilon_0 abc}{8} \left[ A_{lmn}^2 (1 + \delta_{l0}) + B_{lmn}^2 (1 + \delta_{m0}) + C_{lmn}^2 (1 + \delta_{n0}) \right],$$

откуда имеем

$$C_{lmn}^2 = \frac{8}{\varepsilon_0 abc} \left[ (1 + \delta_{l0}) (k_l k_n - k_0 k_m)^2 / (k_l^2 + k_m^2)^2 + (1 + \delta_{m0}) (k_m k_n + k_0 k_l)^2 / (k_l^2 + k_m^2)^2 + (1 + \delta_{n0}) \right]^{-1}.$$

Норма пропорциональна энергии колебания. Теперь магнитные функции нормированы условием  $N_k^h = -1$  (см. [2], стр. 357). Отрицательная норма соответствует наличию мнимой единицы в знаменателях соотношений (13) и означает переход в разные полупериоды электрической энергии колебаний в энергию магнитную и наоборот, т. е. сдвиг по фазе  $\pi$ . Тем самым мы получили невырожденные ортогональные системы соленоидальных векторных функций.

Рассмотрим два симметричных излучателя на боковых стенках (при  $x = 0$  и  $x = a$ ) с магнитной поверхностной плотностью тока

$$j_{sy}^h(y, z) = E_0 \sin(\pi(y - y_0) / a_0) \Pi(z_s, z),$$

т. е. с объемной плотностью

$$J_{sy}^h = j_{sy}^h(y, z) (\delta(x) + \delta(x - a)).$$

Здесь  $\Pi(z_s, z)$  - прямоугольная функция (форм-фактор), равная единице в области  $z_s \leq z \leq z_s + b_0$  и нулю в оставшейся. Индекс  $s = 1, 2, \dots, N_s$  выполняет нумерацию боковых диафрагм (для рис. 1  $N_s = 6$ ). Выполняя интегрирование с  $H_{yk}(0, y, z)$  и  $H_{yk}(a, y, z)$ , имеем вклад в коэффициенты

$$\alpha_{ks}^{(0)} = -iE_0 \tilde{B}_{lmn} \left( 1 + (-1)^l \right) \omega_k \times \\ \times \frac{\left[ \sin(k_n(z_s + b_0)) - \sin(k_n z_s) \right] I_m}{2N_k^e k_n (\omega^2 - \omega_k^2)}, \quad (14)$$

$$\beta_{ks}^{(0)} = iE_0 \tilde{B}_{lmn} \left( 1 + (-1)^l \right) \omega \times \\ \times \frac{\left[ \sin(k_n(z_s + b_0)) - \sin(k_n z_s) \right] I_m}{2N_k^e k_n (\omega^2 - \omega_k^2)}, \quad (15)$$

где обозначены интегралы, приведенные в Приложении (П. 1). Рассмотрим теперь излучатель наверху. Для него

$$j_{px}^h(y, z) = E_0 \sin(\pi(x-x_0)/a_0) \Pi(z_p, z),$$

и вклад в коэффициенты разложения полей вычисляется как интеграл с  $H_{xk}(x, b, z)$  в виде

$$\alpha_{kp}^{(0)} = iE_0 \tilde{A}_{lmn} (-1)^m \omega_k \times \\ \times \frac{[\sin(k_n(z_p + b_0)) - \sin(k_n z_p)] I_l}{2N_k^e k_n (\omega^2 - \omega_k^2)},$$

$$\beta_{kp}^{(0)} = iE_0 \tilde{A}_{lmn} (-1)^m \omega \times \\ \times \frac{[\sin(k_n(z_p + b_0)) - \sin(k_n z_p)] I_l}{2N_k^e k_n (\omega^2 - \omega_k^2)},$$

$$I_l = 2 \int_{x_0}^{x_0+a_0} \sin(k_l x) \sin(\pi(x-x_0)/a_0) dx.$$

Здесь  $p = 1, 2, \dots, N_p$  соответствует верхним окнам (в нашем случае  $N_p = 4$ ), а интеграл дается той же формулой (П.1)  $I_l = I(k_l, a_0, x_0)$ . Теперь имеем коэффициенты разложений

$$\alpha_k^{(0)} = \sum_{s=1}^{N_s} \alpha_{ks}^{(0)} + \sum_{p=1}^{N_p} \alpha_{kp}^{(0)}, \quad \beta_k^{(0)} = \sum_{s=1}^{N_s} \beta_{ks}^{(0)} + \sum_{p=1}^{N_p} \beta_{kp}^{(0)},$$

учитывающие вклад от всех окон ввода энергии. Нулевой порядок теории возмущений означает  $\alpha_k = \alpha_k^{(0)}$ ,  $\beta_k = \beta_k^{(0)}$ . Компоненты плотности тока поляризации имеют вид

$$J_x^p = i\omega \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \sum_k \alpha_k A_{lmn} \times \\ \times \cos(k_l x) \sin(k_m y) \sin(k_n z), \\ J_y^p = i\omega \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \sum_k \alpha_k B_{lmn} \times \\ \times \sin(k_l x) \cos(k_m y) \sin(k_n z), \\ J_z^p = i\omega \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) \sum_k \alpha_k C_{lmn} \times \\ \times \sin(k_l x) \sin(k_m y) \cos(k_n z).$$

Множитель  $(\varepsilon - 1)$  отличен от нуля только в области диэлектрика  $(b-t)/2 < y < (b+t)/2$ . Интегрируя по этой области, получаем поправки к полям, обусловленные заполнением. Указанные поправки определяются коэффициентами  $\alpha_{kd}$  (П. 2) и  $\beta_{kd}$  (П. 3). Уточненные поля определяются коэффициентами  $\alpha_k^{(1)} = \alpha_{kd} + \alpha_k^{(0)}$ ,  $\beta_k^{(1)} = \beta_{kd} + \beta_k^{(0)}$ . Полагая  $\alpha_k = \alpha_k^{(1)}$ ,  $\beta_k = \beta_k^{(1)}$ , имеем первый по-

рядок теории возмущений. Его можно использовать, чтобы снова пересчитать плотности тока поляризации (16) и коэффициенты (П. 2), (П. 3). При этом пересчитывать коэффициенты  $\alpha_k^{(0)}$ ,  $\beta_k^{(0)}$  не нужно, они вычисляются один раз, что определяет простоту метода. В случае не слишком большой величины  $\varepsilon - 1$  и малого коэффициента заполнения  $t/b \ll 1$  возмущение поля диэлектриком мало, и итерационный процесс сходится весьма быстро за 1-2 итерации. Интегралы в (16) вычисляются весьма просто в виде однократных сумм:

$$I_{xk} = \int_{V_d} J_x^p E_{xk} dx dy dz = \frac{i\omega \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) ac}{8} \times \\ \times (1 + \delta_{l0}) \sum_{m'} \alpha_k A_{lmn} A_{lm'n'} I_{xmm'}, \quad (17)$$

$$I_{yk} = \int_{V_d} J_y^p E_{yk} dx dy dz = \\ = \frac{i\omega \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) ac}{8} \sum_{m'} \alpha_k B_{lmn} B_{lm'n'} I_{ymm'},$$

$$I_{zk} = \int_{V_d} J_z^p E_{zk} dx dy dz = \frac{i\omega \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) ac}{8} \times \\ \times (1 + \delta_{n0}) \sum_{m'} \alpha_k C_{lmn} C_{lm'n'} I_{zmm'},$$

где обозначенные интегралы приведены в (П. 4), (П. 5).

## 2. Результаты и выводы

На рис. 2-4 приведены результаты расчета квадрата поля  $|E|^2$  в плоскости  $y = b/2$  от  $x$  и  $z$  в камере длиной 2 м, шириной 0,9 м и высотой 0,1 м с продуктом толщины 3 см и  $\varepsilon = 3 - 0,3i$  при 6 окнах ввода энергии на каждой из боковых стенок и 4 окнах ввода сверху для линейной частоты 2,45 ГГц. Вводимая мощность через каждое окно полагалась равной 500 Вт, т. е. полная мощность равнялась 8 кВт. Результат сходится для трех итераций. В приведенном расчете использовано 11 вариаций по каждой из осей, т. е. более 1000 мод, что привело ко времени счета порядка нескольких секунд на персональном компьютере малой производительности. Моды высоких порядков вносят малый вклад, поэтому в расчетах можно в несколько раз снизить число используемых мод и существенно понизить время счета при сохранении порядка точности. Поле симметрично относительно плоскостей  $x = a/2$  и  $z = c/2$ . На рис. 4 также приведены результаты моделирования той же структуры в CST Microwave Studio с заданием

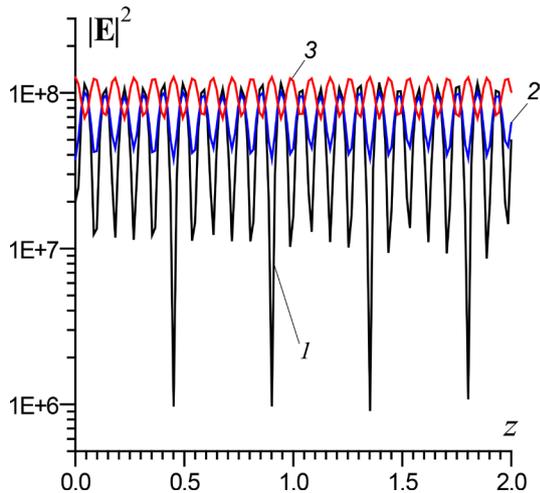


Рис. 2. Зависимость  $|E|^2$  ( $V^2 / m^2$ ) от координаты  $z$  (м) при разных значениях координаты  $x$  (м): 0,0 (кривая 1), 0,1 (2), 0,2 (3) и  $y = b / 2$

Fig. 2. Dependence of  $|E|^2$  ( $V^2 / m^2$ ) on the  $z$  coordinate (m) for different values of the  $x$  (m) coordinate: 0,0 (curve 1), 0,1 (2), 0,2 (3) and  $y = b / 2$

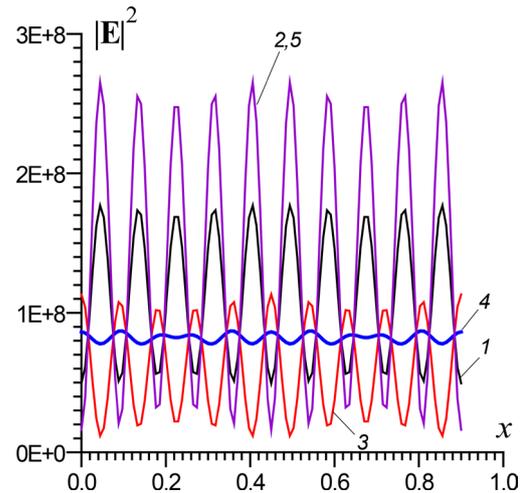


Рис. 3. Зависимость  $|E|^2$  ( $V^2 / m^2$ ) от координаты  $x$  (м) при разных значениях координаты  $z$  (м): 0,25 (кривая 1), 0,3 (2), 1,0 (3), 1,75 (4), 1,7 (5) и  $y = b / 2$

Fig. 3. Dependence of  $|E|^2$  ( $V^2 / m^2$ ) on the  $x$  coordinate (m) for different values of the  $z$  coordinate (m): 0,25 (curve 1), 0,3 (2), 1,0 (3), 1,75 (4), 1,7 (5) and  $y = b / 2$

портов в глубине отрезков волноводов. Как видно, имеют место хорошее совпадение и относительно равномерный нагрев. Также имеет место хорошее соответствие распределения  $|E|^2$  в сечениях для рис. 2 и 3. Моделирование в CST занимает примерно час времени на компьютере высокой производительности. Предложенный метод удобен тем, что позволяет легко оптимизировать конструкцию, изменяя положение окон, поскольку не требует большого времени счета.

Результаты моделирования приводят к следующим выводам. При движении транспортера вдоль оси  $z$  каждая точка продукта проходит через локальные минимумы и максимумы (рис. 2), при этом среднее (усредненное) поле почти не меняется, что обеспечивает в среднем однородный нагрев. При некоторых координатах  $z$  вдоль оси  $x$  реализуется достаточно однородное распределение выделяемой мощности, а неравномерность нагрева на других линиях  $x$  компенсируется за счет движения, поскольку каждая точка проходит области минимумов и максимумов (рис. 3). В целом движение для распределения поля (рис. 4) обеспечивает достаточно равномерный нагрев. Реально температура при близко расположенных чередующихся многочисленных локальных минимумах и максимумах выравнивается за счет теплопроводности. Следует учесть разброс (нестабильность) порядка 1 % частот генерации магнетронов и случайность их фаз, что приводит к перестройке во времени распределений поля. Улучшить равномерность нагрева можно, механически меняя граничные

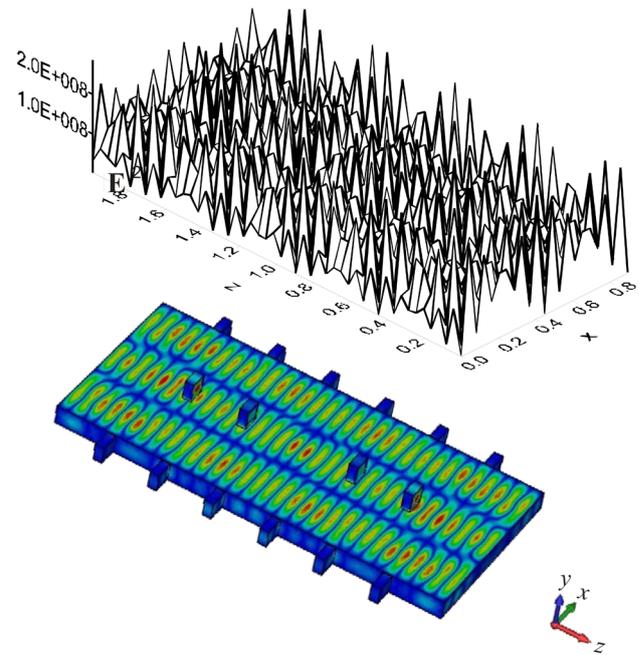


Рис. 4. Распределение  $|E|^2$  ( $V^2 / m^2$ ) в плоскости  $x, z$  при  $y = b / 2$  на основе теории возбуждения (сверху) и моделирование в пакете CST (снизу)

Fig. 4. Distribution of  $|E|^2$  ( $V^2 / m^2$ ) in the  $x, z$  plane at  $y = b / 2$  based on excitation theory (top) and CST modeling (bottom)

условия, например вводя вентилятор с металлическими лопастями, улучшающий также конвекцию и вывод влажного воздуха.

## Заключение

В работе получена модель возбуждения резонатора, имеющая ряд достоинств. Кроме весьма малого объема памяти и малого объема вычислений

отметим следующие. Учет диэлектрика не требует пересчета коэффициентов  $\alpha_k^{(0)}$  и  $\beta_k^{(0)}$ , а пересчет  $\alpha_{kd}$  и  $\beta_{kd}$  занимает существенно меньше ресурсов. Неравномерный нагрев может приводить к локальному изменению ДП в зависимости от мощности, например за счет расширения диэлектрика или уменьшения влажности. Эти явления легко учесть в алгоритме как неоднородную ДП, при этом интегралы по области диэлектрика следует определять численно. Это же относится и к использованию нелинейного диэлектрика в виде

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_l + \tilde{\varepsilon}(|\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2),$$

где  $\varepsilon_l$  – линейная часть ДП,  $\tilde{\varepsilon}(0) = 0$ . Изначально однородный диэлектрик при введении в поле становится неоднородным и влияет на само поле. Если функция  $\tilde{\varepsilon}$  возрастающая, то в силу выталкивания поля из диэлектрика и ограниченной мощности возникает насыщение поля. Примером сильно нелинейного диэлектрика на СВЧ может служить слабо ионизированная газовая плазма низкого давления в стеклянной колбе. Большая длина свободного пробега электронов позволяет им приобретать за полупериод поля энергию порядка 15–20 эВ и более, достаточную для ударной ионизации нейтральных атомов. Это приводит к «поджигу» плазмы СВЧ-полем даже в относительно слабых полях, что может быть применено для магнетронного плазменного напыления из газовой фазы [18]. Предложенная модель может быть использована для моделирования магнетронного напыления на достаточно большую поверхность в прямоугольном СВЧ плазменном реакторе.

Предложенный метод анализа возбуждения эффективен, если известны собственные функции области (для параллелепипеда, цилиндра, сферы). Например, можно анализировать возбуждение полосковой структуры в прямоугольном экране на подложке дельта-током в зазоре полоска, через окна связи или любыми другими заданными линейными, поверхностными или объемными источниками. При этом форма диэлектрика может быть произвольна: соответствующие интегралы для определения коэффициентов разложения тогда вычисляются численно.

Таким образом, в работе предложены модель и итерационный алгоритм для решения задачи о возбуждении объема в виде прямоугольного параллелепипеда с диэлектриком через окна ввода энергии, которую можно использовать как в линейном, так и в нелинейном случаях. Алгоритм реализован для моделирования установки СВЧ-нагрева. Учет потерь в стенках возможен как введение дополнительных поверхностных стоков с импедансными условиями Лентовича – Щукина. Более точный учет неидеальных стенок требует использования базиса расширенной области и включения в рассмотрение поверхностного слоя диэлектрика с толщиной 2–3 скин-слоя. Полученная модель требует минимальных вычислительных ресурсов и удобна для численной оптимизации (см. приложение).

## Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках выполнения государственного задания (проект № FSRR-2020-0004).

## Приложение

Интегралы в (14) и (15) имеют вид

$$I_m = 2 \int_{y_0}^{y_0+a_0} \sin(k_m y) \sin(\pi(y-y_0)/a_0) dy$$

и значение

$$\begin{aligned} I_m &= I(k_m, a_0, y_0) = \\ &= \frac{\sin((k_m - \pi/a_0)(y_0 + a_0) + \pi y_0/a_0) - \sin((k_m - \pi/a_0)y_0 + \pi y_0/a_0)}{k_m - \pi/a_0} - \\ &- \frac{\sin((k_m + \pi/a_0)(y_0 + a_0) - \pi y_0/a_0) - \sin((k_m + \pi/a_0)y_0 - \pi y_0/a_0)}{k_m + \pi/a_0}. \end{aligned} \quad (\text{П. 1})$$

Коэффициенты, учитывающие влияние диэлектрика для разложений (16), определены как

$$\alpha_{kd} = i\omega \frac{\int_{V_d} (J_x^p E_{xk} + J_y^p E_{yk} + J_z^p E_{zk}) dx dy dz}{N_k^e (\omega^2 - \omega_k^2)} = i\omega \frac{I_{xk} + I_{yk} + I_{zk}}{N_k^e (\omega^2 - \omega_k^2)}, \quad (\text{П. 2})$$

$$\beta_{kd} = i\omega_k \frac{\int_{V_d} (J_x^p E_{xk} + J_y^p E_{yk} + J_z^p E_{zk}) dx dy dz}{N_k^e (\omega^2 - \omega_k^2)} = i\omega_k \frac{I_{xk} + I_{yk} + I_{zk}}{N_k^e (\omega^2 - \omega_k^2)}. \quad (\text{П. 3})$$

Интегралы в (17) имеют вид

$$I_{xmm'} = 2 \int_{(b-t)/2}^{(b+t)/2} \sin(k_{m'} y) \sin(k_m y) dy = I_x(k_m, k_{m'}), \quad (\text{П. 4})$$

$$I_{ymm'} = 2 \int_{(b-t)/2}^{(b+t)/2} \cos(k_{m'} y) \cos(k_m y) dy = I_y(k_m, k_{m'}), \quad (\text{П. 5})$$

при этом  $I_{zmm'} = I_{xmm'}$ . Здесь

$$I_{xmm'} = 2 \left[ \frac{\sin((k_m - k_{m'})t) \cos((k_m - k_{m'})b)}{(k_m - k_{m'})} - \frac{\sin((k_m + k_{m'})t) \cos((k_m + k_{m'})b)}{(k_m + k_{m'})} \right], \quad (\text{П. 6})$$

$$I_{ymm'} = 2 \left[ \frac{\sin((k_m - k_{m'})t) \cos((k_m - k_{m'})b)}{(k_m - k_{m'})} + \frac{\sin((k_m + k_{m'})t) \cos((k_m + k_{m'})b)}{(k_m + k_{m'})} \right], \quad (\text{П. 7})$$

### Список литературы

1. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 400 с.
2. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 410 с.
3. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983. 296 с.
4. Давидович М.В. К нестационарной теории возбуждения резонатора // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 10. С. 1198–1205.
5. Давидович М.В. К нестационарной теории возбуждения волноводов // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 11. С. 1285–1292.
6. Давидович М.В. Возбуждение волноводного трансформатора // ЖТФ. 2006. Т. 76, № 11. С. 12–19. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/8978>
7. Давидович М.В., Бушуев Н.А. Возбуждение цилиндрического резонатора током спирали и осевым током электронного пучка // ЖТФ. 2013. Т. 83, № 7. С. 135–145. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/10964>
8. Давидович М.В. Нестационарное возбуждение открытых структур // Известия Саратовского университета. Новая серия. 2005. Серия Физика. Т. 5, № 1. С. 68–83. URL: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2005-5-1-68-83>
9. Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики / пер. с англ. М.: ИИЛ, 1958. 1816 с.
10. Никольский В.В. Вариационные методы для внутренних краевых задач электродинамики. М.: Наука, 1967. 460 с.
11. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. М.: Советское радио, 1971. 662 с.
12. Явчуновский В.Я. Микроволновая и комбинированная сушка: физические основы, технологии и оборудование. Саратов: Сарат. ун-т, 1999. 217 с.
13. Пат. 2084084 Россия, МКИ 6Н05В6/64. Установка для СВЧ-обработки диэлектрических материалов / Малярчук В.А. [и др.]; № 94027974/49; опубл. 10.07.1997.
14. Давидович М.В. Кобец А.К. Моделирование режекторного фильтра для конвейерной установки СВЧ-нагрева // Радиотехника. 2020. Т. 84, № 7 (14). С. 68–74. DOI: [https://doi.org/10.18127/j00338486-202007\(14\)-09](https://doi.org/10.18127/j00338486-202007(14)-09)
15. Давидович М.В. Кобец А.К. Моделирование поля в желобковом волноводе установки СВЧ-нагрева при нескольких источниках энергии // Радиотехника. 2020. Т. 84, № 5 (10). С. 67–74. DOI: [https://doi.org/10.18127/j00338486-202005\(10\)-07](https://doi.org/10.18127/j00338486-202005(10)-07)
16. Марков Г.Т., Панченко Б.А. Тензорные функции Грина прямоугольных волноводов и резонаторов // Изв. вузов. Радиотехника. 1964. Т. 7. № 1. С. 34–41.
17. Давидович М.В. Итерационные методы решения задач электродинамики. Саратов: Сарат. ун-т, 2014. 240 с.
18. Яфаров Р.К. Получение наноалмазных композиционных материалов в плазме микроволнового газового разряда низкого давления // ЖТФ. 2006. Т. 76, № 1. С. 42–48.

## References

1. Vaynshteyn L.A., Solntsev V.A. *Lectures on Microwave Electronics*. Moscow: Sov. radio, 1973, 400 p. (In Russ.)
2. Vaynshteyn L.A. *Electromagnetic Waves*. Moscow: Radio i svyaz', 1988, 410 p. (In Russ.)
3. Markov G.T., Chaplin A.F. *Excitation of Electromagnetic Waves*. Moscow: Radio i svyaz', 1983, 296 p. (In Russ.)
4. Davidovich M.V. On the non-stationary theory of resonator excitation. *Radiotekhnika i elektronika*, 2001, vol. 46, no. 10, pp. 1198–1205. (In Russ.)
5. Davidovich M.V. On the non-stationary theory of waveguide excitation. *Radiotekhnika i elektronika*, 2001, vol. 46, no. 11, pp. 1285–1292. (In Russ.)
6. Davidovich M.V. Waveguide transformer excitation. *ZhTF*, 2006, vol. 76, no. 11, pp. 12–19. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/8978> (In Russ.)
7. Davidovich M.V., Bushuev N.A. Excitation of a cylindrical resonator by a spiral current and an axial current of an electron beam. *ZhTF*, 2013, vol. 83, no. 7, pp. 135–145. URL: <https://journals.ioffe.ru/articles/10964> (In Russ.)
8. Davidovich M.V. Non-stationary excitation of open structures. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya*, 2005, vol. 5, no. 1, pp. 68–83. URL: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2005-5-1-68-83> (In Russ.)
9. Mors F.M., Feshbakh G. *Methods of Theoretical Physics*. Transl. from English. Moscow: IIL, 1958, 1816 p. (In Russ.)
10. Nikol'skiy V.V. *Variational Methods for Internal Boundary Value Problems in Electrodynamics*. Moscow: Nauka, 1967, 460 p. (In Russ.)
11. Gol'dshteyn L.D., Zernov N.V. *Electromagnetic Fields and Waves*. Moscow: Sovetskoe radio, 1971, 662 p. (In Russ.)
12. Yavchunovskiy V.Ya. *Microwave and Combined Drying: Physical Foundations, Technologies And Equipment*. Saratov: Sarat. un-t, 1999, 217 p. (In Russ.)
13. Patent RF 2084084, MKI 6N05V6/64. Installation for microwave processing of dielectric materials. Malyarchuk V.A. et al., no. 94027974/49, publ. 10.07.1997.
14. Davidovich M.V., Kobets A.K. Modeling of a notch filter for a conveyor installation of microwave heating. *Radiotekhnika*, 2020, vol. 84, no. 7 (14), pp. 68–74. DOI: [https://doi.org/10.18127/j00338486-202007\(14\)-09](https://doi.org/10.18127/j00338486-202007(14)-09) (In Russ.)
15. Davidovich M.V., Kobets A.K. Simulation of the field in a fluted waveguide of a microwave heating installation with several energy sources. *Radiotekhnika*, 2020, vol. 84, no. 5 (10), pp. 67–74. DOI: [https://doi.org/10.18127/j00338486-202005\(10\)-07](https://doi.org/10.18127/j00338486-202005(10)-07) (In Russ.)
16. Markov G.T., Panchenko B.A. Tensor Green's functions of rectangular waveguides and resonators. *Izv. vuzov. Radiotekhnika*, 1964, vol. 7, no. 1, pp. 34–41. (In Russ.)
17. Davidovich M.V. *Iterative Methods for Solving Problems of Electrodynamics*. Saratov: Sarat. un-t, 2014, 240 p. (In Russ.)
18. Yafarov R.K. Preparation of nanodiamond composite materials in low-pressure microwave gas discharge plasma. *ZhTF*, 2006, no. 1, pp. 42–48. (In Russ.)

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2022, vol. 25, no. 4, pp. 88–99

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.88-99

Received 4 June 2022

Accepted 5 July 2022

### Excitation of a rectangular resonator through communication windows in the conveyor installation of microwave heating

Mikhail V. Davidovich<sup>1, 2</sup>, Alexander K. Kobetz<sup>1, 2</sup>, Kirill A. Sayapin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Saratov State University  
 83, Astrakhanskaya Street,  
 Saratov, 410012, Russia

<sup>2</sup> LLC «NPF "Etna plus"»  
 11, Vishnevaya Street,  
 Saratov, 410040, Russia

**Abstract** –Based on the excitation theory of L.A. Vainstein obtained simple and convenient iterative relations for excitation of a resonator in the form of a rectangular parallelepiped with a dielectric layer through several coupling windows in its walls. The expansion of the field in terms of the complete system of solenoidal functions of a rectangular resonator is used. Solenoidality is due to the fact that the electric fields of excitation in the openings of rectangular waveguides on the resonator walls, fed through coaxial-waveguide transitions, are tangent to the boundaries of the heated dielectric layer. Simple formulas for expansion coefficients and calculation of fields are obtained. It is convenient to solve the obtained implicit formulas iteratively; in this case, it is possible to take into account both a linear dielectric and a nonlinear dielectric, the permittivity of which depends on the square of the electric field. The algorithm is implemented to simulate a conveyor installation of microwave heating. It is possible to modify the algorithm by introducing potential basic subsystems of functions for the case of modeling complex dielectric inclusions. The results are suitable for modeling other nonlinear inclusions, as well as in problems when using volumetric given

sources instead of surface ones. For given electric fields in the coupling windows, the power entering the resonator is calculated on the basis of the Poynting vector.

*Keywords* – resonator excitation; microwave heating; conveyor processing; microwave filter; diaphragm in the waveguide.

---

## Информация об авторах

**Давидович Михаил Владимирович**, доктор физико-математических наук (2000 г.), профессор кафедры радиотехники и электродинамики (с 2000 г.) Института физики Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия. Профессор (2001 г.), Senior Member, IEEE (2001 г.). Автор 8 монографий и более 350 статей.

*Область научных интересов:* электродинамика, радиофизика, оптика и нанофотоника, теория плазмы, физика конденсированных сред и наноструктур, эмиссионная и вакуумная электроника.

*E-mail:* davidovichmv@info.sgu.ru

**Кобец Александр Константинович**, директор по качеству ООО «НПФ “Этна плюс”», г. Саратов, Россия. Окончил аспирантуру Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского по специальности «Радиофизика» в 2020 г. Автор 16 публикаций и патентов РФ.

*Область научных интересов:* радиофизика, СВЧ-нагрев и обработка материалов.

*E-mail:* kobetzak@info.sgu.ru

**Саяпин Кирилл Александрович**, аспирант кафедры радиотехники и электродинамики Института физики Саратовского национального исследовательского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского по специальности «Радиофизика», г. Саратов, Россия. Автор 28 научных публикаций.

*Область научных интересов:* радиофизика, техника СВЧ, методы математического моделирования.

*E-mail:* sayapin\_kirill@mail.ru

## Information about the Authors

**Mikhail V. Davidovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences (2000), professor of the Department of Radio Engineering and Electrodynamics (since 2000), Institute of Physics, Saratov State University, Saratov, Russia. Professor (2001), Senior Member, IEEE (2001). Author of 8 monographs and over 350 articles.

*Research interests:* electrodynamics, radiophysics, optics and nanophotonics, plasma theory, physics of condensed matter and nanostructures, emission and vacuum electronics.

*E-mail:* davidovichmv@info.sgu.ru

**Alexander K. Kobetz**, quality director of LLC «NPF “Etna plus”», Saratov, Russia. Graduated from Saratov State University with a degree in Radiophysics in 2020. Author of 16 publications and patents of the Russian Federation.

*Research interests:* radiophysics, microwave heating and material processing.

*E-mail:* kobetzak@info.sgu.ru

**Kirill A. Sayapin**, postgraduate student of the Department of Radio Engineering and Electrodynamics, Institute of Physics, Saratov State University with a degree in Radiophysics, Saratov, Russia. Author of 28 scientific publications.

*Research interests:* radiophysics, microwave technology, methods of mathematical modeling.

*E-mail:* sayapin\_kirill@mail.ru

## Эквивалентная схема замещения дросселя на нанокристаллическом сердечнике с большой магнитной проницаемостью

В.Ф. Дмитриков<sup>1</sup>, Д.В. Шушпанов<sup>1</sup>, Э.А. Фоченков<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича  
193232, Россия, г. Санкт-Петербург,  
пр. Большевиков, 22, к. 1

<sup>2</sup> ПАО «Мстатор»  
174401, Россия, Новгородская обл., г. Боровичи,  
ул. А. Невского, 10

**Аннотация** – По измеренным частотным характеристикам сопротивления дросселя на основе тороидального сердечника, навитого из тонкой (18 мкм) нанокристаллической ленты, с разным количеством витков обмотки была построена эквивалентная схема замещения в широком диапазоне частот (0 Гц – 500 МГц). Данная схема замещения была построена с учетом физических процессов, протекающих в дросселе: влияние сопротивления провода, влияние материала сердечника, взаимное влияние провода и материала сердечника. В статье была сделана попытка объяснить, почему частотные характеристики (модуль и фаза) комплексного сопротивления дросселя имеют такой характер в широкой полосе частот (до 500 МГц). Показано, что для построения схемы замещения дросселя (структуры и параметров) измерения только модуля сопротивления дросселя недостаточно, необходимо измерять также фазу комплексного сопротивления дросселя, что во многих работах по синтезу схемы замещения дросселя игнорируется. Показано принципиальное отличие работы нанокристаллического сердечника от ферритового в применении к ВЧ-фильтрам.

**Ключевые слова** – дроссель; нанокристаллический сердечник; схема замещения; комплексное сопротивление; комплексная магнитная проницаемость.

### Введение

Любая современная радиоэлектронная аппаратура (РЭА) не обходится без реактивных элементов. Одними из важных и наиболее сложных (в расчете и производстве) реактивных элементов являются дроссели. Они служат частью сглаживающего фильтра и фильтра радиопомех (ФРП) в современных импульсных источниках электропитания. Поэтому при проектировании РЭА разработчикам необходимо знать частотные характеристики импедансов (комплексных сопротивлений) дросселей, а также их точные высокочастотные эквивалентные электрические структурно-параметрические схемы замещения (поведенческие модели) в широком диапазоне частот до 100 МГц и выше, хорошо адаптируемые к современным вычислительным программам схемотехнического моделирования.

Современное развитие измерительной техники позволило измерять комплексное сопротивление дросселя в широкой области частот (больше 10 МГц). Но данные измерения комплексного сопротивления дросселя стали производить сравнительно недавно [1; 2]. Измерение частотных характеристик комплексного сопротивления реального

дросселя в широком диапазоне частот (до 500 МГц) [3–6] позволило увидеть, что реальный дроссель в широкой области частот представляет собой сложное устройство и использование «старых» НЧ-схем замещения не всегда корректно при проектировании РЭА.

В [7] была построена схема замещения дросселя с тороидальным ферритовым сердечником, т. к. именно этот материал наиболее часто используется в силовой электронике. Данная схема замещения была построена с учетом физических эффектов (влияние сопротивления провода, влияние материала сердечника, взаимное влияние провода и материала сердечника), т. е. была сделана попытка объяснить, почему частотные характеристики (модуль и фаза) комплексного сопротивления так ведут себя в широкой полосе частот (до 500 МГц). Она отличается от схемы замещения, предложенной в [1; 2], тем, что является более высокочастотной и при ее расчете рассматривалась фаза комплексного сопротивления дросселя; это позволило лучше объяснить физические процессы, протекающие в дросселе.

В данной статье рассматривается построение схемы замещения дросселя на основе тороидального сердечника, навитого из тонкой (18 мкм)

нанокристаллической ленты. Подобные магнитные материалы имеют принципиальные отличия от традиционных ферритов, пермаллоев, магнитодиэлектриков.

Аморфные сплавы производятся по технологии сверхбыстрого охлаждения расплава со скоростью охлаждения более миллиона градусов Цельсия в секунду. За счет высокой скорости охлаждения в металле не успевает сформироваться кристаллическая решетка, и он застывает в виде ленты с аморфной внутренней структурой, свойственной стеклу и жидкостям. Аморфная структура сплава обеспечивает хорошую подвижность магнитных доменов, не связанных кристаллической решеткой, что определяет отличные магнитомягкие свойства.

Структура аморфных сплавов имеет ближний порядок, т. е. состоит из упорядоченных микрогруппировок атомов. Другим представителем нового класса метастабильных быстро охлажденных сплавов и активным соперником аморфных сплавов являются нанокристаллические сплавы. «Материнской» основой нанокристаллического сплава служит исходный аморфный сплав определенного состава (Fe-Cu-Nb-Si-B). Методом получения наноструктуры является прецизионный отжиг – регулируемая кристаллизация из исходного аморфного состояния. Структура нанокристаллического сплава представляет собой двухфазную систему, одной из фаз которой выступают нанокристаллы, а другой – остаточная аморфная матрица. Свойства наносплава зависят от состава, размера и количества нанокристаллов, а также их соотношения с аморфной фазой. По своим свойствам нанокристаллический сплав превосходит аморфный сплав на основе кобальта при меньшей цене. Имея высокую индукцию насыщения (1,2 Тл против 0,6 Тл), высокую температуру Кюри (560 °С против 235 °С), обеспечивая высокую рабочую температуру (180 °С против 100 °С), а также хорошую температурную стабильность в широком диапазоне рабочих температур от –60 °С до +155 °С (изменение проницаемости не более 15 %), новый нанокристаллический материал на основе железа представляет большой интерес для различных применений. Одним из самых массовых применений этих материалов являются синфазные дроссели, широко используемые в фильтрах радиопомех и импульсных источниках питания различного назначения. В данном применении высокая проницаемость материала позволяет резко сократить длину провода, собственные характеристики ко-

торого на высоких частотах имеют важное значение, что будет показано в данной статье.

В [1; 2] была предложена схема замещения для подобного нанокристаллического дросселя, но она, как и в случае с ферритовым сердечником, имеет те же недостатки: не является достаточно высокочастотной (до 100 МГц) и при ее расчете не рассматривалась фаза комплексного сопротивления дросселя. Кроме того, в схеме замещения дросселя, используемой в [1; 2], применяются длинная линия, параметры которой неясно, как выбирать, и предложенную схему замещения достаточно сложно модернизировать для создания схемы замещения для двух- или трехобмоточного дросселя или трансформатора – приходится с нуля создавать новую схему замещения [8].

В данной статье производится построение схемы замещения дросселя с учетом физических эффектов (влияние сопротивления провода, влияние материала сердечника, взаимное влияние провода и материала сердечника), т. е. делается попытка объяснить, почему частотные характеристики (модуль и фаза) комплексного сопротивления так ведут себя в широкой полосе частот (порядка 1 ГГц).

## 1. Комплексное сопротивление дросселя на феррите

В [7] были проведены измерения модуля и фазы полного (комплексного) сопротивления дросселей, использующего в качестве сердечника кольцевой сердечник из феррита N87. Измерения проводились на анализаторах импеданса Keysight E4982A (в диапазоне частот от 1 МГц до 3 ГГц) и E7-28 (в диапазоне частот 1 кГц до 1 МГц). На рис. 1 (цифра 1) показаны измерения модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя с одним витком. После этого совместно с сотрудниками НТЦ СЗЛ (г. Санкт-Петербург) были измерены модуль и фаза комплексных сопротивлений дросселей, намотанных на том же самом сердечнике, но другой партии, с большим количеством витков. На рис. 1 (цифры 2 и 3) показаны модуль и фаза комплексного сопротивления этих измеренных дросселей с одним и семью витками соответственно. Кольцевой сердечник имел размеры 50 × 28,6 × 20,3 мм. Провод был длиной 60 см и  $\varnothing = 0,95$  мм.

Как было описано в [7] и видно из рис. 1, изменение количества витков (с одного до семи) в дросселе на феррите приводит к изменению как модуля, так и фазы комплексного сопротивления дросселя. Это обуславливает построение схемы

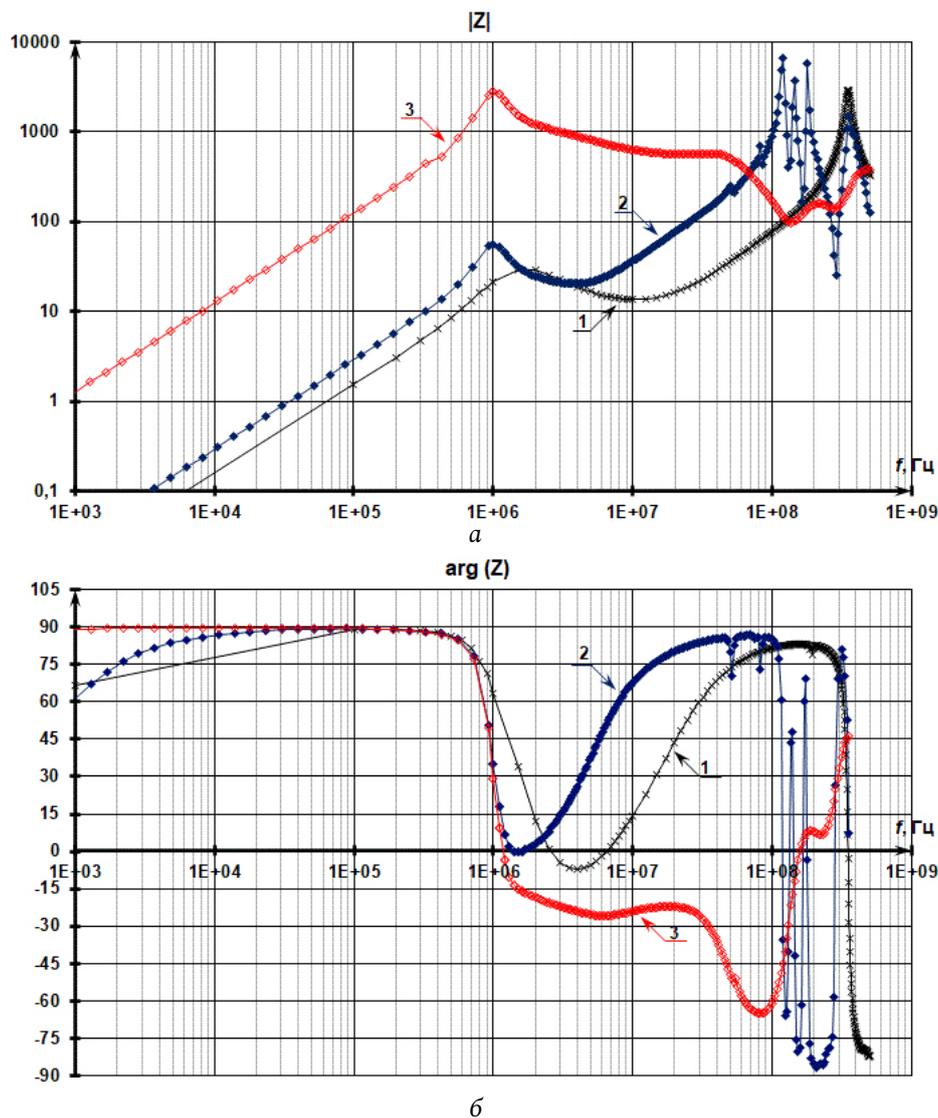


Рис. 1. Измеренные модуль (а) и фаза (б) комплексного сопротивления дросселя (сердечник N87) с различным количеством витков и длиной провода: 1) 1 виток (15 см), 2) 1 виток (60 см), 3) 7 витков (60 см)  
Fig. 1. Measured magnitude (a) and phase (b) of inductor impedance (N87 core) for different numbers of turns and wire length: 1) 1 turn (15 cm), 2) 1 turn (60 cm), 3) 7 turns (60 cm)

замещения данного дросселя со сложной зависимостью от количества витков. Как было описано в [7], это связано с тем, что сердечник дросселя после частот выше единиц МГц уже не представляет собой магнитный материал, поскольку комплексная магнитная проницаемость (вещественная и мнимая составляющие) резко уменьшается, а вещественная составляющая становится отрицательной. Кроме того, надо учитывать высокочастотный (сотни МГц) всплеск комплексного сопротивления дросселя (рис. 1), возникающий из-за того, что начинает проявляться эффект длинных линий, т. к. геометрические размеры провода становятся соизмеримы с длиной волны электромагнитного колебания на частотах в сотни МГц [7].

## 2. Комплексное сопротивление дросселя на сердечнике из нанокристаллического сплава

В ПАО «Мстатор» (г. Боровичи) были проведены измерения модуля и фазы комплексного сопротивления дросселей (рис. 2), намотанных на нанокристаллическом кольцевом сердечнике MSFN-25S-TN с разным количеством витков и длиной провода (рис. 3). Измерения проводились на анализаторах импеданса Keysight E4982A (в диапазоне частот от 1 МГц до 3 ГГц) и Keysight E4980AL (в диапазоне частот 100 Гц до 1 МГц). Кольцевой сердечник, навитый из нанокристаллической ленты АМАГ 200С на основе железа, имел размеры  $25 \times 16 \times 10$  мм. Для защиты магнитного материала

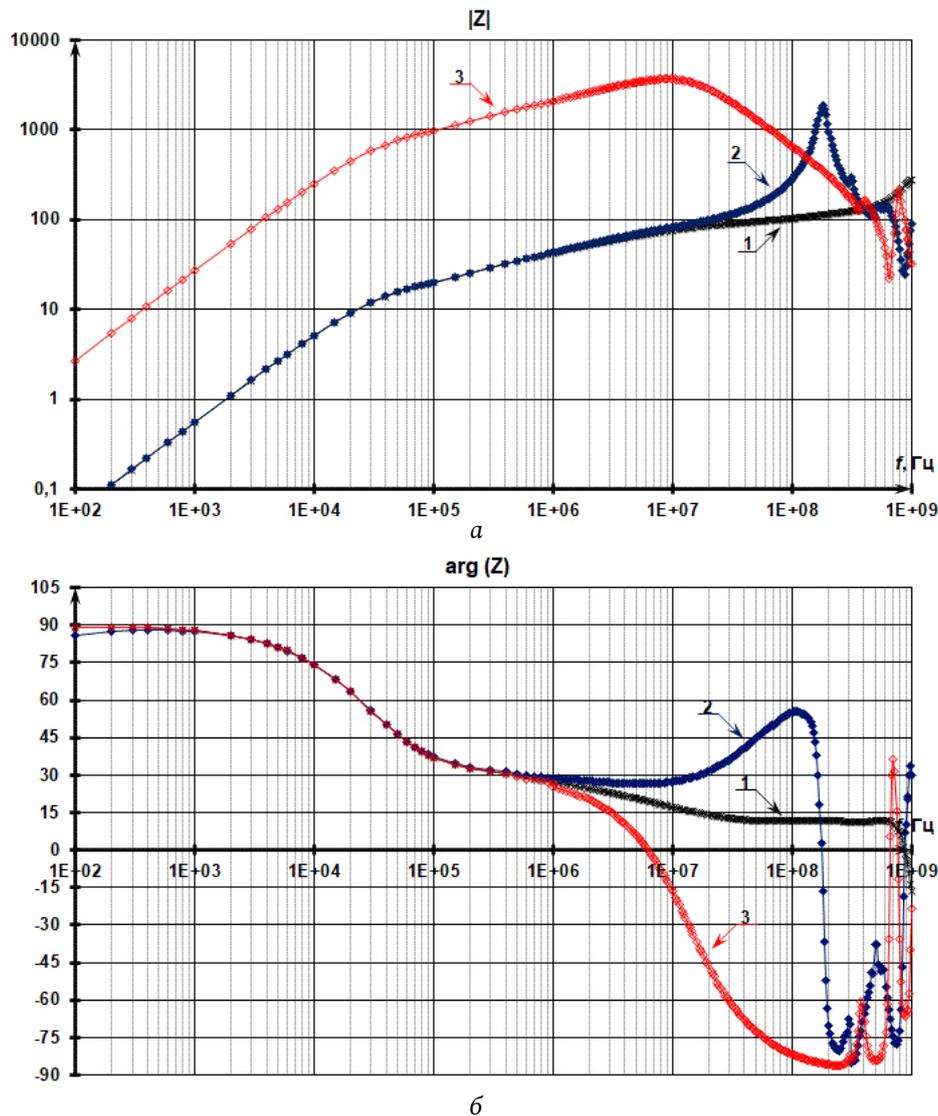


Рис. 2. Измеренные модуль (а) и фаза (б) комплексного сопротивления дросселя (сердечник MSFN-25S-TH) с различным количеством витков и длиной провода: 1) 1 виток (6 см), 2) 1 виток (38 см), 3) 7 витков (38 см)  
Fig. 2. Measured magnitude (a) and phase (b) of inductor impedance (MSFN-25S-TH core) for different numbers of turns and wire length: 1) 1 turn (6 cm), 2) 1 turn (38 cm), 3) 7 turns (38 cm)

ла от давления провода и для изоляции использовался пластмассовый контейнер. Размеры в контейнере  $27,7 \times 13,8 \times 12,5$  мм. Провод был разной длины (6 см и 38 см) и  $\varnothing = 1,5$  мм.

Измеренные частотные характеристики комплексного сопротивления дросселя (рис. 2) позволяют заключить, что изменение количества витков дросселя, использующего данный тип сердечника, приводит лишь к изменению модуля комплексного сопротивления дросселя, в отличие от дросселя, использующего ферритовый сердечник (рис. 1). Изменение фазы комплексного сопротивления дросселя связано с наличием емкости, зависящей лишь от длины провода (рис. 2). Это, скорее всего, связано с тем, что начинает проявляться эффект длинных линий, что далее более подробно будет

рассмотрено в статье. Из вышесказанного следует, что достаточно сделать схему замещения для одновиткового дросселя, а далее ее будет легко масштабировать для любого количества витков и размеров сердечника. По аналогии с [7] для понимания методики составления схемы замещения реального дросселя частотные характеристики модуля и фазы его измеренного комплексного сопротивления были разбиты на шесть принципиально отличающихся характерных участков (рис. 4), в которых проявляются различные физические характеристики реального дросселя.

Для данного сердечника (MSFN-25S-TH) по измеренному сопротивлению одновиткового дросселя (рис. 2, кривая 1) была определена комплексная проницаемость материала сердечника (рис. 5)

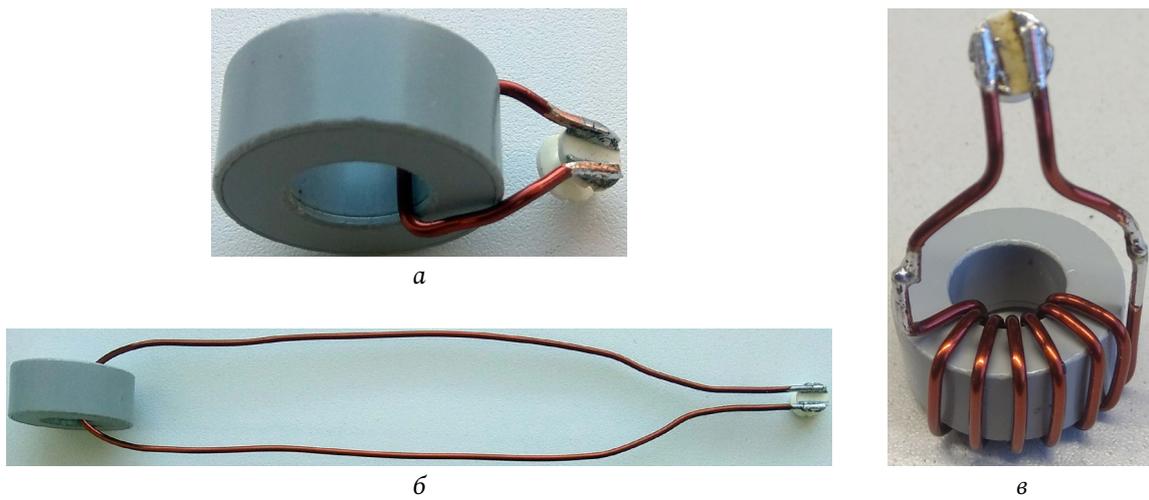


Рис. 3. Дроссель (сердечник MSFN-25S-TH) с различным количеством витков и длиной провода: *a* – 1 виток (6 см); *б* – 1 виток (38 см); *в* – 7 витков (38 см)

Fig. 3. Inductor (MSFN-25S-TH core) with different numbers of turns and wire length: *a* – 1 turn (6 cm); *b* – 1 turn (38 cm); *c* – 7 turns (38 cm)

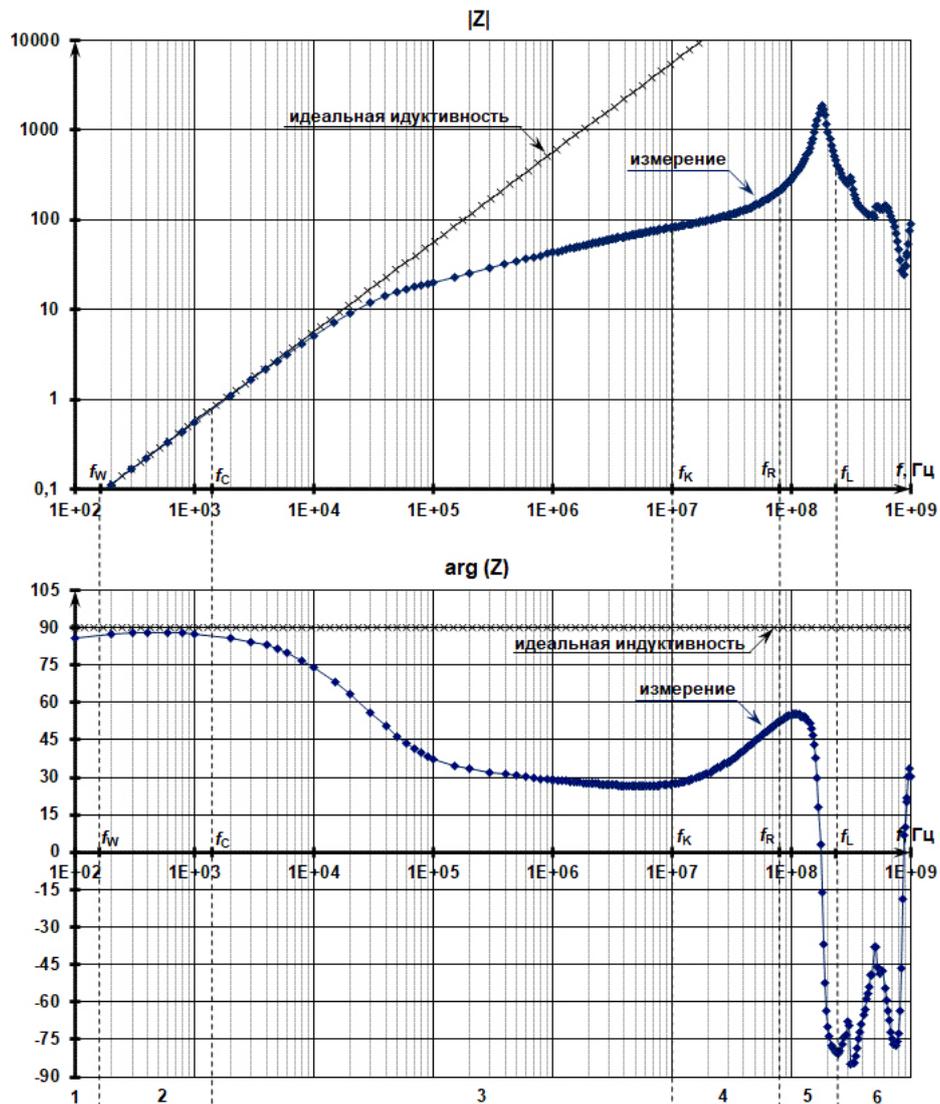


Рис. 4. Разбивка на области модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя

Fig. 4. Magnitude and phase of inductor impedance (partition into areas)

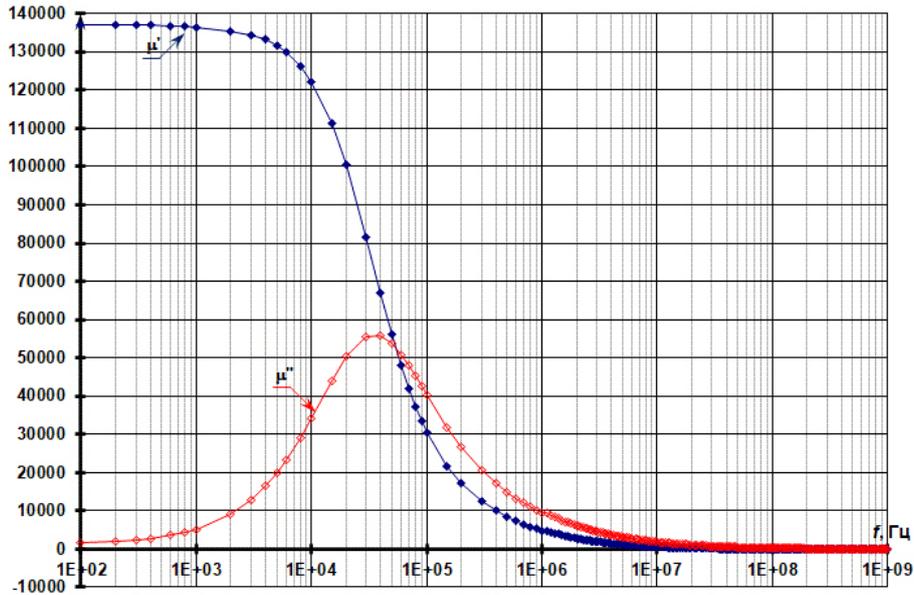


Рис. 5.  $\mu'(j\omega)$  и  $\mu''(j\omega)$  для сердечника MSFN 25S-TH (из измерения сопротивления дросселя)  
 Fig. 5.  $\mu'(j\omega)$  and  $\mu''(j\omega)$  of MSFN 25S-TH core (obtained from measured inductor impedance)

$$\dot{\mu}(j\omega) = \mu'(j\omega) - j\mu''(j\omega), \quad (1)$$

где  $\mu'$ ,  $\mu''$  – вещественная и мнимая составляющие комплексной магнитной проницаемости материала, которые определяются как

$$\mu'(j\omega) = \frac{|Z_L(j\omega)|}{\omega\mu_0 K_\Phi K_{ЗАП}} \sin(\arg(Z_L(j\omega))), \quad (2)$$

$$\mu''(j\omega) = \frac{|Z_L(j\omega)|}{\omega\mu_0 K_\Phi K_{ЗАП}} \cos(\arg(Z_L(j\omega))), \quad (3)$$

где  $Z_L$  – измеренное комплексное сопротивление дросселя;  $K_\Phi = \frac{h}{2\pi} \ln \frac{R}{r}$  – коэффициент формы, введенный в [7], характеризующий геометрические размеры сердечника:  $h$  – высота тороидального сердечника,  $R$  – наружный радиус тороидального сердечника,  $r$  – внутренний радиус тороидального сердечника;  $K_{ЗАП}$  – коэффициент заполнения тора сердечника материалом (для этого материала по ТУ  $K_{ЗАП} = 0,72$ ).

**Низкочастотная область (участки 1 и 2 на рис. 4).** Из измеренных частотных характеристик комплексного сопротивления дросселя можно сделать вывод, что реальный дроссель представляет собой идеальную катушку индуктивности лишь в достаточно узком интервале частот: от 150 Гц – 1,5 кГц (рис. 4). Это соответствует участку 2 на рис. 3, что хорошо видно по фазе комплексного сопротивления (когда фаза близка 90°). Это также соответствует области частот, в которой магнитная проницаемость материала практически постоянна, т. е.  $\dot{\mu}(j\omega) \approx \mu$  (рис. 5). В этом случае



Рис. 6. Низкочастотная схема замещения дросселя  
 Fig. 6. Low-frequency inductor equivalent circuit

индуктивность дросселя с тороидальным сердечником определяется классической формулой [9] с учетом коэффициента заполнения  $K_{ЗАП}$  (особенность витых ленточных магнитопроводов):

$$L = \mu_0 \mu n^2 K_\Phi K_{ЗАП}, \quad (4)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная,  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость сердечника,  $n$  – количество витков.

Для данного сердечника ( $25 \times 16 \times 10$  мм) вычисляем  $K_\Phi = 0,71 \times 10^{-3}$ . При магнитной проницаемости сердечника  $\mu = 1,37 \times 10^5$  (рис. 5) и  $K_{ЗАП} = 0,72$  получаем расчетное значение индуктивности одновиткового дросселя  $L = 88$  мкГн, практически близкое индуктивности  $L = 89,2$  мкГн, полученной из частотных характеристик экспериментально измеренного комплексного сопротивления дросселя (рис. 4). Причина такого небольшого различия полученных значений индуктивностей будет рассмотрена в статье позже.

На частотах значительно ниже 150 Гц начинает сказываться сопротивление провода (для одновиткового дросселя), и реальный дроссель представляет собой последовательное сопротивление резистора  $R_w$  (сопротивление провода) и идеальной катушки индуктивности  $L$  (рис. 6). Условие, когда реальный дроссель можно считать идеальной

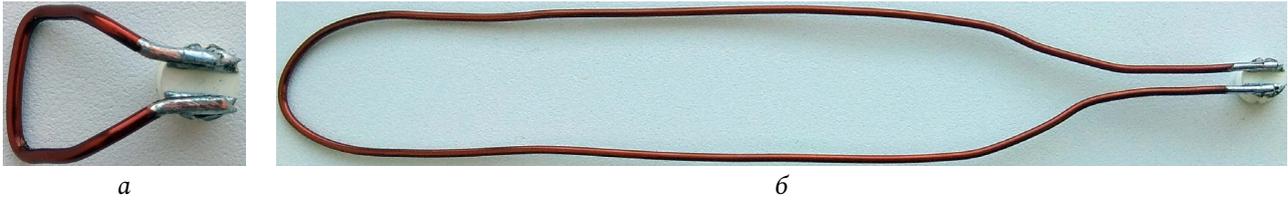


Рис. 7. Провод разной длины: а – 6 см; б – 38 см  
 Fig. 7. Wire of different length: a – 6 cm; b – 38 cm

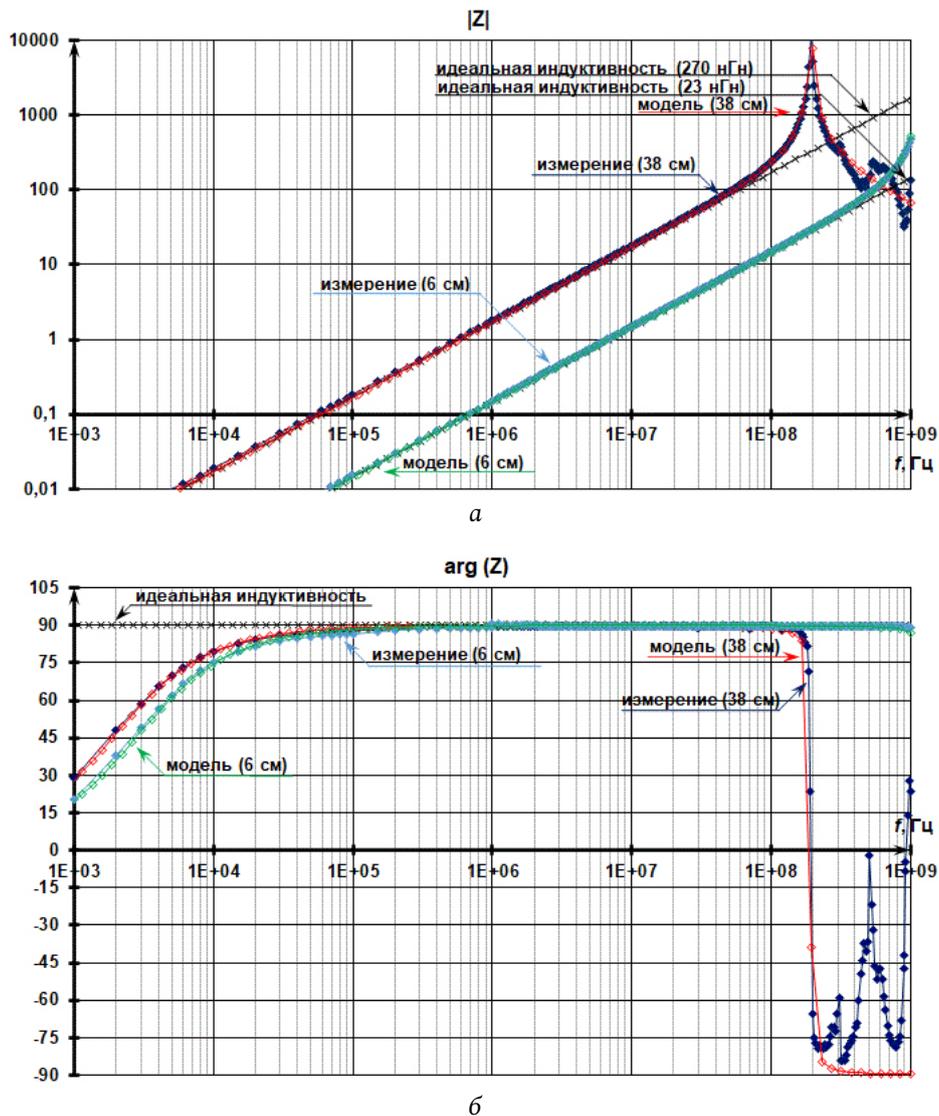


Рис. 8. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления провода (Ø = 1,5 мм) разной длины (6 см и 38 см): измеренное значение в сравнении со схемой замещения  
 Fig. 8. Magnitude (a) and phase (b) of wire (Ø = 1,5 mm and different length: 6 cm and 38 cm) impedance: measured value versus different equivalent circuit data

катушкой индуктивности, можно записать следующим образом [7]:

$$f \geq f_W, \text{ где } f_W = (9 - 10) \frac{R_W}{L}. \quad (5)$$

Сопротивление провода  $R_W$  было измерено: 3,2 мОм (для провода 38 см). Тогда, используя (5), получаем частоту  $f_W$  порядка 300 Гц (для одновит-

кового дросселя с длиной провода 38 см). Так как частота  $f_W$  определялась из условия отличия фазы от  $90^\circ$  на  $1-2^\circ$  [7], то во многих практических применениях ее можно разделить на 2, что и видно по рис. 4. Таким образом, получаем  $f_W = 150$  Гц.

Определение верхней частоты  $f_C$  (рис. 4), когда дроссель можно считать еще идеальным,

тоже следует вычислять по фазе комплексного сопротивления дросселя. Если рассчитывать эту частоту по графику модуля, то получим значение порядка 10–20 кГц. А на этих частотах фаза уже составляет порядка 75–60° (рис. 4). То есть дроссель представляет собой RL-контур на этих частотах. Таким образом, только фаза комплексного сопротивления позволяет корректно определить, когда реальный дроссель можно считать идеальной индуктивностью, и измерять индуктивность дросселя нужно только в этом диапазоне частот. Измерения на всех остальных частотах будут давать некорректный результат.

**Комплексное сопротивление провода.** Для используемого провода диаметром 1,5 мм, длиной 6 и 38 см (рис. 7) было измерено комплексное сопротивление (рис. 8), из которого видно, что провод на частотах выше единиц кГц уже нельзя считать резистором, а начиная с 1 МГц – это уже идеальная индуктивность. Из экспериментально измеренных модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя (рис. 6) были определены параметры схемы замещения провода (рис. 7):  $L_W = 0,27$  мкГн,  $R_W = 3,2$  мОм,  $C_R = 2,5$  пФ,  $R_R = 10$  кОм (для провода длиной 38 см) и  $L_W = 0,023$  мкГн,  $R_W = 0,4$  мОм,  $C_R = 0,8$  пФ,  $R_R = 10$  кОм (для провода длиной 6 см). Измерения проводились для проводов в виде плоской петли (рис. 7).

Сопротивление провода можно рассчитать по известной формуле:

$$R_W = \rho \frac{l}{\pi r^2}, \quad (6)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивления вещества провода (для меди оно равно 0,0175 Ом/(мм<sup>2</sup>×м)),  $l$  – длина провода в м,  $r$  – радиус поперечного сечения провода в мм.

Для провода диаметром 1,5 мм и длиной 38 см, используя (6), получаем сопротивление 3,76 мОм, что достаточно близко значению, определенному в схеме замещения (3,2 мОм) из условия близости частотных характеристик схемы замещения и экспериментально измеренных частотных характеристик провода (рис. 8). Аналогично для провода длиной 6 см получаем сопротивление 0,59 мОм. Но оно уже отличается от значения, определенного в схеме замещения (0,4 мОм). Из рис. 8 видно, что при малой длине (6 см) провода видим ошибку в определении ФЧХ, что говорит о погрешности измерения провода малой длины в этой области частот данным прибором (Keysight E4980AL), которая и дает ошибку в вычислении сопротивления провода порядка 30 %.

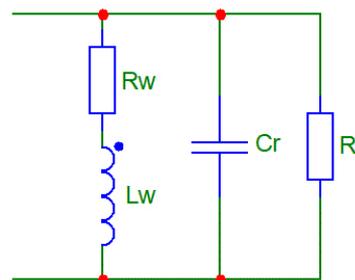


Рис. 9. Схема замещения провода  
 Fig. 9. Wire equivalent circuit

Индуктивность прямолинейного провода кругового сечения можно определить по следующей формуле [10]:

$$L_W = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \left( \frac{2l}{r} \right) - \frac{3}{4} \right), \text{ Гн}, \quad (7)$$

$$\text{или } L_W = 0,2l \left( \ln \left( \frac{4l}{d} \right) - \frac{3}{4} \right), \text{ мкГн},$$

где  $d$  – диаметр провода.

Для провода диаметром 1,5 мм и длиной 38 см, используя (7), получаем индуктивность 0,469 мкГн, что значительно расходится с индуктивностью, определенной в схеме замещения (0,27 мкГн). Для провода длиной 6 см, применяя (7), выводим индуктивность 0,043 мкГн, что также расходится с индуктивностью, определенной в схеме замещения (0,023 мкГн). Измерения индуктивности провода на приборе E7-5 (измерительный мост) дали похожие результаты для проводов 38 см и 6 см: 0,27 мкГн и 0,02 мкГн.

Данные различия значений полученных индуктивностей с индуктивностями, рассчитанными по формуле (7), связаны с тем, что все измерения проводов осуществлялось для проводов в виде плоской петли (рис. 7), а формула (7) дана для прямолинейного провода. Измерить же прямолинейный провод указанных длин на известных приборах не представляется возможным.

**Влияние материала сердечника дросселя (участок 3 на рис. 4).** На частотах выше 1,5 кГц (рис. 4) характер комплексного сопротивления дросселя зависит от изменения магнитных свойств материала сердечника (рис. 5). Это связано с тем, что относительная магнитная проницаемость материала является не константой  $\mu$ , а частотно-зависимой комплексной величиной  $\mu(j\omega)$  [11–13].

Снижение фазы комплексного сопротивления дросселя начинается с 1 кГц (рис. 4). Это связано с проявлением резистивных (тепловых) потерь в сердечнике – падением вещественной и увеличением

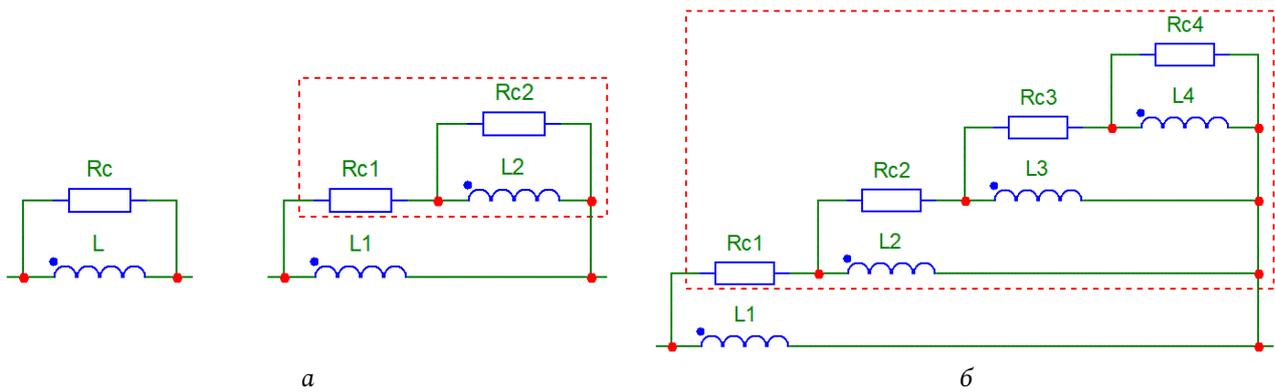


Рис. 10. Схемы замещения дросселя, учитывающие влияния сердечника  
Fig. 10. Core-behavior inductor equivalent circuits

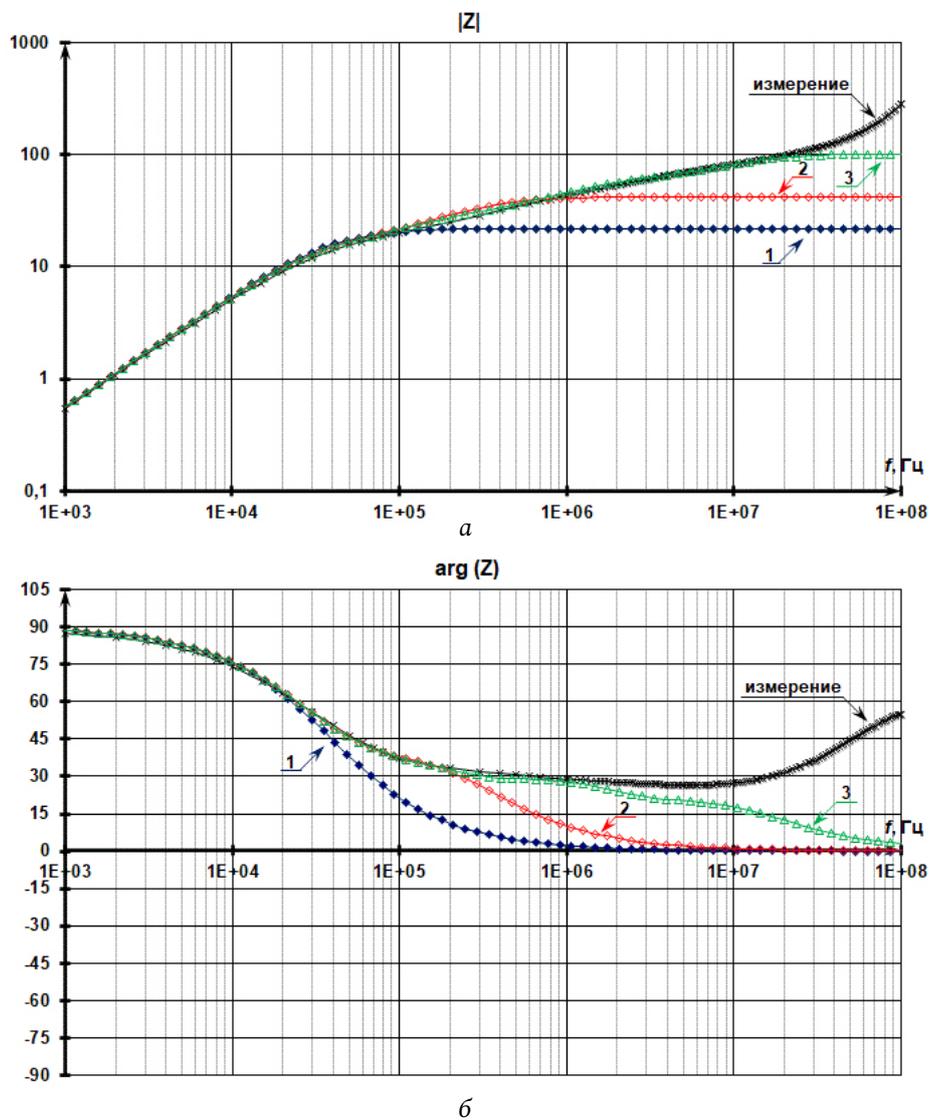


Рис. 11. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления дросселя: измеренное значение в сравнении с различными схемами замещения: 1) рис. 10, а, 2) рис. 10, б, 3) рис. 10, в  
Fig. 11. Magnitude (a) and phase (b) of inductor impedance: measured value versus different equivalent circuit data: 1) fig. 10, a, 2) fig. 10, b, 3) fig. 10, c

мнимой составляющей комплексной магнитной проницаемости материала сердечника (рис. 5). На этом участке частот дроссель можно заменить параллельным RL-контуром (рис. 10, а). Тогда сопротивление дросселя будет определяться по формуле

$$Z_L(j\omega) = \frac{j\omega L}{1 + j\omega L/R_C} = \frac{\omega L}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} e^{j(90^\circ - \arctg \omega \tau)}, \quad (8)$$

где  $\tau = L/R_C$  – постоянная времени.

В этом случае частотные характеристики сопротивления схемы замещения и измеренные имеют хорошее совпадение до 60 кГц (рис. 11, кривая 1). Параметры полученной модели (рис. 10, а):  $L = 89,2$  мкГн,  $R_C = 22$  Ом. Чтобы получить хорошее совпадение на более высоких частотах (рис. 11, кривая 2), необходимо вместо постоянного сопротивления  $R_C$  (рис. 10, а) использовать частотно-зависимое сопротивление, т. е. в схему замещения надо добавить RL-контур (рис. 10, б). Тогда сопротивление дросселя будет вычисляться по формуле

$$Z_L(j\omega) = \frac{j\omega L_1 \left( 1 + j\omega L_2 \frac{R_{C1} + R_{C2}}{R_{C1} R_{C2}} \right)}{1 - \omega^2 \frac{L_1 L_2}{R_{C1} R_{C2}} + j\omega \left( L_2 \frac{R_{C1} + R_{C2}}{R_{C1} R_{C2}} + \frac{L_1}{R_{C1}} \right)} = (9)$$

$$= \omega L \frac{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_0^2}}{\sqrt{\left( 1 - \omega^2 \tau_1 \tau_2 \right)^2 + \omega^2 \left( \tau_1 + \tau_0 \right)^2}} \times$$

$$\times e^{j \left( 90^\circ + \arctg \omega \tau_0 - \arctg \frac{\omega (\tau_1 + \tau_0)}{1 - \omega^2 \tau_1 \tau_2} \right)},$$

где  $L = L_1$  – индуктивность дросселя;

$$\tau_1 = L_1/R_{C1}, \quad \tau_2 = L_2/R_{C2},$$

$$\tau_0 = L_2 \left( \frac{1}{R_{C1}} + \frac{1}{R_{C2}} \right)$$

– постоянные времени.

В этом случае частотные характеристики сопротивления схемы замещения и экспериментально измеренные имеют хорошее совпадение до 600 кГц (рис. 11, кривая 2). Параметры полученной модели (рис. 10, б):  $L_1 = 89,2$  мкГн,  $L_2 = 14$  мкГн,  $R_{C1} = 22$  Ом,  $R_{C2} = 20$  Ом. Для дальнейшего совпадения частотных характеристик необходимо еще несколько RL-контуров (рис. 10, в). В этом случае получаем достаточно хорошее совпадение частотных характеристик (измеренных и схемы замещения) до 10 МГц. Далее (выше 10 МГц) начинается следующий участок (№ 4) комплексного сопротив-

ления дросселя (рис. 4). Параметры полученной модели (рис. 10, в):  $L_1 = 89,2$  мкГн,  $L_2 = 14$  мкГн,  $L_3 = 4$  мкГн,  $L_4 = 0,5$  мкГн,  $R_{C1} = 22$  Ом,  $R_{C2} = 20$  Ом,  $R_{C3} = R_{C4} = 30$  Ом.

В [1; 2] данное поведение модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя объяснялось действием скин-эффекта. Но это не может быть скин-эффектом, т. к. скин-эффект – это явление при протекании тока в проводнике, а данная характеристика комплексного сопротивления определяется только комплексной магнитной проницаемостью сердечника (причина такой комплексной магнитной проницаемости сердечника – это уже другой вопрос), и при скин-эффекте из-за переменного магнитного поля возникает переменное электрическое поле, выталкивающее электрические заряды из проводника, а на частотных характеристиках комплексного сопротивления дросселя в этой области частот (где фаза больше нуля) наблюдается превосходство действий магнитного поля над действием электрического поля.

Определим частоту  $f_C$  (рис. 4), начиная с которой необходимо учитывать влияние изменения магнитных свойств материала сердечника. Для этого воспользуемся фазой комплексного сопротивления дросселя, т. е.  $\arg(Z(j\omega_C)) < 89^\circ$ . Используя (8), получаем  $\arctg \omega \tau > 1^\circ$  или

$$\omega_C L/R_C > 0,0175. \quad (10)$$

Тогда частота, начиная с которой необходимо учитывать влияние изменения магнитных свойств материала сердечника, определяется как

$$f > f_C, \text{ где } f_C = \frac{R_C}{360L}, \quad (11)$$

что аналогично формуле, полученной в [7] для ферритового сердечника. В нашем случае ( $L = 89,2$  мкГн,  $R_C = 22$  Ом) получаем  $f_C = 623$  Гц. Так как частота  $f_C$  определялась из условия отличия фазы от  $90^\circ$  на  $1^\circ$ , то во многих практических применениях ее можно увеличить в 2 раза, что и видно по рис. 4, 11. Таким образом,  $f_C = 1,2$  кГц.

**Высокочастотная область (участки 4 и 5 на рис. 4).** После 10 МГц происходит увеличение модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя (рис. 4). Это равносильно тому, что в схеме замещения дросселя добавляется последовательно включенная индуктивность  $L_W$  (рис. 12). Величина этой индуктивности равна индуктивности провода  $L_W = 0,27$  мкГн, то есть в этом диапазоне частот комплексное сопротивление, определяемое сердечником, уже будет соизмеримо с комплексным сопротивлением провода (влияние индуктивности

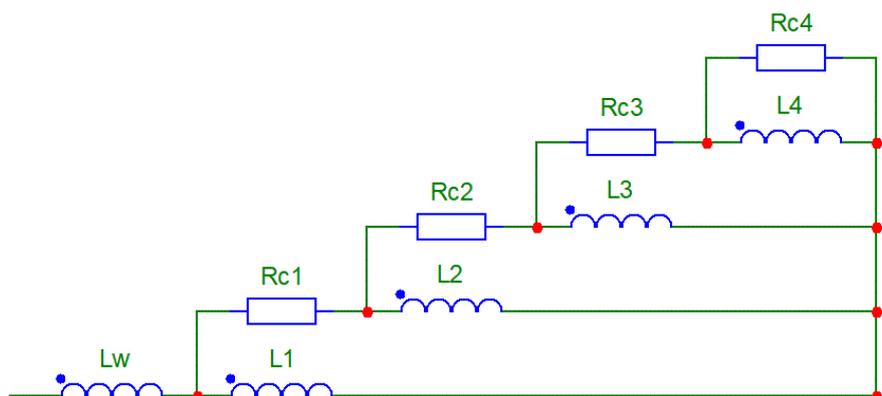


Рис. 12. Схема замещения дросселя с учетом индуктивности провода  
 Fig. 12. Inductor equivalent circuit taking into account the wire inductance

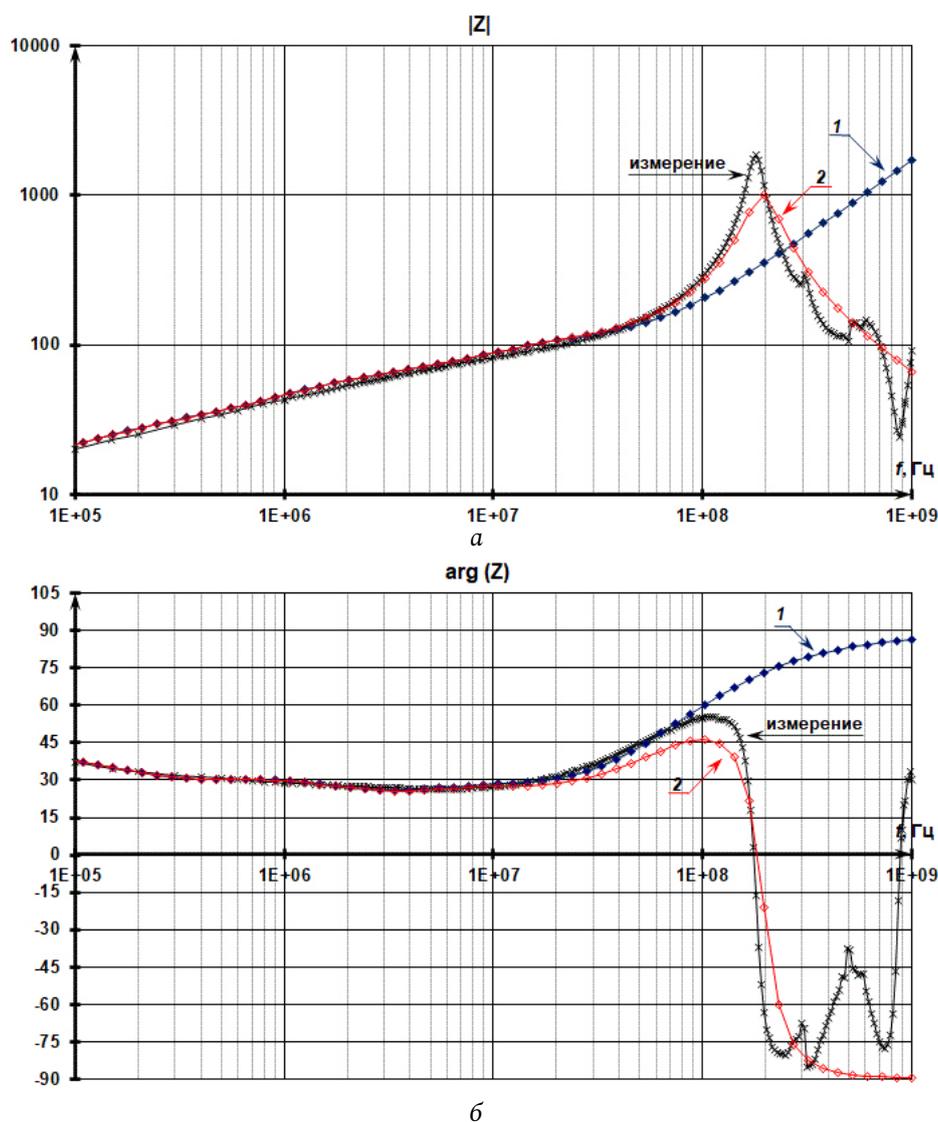


Рис. 13. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления дросселя: измеренное значение в сравнении с различными схемами замещения провода: 1) с учетом только индуктивности провода, 2) с учетом всех параметров провода  
 Fig. 13. Magnitude (a) and phase (b) of inductor impedance: measured value versus different wire equivalent circuit data: 1) with wire inductance only, 2) with all parameters of wire equivalent circuit

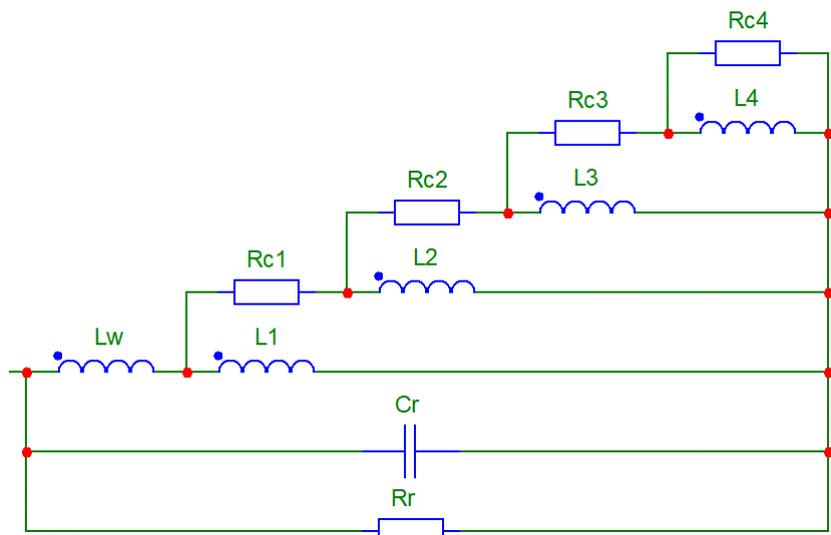


Рис. 14. Схема замещения дросселя с учетом параметров провода  
 Fig. 14. Inductor equivalent circuit taking into account the wire parameters

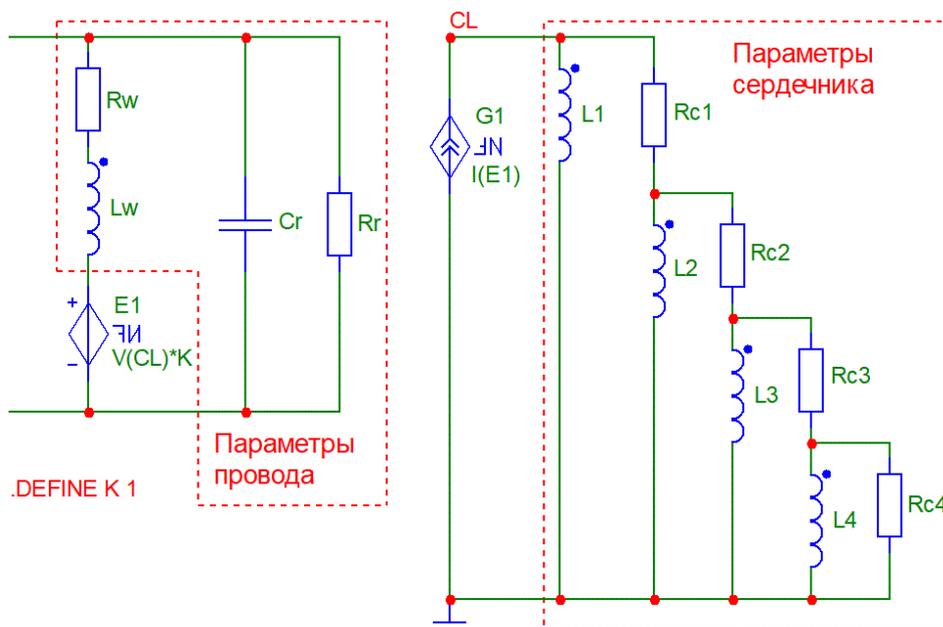


Рис. 15. Схема замещения дросселя с произвольным количеством витков  
 Fig. 15. Inductor equivalent circuit with various number of turns

провода). Чтобы суммарная индуктивность не изменилась, необходимо на эту величину уменьшить индуктивность  $L_1$  (рис. 12). В этом случае имеем хорошее совпадение измеренных модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя с частотными характеристиками схемы замещения дросселя до 80–90 МГц (рис. 13, кривая 1).

При дальнейшем увеличении частоты наблюдается ВЧ-резонанс комплексного сопротивления дросселя на частоте 180 МГц (рис. 4, 13). Данная частота близка частоте ВЧ-резонанса (198 МГц) комплексного сопротивления провода (рис. 8). Из этого следует, что на комплексное сопротивление

дросселя на частотах от 10 МГц до 80–90 МГц (участок 4 на рис. 4) начинает оказывать влияние индуктивность провода, а на частотах выше 80–90 МГц (участок 5 на рис. 4) начинают влиять параметры схемы замещения провода:  $C_R = 2,5$  пФ,  $R_R = 10$  кОм. В этом случае схема замещения дросселя (рис. 14) дает частотные характеристики, достаточно близкие измеренным частотным характеристикам комплексного сопротивления дросселя до 400–500 МГц (рис. 13, кривая 2).

**Разделение влияние провода и сердечника в схеме замещения дросселя.** Как было сказано в начале статьи, изменение количества витков

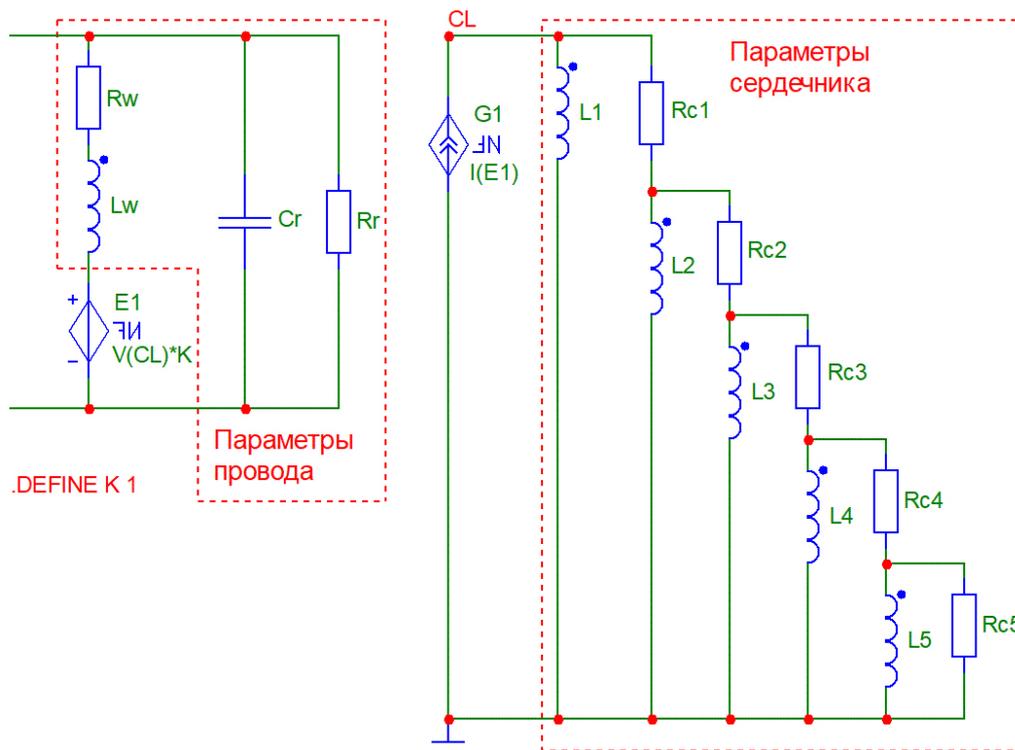


Рис. 16. Схема замещения дросселя  
Fig. 16. Inductor equivalent circuit

дросселя с использованием сердечника из нанокристаллического сплава на основе железа приводит лишь к изменению модуля комплексного сопротивления дросселя (рис. 2). Для масштабирования схемы замещения одновиткового дросселя (рис. 14) на любое количество витков разнесем по отдельным схемам влияние сердечника и провода дросселя и свяжем их зависимым источником напряжения  $E1$ , зависящим от напряжения, создаваемого сердечником, и зависимым источником тока  $G1$ , зависящим от тока, протекающего в проводе (рис. 15).

**Уточнение схемы замещения дросселя.** До этого момента рассматривалось комплексное сопротивление с разным количеством витков, но с одинаковой длиной провода. В реальности же меньшее количество витков имеет более короткую длину провода. Поэтому скорректируем схему замещения дросселя (рис. 15) для случая одного витка минимальной длины (6 см). На рис. 2, кривая 1 представлены измеренные модуль и фаза комплексного сопротивления этого дросселя.

Для этого случая была скорректирована схема замещения сердечника дросселя: добавлен RL-контур (рис. 16), и были получены частотные характеристики получившейся схемы замещения, которые достаточно близки измеренным модулю и фазе комплексного сопротивления дросселя

(рис. 17). Параметры получившейся модели сердечника дросселя:  $L_1 = 88,9$  мкГн,  $L_2 = 14$  мкГн,  $L_3 = 4$  мкГн,  $L_4 = 0,5$  мкГн,  $L_5 = 0,075$  мкГн,  $R_{C1} = 22$  Ом,  $R_{C2} = 20$  Ом,  $R_{C3} = R_{C4} = 30$  Ом,  $R_{C5} = 15$  Ом.

В этом случае (для одновиткового дросселя) получаем те же самые частотные характеристики комплексного сопротивления дросселя (рис. 18, кривые 1, 2). Чтобы вычислить частотные характеристики для дросселя с 7 витками, в данной схеме замещения дросселя (рис. 16) необходимо только изменить параметр  $K$  с 1 до 49. Кроме этого, нужно скорректировать значение сопротивления  $R_R$  (с 10 кОм до 500 кОм). В этом случае получаем частотные характеристики схемы замещения дросселя достаточно близкими измеренным частотным характеристикам комплексного сопротивления дросселя с 7 витками (рис. 18, кривые 3, 4).

Таким образом была получена схема замещения дросселя, которая легко пересчитывается для любого количества витков (коэффициент  $K$  равен квадрату витков обмотки). В случае использования сердечника с другими геометрическими размерами необходимо в коэффициент  $K$  добавить множитель, равный отношению нового коэффициента формы  $K_\Phi$  к старому коэффициенту формы  $K_\Phi$  (для данного сердечника ( $25 \times 16 \times 10$  мм)  $K_\Phi = 0,71 \times 10^{-3}$ ).

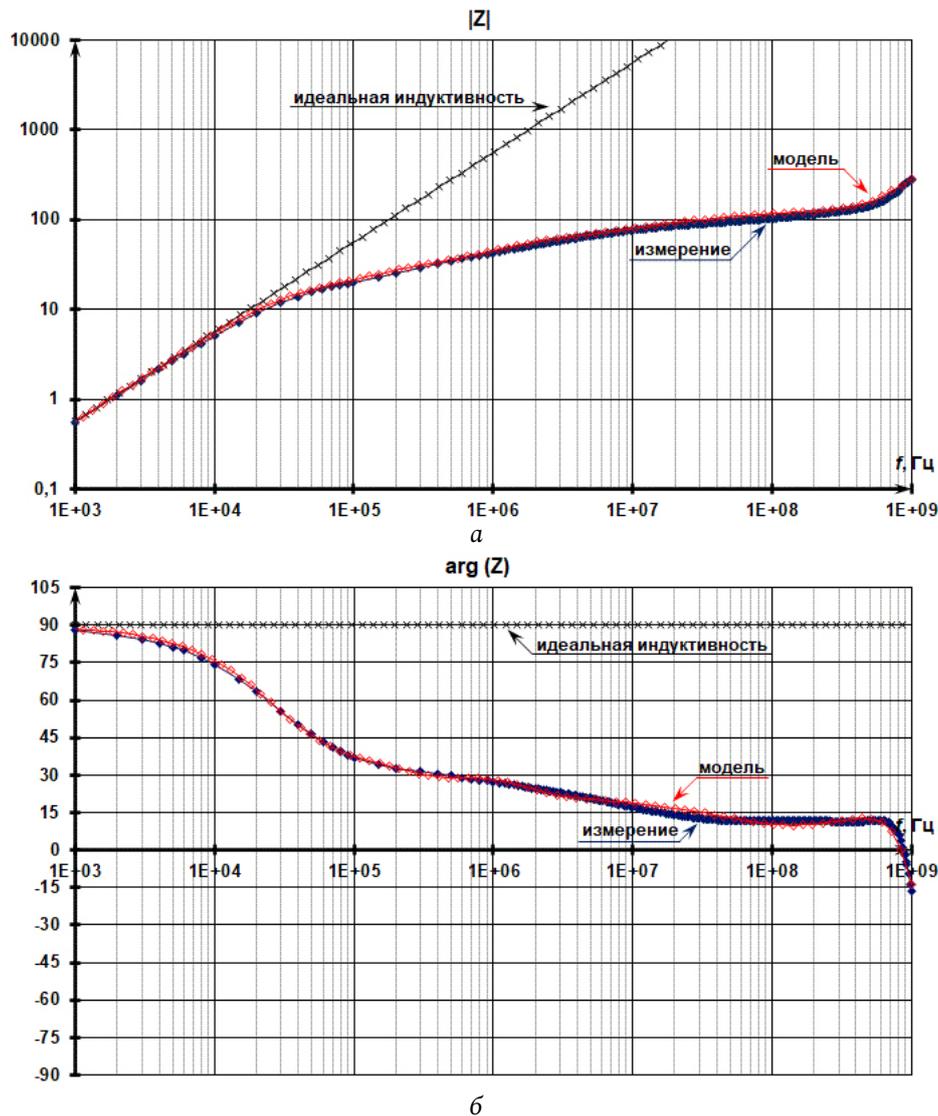


Рис. 17. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления одновиткового дросселя (6 см): измеренное значение в сравнении со схемой замещения (рис. 16)  
 Fig. 17. Magnitude (a) and phase (b) of 1-turn (6 cm) inductor impedance: measured value versus different equivalent circuit data (fig. 16)

**Определение комплексной магнитной проницаемости материала сердечника.** Кроме вышеописанных преимуществ такое разделение схемы замещения дросселя на влияние провода и влияние сердечника позволяет по отдельности рассматривать влияние провода и сердечника без зависимости от количества витков, т. е. можно сразу из схемы замещения определить комплексную проводимость сердечника. Для этого необходимо в схеме замещения (рис. 16) поделить напряжение на источнике тока  $G1$  на ток в источнике тока  $G1$ , т. е. надо найти  $Z_{G1}(j\omega) = \dot{U}_{G1}(j\omega) / \dot{I}_{G1}(j\omega)$ . Тогда частотные зависимости  $\mu'(j\omega)$  и  $\mu''(j\omega)$  будут вычисляться по формулам (2) и (3), только вместо  $Z_L$  надо использовать  $Z_{G1}$ . Получаем следующую комплексную магнитную проницаемость материала, рассчитанную из схемы замещения (рис. 19,

«схема замещения») в сравнении с рассчитанной магнитной проницаемостью материала, определенной из измеренного комплексного сопротивления одновиткового дросселя (рис. 19, «измерения»).

Тогда получаем скорректированное значение магнитной проницаемости сердечника  $\mu = 1,383 \times 10^5$  (рис. 19), дающее расчетное значение индуктивности одновиткового дросселя  $L = 88,9$  мкГн, которое на значение индуктивности провода ( $L_W = 0,27$  мкГн) меньше полученной индуктивности ( $L = 89,2$  мкГн) из измеренных частотных характеристик комплексного сопротивления дросселя. Таким образом, данная схема замещения дросселя (рис. 16) позволяет разделить влияние провода и сердечника. Для более точной модели дросселя необходимо напрямую измерить ком-

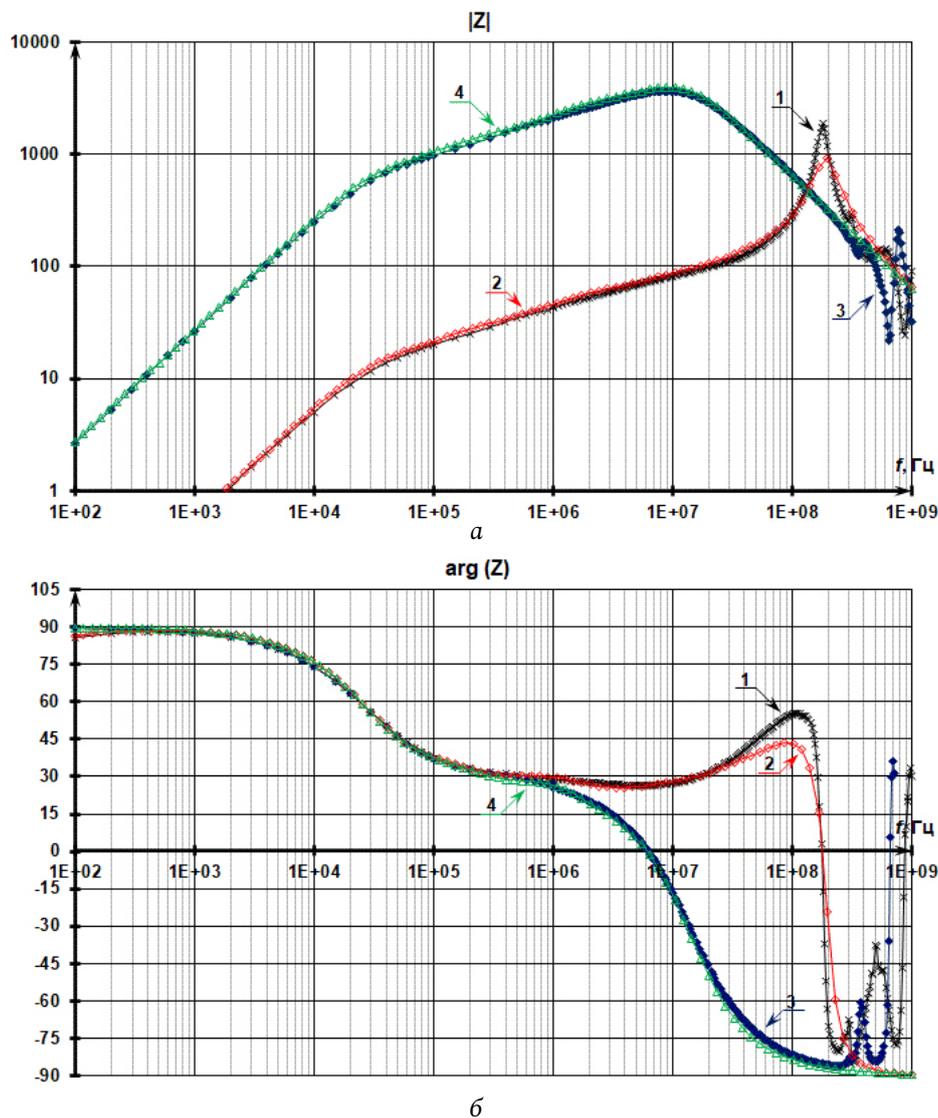


Рис. 18. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления дросселя с разным количеством витков (1 и 7): измеренное значение в сравнении со схемой замещения (рис. 16)

Fig. 18. Magnitude (a) and phase (b) of inductor with different turns (1 and 7) impedance: measured value versus different equivalent circuit data (fig. 16)

плексную магнитную проницаемость материала сердечника и уже на основании этих частотных характеристик скорректировать параметры сердечника в модели дросселя (рис. 16).

Различие в определении комплексной магнитной проницаемости можно разделить на 3 участка: низкочастотная область (до единиц кГц) – при вычислении  $\mu'$  и  $\mu''$  из измерения комплексного сопротивления дросселя оказывают влияние индуктивность и сопротивление провода (рис. 19); среднечастотная область (от единиц кГц до 500 МГц) – только погрешность схемы замещения сердечника (рис. 19); высокочастотная область (выше 500 МГц) – при вычислении  $\mu'$  и  $\mu''$  на расчет из измерения комплексного сопротивления дросселя влияют индуктивность и емкость

провода (рис. 19). Как видно из рис. 19,  $\mu'$  материала сердечника стремится к единице (на частоте 1 ГГц), а  $\mu''$  материала сердечника порядка 30 (на частоте 1 ГГц). Значит, сердечник на этой частоте теряет магнитные свойства и работает только на поглощение (нагрев), а дроссель становится резистором (если не учитывать свойства провода). Поэтому начиная с частот 500–600 МГц комплексное сопротивление данного дросселя – это комбинация комплексного сопротивления провода и небольшого активного сопротивления, характеризующего тепловые потери в сердечнике. Таким образом, такое разделение в схеме замещения дросселя (рис. 16) позволяет вычислить  $\mu'$  и  $\mu''$  материала сердечника без влияния параметров провода и количества витков.

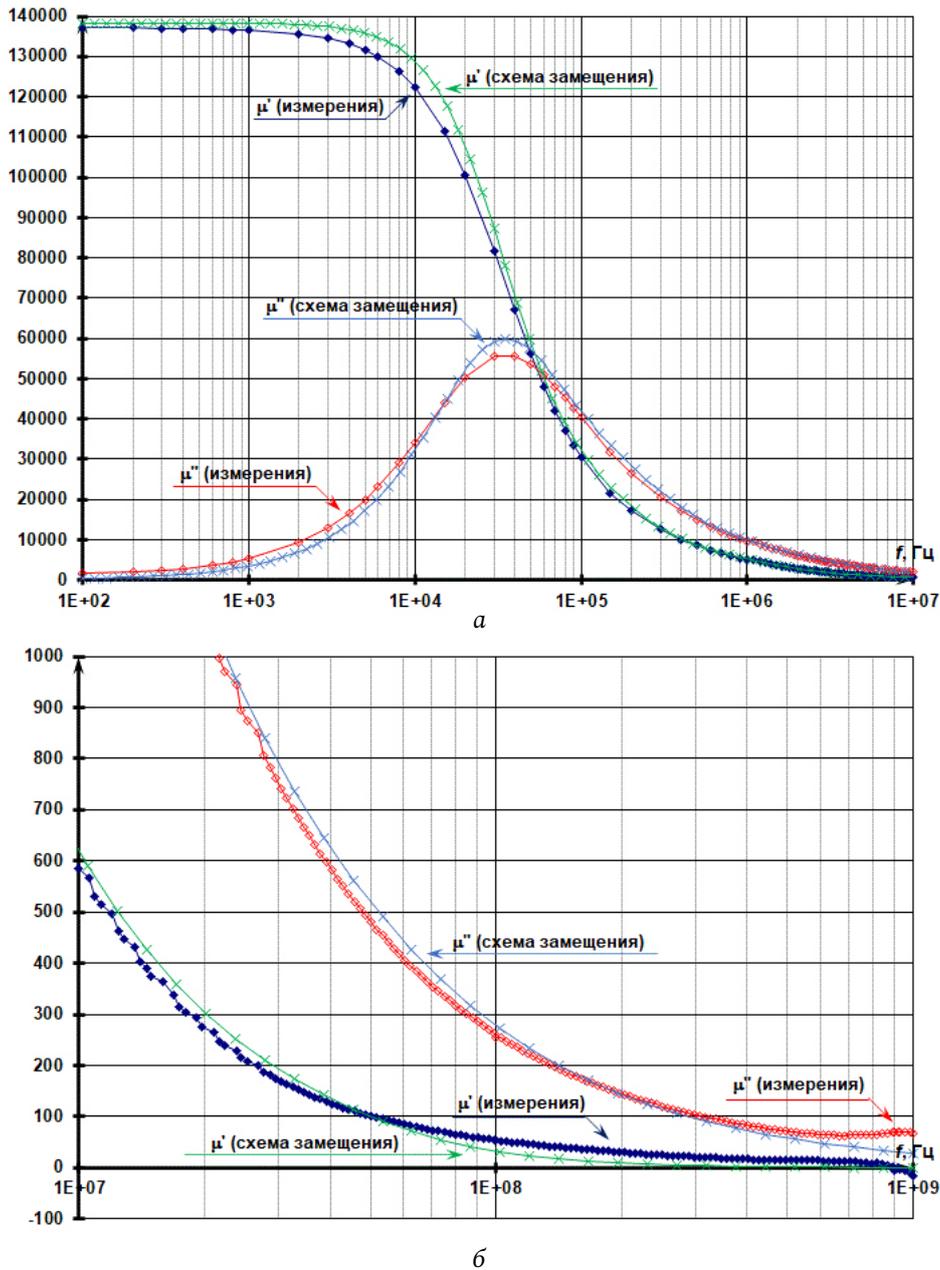


Рис. 19.  $\mu'(j\omega)$  и  $\mu''(j\omega)$  для сердечника MSFN-25S-TH, рассчитанные разным способом  
 Fig. 19.  $\mu'(j\omega)$  and  $\mu''(j\omega)$  of MSFN 25S-TH core (obtained by different ways)

Преимущество такого разделения схемы замещения дросселя на влияние провода и сердечника заключается в том, что на основании этой схемы замещения дросселя можно небольшими изменениями сделать схему замещения двух- или трехобмоточного дросселя, а также трансформатора. Для этого необходимо в схему замещения дросселя (рис. 16) добавить еще параметры провода каждой новой обмотки, скорректировать коэффициенты в зависимых источниках и добавить влияние индуктивности рассеивания.

**Определение ВЧ-емкости (участок 5 на рис. 4).** Рассмотрим подробнее эффект ВЧ-емкости в

дросселе с одним витком с разной длиной провода (6 и 38 см) и в дросселе с семью витками с длиной провода 38 см (рис. 17, 18). Считается, что в одновитковом дросселе причина возникновения ВЧ-емкости – это емкость в схеме замещения провода, моделирующая первый резонанс сопротивления провода из-за того, что провод на этих частотах (80–220 МГц) уже представляет собой длинную линию (рис. 20). Проверим, так ли это. В общем случае длина волны электромагнитного колебания  $\lambda$  равна

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon\mu}f}, \quad (12)$$

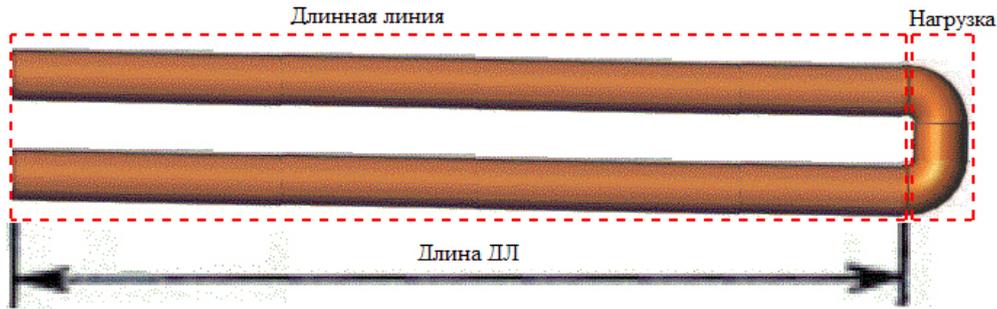


Рис. 20. Представление провода в виде длинной линии  
Fig. 20. Representing a wire as a long line

где  $C_0 = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \approx 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в вакууме,  $\epsilon$  и  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости материала.

Для провода длиной 38 см наблюдается резонанс комплексного сопротивления на частоте порядка  $1,98 \times 10^8$  Гц (рис. 8). Так как провод находится в воздухе ( $\epsilon = \mu = 1$ ), то получаем длину волны  $\lambda = 3 \times 10^8 / 1,98 \times 10^8 = 1,5$  м. Следовательно, на этой частоте в длину провода укладывается  $1/4$  длины волны электромагнитного колебания. Но провод длиной 38 см можно представить длинной линией длиной меньше 19 см, т. е. половины длины провода (рис. 20). Это означает, что если представить провод длинной линией, то ее длина будет составлять  $0,13\lambda$ , а то и меньше. Таким образом, данный ВЧ-резонанс сопротивления провода можно объяснить эффектом длинной линии лишь с большой натяжкой, то есть мы еще находимся на границе рассмотрения провода как цепи с сосредоточенными параметрами.

Для одновиткового дросселя с проводом длиной 38 см наблюдается ВЧ-резонанс комплексного сопротивления (рис. 13) на частоте ( $1,8 \times 10^8$  Гц), близкой к резонансной частоте комплексного сопротивления отдельного провода ( $1,98 \times 10^8$  Гц). Кроме того, значение емкости  $C_R$  в схеме замещения дросселя (рис. 16) совпадает со значением емкости  $C_R$  в схеме замещения провода (рис. 9). Это означает, что в формулу (12) надо вставлять не диэлектрическую и магнитную проницаемости материала сердечника, а  $\epsilon$  и  $\mu$  окружающей среды (воздуха). Получается, что сердечник не оказывает влияния на электромагнитное поле, создаваемое проводом, а влияет только на электромагнитное поле, создаваемое витками провода, и получившаяся емкость  $C_R$  в схеме замещения дросселя – это емкость  $C_R$  в схеме замещения провода (2,5 пФ для 38 см и 0,8 пФ для 6 см). Таким образом, ВЧ-резонанс сопротивления дросселя можно объяснить эффектом длинной линии тоже лишь

с большой натяжкой. В [7] данный ВЧ-резонанс объяснялся эффектом длинной линии, т. к. в выражение (12) подставляли  $\epsilon$  и  $\mu$  сердечника, что, как было показано выше, некорректно.

На рис. 21 представлены зависимости индуктивности провода  $L_W$  и емкости провода  $C_R$ , определенные из измеренных частотных характеристик комплексного сопротивления провода. Измерения проводились при различных длинах провода (6 см, 21 см, 38 см, 69 см) и соответствующего им количества витков дросселя (1, 3, 7, 14). На рис. 21, а: кривая 1 соответствует индуктивности провода, посчитанной по формуле (7), кривая 2 – измеренной индуктивности провода, кривая 3 – расчетное значение индуктивности провода с учетом взаимной индуктивности разных кусков провода (провод представляет плоскую петлю – рис. 7). Согласно [10], два параллельных провода длиной  $l$ , расстояние между которыми  $h$ , при протекании через них тока образуют взаимную индуктивность, равную

$$M_W = \quad (13)$$

$$= 0,2l \left[ \ln \left( \frac{l + \sqrt{l^2 + h^2}}{h} \right) - \frac{\sqrt{l^2 + h^2}}{l} + \frac{h}{l} \right], \text{ мкГн.}$$

В качестве  $l$  была взята половина длины провода, а в качестве  $h$  – 1,3 см (чуть больше высоты контейнера – 12,5 мм). Учет взаимной индуктивности двух кусков провода дает неплохое совпадение расчетного значения индуктивности провода и измеренного (рис. 21, а). Данные кривые приведены, чтобы показать, что необходимо более подробно и внимательно исследовать индуктивность провода в дросселе.

Из рис. 21, б видно, что увеличение длины провода приводит к увеличению емкости дросселя и что емкость провода практически соответствует емкости дросселя. Получается, что межвитковая емкость здесь ни при чем: работают только геометрические размеры намотки – чем больше

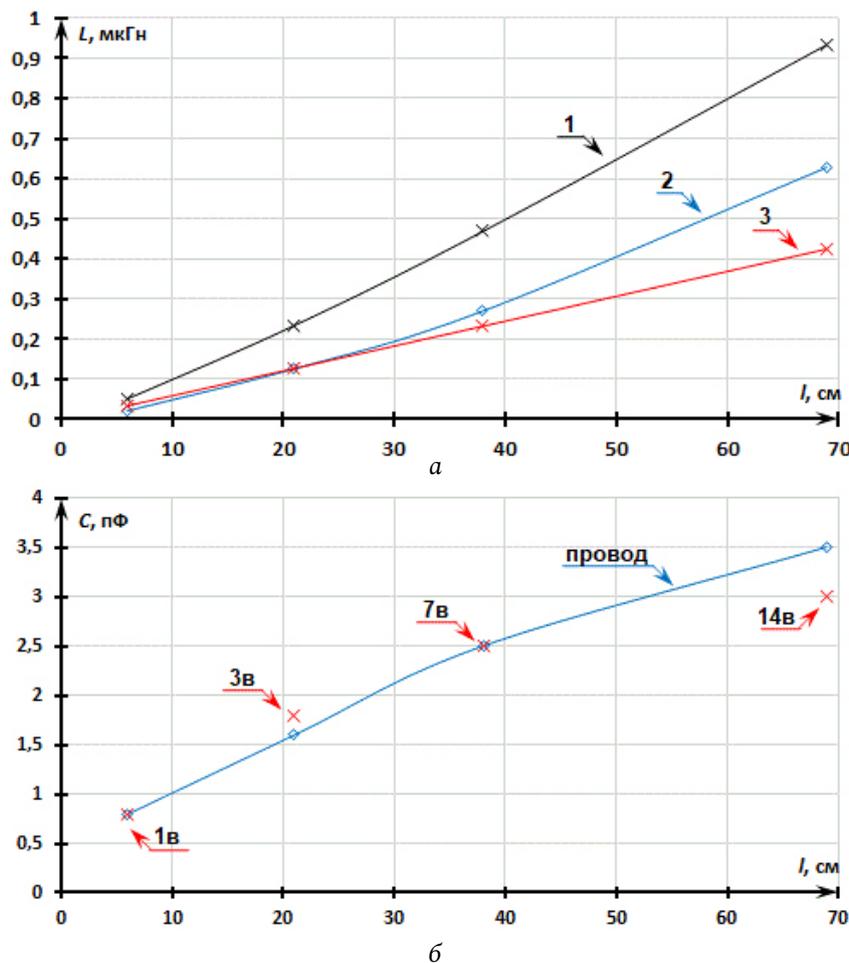


Рис. 21. а – значение  $L_W$ , рассчитанное по (7) – «1», полученное из измеренного комплексного сопротивления провода – «2» и рассчитанное с использованием (7) и (13) – «3»; б – значение  $C_R$ : полученные из измеренных комплексных сопротивлений провода различной длины (6–69 см) и дросселя с различным количеством витков (1, 3, 7, 14)  
 Fig. 21. а –  $L_W$  value: calculated by (7) – «1», obtained from the measured wire impedance – «2» and calculated using (7) and (13) – «3»; б –  $C_R$  value: obtained from the measured wire of various lengths (6–69 cm) impedance and an inductor with a different number of turns (1, 3, 7, 14) impedance

длина провода, тем больше его емкость, причем зависимость практически логарифмическая. Для более подробного определения зависимости этой емкости от длины провода, количества витков, способа намотки (однослойная, многослойная, секционная) требуются дополнительные исследования.

**Причина ВЧ-всплесков (участки 5, 6 на рис. 3).** Попробуем понять причину возникновения этой емкости в схеме замещения дросселя. При протекании переменного тока в проводнике у него всегда возникают тепло, переменное магнитное поле и переменное электрическое поле. При преобладании теплового действия тока имеем только резистор в качестве провода (низкие частоты – до 1 кГц – рис. 8), при преобладании магнитного поля провод представляет собой идеальную индуктивность (100 кГц – 100 МГц для провода длиной 38 см – рис. 8), после 180 МГц (для провода дли-

ной 38 см – рис. 8) начинает преобладать действие электрического поля. Данное электрическое поле в проводе есть всегда при протекании переменного электрического тока. Наличие его в проводе и создает скин-эффект, выталкивающий заряды из проводника. Но оценить это электрическое поле можно только на высоких частотах, когда энергия электрического поля будет соизмерима с энергией магнитного поля. А если есть энергия электрического поля, то возникает емкость в схеме замещения провода. Этот эффект возникновения емкости в схеме замещения провода дуален эффекту возникновения индуктивности в схеме замещения диэлектрика, описанному в [14]: электрическое поле меняется на магнитное.

В [14] было объяснено, что дальнейшие ВЧ-резонансы в комплексном сопротивлении диэлектрика (рис. 22) не связаны с эффектом длинных линий (геометрические размеры диэлектрика были

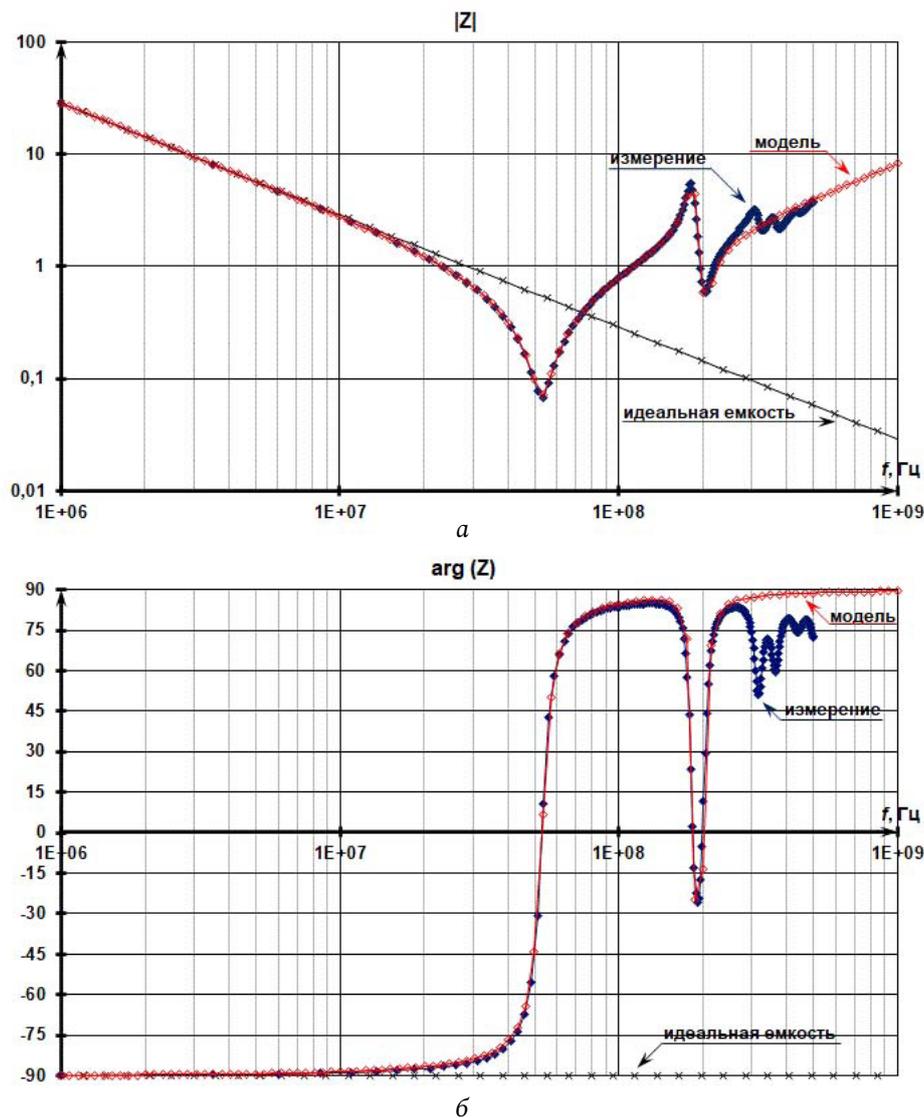


Рис. 22. Модуль (а) и фаза (б) комплексного сопротивления измеренного диэлектрика H90 9250 и его схемы замещения (взято из [14])  
Fig. 22. Magnitude (a) and phase (b) of measured dielectric H90 9250 impedance versus obtained value from dielectric equivalent circuit (taken from [14])

достаточно малы), а возникают из-за наличия двух магнитных потоков (собственного и отраженного), которые влияют друг на друга, как в случае с трансформатором, т. е. происходят переотражения магнитных потоков диэлектрика, которые создают всплески комплексного сопротивления диэлектрика. Кроме того, при этих всплесках комплексного сопротивления диэлектрика фаза меняется не на  $180^\circ$  (значительно меньше), т. е. нет смены действия магнитного и электрических полей. Это также может быть объяснением того, что здесь не эффект длинных линий, а влияние электрического поля при превалировании магнитного поля.

По аналогии с последующими ВЧ-резонансами в комплексном сопротивлении диэлектрика (рис. 22) последующие ВЧ-резонансы в комплекс-

ном сопротивлении провода тоже не могут быть объяснены с помощью эффекта длинных линий, т. к. длина предложенной длинной линии (рис. 20) значительно меньше длины волны и фаза комплексного сопротивления при этих резонансах не меняется на  $180^\circ$  (рис. 8). То есть также получаем случай дуальности комплексных сопротивлений провода и диэлектрика: происходят переотражения электрического поля на разных участках провода, что и создает всплески комплексного сопротивления провода. Лишь после 1 ГГц провод длиной 38 см можно, скорее всего, считать длинной линией (рис. 20), т. к. теперь в длину этой линии (15–19 см) должна укладываться половина длины волны электромагнитного колебания ( $\lambda = 30$  см).

## Заключение

В работе предложена электрическая структурно-параметрическая схема замещения дросселя (рис. 16), использующего нанокристаллический кольцевой сердечник MSFN-25S-TH. Ее частотные характеристики получились достаточно близкими с измеренными частотными характеристиками сопротивления дросселя в широкой полосе частот (от 0 до 500 МГц). Это позволяет использовать данную схему замещения дросселя для корректного проектирования высокочастотных фильтров радиопомех.

Показано принципиальное отличие работы нанокристаллического сердечника от ферритового в применении к ВЧ-фильтрам. Оно заключается в отсутствии характерного для ферритов резонанса на частотах 0,5–2 МГц и работе на «поглощение ВЧ-помехи» в отличие от характерного для ферритов отражения помехи, которое связано со сменой индуктивного характера ферритового дросселя на емкостной и может создавать проблемы в работе импульсного преобразователя напряжения.

Доказано, что для построения схемы замещения (структуры и параметров) измерения только модуля сопротивления дросселя недостаточно, необходимо измерять также фазу комплексного сопротивления дросселя.

Продемонстрирована возможность определения индуктивности провода с использованием (7) и (13). Показана несостоятельность использования понятия межвитковой емкости для определения собственной емкости дросселя. Расчитано, что

емкость провода практически соответствует емкости дросселя.

Предложено разделить в схеме замещения дросселя влияние провода и влияние сердечника на комплексное сопротивление дросселя. Это позволяет: использовать данную схему замещения при любом количестве витков обмотки, любом проводе обмотки, любой форме и типе сердечника; найти комплексную магнитную проницаемость материала сердечника из схемы замещения дросселя, полученной из измеренного комплексного сопротивления дросселя; отдельно рассмотреть влияние провода и сердечника на комплексное сопротивление дросселя, что дало возможность лучше понять физику процессов, протекающих в дросселе. Кроме того, такое разделение позволит применять данную схему замещения для дросселя, использующего различные сердечники, не обладающие собственной резонансной частотой (нанокристаллические и аморфные сплавы с различной проницаемостью, мо-пермаллой и другие магнитодиэлектрики). С небольшими изменениями (учет межвитковой связи, индуктивности рассеивания и т. д.) данную схему замещения можно скорректировать для двух-, трехобмоточного дросселя, трансформатора.

Показана несостоятельность использования длинной линии в схеме замещения дросселя. Были предложены объяснения собственной емкости провода и дросселя, которая создает резонансы в экспериментально измеренных комплексных сопротивлениях провода и дросселя.

## Список литературы

1. Cuellar C. HF Characterization and Modeling of Magnetic Materials for the Passive Components Used in EMI Filters: PhD Doctoral, Electrical Engineering, University of Lille 1, Lille – France, 2013. 2010 p. URL: <https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/EDSPI/2013/50376-2013-Cuellar.pdf>
2. Cuellar C., Idir N., Benabou A. High-frequency behavioral ring core inductor model // IEEE Transactions on Power Electronics. 2016. Vol. 31, no. 5. P. 3763–3772. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2015.2460374>
3. Синтез эквивалентных частотных схем замещения дросселя / В.Ф. Дмитриков [и др.] // Практическая силовая электроника. 2017. Т. 66, № 2. С. 5–11.
4. Synthesis of equivalent circuits for chokes and capacitors in a wide range of frequencies taking into account dynamic processes in dielectric and magnetic materials / V.F. Dmitrikov [et al.] // 2019 20th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM). 2019. P. 532–540. DOI: <https://doi.org/10.1109/EDM.2019.8823489>
5. Дмитриков В.Ф., Исаев В.М., Куневич А.В. Разработка поведенческих моделей конденсаторов и дросселей с учетом частотных свойств диэлектрической и магнитной проницаемости диэлектриков и магнетиков // Наноиндустрия. 2020. Т. 13, № S4 (99). С. 372–373. DOI: <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2020.13.4s.372.373>
6. Разработка высокочастотных электрических схем замещения конденсаторов и дросселей с учетом частотных свойств диэлектрической и магнитной проницаемости диэлектриков и магнетиков / В.Ф. Дмитриков [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 2. С. 55–69. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.2.55-69>
7. Дмитриков В.Ф., Шушпанов Д.В. Эквивалентная схема замещения дросселя, намотанного на феррите, в широком диапазоне частот (0 Гц – 500 МГц) // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24, № 4. С. 25–45. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.4.25-45>
8. Kotny J.-L., Margueron X., Idir N. High-frequency model of the coupled inductors used in EMI filters // IEEE Transactions on Power Electronics. 2012. Vol. 27, no. 6. P. 2805–2812. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2011.2175452>

9. Немцов М.В., Шамаев Ю.М. Справочник по расчету параметров катушек индуктивности. М.: Энергоиздат, 1981. 136 с.
10. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 488 с.
11. Аркадьев В.К. Электромагнитные процессы в металлах. М.; Л.: Главная редакция энергетической литературы, 1936. 303 с.
12. Стародубцев Ю.Н., Белозеров В.Я. Магнитные свойства аморфных и нанокристаллических сплавов. Екатеринбург: Уральский ин-т, 2002. 384 с.
13. Филиппов Б.Н., Жаков С.В. Теории динамических свойств ферромагнитных монокристаллических пластин, обладающих доменной структурой // Физика металлов и металловедение. 1975. Т. 39, № 4. С. 705–717.
14. Дмитриков В.Ф., Шушпанов Д.В. Эквивалентная схема замещения диэлектрика в широком диапазоне частот (0 Гц – 500 МГц) // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 3. С. 43–57. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.3.43-57>

## References

1. Cuellar C. HF Characterization and Modeling of Magnetic Materials for the Passive Components Used in EMI Filters: PhD Doctoral, Electrical Engineering, University of Lille 1, Lille – France, 2013. 2010 p. URL: <https://pepite-depot.univ-lille.fr/LIBRE/EDSPI/2013/50376-2013-Cuellar.pdf>
2. Cuellar C., Idir N., Benabou A. High-frequency behavioral ring core inductor model. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2016, vol. 31, no. 5, pp. 3763–3772. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2015.2460374>
3. Dmitrikov V.F. et al. Synthesis of equivalent frequency choke equivalent circuits. *Prakticheskaya silovaya elektronika*, 2017, vol. 66, no. 2, pp. 5–11. (In Russ.)
4. Dmitrikov V.F. et al. Synthesis of equivalent circuits for chokes and capacitors in a wide range of frequencies taking into account dynamic processes in dielectric and magnetic materials. *2019 20th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM)*, 2019, pp. 532–540. DOI: <https://doi.org/10.1109/EDM.2019.8823489>
5. Dmitrikov V.F., Isaev V.M., Kunevich A.V. Development of behavioral models of capacitors and chokes, taking into account the frequency properties of the dielectric and magnetic permeability of dielectrics and magnets. *Nanoindustriya*, 2020, vol. 13, no. S4 (99), pp. 372–373. DOI: <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2020.13.4s.372.373> (In Russ.)
6. Dmitrikov V.F. et al. Development of high-frequency electrical equivalent circuits for capacitors and chokes, taking into account the frequency properties of the dielectric and magnetic permeability of dielectrics and magnets. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2020, vol. 23, no. 2, pp. 55–69. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.2.55-69> (In Russ.)
7. Dmitrikov V.F., Shushpanov D.V. Equivalent circuit of a ferrite-wound choke over a wide frequency range (0 Hz – 500 MHz). *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2021, vol. 24, no. 4, pp. 25–45. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2021.24.4.25-45> (In Russ.)
8. Kotny J.-L., Margueron X., Idir N. High-frequency model of the coupled inductors used in EMI filters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012, vol. 27, no. 6, pp. 2805–2812. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2011.2175452>
9. Nemtsov M.V., Shamaev Yu.M. *Handbook for Calculating the Parameters of Inductors*. Moscow: Energoizdat, 1981, 136 p. (In Russ.)
10. Kalantarov P.L., Tseytlin L.A. *Calculation of Inductances*. 3rd ed., rev. and add. Leningrad: Energoatomizdat, 1986, 488 p. (In Russ.)
11. Arkad'ev V.K. *Electromagnetic Processes in Metals*. Moscow; Leningrad: Glavnaya redaktsiya energeticheskoy literatury, 1936, 303 p.
12. Starodubtsev Yu.N., Belozеров V.Ya. *Magnetic Properties of Amorphous and Nanocrystalline Alloys*. Ekaterinburg: Ural'skiy in-t, 2002, 384 p. (In Russ.)
13. Filippov B.N., Zhakov S.V. Theories of dynamic properties of ferromagnetic single-crystal plates with a domain structure. *Fizika metallov i metallovedenie*, 1975, vol. 39, no. 4, pp. 705–717. (In Russ.)
14. Dmitrikov V.F., Shushpanov D.V. Dielectric equivalent circuit over a wide frequency range (0 Hz - 500 MHz). *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2022, vol. 25, no. 3, pp. 43–57. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.3.43-57> (In Russ.)

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2022, vol. 25, no. 4, pp. 100–121

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.100-121

Received 18 April 2022  
Accepted 19 May 2022

### Equivalent circuit of an inductor on a nanocrystalline core with a high magnetic permeability

Vladimir F. Dmitrikov<sup>1</sup>, Dmitry V. Shushpanov<sup>1</sup>, Eduard A. Fochenkov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications  
22, bld. 1, Avenue Bolshevikov,  
Saint Petersburg, 193232, Russia

<sup>2</sup> PJSC «Mstator»  
10, A. Nevsky Street,  
Borovich, Novgorodskaya Region, 174401, Russia

*Abstract* – Based on the measured impedance of the inductors based on a toroidal core wound from a thin (18  $\mu\text{m}$ ) nanocrystalline tape, with a different number of winding turns, an equivalent high frequency (0 Hz - 500 MHz) circuit model was built. The equivalent circuit model was built taking into account the physical processes occurring in the inductor: effect of wire resistance, effect of core material, mutual effect of wire and core material. The attempt explaining why the frequency characteristics (modulus and phase) of the inductor complex impedance have such a character in a wide frequency band (up to 500 MHz) was made. It was shown that for constructing an equivalent circuit model (structure and parameters), measuring only the inductor's resistance modulus is not enough. It is also necessary to measure the phase of the inductor complex resistance, which is ignored in many works on the synthesis of an equivalent inductor circuit. The fundamental difference between the operation of a nanocrystalline core and a ferrite core as applied to high-frequency filters is shown.

*Keywords* – inductor; nanocrystalline core; equivalent circuit; impedance; complex permeability.

## Информация об авторах

**Дмитриков Владимир Федорович**, 1939 г. р., доктор технических наук, профессор кафедры теории электрических цепей и связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, г. Санкт-Петербург, Россия. Заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии ОАО «Газпром», академик РАЭН, член-корр. АЭН, член-корр. МАН ВШ. Окончил в 1967 г. Ленинградский политехнический институт имени М.И. Калинина, радиофизический факультет. Член бюро совета «Научные проблемы систем электропитания» при отделении РАН «Электрофизика, энергетика, электротехника». Автор более 300 научных работ и изобретений, в том числе 6 учебников, 4 учебных пособий, 6 монографий и более 30 авторских свидетельств.

*Область научных интересов:* энергетически высокоэффективные ключевые режимы генерирования и усиления электрических колебаний и информационных сигналов, теория линейных и нелинейных электрических цепей, радиосвязь, радионавигация, преобразовательная техника.

*E-mail:* dmitrikov\_vf@mail.ru

**Шушпанов Дмитрий Викторович**, 1980 г. р., кандидат технических наук, доцент кафедры теории электрических цепей и связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, г. Санкт-Петербург, Россия. Окончил в 2002 г. Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, факультет многоканальных телекоммуникационных систем. В 2005 г. окончил аспирантуру при Санкт-Петербургском государственном университете телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича. Автор более 110 научных работ, в том числе одной монографии.

*Область научных интересов:* энергетически высокоэффективные ключевые режимы генерирования и усиления электрических колебаний и информационных сигналов, теория линейных и нелинейных электрических цепей, устройства преобразовательной техники.

*E-mail:* dimasf@inbox.ru

**Фоченков Эдуард Анатольевич**, 1960 г. р., ведущий инженер, начальник бюро механизации и автоматизации ПАО «Мстатор», г. Боровичи, Новгородская обл., Россия. Окончил в 1980 г. Новгородский политехнический институт, специальность «Конструирование и производство РЭА». Автор более 12 статей.

*Область научных интересов:* технология производства и свойства аморфных и нанокристаллических материалов и магнитопроводов, импульсные источники питания, применение аморфных и нанокристаллических магнитопроводов.

*E-mail:* abc2202@gmail.com

## Information about the Authors

**Vladimir F. Dmitrikov**, born in 1939, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Theory of Electrical Circuits and Communication, the Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg, Russia. Honored Scientist of the Russian Federation, Laureate of the Gazprom Prize, Academician of the Russian Academy of Natural Sciences, Corresponding Member AEN, corresponding member MAN VSH. Graduated in 1967 from the Leningrad Polytechnic Institute. M.I. Kalinin, Faculty of Radiophysics. Member of the Bureau of the Council «Scientific Problems of Power Supply Systems» at the Department of the Russian Academy of Sciences «Electrophysics, Power Engineering, Electrical Engineering». Author of over 300 scientific works and inventions, including 6 textbooks, 4 study guides, 6 monographs and more than 30 copyright certificates.

*Research interests:* highly efficient key modes of generation and amplification of electrical oscillations and information signals, theory of linear and nonlinear electrical circuits, radio communication, radio navigation, conversion technology.

*E-mail:* dmitrikov\_vf@mail.ru

**Dmitry V. Shushpanov**, born in 1980, Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Theory of Electrical Circuits and Communication, the Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg, Russia. Graduated in 2002 from the Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications, Faculty of Multichannel Telecommunication Systems. In 2005 he completed his postgraduate studies at the Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications. Author of over 110 scientific works, including 1 monograph.

*Research interests:* energetically highly efficient key modes of generation and amplification of electrical oscillations and information signals, the theory of linear and nonlinear electrical circuits, devices of conversion technology.

*E-mail:* dimasf@inbox.ru

**Eduard A. Fochenkov**, born in 1960, leading engineer, head of the Bureau of Mechanization and Automation, PJSC «Mstator», Bоровичи, Novgorodskaya Region, Russia. In 1980, he graduated from the Novgorod Polytechnic Institute with a degree in Design and Production of Electronic Equipment. Author of more than 12 articles.

*Research interests:* production technology and properties of amorphous and nanocrystalline materials and magnetic circuits, switching power supplies, application of amorphous and nanocrystalline magnetic circuits.

*E-mail:* abc2202@gmail.com

## Некоторые особенности взаимодействия радиосигнала с турбулентной атмосферой

Д.С. Клюев<sup>1</sup> , А.Н. Волобуев<sup>2</sup> ,  
С.В. Краснов<sup>2</sup> , К.А. Адыширин-Заде<sup>2</sup> ,  
Т.А. Антипова<sup>2</sup> , Н.Н. Александрова<sup>2</sup> 

<sup>1</sup> Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики  
443010, Россия, г. Самара,  
ул. Л. Толстого, 23

<sup>2</sup> Самарский государственный медицинский университет  
443099, Россия, г. Самара,  
ул. Чапаевская, 89

*Аннотация* – На основе решения системы уравнений Максвелла для электромагнитного излучения в турбулентной атмосфере найдено дифференциальное эффективное сечение рассеяния этого излучения на турбулентности. Исследована зависимость сечения рассеяния от длины волны и угла рассеяния. Показано, что взаимодействие электромагнитного излучения и турбулентности атмосферы является взаимодействием детерминированного электромагнитного волнового процесса со стохастическим турбулентным волновым процессом. Отмечено, что волновой вектор рассеянного электромагнитного излучения пропорционален волновому вектору турбулентности.

*Ключевые слова* – турбулентность атмосферы; рассеяние электромагнитных волн; сечение рассеяния; масштаб турбулентности; Фурье-спектр турбулентности.

### Введение

Сверхвысокочастотное электромагнитное излучение (СВЧ-излучение) с длиной волны  $\lambda = 1-10$  см и ультравысокочастотное электромагнитное излучение (УВЧ-излучение) с длиной волны  $\lambda = 10$  см – 1 м широко используется в телевидении и радиолокации.

Эти виды электромагнитного излучения при отсутствии атмосферы в области гравитационного поля планеты распространяются прямолинейно, что ограничивает радиосвязь на этих волнах расстоянием 40–50 км. Более длинные волны дифрагируют на сферической поверхности Земли, что является одной из причин приема радиосигналов за пределами прямой видимости. Однако наличие атмосферы также ведет к возможности восприятия СВЧ- и УВЧ-излучения за пределами горизонта планеты. Это, в частности, связано с отражением излучения от ионизированного слоя в верхних слоях атмосферы, в тропосфере на высоте 10–12 км в умеренных широтах. Кроме того, эффект восприятия этих излучений за пределами горизонта связан также с турбулентностью атмосферы, в частности стратосферы на высоте 12–50 км с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon \approx 1$ .

Процесс распространения электромагнитных волн в атмосфере ранее исследовался многими учеными, в частности [1–5].

Взаимодействие электромагнитного излучения и турбулентности атмосферы с физической точки зрения является взаимодействием детерминированного электромагнитного волнового процесса со стохастическим турбулентным волновым процессом.

Целью настоящей статьи является анализ влияния турбулентных пульсаций в атмосфере на электромагнитное излучение.

### 1. Дифференциальное эффективное сечение рассеяния ультракоротковолнового электромагнитного излучения в турбулентной атмосфере

При анализе распространения ультракоротковолнового электромагнитного излучения в атмосфере в диапазоне  $\lambda = 10$  см – 1 м ее приближенно будем считать неэлектропроводящей средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = n^2$  и магнитной проницаемостью  $\mu = 1$ , где  $n$  – показатель преломления вещества атмосферы.

Система уравнений Максвелла для электромагнитных волн, распространяющихся в атмосфере, имеет вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (4)$$

В уравнениях (1)–(4)  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  – напряженности электрического и магнитного полей в электромагнитной волне,  $\mathbf{D}$  – электрическая индукция в ней,  $t$  – время,  $c$  – скорость света в вакууме, примерно равная скорости света в атмосфере.

Материальное уравнение запишем в виде

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}. \quad (5)$$

Будем считать, что показатель преломления атмосферы незначительно отличается от единицы вследствие флуктуации ее параметров: давления, температуры, влажности и т. д. Поэтому полагаем

$$n = 1 + n', \quad (6)$$

где  $n'$  – случайные пульсации показателя преломления. Величина  $n'$  имеет значение порядка  $10^{-8}$ – $10^{-6}$  [6].

Учитывая  $\varepsilon = n^2$ , а также  $n' \ll 1$ , находим

$$\varepsilon = 1 + 2n' + n'^2 \approx 1 + 2n' = 1 + \varepsilon'. \quad (7)$$

Пульсации диэлектрической проницаемости  $\varepsilon' = 2n'$ , несмотря на их малую величину, приводят к рассеянию электромагнитных волн в атмосфере.

Учитывая синусоидально-колебательный характер электромагнитных волн, уравнения (1) и (2) можно записать в виде, исключая временные производные напряженностей полей в волне:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = ik\mathbf{H}, \quad (8)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = -ik\mathbf{D}. \quad (9)$$

Плотность потока энергии электромагнитных колебаний – вектор Пойнтинга [7] имеет вид

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}). \quad (10)$$

Из уравнения (8) найдем напряженность магнитного поля

$$\mathbf{H} = -\frac{i}{k} \operatorname{rot} \mathbf{E}. \quad (11)$$

Подставив (11) в (10), найдем зависимость вектора Пойнтинга только от напряженности электрического поля в волне:

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = -\frac{ci}{4\pi k} (\mathbf{E} \times \operatorname{rot} \mathbf{E}). \quad (12)$$

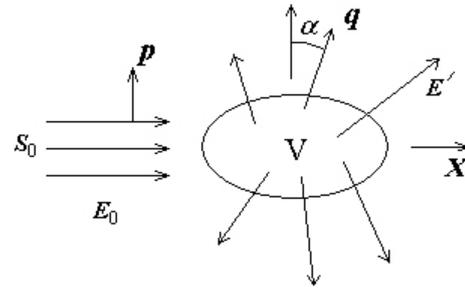


Рис. 1. Рассеяние плоской электромагнитной волны (вектора Пойнтинга) объемом  $V$  с турбулентными пульсациями  
 Fig. 1. Scattering of a plane electromagnetic wave (Poynting vector) by volume  $V$  with turbulent pulsations

Пусть на некоторый условно выделенный объем  $V$ , рис. 1, в котором имеются турбулентные пульсации атмосферы, падает плоская электромагнитная волна с напряженностью электрического поля в волне:

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{p} A_0 e^{ik\mathbf{X}}, \quad (13)$$

где  $\mathbf{X}$  – координата распространения падающей волны,  $\mathbf{p}$  – единичный вектор в плоскости колебаний вектора  $\mathbf{E}_0$ , перпендикулярный направлению распространения волны, т. е. волновому вектору  $\mathbf{k}$ ,  $A_0$  – амплитуда волны,  $k\mathbf{X}$  – фаза волны. Временную составляющую фазы не учитываем, т. к. используются уравнения Максвелла в виде (8) и (9).

Соответствующая этой волне плотность потока энергии, согласно формуле (12), равна

$$\mathbf{S}_0(\mathbf{X}) = -\frac{ci}{4\pi k} \left( \mathbf{E}_0 \times \left( \frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial \mathbf{X}} \right) \right) = \quad (14)$$

$$= -\frac{ci}{4\pi k} \left( \mathbf{p} A_0 e^{ik\mathbf{X}} \times \mathbf{p} A_0 e^{ik\mathbf{X}} i\mathbf{k} \right) = \frac{cA_0^2}{4\pi} \frac{\mathbf{k}}{k} e^{i2k\mathbf{X}},$$

где учтено  $\mathbf{p}^2 = 1$ .

Учитывая, что вектор  $\mathbf{k}$  направлен вдоль координаты  $X$ , находим среднее по длине волны ( $\lambda = 2\pi/k$ ) значение вектора Пойнтинга:

$$\mathbf{S}_0 = \frac{cA_0^2}{4\pi} \frac{\mathbf{k}}{k} \frac{k}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{k}} \left( \operatorname{Re} \left( e^{i2kX} \right) \right) dX = \quad (15)$$

$$= \frac{cA_0^2}{4\pi} \frac{\mathbf{k}}{k} \frac{k}{2\pi} \left[ \int_0^{\frac{2\pi}{k}} \cos^2(kX) dX \right] = \frac{cA_0^2}{8\pi} \frac{\mathbf{k}}{k}.$$

Напряженность электрического поля в объеме  $V$  можно представить в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}', \quad (16)$$

где  $\mathbf{E}'$  – соответствует рассеянным электромагнитным волнам.

Исключим из системы (8), (9) напряженность магнитного поля, находя ротор уравнения (8):

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = ik \text{ rot } \mathbf{H} = k^2 \mathbf{D}. \quad (17)$$

Следовательно,

$$k^2(\mathbf{D}_0 + \mathbf{D}') = \text{rot rot}(\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'),$$

где  $\mathbf{D}_0 = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_0$ , т. к.  $\varepsilon_0 = 1$  – диэлектрическая проницаемость невозмущенной атмосферы,  $\mathbf{D}'$  – турбулентные пульсации электрической индукции. Учитывая, согласно (17),  $k^2 \mathbf{D}_0 = \text{rot rot } \mathbf{E}_0$ , находим уравнение для пульсационных электрических характеристик:

$$k^2 \mathbf{D}' = \text{rot rot } \mathbf{E}', \quad (18)$$

В соответствии с (5) и (7) имеем

$$\mathbf{D} = (1 + 2n') \mathbf{E}$$

$$\text{или } \mathbf{D}_0 + \mathbf{D}' = (1 + 2n')(\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}').$$

Следовательно,

$$\mathbf{D}_0 + \mathbf{D}' = (\mathbf{E}_0 + 2n' \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' + 2n' \mathbf{E}').$$

Учитывая  $\mathbf{D}_0 = \mathbf{E}_0$  и полагая  $2n' \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' \gg 2n' \mathbf{E}'$ , имеем

$$\mathbf{D}' = \mathbf{E}' + 2n' \mathbf{E}_0. \quad (19)$$

Исключая из системы уравнений (18), (19) величину  $\mathbf{E}'$ , находим  $k^2 \mathbf{D}' = \text{rot rot}(\mathbf{D}' - 2n' \mathbf{E}_0)$ . Учитывая формулу векторного анализа  $\text{rot rot } \mathbf{D}' = \text{grad}(\text{div } \mathbf{D}') - \Delta \mathbf{D}'$  и формулу (3) в виде  $\text{div } \mathbf{D}' = 0$ , имеем

$$(\Delta + k^2) \mathbf{D}' = -\text{rot rot}(2n' \mathbf{E}_0). \quad (20)$$

Решение волнового уравнения (20) со случайной правой частью с использованием формулы (13) имеет вид

$$\mathbf{D}'(\mathbf{X}) = \quad (21)$$

$$= \frac{1}{4\pi} \text{rot} \left( \text{rot} \int_V 2n'(\mathbf{X}_1) \mathbf{E}_0(\mathbf{X}_1) \frac{e^{ik|\mathbf{X}-\mathbf{X}_1|}}{|\mathbf{X}-\mathbf{X}_1|} d\mathbf{X}_1 \right) =$$

$$= \frac{A_0}{2\pi} \text{rot} \left( \text{rot } \mathbf{p} \int_V n'(\mathbf{X}_1) \frac{e^{ik\mathbf{X}_1 + ik|\mathbf{X}-\mathbf{X}_1|}}{|\mathbf{X}-\mathbf{X}_1|} d\mathbf{X}_1 \right).$$

Пусть  $\mathbf{q} = \mathbf{X}/|\mathbf{X}|$  – единичный вектор направления исследования, рис. 1. Полагаем, что вне объема  $V$  пульсации отсутствуют, поэтому  $n' = 0$ ,  $\varepsilon = 1$  и  $\mathbf{D} = \mathbf{E}$ , а также (5), (6). Величина  $\mathbf{X}_1$  лежит внутри объема  $V$ , а  $\mathbf{X}$  достаточно далеко от этого объема, поэтому в знаменателе (21) можно величину  $|\mathbf{X}-\mathbf{X}_1|$  заменить  $|\mathbf{X}-\mathbf{X}_1| \approx |\mathbf{X}|$  – расстоянием до точки наблюдения. Кроме того, полагая  $|\mathbf{X}-\mathbf{X}_1| = |\mathbf{X}-\mathbf{q}\mathbf{X}_1| = |\mathbf{X}| - \mathbf{q}\mathbf{X}_1$  и

$$e^{ik\mathbf{X}_1 + ik|\mathbf{X}-\mathbf{X}_1|} = e^{ik\mathbf{X}_1 + ik(|\mathbf{X}| - \mathbf{q}\mathbf{X}_1)} = e^{ik|\mathbf{X}|} e^{i(\mathbf{k}-k\mathbf{q})\mathbf{X}_1},$$

запишем (21) в виде

$$\mathbf{E}'(\mathbf{X}) = \quad (22)$$

$$= \frac{A_0}{2\pi} \text{rot} \left( \text{rot} \frac{\mathbf{p} e^{ik|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|} \int_V n'(\mathbf{X}_1) e^{i(\mathbf{k}-k\mathbf{q})\mathbf{X}_1} d\mathbf{X}_1 \right).$$

Учитываем, что

$$\text{rot}(\text{rot}) = \nabla \times (\nabla \times) = \mathbf{q} \times (\mathbf{q} \times) \frac{\partial^2}{\partial |\mathbf{X}|^2},$$

а также

$$\begin{aligned} \text{rot} \left( \text{rot} \frac{\mathbf{p} e^{ik|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|} \right) &= (\mathbf{q} \times (\mathbf{q} \times \mathbf{p})) \frac{\partial^2}{\partial |\mathbf{X}|^2} \frac{e^{ik|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|} \approx \\ &\approx \frac{k^2 e^{ik|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|} ((\mathbf{q} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{q}). \end{aligned}$$

В связи с тем что длина электромагнитной волны мала по сравнению с расстоянием до точки наблюдения  $|\mathbf{X}| \gg \lambda$ , при нахождении производной знаменатель считаем приблизительно постоянным, т. е. фактически используем плоскую геометрию. В результате получаем

$$\mathbf{E}'(\mathbf{X}) = \frac{k^2 A_0 e^{ik|\mathbf{X}|}}{2\pi |\mathbf{X}|} G ((\mathbf{q} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{q}), \quad (23)$$

где

$$G = \int_V n'(\mathbf{X}_1) e^{i(\mathbf{k}-k\mathbf{q})\mathbf{X}_1} d\mathbf{X}_1$$

– параметр, характеризующий турбулентные пульсации атмосферы.

Вектор  $(\mathbf{q} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{q} = |\sin \alpha|$ , где  $\alpha$  – угол между векторами  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{q}$ , рис. 1. Вектор  $(\mathbf{q} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{q}$  перпендикулярен вектору  $\mathbf{q}$ .

Найдем плотность потока рассеянной электромагнитной энергии по формуле (12):

$$\mathbf{S}' = -\frac{ci}{4\pi k} (\mathbf{E}' \times \text{rot } \mathbf{E}') = \quad (24)$$

$$= -\frac{ci}{4\pi k} \left( \mathbf{E}' \times \mathbf{q} \frac{\partial}{\partial |\mathbf{X}|} \mathbf{E}' \right) = -\frac{ci}{8\pi k} \left( \mathbf{q} \frac{\partial}{\partial |\mathbf{X}|} \mathbf{E}'^2 \right) =$$

$$= -\frac{ci}{8\pi k} \left( \mathbf{q} \frac{k^4 A_0^2}{4\pi^2} G^2 |\sin \alpha|^2 \frac{\partial}{\partial |\mathbf{X}|} \frac{e^{2ik|\mathbf{X}|}}{|\mathbf{X}|^2} \right) \approx$$

$$\approx -\frac{ci}{8\pi k} \left( \mathbf{q} \frac{k^4 A_0^2}{4\pi^2 |\mathbf{X}|^2} G^2 |\sin \alpha|^2 2ike^{2ik|\mathbf{X}|} \right) =$$

$$= \frac{c}{8\pi} \left( \mathbf{q} \frac{k^4 A_0^2}{4\pi^2 |\mathbf{X}|^2} G^2 |\sin \alpha|^2 2e^{2ik|\mathbf{X}|} \right) =$$

$$= \frac{ck^4 A_0^2 |\sin \alpha|^2}{32\pi^3 |\mathbf{X}|^2} G^2 \mathbf{q}.$$

При выводе учтено среднее по длине волны значение  $\text{Re}(e^{2ik|\mathbf{X}|}) = 1/2$ .

Дифференциальное эффективное сечение процесса рассеяния электромагнитных волн объемом  $V$  равно

$$d\sigma = \frac{dP}{|\mathbf{S}_0|}. \quad (25)$$

Поток энергии (мощность)  $dP$  электромагнитных волн, рассеянных в телесный угол  $d\Omega$  в направлении  $\mathbf{q}$ , учитывая (24), равен

$$dP = |\mathbf{S}'| |\mathbf{X}|^2 d\Omega = \frac{ck^4 A_0^2 |\sin \alpha|^2}{32\pi^3} G^2 d\Omega. \quad (26)$$

Подставляя в (26) формулу (15), находим

$$d\sigma = \frac{k^4 |\sin \alpha|^2}{4\pi^2} G^2 d\Omega = \frac{k^4 \sin^2 \alpha}{4\pi^2} G^2 d\Omega. \quad (27)$$

Таким образом, дифференциальное эффективное сечение процесса рассеяния электромагнитных волн турбулентными пульсациями атмосферы подчиняется закону четвертой степени Рэлея:

$$d\sigma \sim k^4 = \frac{16\pi^4}{\lambda^4}, \quad (28)$$

На рис. 2 показано распределение дифференциального эффективного сечения в зависимости от угла  $\alpha$ .

## 2. Влияние турбулентных характеристик атмосферы на рассеяние электромагнитного излучения

Исследуем более подробно параметр

$$G = \int_V n'(\mathbf{X}_1) e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{kq})\mathbf{X}_1} d\mathbf{X}_1,$$

характеризующий турбулизацию атмосферы. Волновой вектор  $\mathbf{k} - \mathbf{kq}$  представляет собой разность между волновыми векторами падающей и рассеянной волн, рис. 2.

Для упрощения анализа турбулентность будем считать однородной и изотропной, т. е. она имеет количественно везде одну и ту же структуру и ее статистические характеристики не зависят от направления.

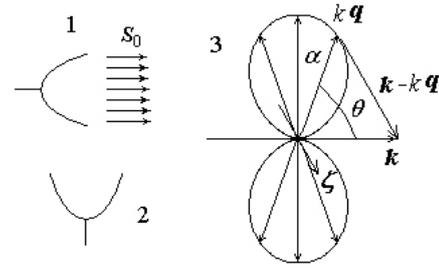


Рис. 2. Схема приема электромагнитных волн, рассеянных на турбулентных пульсациях атмосферы, 1 – излучающая антенна, 2 – приемная антенна, 3 – угловое рассеяние волн  
 Fig. 2. Scheme for receiving electromagnetic waves scattered by turbulent pulsations of the atmosphere, 1 – emitting antenna, 2 – receiving antenna, 3 – angular wave scattering

Двухточечную корреляционную функцию

$$B_{nn}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2) = \langle n'(\mathbf{X}_1) n'(\mathbf{X}_2) \rangle$$

(угловые скобки, как обычно, означают пространственное осреднение) с помощью Фурье-преобразования запишем через Фурье-спектр турбулентности  $F_{nn}(\zeta)$ :

$$B_{nn}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2) = \int \exp(-i\zeta(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2)) F_{nn}(\zeta) d\zeta. \quad (29)$$

В данном случае  $\zeta$  является волновым вектором турбулентного спектра. При взаимодействии электромагнитной волны и турбулентности происходит взаимодействие двух волновых процессов: детерминированного электромагнитного волнового процесса и стохастического турбулентного волнового процесса. Волновой вектор, представляющий разность между волновыми векторами падающей и рассеянной электромагнитных волн  $\mathbf{k} - \mathbf{kq}$ , полагаем пропорциональным волновому вектору турбулентного спектра  $\zeta$ , рис. 2. Это будет обосновано далее.

Таким образом, средний квадрат параметра турбулентности  $G$  равен

$$\langle G^2 \rangle = \int_V \int_V B_{nn}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2) \times \exp(-i\zeta(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2)) d\mathbf{X}_1 d\mathbf{X}_2. \quad (30)$$

Постоянный коэффициент пропорциональности между волновыми векторами  $\mathbf{k} - \mathbf{kq}$  и  $\zeta$  для дальнейших преобразований несущественен, и его полагаем равным единице. В дальнейшем его численное значение уточним.

С другой стороны, используя Фурье-спектр, имеем

$$\langle G^2 \rangle = 8\pi^3 V \int \left( \frac{1}{8\pi^3} \int_V \exp(i\zeta\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right) F_{nn}(\zeta) d\zeta \approx \quad (31)$$

$$\approx 8\pi^3 V \int_0^{\zeta} F_{nn}(\zeta) d\zeta \left( \frac{1}{8\pi^3} \int_V \exp(i\zeta \mathbf{r}) d\mathbf{r} \right),$$

где  $\mathbf{r} = \mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2$ . Весовая функция

$$f(\zeta) = \frac{1}{8\pi^3} \int_V \exp(i\zeta \mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

интеграл от которой по всему волновому пространству равен единице [6]. Поэтому функция  $f(\zeta)$  изменяется незначительно и ее можно вынести за знак интеграла. Величина

$$\int_0^{\zeta} F_{nn}(\zeta) d\zeta \sim \zeta^{\frac{5}{2}}$$

в достаточно большом диапазоне модулей волновых векторов [8]. Этому же закону подчиняется средний квадрат параметра турбулентности  $\langle G^2(\zeta) \rangle$ . Сам параметр турбулентности подчиняется закону, близкому к линейному  $G(\zeta) \sim \zeta^{5/4}$ , а спектральная функция турбулентности приблизительно подчиняется закону

$$F_{nn}(\zeta) \sim \frac{d}{d\zeta} \zeta^{\frac{5}{2}} \sim \zeta^{\frac{3}{2}}.$$

Пусть  $\theta$  – угол рассеяния между волновым вектором  $\mathbf{k}$  падающей электромагнитной волны и направлением  $\mathbf{q}$  рассеянной волны, рис. 2. Тогда из равнобедренного треугольника

$$|\mathbf{k} - \mathbf{kq}| = 2k \left| \sin \frac{\theta}{2} \right|.$$

Учитывая  $k = 2\pi/\lambda$ , находим величину

$$d = \frac{\lambda}{2 \left| \sin \frac{\theta}{2} \right|} = \frac{2\pi}{|\mathbf{k} - \mathbf{kq}|} = \frac{2\pi}{\delta \zeta}, \quad (32)$$

где  $\delta = |\mathbf{k} - \mathbf{kq}|/\zeta$  – параметр, показывающий во сколько раз электромагнитный волновой вектор  $\mathbf{k} - \mathbf{kq}$  больше турбулентного волнового вектора  $\zeta$ .

Формула (32) называется уравнением Вульфа – Брэгга для пространственной дифракционной решетки. Величина  $d$  – аналог периода решетки, т. е. расстояние между структурами, рассеивающими электромагнитные волны. Следовательно, турбу-

лентность атмосферы можно с некоторым приближением представить в виде пространственной дифракционной решетки.

Можно уподобить величину  $d$  масштабу турбулентности. В изотропной турбулентности  $d \approx 0,75/\zeta$  [8]. Сравнение (32) с этой формулой подтверждает пропорциональность волнового вектора  $\mathbf{k} - \mathbf{kq}$ , т. е. разности падающего и рассеянного турбулентностью электромагнитного излучения и волнового вектора турбулентного спектра  $\zeta$ . Кроме того, можно оценить коэффициент пропорциональности  $\delta$  между этими векторами  $2\pi/\delta = 0,75$  и  $\delta \approx 8,37$ , так, что  $\mathbf{k} - \mathbf{kq} \approx 8,37\zeta$ .

## Заключение

Рассеяние ультракоротковолнового электромагнитного излучения на турбулентности атмосферы приводит к различным эффектам, в том числе влияет на дальнюю радиосвязь на ультракоротких волнах. Дифференциальное эффективное сечение рассеяния радиоизлучения на турбулентных флуктуациях показателя преломления относительно длины волны подчиняется закону Рэлея, а геометрически – квадратичному синусоидальному закону с максимумом, перпендикулярным первоначальному направлению излучения.

Показано, что турбулентность атмосферы при взаимодействии с радиоволной можно представить в виде пространственной дифракционной решетки. Найдена зависимость эффективного периода этой решетки от параметров электромагнитной волны и турбулентности.

С физической точки зрения взаимодействие электромагнитного излучения и турбулентности атмосферы является взаимодействием детерминированного электромагнитного волнового процесса со стохастическим турбулентным волновым процессом. При этом волновой вектор, характеризующий разность падающего и рассеянного турбулентностью электромагнитного излучения, пропорционален волновому вектору турбулентного спектра. Длина волны рассеянного электромагнитного излучения примерно на порядок меньше масштаба турбулентности.

## Список литературы

1. Татарский В.И., Голицын Г.С. О рассеянии электромагнитных волн турбулентными неоднородностями тропосферы // Атмосферная турбулентность. Труды Ин-та физики атмосферы АН СССР. 1962. № 4. С. 147–202.
2. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
3. Чернов Л.А. Распространение волн в среде со случайными неоднородностями. М.: АН СССР, 1958. 159 с.

4. Booker H.G., Gordon W.E. A theory of radio scattering in troposphere // *Proceedings of the IRE*. 1950. Vol. 38, no. 4. P. 401–412. DOI: <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1950.231435>
5. Villars F., Weisskopf V.F. On the scattering of radio waves by turbulent fluctuations of the atmosphere // *Proceedings of the IRE*. 1955. Vol. 43, no. 10. P. 1232–1239. DOI: <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1955.277935>
6. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967. С. 548, 565.
7. Крауфорд Ф.С. Волны; пер. с англ. М.: Наука, 1976. С. 323.
8. Хинце И.О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М.: Изд-во физмат. литературы, 1963. С. 226, 279.

## References

1. Tatarskiy V.I., Golitsyn G.S. On the scattering of electromagnetic waves by turbulent inhomogeneities of the troposphere. *Atmosfernaya turbulentsnost'. Trudy In-ta fiziki atmosfery AN SSSR*, 1962, no. 4, pp. 147–202. (In Russ.)
2. Tatarskiy V.I. *Wave Propagation in a Turbulent Atmosphere*. Moscow: Nauka, 1967, 548 p. (In Russ.)
3. Chernov L.A. *Propagation of Waves in a Medium with Random Inhomogeneities*. Moscow: AN SSSR, 1958, 159 p. (In Russ.)
4. Booker H.G., Gordon W.E. A theory of radio scattering in troposphere. *Proceedings of the IRE*, 1950, vol. 38, no. 4, pp. 401–412. DOI: <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1950.231435>
5. Villars F., Weisskopf V.F. On the scattering of radio waves by turbulent fluctuations of the atmosphere. *Proceedings of the IRE*, 1955, vol. 43, no. 10, pp. 1232–1239. DOI: <https://doi.org/10.1109/JRPROC.1955.277935>
6. Monin A.S., Yaglom A.M. *Statistical Hydromechanics*. Part 2. Moscow: Nauka, 1967, pp. 548, 565. (In Russ.)
7. Krauford F.S. *Waves*; Trans. from English. Moscow: Nauka, 1976, p. 323. (In Russ.)
8. Khintse I.O. *Turbulence. Its Mechanism and Theory*. Moscow: Izd-vo fizmat. literatury, 1963, pp. 226, 279. (In Russ.)

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems 2022, vol. 25, no. 4, pp. 122–128

DOI 10.18469/1810-3189.2022.25.4.122-128

Received 18 October 2022  
Accepted 19 November 2022

### Some features of a radio signal interaction with a turbulent atmosphere

Dmitriy S. Klyuev<sup>1</sup> , Andrey N. Volobuev<sup>2</sup> ,  
Sergei V. Krasnov<sup>2</sup> , Kaira A. Adyshirin-Zade<sup>2</sup> ,  
Tatyana A. Antipova<sup>2</sup> , Natalia N. Aleksandrova<sup>2</sup> 

<sup>1</sup> Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics  
23, L. Tolstoy Street,  
Samara, 443010, Russia

<sup>2</sup> Samara State Medical University  
89, Chapayevskaya Street,  
Samara, 443099, Russia

**Abstract** – On the basis of the solution of Maxwell’s equations system for electromagnetic radiation in a turbulent atmosphere the differential effective section of scattering of this radiation on turbulence is found. Dependence of scattering section on wave length and an angle of scattering is investigated. It is shown that interaction of electromagnetic radiation and turbulence of an atmosphere is interaction of the determined electromagnetic wave process with stochastic turbulent wave process. It is marked, that the wave vector of scattering electromagnetic radiation is proportional to a wave vector of turbulence.

**Keywords** – turbulence of an atmosphere; scattering of electromagnetic waves; section of scattering; scale of turbulence; Fourier-spectrum of turbulence.

---

### Информация об авторах

Клюев Дмитрий Сергеевич, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия. Автор более 250 научных работ.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны, метаматериалы.

E-mail: [klyuevd@yandex.ru](mailto:klyuevd@yandex.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

**Волобуев Андрей Николаевич**, доктор технических наук, профессор кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 400 научных работ.

*Область научных интересов:* биофизика, радиофизика.

*E-mail:* volobuev47@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-8624-6981>

**Краснов Сергей Викторович**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 100 научных работ.

*Область научных интересов:* биофизика, информационные технологии в медицине, теория искусственного интеллекта.

*E-mail:* s.v.krasnov@samsmu.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-5437-3062>

**Адыширин-Заде Каира Алимовна**, кандидат педагогических наук, доцент кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 50 научных работ.

*Область научных интересов:* биофизика, радиофизика.

*E-mail:* adysirinzade67@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-3641-3678>

**Антипова Татьяна Александровна**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 50 научных работ.

*Область научных интересов:* биофизика, радиофизика.

*E-mail:* antipovata81@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-5499-2170>

**Александрова Наталья Николаевна**, старший преподаватель кафедры медицинской физики, математики и информатики Самарского государственного медицинского университета, г. Самара, Россия. Автор более 15 научных работ.

*Область научных интересов:* биофизика, радиофизика.

*E-mail:* grecova71@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-5958-3851>

## Information about the Authors

**Dmitriy S. Klyuev**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. Author of over 250 scientific papers.

*Research interests:* electrodynamics, microwave devices, antennas, metamaterials.

*E-mail:* klyuevd@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

**Andrey N. Volobuev**, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 400 scientific papers.

*Research interests:* biophysics, radiophysics.

*E-mail:* volobuev47@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-8624-6981>

**Sergei V. Krasnov**, Doctor of Technical Sciences, professor, chief of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 100 scientific papers.

*Research interests:* biophysics, information technologies in medicine, theory of artificial intellect.

*E-mail:* s.v.krasnov@samsmu.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-5437-3062>

**Kaira A. Adyshirin-Zade**, Candidate of Pedagogical Sciences, associate professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 50 scientific papers.

*Research interests:* biophysics, radiophysics.

*E-mail:* adysirinzade67@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0003-3641-3678>

**Tatyana A. Antipova**, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, associate professor of the Department of Medical Physics, Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 50 scientific papers.

*Research interests:* physics, radiophysics.

*E-mail:* antipovata81@gmail.com

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-5499-2170>

**Natalia N. Aleksandrova**, senior lecturer of the Department of Medical Physics Mathematics and Informatics, Samara State Medical University, Samara, Russia. Author of over 15 scientific papers.

*Research interests:* biophysics, radiophysics.

*E-mail:* grecova71@mail.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0001-5958-3851>

## К сведению авторов

В журнале «Физика волновых процессов и радиотехнические системы» могут быть опубликованы материалы, касающиеся оригинальных исследований и разработок, не публиковавшиеся ранее и не предназначенные для публикации в других изданиях. В зависимости от характера представляемых работ они классифицируются по следующим разделам: общая теория волновых процессов, математические методы в теории волновых процессов, вопросы анализа и синтеза радиотехнических устройств и систем, передача и обработка информации в радиотехнических системах, электродинамика и техника СВЧ и КВЧ, антенно-фидерные системы и распространение радиоволн, теория средств функциональной электроники, нелинейная электродинамика и хаос в радиотехнических системах, экологические и медико-биологические аспекты теории волновых процессов.

Все статьи проходят рецензирование и проверку в программе «Антиплагиат».

Материалы, сопровождаемые актом экспертизы о возможности опубликования, представляются в редакцию по почте и e-mail: klyuevd@yandex.ru). Текст статьи должен быть сохранен в формате **Microsoft Word**. Текст статьи печатается шрифтом **Times New Roman Cyr** (размер 14 пт) через 1,5 интервала на одной стороне стандартного листа формата А4. При использовании других TrueType шрифтов их необходимо прилагать в виде файлов.

Рисунки следует представлять только в виде файлов графических форматов **CDR, VSD, WMF** или **EPS** (векторная графика). Формат CDR предпочтительней. Текст на рисунках печатается шрифтом **Times New Roman Cyr** (размер 10 пт). В случае большой сложности рисунков допускается представление в виде графических форматов TIFF Bitmap и Windows Bitmap (растровая графика) и в виде распечатки на отдельных листах. Все рисунки должны быть приложены в виде отдельных графических файлов (для растровой графики – разрешением 600 dpi).

**Все формулы**, переменные, константы, а также размерности величин, содержащие надстрочные и(или) подстрочные символы, **в том числе и в рисунках**, должны быть набраны в редакторе формул **MathType 5**. Не допускается набор формул в текстовом виде без использования указанного редактора.

**Один из двух экземпляров распечатки должен быть размечен по общепринятым правилам:**

- во всех случаях, когда строчные и прописные буквы одинаковы по начертанию и отличаются только своими размерами (например, С и с, W и w и др.), необходимо подчеркивать прописные буквы двумя чертами снизу, а строчные – двумя чертами сверху;
- для различия между О (буквой) и 0 (нулем) букву О следует подчеркивать двумя чертами снизу;
- надстрочные знаки отчеркиваются дугой  $\cup$ , подстрочные – дугой  $\cap$  (например,  $a_k$ ;  $a^k$ );
- индексы, являющиеся сокращениями от русских слов, поясняются отдельно (предпочтительно использование индексов с латинскими символами);
- греческие буквы подчеркиваются красным карандашом (например,  $\beta$ );
- матрицы подчеркиваются синим карандашом (например,  $\underline{a}$ );
- векторы обозначаются стрелками над буквами, усредненные величины – чертой сверху.

**Внимание! Список литературы должен быть набран с соблюдением ГОСТ Р 7.0.5-2008 Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления.**

– Статьи должны присылаться с указанием авторов, названия (обязательно), полного названия журнала, года, тома, номера или выпуска, страниц. Инициалы следуют после фамилии авторов, в качестве разделителя между страницами используется среднее тире без пробелов, например, 67–78:

Житнюк В.С., Мелков Г.А., Соловьев Д.А. Исследование включения полупроводникового диода в диэлектрический резонатор // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 31. № 7. С. 76–79.

– Книги должны присылаться с указанием авторов, названия, места издания, названия издателя, года, количества страниц. Если авторов трое, то они указываются в начале библиографического описания (Иванов В.П., Архатов З.И., Пономарев С.С. Исследования...); если авторов больше трех, то сначала идет название книги или статьи, а затем через косую фамилия первого автора и слова «и др.» в квадратных скобках, т. е. Исследования... / С.С. Иванов [и др.]:

Кинг Р., Тай-Цзунь У. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн / пер. с англ. Г.В. Воскресенского; под ред. Э.Л. Бурштейна. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962. 195 с.

Полупроводники / С.С. Игнашевич [и др.]; под ред. К.Т. Андреева. СПб., 1978. 34 с.

Жилищное право: электрон. журн. 2007. № 1. URL: <http://www.gilpravo.ru> (дата обращения: 20.08.07).

– Патенты должны присылаться с указанием авторов, названия, номера патента, даты приоритета:

Патент 2003109213/09 (009761 Российская Федерация. Селективное экранирующее покрытие для защиты от электромагнитного излучения / А.А. Долбичкин, В.А. Неганов, О.В. Осипов; приоритет от 01.04.2003. 3 с.

Статья представляется в редакцию в двух экземплярах. Незамеченный экземпляр распечатки должен быть подписан всеми авторами. Отдельно должен быть приложен реферат для ВИНИТИ в двух экземплярах.

Представленные материалы **обязательно** должны включать следующую информацию:

- индекс универсальной десятичной классификации (УДК);
- инициалы и фамилии авторов, ORCID ([orcid.org](http://orcid.org)) на русском и английском языках;
- название статьи на русском и английском языках;
- краткую аннотацию (100–200 слов) и ключевые слова на русском и английском языках;
- реферат для ВИНИТИ (в двух экземплярах);
- краткую (10–15 строк) творческо-биографическую справку, включающую фамилию, имя, отчество (полностью), ученую степень (звание, должность), область научных интересов;
- служебные и домашние адреса с обязательным указанием почтового индекса и номеров средств связи (телефон, e-mail).

При оформлении работ редакция просит руководствоваться приведенными ниже правилами:

- объем материала должен составлять не более 35 машинописных страниц формата А4, отпечатанных через полтора интервала;
- иллюстрации, таблицы выполняются в виде отдельного файла, нумерация проставляется только на распечатке. Обязательны названия на русском и английском языках;
- термины и определения, единицы физических величин, используемые в статье, должны соответствовать действующим ГОСТам;
- нумерация формул проставляется в круглых скобках, ссылки на использованные источники – в квадратных, сноски отмечаются звездочками.

*Рукописи, в которых не соблюдены данные правила, возвращаются авторам без рассмотрения.*

Редакция не ставит в известность авторов об изменениях и сокращениях рукописи, имеющих редакционный характер и не затрагивающих принципиальных вопросов.

ISSN 1810-3189



9 771810 318005