

ISSN 1810-3189 (print)
ISSN 2782-294X (online)
Подписной индекс 72674

ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

**PHYSICS OF WAVE PROCESSES
AND RADIO SYSTEMS**

2021

**Том 24 | Vol. 24
№ 4 | No. 4**

ФИЗИКА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Периодический теоретический и научно-практический журнал
2021. Том 24, № 4

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Журнал включен в библиографические базы данных ВИНТИ (<http://www.viniti.ru>), ULRICHS Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>) и РИНЦ (<http://www.elibrary.ru>).

Учредитель журнала:

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева

Соучредитель журнала:

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

Главный редактор:

д.ф.-м.н., доц. *Клюев Д.С.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

Зам. главного редактора:

д.ф.-м.н., проф. *Завершинский И.П.*

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (г. Самара, Россия)

Редакционная коллегия:

д.ф.-м.н., проф. *Бобрешов А.М.*

Воронежский государственный университет (г. Воронеж, Россия)

д.т.н., проф. *Бузов А.Л.*

АО «Самарское Инновационное Предприятие Радиосистем» (г. Самара, Россия)

проф. *Ван Лил Э.*

Лёвенский католический университет (г. Лёвен, Бельгия)

д.т.н., проф. *Волобуев А.Н.*

Самарский государственный медицинский университет (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Воскресенский Д.И.*

Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., акад. РАН *Гуляев Ю.В.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.т.н., проф. *Дмитриков В.Ф.*

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций имени проф. М.А. Бонч-Бруевича (г. Санкт-Петербург, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Ивахник В.В.*

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (г. Самара, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Ильинский А.С.*

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова (г. Москва, Россия)

проф. *Кузаев Г.А.*

Норвежский университет естественных и технических наук (г. Тронхейм, Норвегия)

д.т.н., проф. *Мещанов В.П.*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского (г. Саратов, Россия)

д.т.н., проф. *Морозов Г.А.*

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)

д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН *Никитов С.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н. *Осипов О.В.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

д.т.н., проф. *Пихтелев А.И.*

Нижегородский научно-исследовательский приборостроительный институт «Кварц» (г. Нижний Новгород, Россия)

д.т.н., проф. *Пономарев Л.И.*

Московский авиационный институт (государственный технический университет) (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Потапов А.А.*

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН (г. Москва, Россия)

д.ф.-м.н., проф. *Просвирнин С.Л.*

Радиоастрономический институт Национальной академии наук Украины (г. Харьков, Украина)

лект. *Сидоров К.А.*

Кардиффский университет (г. Кардифф, Великобритания)

н.с. *Чернокожин Е.В.*

Тель-Авивский университет (г. Тель-Авив, Израиль)

проф. *Черняков М.С.*

Бирмингемский университет (г. Бирмингем, Великобритания)

д.ф.-м.н., проф. *Шевяхов Н.С.*

Саровский физико-технический институт НИЯУ МИФИ (г. Саров, Россия)

д.т.н., проф. *Яцьишен В.В.*

Волгоградский государственный университет (г. Волгоград, Россия)

д.т.н., проф. *Яшин А.А.*

Медицинский институт Тульского государственного университета (г. Тула, Россия)

Ответственный секретарь:

д.ф.-м.н. *Табаков Д.П.*

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Самара, Россия)

Выпускающий редактор: *Мурзинова Т.А.*

Лит. редактирование и корректура: *Мурзиновой Т.А.*

Информация на английском языке: *Стрельникова М.С.*

Компьютерный набор и верстка: *Градинарь И.М.*

Адрес редакции:

443010, Россия, г. Самара, ул. Л. Толстого, 23

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, к. 342

Тел. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/index.php/pwp>

Адрес издателя:

443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, 34, корп. 22а, 312б,

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева,

Центр периодических изданий Самарского университета.

Тел. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Издается с 1998 г. Выходит 4 раза в год.

Издание зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций – ПИ № ФС 77-68199 от 27.12.2016



Все статьи распространяются по лицензии Creative Commons «Attribution» («Атрибуция»)

4.0 Всемирная. Для подробной информации посетите <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королева, 2021

© Поволжский государственный университет

телекоммуникаций и информатики, 2021

Подписано в печать 30.12.2021

Формат 60 × 84/8. Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 10,3

Цена свободная. 0+. Тираж 100 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинала-макета в типографии ООО «Слово»

443070, Российская Федерация, г. Самара, ул. Песчаная, 1

Тел.: (846) 267-36-82, 267-36-83, e-mail: izdatkniga@yandex.ru

PHYSICS OF WAVE PROCESSES AND RADIO SYSTEMS

**Fizika volnovykh processov
i radiotekhnicheskie sistemy**

Theoretical and Scientific Journal

2021, vol. 24, no. 4

The journal is included by the Higher Attestation Commission into the List of leading scientific journals and publications in the Russian Federation, where basic scientific results of doctoral theses should be published (Bulletin of the Higher Attestation Commission of the Ministry of Education and Science).

The journal is included in bibliographic databases VINITI (<http://www.viniti.ru>), ULRICH'S Periodical Directory (<http://www.ulrichsweb.com>), and the Russian Science Citation Index (<http://www.elibrary.ru>).

A Publication of

Samara National Research University

and

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

Editor in Chief:

asst. prof. *D.S. Klyuev*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

Deputy Chief Editor:

prof. *I.P. Zavershinsky*

Samara National Research University (Samara, Russia)

Editorial Board:

prof. *A.M. Bobreshov*

Voronezh State University (Voronezh, Russia)

prof. *A.L. Buzov*

Samara Innovative Radio Systems Enterprise (Samara, Russia)

prof. *M.S. Cherniakov*

University of Birmingham (Birmingham, UK)

researcher *E.V. Chernokozhin*

Tel Aviv University (Tel Aviv, Israel)

prof. *V.F. Dmitrikov*

The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications (Saint Petersburg, Russia)

academician of RAS *Yu.V. Gulyaev*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

prof. *A.S. Ilyinsky*

Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia)

prof. *V.V. Ivakhnik*

Samara National Research University (Samara, Russia)

prof. *G.A. Kouzaev*

Norwegian University of Science and Technology (Trondheim, Norway)

prof. *V.P. Meshchanov*

Saratov State University (Saratov, Russia)

prof. *G.A. Morozov*

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI (Kazan, Russia)

corresp. member of RAS *S.A. Nikitov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

prof. *O.V. Osipov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

prof. *A.I. Pikhteleev*

Nizhny Novgorod Research Instrument Engineering Institute «Quartz» (Nizhny Novgorod, Russia)

prof. *L.I. Ponomarev*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

prof. *A.A. Potapov*

Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

prof. *S.L. Prosvirnin*

Radio Astronomy Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine (Kharkiv, Ukraine)

prof. *N.S. Shevyakhov*

Sarov Physics and Technology Institute of the National Research Nuclear University MEPhI (Sarov, Russia)

lecturer *K.A. Sidorov*

Cardiff University (Cardiff, UK)

prof. *E. Van Lil*

KU Leuven (Leuven, Belgium)

prof. *A.N. Volobuev*

Samara State Medical University (Samara, Russia)

prof. *D.I. Voskresensky*

Moscow Aviation Institute (State Technical University) (Moscow, Russia)

prof. *A.A. Yashin*

Medical Institute of Tula State University (Tula, Russia)

prof. *V.V. Yatsyshen*

Volgograd State University (Volgograd, Russia)

Executive Editor:

asst. prof. *D.P. Tabakov*

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (Samara, Russia)

Commissioning Editor: *T.A. Murzinova*

Proofreading: *T.A. Murzinova*

Language Editor: *M.S. Strelnikov*

Typesetting: *I.M. Gradinar*

Editorial Office: 23, L. Tolstoy St., Rm. 342, Samara, 443010, Russia

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatic.

Tel. (846) 339-11-21, e-mail: klyuevd@yandex.ru

URL: <https://journals.ssau.ru/index.php/pwp>

Publisher Office: 34, bldg. 22a, Moskovskoye shosse, rm. 312b, Samara, 443086, Russia

Samara National Research University, Center of Periodical Publications of Samara University.

Tel. (846) 334-54-06, e-mail: murzinova.tatjana@yandex.ru

Published since 1998. Frequency 4 times a year.

Edition is registered by The Federal Service for Supervision of Communications,

Information Technology, and Mass Media – PI N° FS 77-68199 of 27.12.2016



All articles are licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

For more information, see <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

© Samara National Research University, 2021

© Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 2021

Содержание

<i>В.В. Яцышен</i> Эллипсометрия тонких пленок биологических объектов в условиях полного внутреннего отражения	7
<i>Д.С. Клюев, Ю.В. Соколова</i> Сингулярное интегральное уравнение для электрического вибратора с учетом конечной проводимости металла, из которого он изготовлен	13
<i>В.В. Зайцев, А.В. Карлов</i> Квазигармонические автоколебания в дискретном времени: анализ и синтез динамических систем.....	19
<i>В.Ф. Дмитриков, Д.В. Шушпанов</i> Эквивалентная схема замещения дросселя, намотанного на феррите, в широком диапазоне частот (0 Гц – 500 МГц)	25
<i>А.М. Бобрешов, А.Е. Елфимов, В.А. Степкин, Г.К. Усков</i> Формирование сверхкоротких импульсов с помощью сумматора конструкции Уилкинсона	46
<i>А.С. Белов</i> Особенности генерации и распространения сверхнизкочастотных волн, возбуждаемых в ионосфере Земли, при воздействии мощного КВ-радиоизлучения	53
<i>С.Н. Разиньков, О.Э. Разинькова</i> Совместное применение технологий снижения радиолокационной заметности и противорадиолокационной маскировки для защиты летательных аппаратов от систем дистанционного мониторинга.....	63
<i>И.С. Полянский, И.В. Полянская, К.О. Логинов</i> Алгоритмические решения в задаче оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний	72
К сведению авторов	81

Contents

<i>Valeriy V. Yatsishen</i> Ellipsometry of thin films of biological objects under conditions of total internal reflection.....	7
<i>Dmitriy S. Klyuev, Yulia V. Sokolova</i> Singular integral equation for an electric dipole taking into account the finite metal conductivity from which it is made.....	13
<i>Valery V. Zaitsev, Alexander V. Karlov</i> Quasi-harmonic self-oscillations in discrete time: analysis and synthesis of dynamic systems	19
<i>Vladimir F. Dmitrikov, Dmitry V. Shushpanov</i> Equivalent circuit of a ferrite-wound inductor in a wide frequency range (0 Hz – 500 MHz).....	25
<i>Anatoly M. Bobreshov, Aleksey E. Elfmov, Vladislav A. Stepkin, Grigoriy K. Uskov</i> Generation of ultra-short pulses using the Wilkinson adder	46
<i>Alexey S. Belov</i> Features of generation and propagation of the extremely low frequency waves excited in the ionosphere under the powerful HF radioemission influence.....	53
<i>Sergey N. Razinkov, Olga E. Razinkova</i> Joint application of radar visibility reduction and anti-radar masking technologies to protect aircraft from remote monitoring systems.....	63
<i>Ivan S. Polyanskii, Inna V. Polyanskaya, Kirill O. Loginov</i> Algorithmic solutions to the problem of assessing the information impact on the electorate during election campaigns.....	72
Information for authors	81

Эллипсометрия тонких пленок биологических объектов в условиях полного внутреннего отражения

В.В. Яцышен 

Волгоградский государственный университет
400062, Россия, г. Волгоград,
Университетский пр., 100

Аннотация – Проведен анализ эллипсометрических параметров отраженного света от системы призма - исследуемый материал - воздух при падении на нее циркулярно поляризованного света в условиях наступления явления полного внутреннего отражения. При наступлении полного внутреннего отражения параметр эллипсометрии Δ демонстрирует высокую изменчивость с углом падения в отличие от параметра ρ_0 . Показано, что ПВО наступает при значении угла падения, не равного критическому углу граничащих сред – для двух разных материалов эти углы отличаются друг от друга. В случае пленки явление ПВО наступает при угле, равном критическому углу на границе призма – воздух, и не зависит от материала пленки. Полученные результаты показывают высокую эффективность использования эллипсометрического метода совместно с циркулярно поляризованным падающим излучением для целей диагностики тонких пленок из биологического материала.

Ключевые слова – эллиптически поляризованный свет; параметры эллипсометрии; угловые спектры отражения; полное внутреннее отражение; критический угол.

Введение

В задачах спектроскопии материалов до последнего времени, как правило, использовался поляризованный свет с линейной поляризацией. При этом анализировался отраженный и прошедший свет для взаимно перпендикулярных поляризаций – s и p . Различие в отражательных спектрах для этих поляризаций давало дополнительную информацию по сравнению с диагностикой материалов неполяризованным светом. Наиболее полную информацию о свойствах различных материалов несет спектроскопия с использованием эллиптически поляризованного света. При отражении света от исследуемого образца характер этой поляризации может меняться определенным образом, что может служить дополнительным методом диагностики материала. Например, в работе [1] использовался циркулярно поляризованный свет для анализа оптических свойств квантовой точки. Авторы работы подчеркивают, что возникающая эллиптичность света при воздействии на квантовую точку играет существенную роль. Эллиптически поляризованный свет используется не только для целей диагностики, но и как уникальный способ возбуждения молекулярных систем. Так, в работе [2] описана модель неадиабатического вращательного возбуждения молекул с использованием коротких специфических эллиптически поляризованных лазерных импульсов. В работе [3] показано, что при использовании эллиптически

поляризованного света путем изменения эллиптического параметра можно изменять линейное или нелинейное поглощение световой волны. Одним из самых тонких оптических методов диагностики материалов является метод эллипсометрии. В работе [4] предложен точный эллипсометрический метод анализа когерентного света с малой эллиптичностью. Особую роль занимают способы преобразования поляризации света. В работе [5] сообщается о новом методе преобразования линейно поляризованного света в эллиптический свет с использованием плоскопараллельной пластины. В статье [6] для анализа свойств листа используется свет с круговой поляризацией. В работе автора [7] проведен анализ поляризации отраженного света от различных материалов при

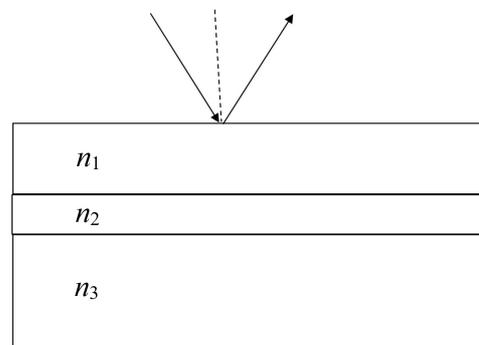


Рис. 1. Геометрия отражения: исследуемая структура с показателями преломления n_1, n_2, n_3
Fig. 1. Geometry of reflection: the structure under study with refractive indices n_1, n_2, n_3

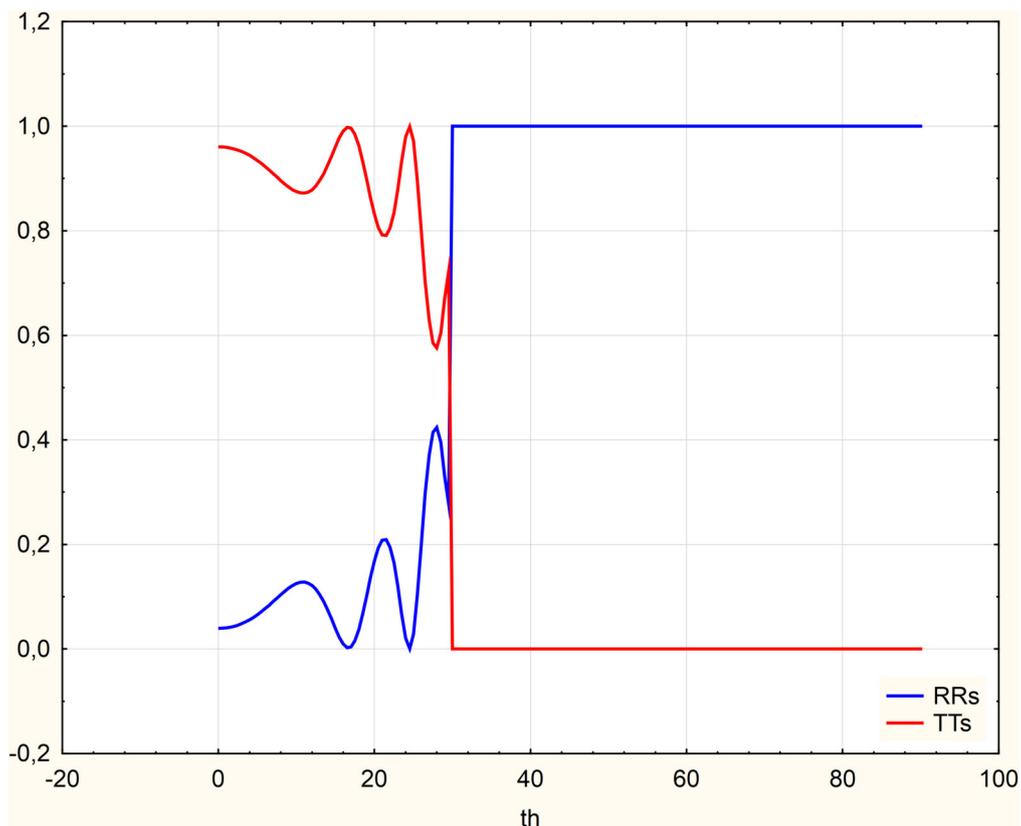


Рис. 2. Угловые энергетические спектры отражения RR_s и прохождения TT_s для пленки водосодержащей биологической ткани – для s-поляризации

Fig. 2. Angular energy spectra of reflection RR_s and transmission TT_s for a film of aqueous biological tissue – for s-polarization

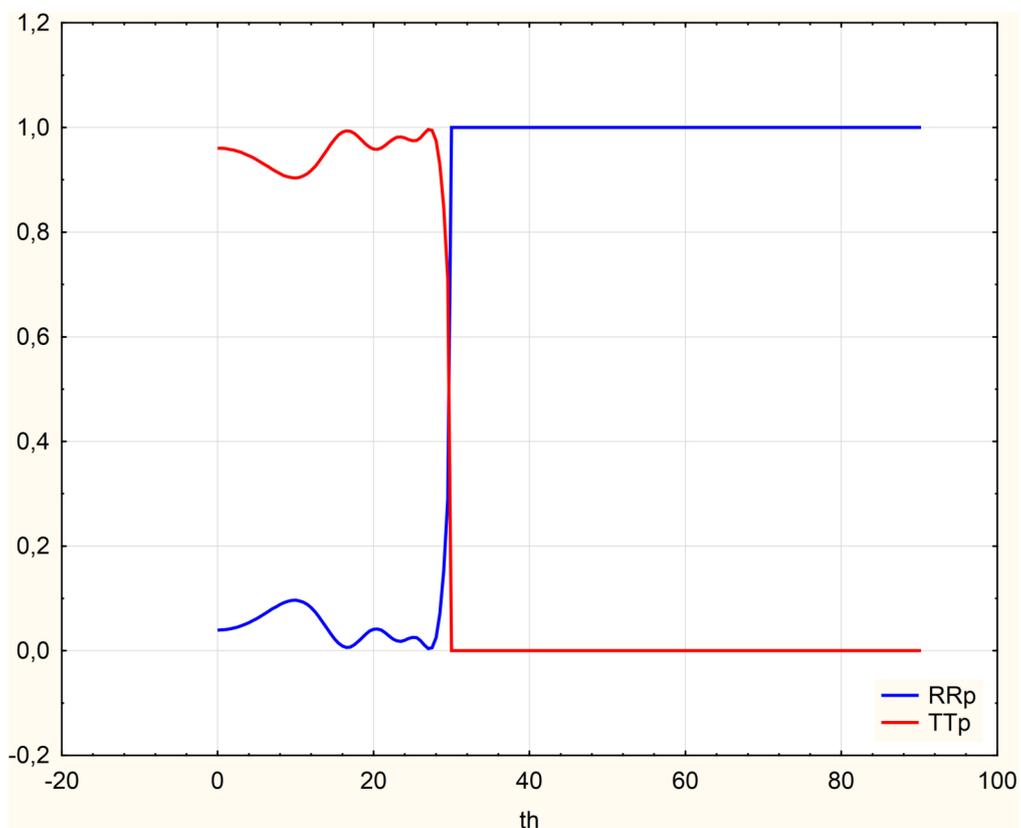


Рис. 3. Угловые энергетические спектры отражения RR_p и прохождения TT_p для пленки водосодержащей биологической ткани – для p-поляризации

Fig. 3. Angular energy spectra of reflection RR_p and transmission TT_p for a film of aqueous biological tissue – for p-polarization

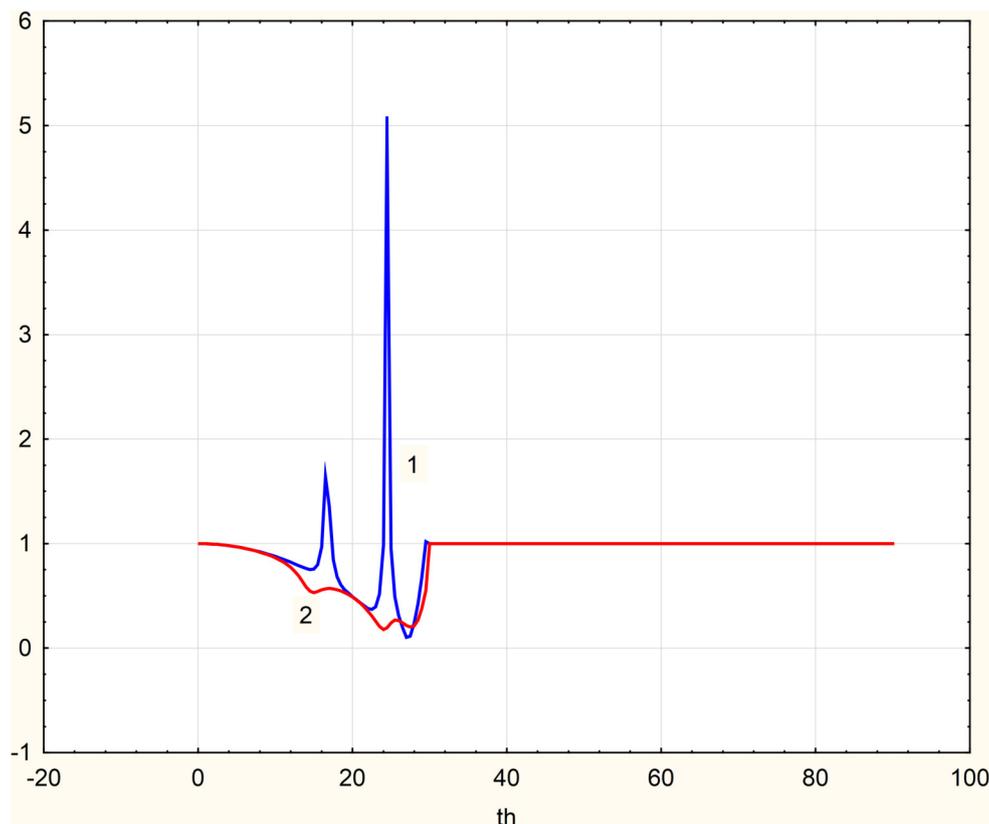


Рис. 4. Угловой спектр эллипсометрического параметра ρ_0 отраженного света для пленок водосодержащей биологической ткани (1) и меланина (2)

Fig. 4. Angular spectrum of the ellipsometric parameter ρ_0 of reflected light for films of aqueous biological tissue and melanin

падении на него циркулярно поляризованного света. При этом была рассмотрена граница только двух сред.

Угловые спектры эллипсометрических параметров в условиях полного внутреннего отражения. Результаты расчетов

В настоящей работе проводится анализ эллипсометрических параметров отраженного от тонкой пленки света круговой поляризации в условиях наступления полного внутреннего отражения на ее границе. Геометрия задачи изображена на рис. 1.

Параметры отражательной эллипсометрии определяются следующим образом:

$$\hat{\rho} = \frac{R_p}{R_s}. \quad (1)$$

Здесь R_p и R_s – амплитудные коэффициенты отражения для s- и p-поляризаций соответственно. Параметр $\hat{\rho}$ можно представить в виде

$$\hat{\rho} = \rho_0 e^{i\Delta}, \quad (2)$$

где ρ_0 – модуль эллипсометрического параметра; Δ – эллипсометрический угол. Часто ρ_0 представляют в виде

$$\rho_0 = \operatorname{tg} \Psi, \quad (3)$$

где Ψ – второй эллипсометрический угол. Эллипсометрические параметры являются более чувствительными, чем обычные энергетические коэффициенты отражения и прохождения. В качестве первой среды была выбрана призма с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = 4$. Исследуемые материалы – водосодержащая биологическая ткань $\epsilon_2 = 1,33$, а также меланин $\epsilon_2 = 1,6$. Наконец, третья среда – воздух $\epsilon_3 = 1$. Длина волны падающего излучения $\lambda = 0,64 \mu\text{m}$, толщина пластинки $d = 2 \mu\text{m}$. Показатель преломления каждой среды определяется как корень квадратный из диэлектрической проницаемости. Из приведенных значений диэлектрических проницаемостей видно, что следует ожидать наступления полного внутреннего отражения при критическом угле падения. На рис. 2 показан угловой спектр отражения s-поляризованной составляющей отраженного излучения. А на рис. 3 – p-поляризованной составляющей. Из этих рисунков видно, что после наступления полного внутреннего отражения энергетические спектры отражения для обеих поляризаций становятся равными единице.

На рис. 4 показаны угловые спектры параметра эллипсометрии ρ_0 для двух материалов – биоло-

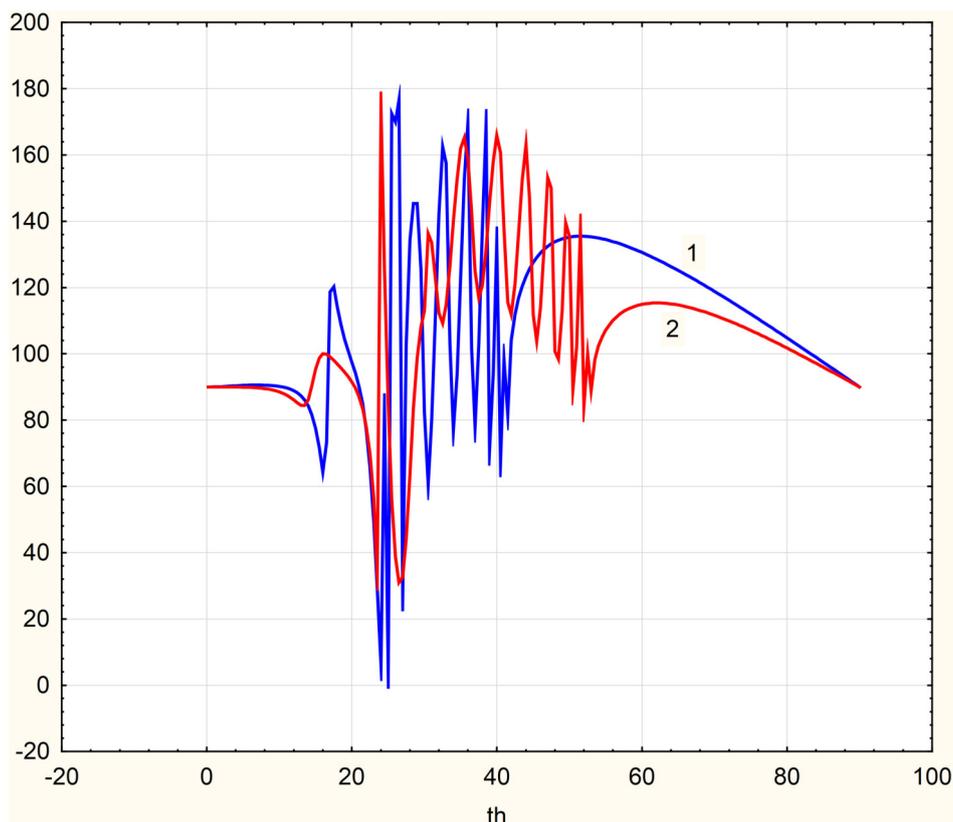


Рис. 5. Угловой спектр эллипсометрического параметра Δ отраженного света для пленок водосодержащей биологической ткани (1) и меланина (2)

Fig. 5. Angular spectrum of the ellipsometric parameter Δ of reflected light for films of aqueous biological tissue and melanin

гической ткани и меланина. Следует отметить необычное поведение этого параметра для ткани – резкое возрастание при некоторых углах падения, особенно выделяется максимум при угле $24,5^\circ$. Детальный анализ причины этого явления показал, что максимумы обусловлены интерференционными минимумами амплитудного коэффициента отражения R_s .

На рис. 5 показан ход спектральной зависимости эллипсометрического угла Δ . Необходимо подчеркнуть, что для падающего циркулярно поляризованного излучения эллипсометрические параметры равны $\rho_0 = 1$, $\Delta = 90$ соответственно. Из рис. 2 видно, насколько сильно может исказиться исходно падающее излучение – из круговой поляризации в эллиптическую поляризацию отраженного света со значительно отличающимися полуосями за счет большого значения параметра ρ_0 .

Особенно интересна изменчивая картина второго эллипсометрического параметра – мы видим, что даже после наступления явления полного внутреннего отражения этот параметр испытывает сильную угловую зависимость. Для различных материалов эта зависимость отличается, в то время как первый эллипсометрический параметр ведет

себя в области ПВО одинаково для различных материалов. Проведенный анализ показал, что обнаружен интересный факт – полное внутреннее отражение наступает раньше, чем, если бы граничили только две среды – призма и исследуемый материал. Фактически ПВО наступает при угле падения 30 градусов, что соответствует критическому углу призма – воздух независимо от материала пленки.

Заключение

Проведен анализ эллипсометрических параметров отраженного света от системы «призма – исследуемый материал – воздух» при падении на нее циркулярно поляризованного света в условиях наступления явления полного внутреннего отражения. Показано, что изначально поляризованное по кругу падающее излучение при отражении превращается в эллиптически поляризованное, причем существуют фиксированные области углов падения, где это изменение поляризации наиболее выражено. При наступлении полного внутреннего отражения параметр эллипсометрии демонстрирует высокую изменчивость с углом падения в отличие от параметра ρ_0 . Показано, что ПВО

наступает при значении угла падения, не равного критическому углу граничащих сред – для двух разных материалов эти углы отличаются. В случае пленки явление ПВО наступает при угле, равном критическому углу на границе призма – воздух и не зависит от материала пленки.

Список литературы

1. Lahon S., Jha P.K., Mohan M. Effect of elliptically polarized laser field on linear and non-linear properties of quantum dot // *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*. 2010. Vol. 43, no. 1. P. 211–215. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physe.2010.07.010>
2. Maan A., Tyagi A., Prasad V. Field-free molecular orientation by delayed elliptically polarized laser pulses // *Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy*. 2018. Vol. 188. P. 268–275. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.saa.2017.07.012>
3. Solookinejad G. Polarized dependence of nonlinear susceptibility in a single layer graphene system in infrared region // *Physica B: Condensed Matter*. 2016. Vol. 497. P. 67–70. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physb.2016.06.014>
4. Bibikova E., Al-wassiti N., Kundikova N. New ellipsometric approach for determining small light ellipticities // *Optics and Lasers in Engineering*. 2019. Vol. 116. P. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2018.12.004>
5. Xu L., Liu J., Wang C. Novel Polarization conversion method of linearly polarized light at specific incident angle based on plane-parallel plate // *Optik*. 2019. Vol. 188. P. 187–192. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2019.05.039>
6. Fuertes M.-A., Flores J.-A., Sierro F. J. The use of circularly polarized light for biometry, identification and estimation of mass of coccoliths // *Marine Micropaleontology*. 2014. Vol. 113. P. 44–55. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.marmicro.2014.08.007>
7. Yatsishen V., Amelchenko Y. Ellipsometry of biological objects in the mode of attenuated total reflection (ATR) using a circularly polarized laser light // *Proc. SPIE. Saratov Fall Meeting 2019: Laser Physics, Photonic Technologies, and Molecular Modeling*. 2020. Vol. 11458. P. 114580S. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2564203>

References

1. Lahon S., Jha P.K., Mohan M. Effect of elliptically polarized laser field on linear and non-linear properties of quantum dot. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 2010, vol. 43, no. 1, pp. 211–215. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physe.2010.07.010>
2. Maan A., Tyagi A., Prasad V. Field-free molecular orientation by delayed elliptically polarized laser pulses. *Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy*, 2018, vol. 188, pp. 268–275. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.saa.2017.07.012>
3. Solookinejad G. Polarized dependence of nonlinear susceptibility in a single layer graphene system in infrared region. *Physica B: Condensed Matter*, 2016, vol. 497, pp. 67–70. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physb.2016.06.014>
4. Bibikova E., Al-wassiti N., Kundikova N. New ellipsometric approach for determining small light ellipticities. *Optics and Lasers in Engineering*, 2019, vol. 116, pp. 1–5. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2018.12.004>
5. Xu L., Liu J., Wang C. Novel Polarization conversion method of linearly polarized light at specific incident angle based on plane-parallel plate. *Optik*, 2019, vol. 188, pp. 187–192. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2019.05.039>
6. Fuertes M.-A., Flores J.-A., Sierro F. J. The use of circularly polarized light for biometry, identification and estimation of mass of coccoliths. *Marine Micropaleontology*, 2014, vol. 113, pp. 44–55. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.marmicro.2014.08.007>
7. Yatsishen V., Amelchenko Y. Ellipsometry of biological objects in the mode of attenuated total reflection (ATR) using a circularly polarized laser light. *Proc. SPIE. Saratov Fall Meeting 2019: Laser Physics, Photonic Technologies, and Molecular Modeling*, 2020, vol. 11458, p. 114580S. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2564203>

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2021, vol. 24, no. 4, pp. 7–12

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.4.7-12

Received 28 September 2021
Accepted 29 October 2021

Ellipsometry of thin films of biological objects under conditions of total internal reflection

Valeriy V. Yatsishen 

Volgograd State University
100, Prospekt Universitetsky,
Volgograd, 400062, Russia

Abstract – An analysis of the ellipsometric parameters of the reflected light from the prism – test material – air system is carried out when circularly polarized light is incident on it under the conditions of the onset of the phenomenon of total internal reflection. At the onset of total internal reflection, the ellipsometry parameter Δ shows high variability with the angle of incidence, in contrast to the parameter ρ_0 . It is shown that TIR occurs when the angle of incidence is not equal to the critical angle of the adjacent media – for two different materials, these angles differ from each other. In the case of a film, the TIR

phenomenon occurs at an angle equal to the critical angle at the prism-air interface and does not depend on the film material. The results obtained show the high efficiency of using the ellipsometric method together with circularly polarized incident radiation for diagnostics of thin films made of biological material.

Keywords – elliptically polarized light; ellipsometry parameters; angular reflection spectra; total internal reflection; critical angle.

Информация об авторе

Яцышен Валерий Васильевич, доктор технических наук, профессор кафедры судебной экспертизы и физического материаловедения Института приоритетных технологий Волгоградского государственного университета, г. Волгоград, Россия. Окончил физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова в 1976 г., а в 1979 г. – аспирантуру физфака МГУ. В 1980 г. в МГУ защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.03 «Радиофизика, включая квантовую радиофизику». В 1997 г. в Московском государственном институте радиотехники, электроники и информатики (технический университет) защитил докторскую диссертацию по специальности 01.04.03 «Радиофизика» в области технических наук.

Область научных интересов: электродинамика и оптика конденсированных сред, включая наноматериалы, метаматериалы, композитные наноматериалы и среды с пространственной дисперсией; нелинейные волновые процессы в средах и нелинейная оптика.

E-mail: yatsyshen.valeriy@volsu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4185-2333>

Information about the Author

Valeriy V. Yatsishen, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Forensic Science and Physical Materials Science, Institute of Priority Technologies, Volgograd State University, Volgograd, Russia. Graduated from the Physics Department of Lomonosov Moscow State University in 1976, and in 1979 – post-graduate study at the Physics Department of Lomonosov Moscow State University. In 1980 at Lomonosov Moscow State University he defended his thesis for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in the specialty 01.04.03 «Radiophysics, including quantum radiophysics». In 1997 at the Moscow State Institute of Radio Engineering, Electronics and Informatics (Technical University) he defended his doctoral dissertation in the specialty 01.04.03 «Radiophysics» in the field of technical sciences.

Research interests: electrodynamics and optics of condensed media, including nanomaterials, metamaterials, composite nanomaterials and media with spatial dispersion; nonlinear wave processes in media and nonlinear optics.

E-mail: yatsyshen.valeriy@volsu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4185-2333>

Сингулярное интегральное уравнение для электрического вибратора с учетом конечной проводимости металла, из которого он изготовлен

Д.С. Ключев , Ю.В. Соколова 

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

Аннотация – Получено сингулярное интегральное уравнение для электрического вибратора, позволяющее учитывать конечную проводимость металла, из которого он изготовлен. Вывод сингулярного интегрального уравнения основан на применении функции Грина для свободного пространства, записанной в цилиндрической системе координат с учетом отсутствия зависимости поля от азимутальной координаты, от точечного источника, расположенного на поверхности электрического вибратора. Предложены методы его решения. В отличие от известных математических моделей электрического вибратора, построенных в приближении идеального проводника, применение полученного в данной работе сингулярного интегрального уравнения позволяет учесть тепловые потери и рассчитать КПД.

Ключевые слова – электрический вибратор; поле в ближней зоне; некорректная математическая задача; функция Грина; сингулярные интегральные уравнения; самосогласованная постановка задачи; тепловые потери; конечная электрическая проводимость; КПД.

Введение

Проблема определения электромагнитных полей (ЭМП) непосредственно вблизи радиотехнических устройств (с точки зрения терминологии теории антенн – в ближней зоне антенны) связана с исследованиями в областях электромагнитной совместимости (ЭМС), электромагнитной экологии (ЭМЭ), а также в области антенных измерений. Обычно электромагнитное поле излучения электрического вибратора (рис. 1) вычисляется с помощью z -составляющей векторного электродинамического потенциала A_z^e , определяемой через z -составляющую тока на вибраторе $I_z(z) = 2\pi a \eta_z(z)$ (η_z – z -составляющая поверхностной плотности тока на вибраторе, a – радиус вибратора) [1–3]:

$$A_z^e(\rho, z) = \int_{-l}^l I_z(z') G(\rho, z - z') dz', \quad (1)$$

$$G(\rho, z - z') = \frac{1}{4\pi R} \exp\{-ikR\}, \quad (2)$$

где $R = \sqrt{(z - z')^2 + \rho^2}$; $k = \omega \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}$ – волновое число; ω – циклическая частота; ϵ_0 – электрическая постоянная, μ_0 – магнитная постоянная; ϵ , μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, окружающей вибратор, соответственно; $2l$ – длина вибратора. Очевидно, что $G(\rho, z - z')$ – функция Грина свободного простран-

ства от точечного источника, помещенного в точку ($\rho = 0, z = z'$), т. е. на линию $\rho = 0$. Неизвестное распределение тока $I_z(z)$ по вибратору обычно определяется либо из интегрального уравнения Поклингтона, либо из интегрального уравнения Халлена. Зная функцию $I_z(z)$, путем обычного дифференцирования выражения (1) по координатам ρ и z [1–3] несложно получить выражения для составляющих электромагнитного поля излучения вибратора в любой точке пространства. Полученные таким образом численные значения полей \vec{E} и \vec{H} в ближней зоне электрического вибратора по крайней мере по двум причинам должны проверяться на достоверность. Во-первых, определение неизвестного тока $I_z(z)$ по вибратору из интегральных уравнений Поклингтона и Халлена (интегральных уравнений Фредгольма первого рода) приводит к некорректно поставленной задаче [4]. Во-вторых, использование при расчетах поля функции Грина (2) приводит к несамосогласованной постановке задачи, т. к. в этом случае отсутствует предельный переход от поля в ближней зоне к полю (току) на поверхности вибратора. В-третьих, в этих уравнениях не учитывается конечная проводимость плеч вибратора.

В [5–8] развит метод сингулярных интегральных уравнений (СИУ), позволяющий задачу расчета распределения тока по электрическому вибратору свести к интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Этот подход дает возможность ма-

тематически корректно подойти к определению распределения поверхностной плотности тока на вибраторе. Однако полученное в этих работах СИУ имеет тот же недостаток – в нем не учтена конечная проводимость плеч вибратора.

Данная работа является обобщением работ [5–8] в том смысле, что получено СИУ для электрических вибраторов с конечной проводимостью плеч, а следовательно, оно позволяет учитывать тепловые потери.

1. Постановка задачи. Сингулярное интегральное представление электромагнитного поля

Будем рассматривать не зависящее от угла φ электромагнитное поле электрического вибратора [6; 7] длиной $2l$ и радиуса a , возбуждаемого в области разрыва ($z \in [l_0 - b, l_0 + b]$) генератором высокой частоты (на рис. 1 показана геометрия вибратора). В предположении отсутствия вариации поля вдоль координаты φ уравнения Максвелла распадаются на две независимые системы относительно составляющих $\{E_\rho, E_z, H_\varphi\}$ и $\{E_\varphi, H_\rho, H_z\}$. Очевидно, что при рассмотрении поля излучения вибраторов относительно малого радиуса ($a < \lambda$) необходимо исходить из системы уравнений Максвелла, описывающей поведение составляющих E_ρ , E_z и H_φ . В этом случае на поверхности вибратора существует только продольная составляющая поверхностной плотности тока η_z .

Исходным для получения СИП электромагнитного поля вибратора является выражение (1) для z -составляющей векторного электродинамического потенциала для электрического тока A_z^e через z -составляющую поверхностной плотности тока η_z на вибраторе, но с другой функцией Грина [9]:

$$G(\rho, z - z') = \frac{1}{8\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ih(z-z')} g(h, \rho) dh, \quad (3)$$

где

$$g(h, \rho) = \begin{cases} J_0(-i\rho v) H_0^{(2)}(-iav) & \text{при } \rho \leq a, \\ J_0(-iav) H_0^{(2)}(-i\rho v) & \text{при } \rho > a. \end{cases}$$

$J_0(x)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $H_0^{(2)}(x)$ – функция Ханкеля второго рода нулевого порядка, $v = \sqrt{h^2 - k^2}$.

Выражение (3) есть функция Грина свободного пространства, записанная в цилиндрической системе координат с учетом отсутствия зависимости поля от координаты φ , от точечного источ-

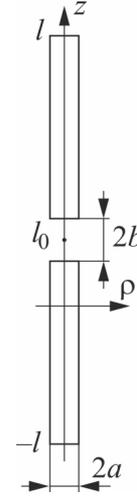


Рис. 1. Геометрия электрического вибратора
Fig. 1. Geometry of the electric vibrator

ника, расположенного в точке $(\rho = a, z = z')$, т. е. на поверхности электрического вибратора. Здесь необходимо отметить, что выбор функции Грина $G(\rho, z - z')$ в (1) в виде (3) соответствует физической модели трубчатого вибратора, согласно которой вибратор представляется в виде двух полых трубок конечных размеров [6; 7]. Составляющие электромагнитного поля излучения вибратора при этом определяются по формулам:

$$\begin{aligned} E_\rho &= \frac{1}{i\omega\epsilon_0\epsilon} \frac{\partial^2 A_z^e}{\partial\rho\partial z}, \\ E_z &= -i\omega\mu_0\mu A_z^e + \frac{1}{i\omega\epsilon_0\epsilon} \frac{\partial^2 A_z^e}{\partial z^2}, \\ H_\varphi &= -\frac{\partial A_z^e}{\partial\rho}. \end{aligned} \quad (4)$$

Подстановка (1) с функцией Грина (3) в (4) приводит к следующим интегральным представлениям для составляющих электромагнитного поля вибратора в любой точке пространства через ток $I_z(z)$ на его поверхности:

$$\begin{aligned} E_\rho(\rho, z) &= \frac{1}{i\omega\epsilon_0\epsilon} \int_{-l}^l I_z(z') G_\rho^{(1)}(\rho, z - z') dz', \\ E_z(\rho, z) &= \frac{1}{i\omega\epsilon_0\epsilon} \int_{-l}^l I_z(z') G_z^{(1)}(\rho, z - z') dz', \\ H_\varphi(\rho, z) &= -\int_{-l}^l I_z(z') G_\varphi^{(1)}(\rho, z - z') dz', \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$G_\rho^{(1)} = \frac{1}{8\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ih(z-z')} g_\rho(h, \rho) dh,$$

$$G_z^{(1)} = \frac{1}{8\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ih(z-z')} g_z(h, \rho) dh, \quad (6)$$

$$G_\varphi^{(1)} = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ih(z-z')} g_\varphi(h, \rho) dh.$$

В соотношениях (6)

$$g_\varphi(h, \rho) = vJ_0(-iav)H_1^{(2)}(-ipv),$$

$$g_\rho(h, \rho) = hg_\varphi(h, \rho),$$

$$g_z(h, \rho) = v^2J_0(-iav)H_0^{(2)}(-ipv) \text{ для } \rho > a,$$

и

$$g_\varphi(h, \rho) = vJ_0(-ipv)H_1^{(2)}(-iav),$$

$$g_\rho(h, \rho) = hg_\varphi(h, \rho),$$

$$g_z(h, \rho) = v^2J_0(-ipv)H_0^{(2)}(-iav) \text{ для } \rho \leq a.$$

Можно показать, что при $\rho = a$

$$\lim_{|h| \rightarrow \infty} g_\varphi(h, a) = \frac{1}{\pi a},$$

$$\lim_{|h| \rightarrow \infty} g_\rho(h, a) = -\frac{ih}{\pi a},$$

$$\lim_{|h| \rightarrow \infty} g_z(h, a) = -i \operatorname{sgn}(h) \frac{h}{\pi a}.$$

Таким образом, несобственные интегралы (6) в интегральных представлениях (5) не сходятся, и простое усечение в них бесконечных пределов может привести к неверным физическим результатам. Поэтому непосредственный переход выражений (5) при $\rho \rightarrow a$ в известные граничные условия невозможен.

Выделим особенности в (6) в явном виде. С этой целью из подынтегральных функций g_z , g_ρ , g_φ в (6) вычтем их асимптотические выражения и перейдем от функции $I_z(z)$ к ее производной $J_z(z) = dI_z(z)/dz$ в соотношениях для E_ρ и E_z . В результате получим следующие СИП:

$$E_\rho(\rho, z) = \frac{1}{i\omega\epsilon\epsilon_0} \int_{-l}^l J_z(z') [G_\varphi(\rho, z-z') + S_1(\rho, z-z')] dz',$$

$$E_z(\rho, z) = \frac{1}{i\omega\epsilon\epsilon_0} \int_{-l}^l J_z(z') [G_z(\rho, z-z') + S_2(\rho, z-z')] dz', \quad (7)$$

$$H_\varphi(\rho, z) = - \int_{-l}^l I_z(z') [G_\varphi(\rho, z-z') + S_1(\rho, z-z')] dz',$$

определяющие поле электрического вибратора в любой точке пространства через функции $J_z(z)$ и $I_z(z)$, определенные на его поверхности. Функции Грина G_φ и G_z представляют собой сходящиеся интегралы:

$$G_\varphi(\rho, z-z') = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ih(z-z')} \Delta g_\varphi(h, \rho) dh, \quad (8)$$

$$G_z(\rho, z-z') = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ih(z-z')} \Delta g_z(h, \rho) dh,$$

где

$$\Delta g_\varphi(h, \rho) = vJ_0(-iav)H_1^{(2)}(-ipv) + \frac{1}{\pi\sqrt{a\rho}} e^{-(\rho-a)|h|},$$

$$\Delta g_z(h, \rho) = \frac{v^2}{h} J_0(-iav)H_0^{(2)}(-ipv) - \frac{i}{\pi\sqrt{a\rho}} \operatorname{sgn}(h) e^{-(\rho-a)|h|} \text{ для } \rho \geq a.$$

Анализ показывает, что функции Δg_z , Δg_φ при $|h| \rightarrow \infty$ убывают не медленнее, чем $O(h^{-2})$. Функции S_1 и S_2 при $\rho \rightarrow a$ имеют выделенные особенности:

$$S_1(\rho, z-z') = -\frac{1}{4\pi^2\sqrt{a\rho}} \left[\frac{\rho-a}{(z-z')^2 + (\rho-a)^2} \right], \quad (9)$$

$$S_2(\rho, z-z') = \frac{1}{4\pi^2\sqrt{a\rho}} \left[\frac{z-z'}{(z-z')^2 + (\rho-a)^2} \right].$$

2. Сингулярное интегральное уравнение, получаемое из интегрального представления электромагнитного поля

Одно из достоинств СИП (7) состоит в том, что они справедливы для любой точки пространства, включая саму излучающую поверхность вибратора $\rho = a$. В этом случае E_z из СИП (7) можно записать в виде

$$E_z(z) = \frac{1}{i4\pi a\omega\epsilon\epsilon_0} \times \left(\int_{-l}^l J_z(z') M(z-z') dz' + \frac{1}{\pi} \int_{-l}^l \frac{J_z(z')}{z-z'} dz' \right), \quad (10)$$

где

$$M(z-z') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ih(z-z')} \times$$

$$\times \left[\frac{\pi a v^2}{h} J_0(-iav) H_0^{(2)}(-iav) - i \operatorname{sgn}(h) \right] dh.$$

Если воспользоваться граничным условием для идеального проводника на поверхности вибратора $\rho = a$:

$$E_z = \begin{cases} 0 & \text{при } z \in [-l, l_0 - b] \cup [l_0 + b, l], \\ -E_z^{\text{CT}} & \text{при } z \in [l_0 - b, l_0 + b], \end{cases}$$

где E_z^{CT} – z -составляющая стороннего электрического поля в зазоре вибратора, то СИП (10) переходит в известное СИУ [5–8]. Однако это уравнение не учитывает тепловые потери в плечах вибратора, потому что они считаются идеально проводящими, т. е. их проводимость равна бесконечности. У реальных вибраторов электрическая проводимость конечна, поэтому ток, протекающий по ним, в общем случае распределен по всему поперечному сечению проводника, но основная его часть будет сосредоточена в скин-слое. Так как на высоких частотах скин-слой весьма тонкий, то реальную объемную плотность тока заменяют эквивалентной поверхностной плотностью тока [11]. В этом случае на печах вибратора z -составляющая напряженности электрического поля уже не будет равна нулю, а будет удовлетворять граничным условиям Леонтовича – Щукина [11]:

$$E_z = \begin{cases} Z_S \eta_z^{\text{ЭКВ}}(z) & \\ \text{при } z \in [-l, l_0 - b] \cup [l_0 + b, l], & (11) \\ -E_z^{\text{CT}} & \text{при } z \in [l_0 - b, l_0 + b], \end{cases}$$

где $\eta_z^{\text{ЭКВ}}(z)$ – z -составляющая эквивалентной поверхностной плотности тока; Z_S – поверхностное сопротивление плечей вибратора, равное [11]:

$$Z_S = \frac{k_p J_0(k_p a)}{\sigma J_1(k_p a)},$$

где

$$k_p = (1-i) \sqrt{\frac{\omega \mu_p \mu_0 \sigma}{2}},$$

σ – удельная проводимость плеч вибратора; J_0 , J_1 – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков соответственно; μ_p – относительная магнитная проницаемость плеч вибратора.

Ток на вибраторе связан с эквивалентной поверхностной плотностью тока соотношением

$$I_z(z) = 2\pi a \eta_z^{\text{ЭКВ}}(z),$$

поэтому граничные условия (11) можно переписать в виде

$$E_z = \begin{cases} \frac{Z_S}{2\pi a} I_z(z) & \\ \text{при } z \in [-l, l_0 - b] \cup [l_0 + b, l], & \\ -E_z^{\text{CT}} & \text{при } z \in [l_0 - b, l_0 + b]. \end{cases}$$

Подставив граничные условия (11) в СИП (10), получаем СИУ, аналогичное полученному в [5–8], но в котором учтена конечная проводимость плеч вибратора, а значит, и тепловые потери:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-l}^l \frac{J_z(z')}{z-z'} dz' = i4\pi a \omega \epsilon \epsilon_0 E_z(z) - \int_{-l}^l J_z(z') M(z-z') dz'. \quad (12)$$

Как видно, в случае идеального проводника СИУ (12) переходит в СИУ, полученное в [5–8].

Для решения СИУ (12) применим к нему формулу обращения интеграла типа Коши неограниченного на концах интервала $[-l, l]$.

$$J_z(z) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{l^2 - z^2}} \times \left(-i4\pi a \omega \epsilon \epsilon_0 \left(\frac{Z_S}{2\pi a} \left(\int_{-l}^{l_0-b} \frac{\sqrt{l^2 - z'^2}}{z'-z} I_z(z') dz' + \int_{l_0+b}^l \frac{\sqrt{l^2 - z'^2}}{z'-z} I(z') dz' \right) - \int_{l_0-b}^{l_0+b} \frac{\sqrt{l^2 - z'^2}}{z'-z} E_z^{\text{CT}}(z') dz' \right) + \int_{-l}^l \int_{-l}^l \frac{\sqrt{l^2 - z'^2}}{z'-z} J_z(z'') M(z'-z'') dz' dz'' \right). \quad (13)$$

Решать уравнение (13) можно, например, методом моментов. Для этого неизвестные функции $I_z(z)$ и $J_z(z)$ необходимо представить в виде разложений в ряды по полиномам Чебышева первого U_n и второго рода T_n :

$$I_z(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{n} \sqrt{1 - (z/l)^2} U_{n-1}(z/l), \quad (14)$$

$$J_z(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n T_n(z/l)}{\sqrt{1 - (z/l)^2}},$$

где A_n – неизвестные коэффициенты, подлежащие определению.

Другие методы решения уравнений подобного рода подробно описаны в [11].

Заключение

Большинство существующих математических моделей электрического вибратора построены в приближении идеального проводника, поэтому не позволяют учитывать тепловые потери, оказывающие существенное влияние на его КПД. Для исследуемой антенны необходимо решить внутреннюю задачу анализа в строгой электродинамической постановке, т. е. определить поверхностную плотность электрического тока на металлической поверхности с учетом ее конечной

проводимости. В настоящее время известен весьма эффективный математический аппарат – аппарат СИУ, который позволяет математически корректно решать такие задачи. В статье с помощью данного аппарата получено СИУ для электрического вибратора, позволяющее, в отличие от известных, учитывать конечную проводимость металла, из которого он изготовлен.

Описанный в статье метод может быть (без особых принципиальных трудностей) применен на другие излучающие структуры, например полосковые вибраторные и рамочные антенны, для которых были получены СИУ в приближении идеального проводника.

Список литературы

1. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны. М.: Энергия, 1975. 528 с.
2. Устройства СВЧ и антенны. Изд. 2-е, доп. и перераб. / Д.И. Воскресенский [и др.]; под ред. Д.И. Воскресенского. М.: Радиотехника, 2006. 376 с.
3. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митры. М.: Мир, 1977. 486 с.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.
5. Неганов В.А., Матвеев И.В. Новый метод расчета тонкого электрического вибратора // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 2000. Т. 43. № 4. С. 335–344.
6. Неганов В.А., Матвеев И.В., Медведев С.В. Метод сведения уравнения Поклингтона для электрического вибратора к сингулярному интегральному уравнению // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. № 12. С. 86–94. URL: <http://journals.ioffe.ru/articles/37819>
7. Неганов В.А., Матвеев И.В. Применение сингулярного интегрального уравнения для расчета тонкого электрического вибратора // Доклады Академии наук. 2000. Т. 373. № 1. С. 36–38. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=44515115>
8. Неганов В.А. Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики. М.: Сайнс-Пресс, 2008. 432 с.
9. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.; Л.: Энергия, 1967. 376 с.
10. Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д. Техническая электродинамика / под ред. Ю.В. Пименова. М.: Радио и связь, 2002. 536 с.
11. Сингулярные и гиперсингулярные интегральные уравнения в теории зеркальных и полосковых антенн / А.Н. Дементьев [и др.]. М.: Радиотехника, 2015. 216 с.

References

1. Markov G.T., Sazonov D.M. *Antennas*. Moscow: Energija, 1975, 528 p. (In Russ.)
2. Voskresensky D.I. et al. *Microwave devices and antennas*. Ed. by D.I. Voskresensky. Moscow: Radiotekhnika, 2006, 376 p. (In Russ.)
3. *Computational Methods in Electrodynamics*. Ed. by R. Mitra. Moscow: Mir, 1977, 486 p. (In Russ.)
4. Tihonov A.N., Arsenin V.Ya. *Methods for Solving Ill-Posed Problems*. Moscow: Nauka, 1979, 288 p. (In Russ.)
5. Neganov V.A., Matveev I.V. A new method for calculating a thin electric vibrator. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Radiofizika*, 2000, vol. 43, no. 4, pp. 335–344. (In Russ.)
6. Neganov V.A., Matveev I.V., Medvedev S.V. A method for reducing the Pocklington equation for an electric vibrator to a singular integral equation. *Pis'ma v ZhTF*, 2000, vol. 26, no. 12, pp. 86–94. URL: <http://journals.ioffe.ru/articles/37819> (In Russ.)
7. Neganov V.A., Matveev I.V. Application of a singular integral equation to calculate a thin electric vibrator. *Doklady Akademii nauk*, 2000, vol. 373, no. 1, pp. 36–38. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=44515115> (In Russ.)
8. Neganov V.A. *Physical Regularization of Ill-Posed Problems in Electrodynamics*. Moscow: Sajns-Press, 2008, 432 p. (In Russ.)
9. Markov G.T., Chaplin A.F. *Excitation of Electromagnetic Waves*. Moscow; Leningrad: Energija, 1967, 376 p. (In Russ.)
10. Pimenov Yu.V., Vol'man V.I., Muravtsov A.D. *Technical Electrodynamics*. Ed. by Yu.V. Pimenov. Moscow: Radio i svjaz', 2002, 536 p. (In Russ.)
11. Dement'ev A.N. et al. *Singular and Hypersingular Integral Equations in the Theory of Mirror and Strip Antennas*. Moscow: Radiotekhnika, 2015, 216 p. (In Russ.)

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2021, vol. 24, no. 4, pp. 13–18

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.4.13-18

Received 8 November 2021
Accepted 9 December 2021

Singular integral equation for an electric dipole taking into account the finite metal conductivity from which it is made

Dmitriy S. Klyuev , Yulia V. Sokolova Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

Abstract – A singular integral equation for an electric dipole has been obtained, which makes it possible to take into account the finite conductivity of the metal from which it is made. The derivation of the singular integral equation is based on the application of the Green’s function for free space, written in a cylindrical coordinate system, taking into account the absence of the dependence of the field on the azimuthal coordinate, on a point source located on the surface of an electric dipole. Methods for its solution are proposed. In contrast to the well-known mathematical models of an electric dipole, built in the approximation of an ideal conductor, the use of the singular integral equation obtained in this work makes it possible to take into account heat losses and calculate the efficiency.

Keywords – electric dipole; field in the near zone; ill-posed mathematical problem; Green’s function; singular integral equations; self-consistent formulation of the problem; heat losses; finite electrical conductivity; efficiency.

Информация об авторах

Клюев Дмитрий Сергеевич, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия. Автор более 200 научных работ.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны, метаматериалы.

E-mail: klyuevd@yandex.ru

ResearcherID Web of Science: O-6025-2015

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Соколова Юлия Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

Область научных интересов: электродинамика, устройства СВЧ, антенны, метаматериалы.

E-mail: ula.81.81@mail.ru

ResearcherID Web of Science: K-8491-2018

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2873-8675>

Information about the Authors

Dmitriy S. Klyuev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. Author of over 200 scientific papers.

Research interests: electrodynamics, microwave devices, antennas, metamaterials.

E-mail: klyuevd@yandex.ru

ResearcherID Web of Science: O-6025-2015

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9125-7076>

Yulia V. Sokolova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Research interests: electrodynamics, microwave devices, antennas, metamaterials.

E-mail: ula.81.81@mail.ru

ResearcherID Web of Science: K-8491-2018

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2873-8675>

Квазигармонические автоколебания в дискретном времени: анализ и синтез динамических систем

В.В. Зайцев¹, А.В. Карлов²

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
443086, Россия, г. Самара,
Московское шоссе, 34

² Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара,
ул. Л. Толстого, 23

Аннотация – Для дискретизации времени в дифференциальном уравнении движения осциллятора (генератора) томсоновского типа предложено использовать сочетание численного метода конечных разностей и асимптотического метода медленно меняющихся амплитуд. Разностные аппроксимации временных производных выбираются таким образом, чтобы, во-первых, сохранить в дискретном времени консервативность и собственную частоту линейного контура автоколебательной системы. Во-вторых, требуется совпадение разностного укороченного уравнения для комплексной амплитуды автоколебаний в дискретном времени с аппроксимацией Эйлера укороченного уравнения для амплитуды автоколебаний в аналоговой системе-прототипе. Показано, что реализация такого подхода позволяет сформировать дискретные отображения осцилляторов томсоновского типа, в частности осциллятора ван дер Поля. Адекватность дискретных моделей аналоговым прототипам подтверждена также численным экспериментом.

Ключевые слова – автоколебательная система; уравнение движения; дискретное время; конечные разности; медленно меняющиеся амплитуды; укороченные уравнения; дискретные отображения томсоновских автогенераторов.

Введение

Автоколебания – фундаментальный процесс, наблюдаемый в природе [1–3]. Среди множества разнообразных временных форм можно выделить квазигармонические (узкополосные) автоколебания. Порождающие их динамические системы – автоколебательные системы – в большинстве случаев содержат резонатор, нелинейный активный элемент и положительную обратную связь. Автоколебательная система на основе высокодобротного резонатора и активного элемента с кубической нелинейностью – генератор (осциллятор) ван дер Поля – служит универсальной моделью систем различной физической природы [4; 5]. Нелинейности более общего вида образуют класс так называемых систем томсоновского типа [6]. С учетом того, что современная теория колебаний рассматривает эволюцию динамических систем как в непрерывном (НВ), так и в дискретном времени (ДВ), представляет интерес временная дискретизация в дифференциальной модели осциллятора, результатом которой является разностное уравнение движения.

Переход к дискретному времени в дифференциальных моделях линейных аналоговых фильтров широко применяется в практике проектирования цифровых фильтров [7]. Помимо решения прикладных задач, такой подход позволяет ввести

в рассмотрение колебательные ДВ-системы как объекты исследования теории колебаний. Применяемая процедура дискретизации времени накладывает свой отпечаток на характеристики порождаемой ДВ-системы. Поэтому один и тот же аналоговый прототип отображается во множество объектов динамики в дискретном времени. Это утверждение, справедливое для линейных систем, тем более относится к автоколебательным системам.

Один из способов временной дискретизации использует введение нелинейных дельта-воздействий в гамильтониан или уравнение движения НВ-системы. Например, в монографии [8] этим способом построено универсальное и стандартное отображение. В статье [9] анализ дельта-импульсной синхронизации применяется для вывода дискретных отображений неавтономного осциллятора ван дер Поля – Дюффинга. В работе [10] для проектирования ДВ-осциллятора ван дер Поля было предложено использовать условие инвариантности импульсной характеристики линейного резонатора автоколебательной системы относительно дискретизации времени. Принцип импульсной инвариантности можно сформулировать также как замену ядра интегрального уравнения движения нелинейного осциллятора дискретизирующей последовательностью дельта-функций с весовыми коэффициентами из отсчетов

импульсной характеристики линейного аналогового контура.

Более традиционные способы основаны на конечно-разностных аппроксимациях временных производных в дифференциальных моделях динамических систем. Например, в статье [11] и монографии [12] дискретизация проведена методом Эйлера. Отмечено, что полученные таким образом дискретные отображения не только наследуют основные черты аналоговых прототипов, но и приобретают новые свойства. Возможности метода конечных разностей для проектирования ДВ-осцилляторов томсоновского типа проанализированы в работе [13].

В настоящей статье дискретизацию времени в дифференциальной модели генератора томсоновского типа предлагается провести на основе совместного использования методов конечных разностей и медленно меняющихся амплитуд.

1. Осциллятор в непрерывном времени

Осциллятор томсоновского типа – базовая модель теории нелинейных колебаний – задается уравнением движения вида

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{\omega_0}{Q} (pS(x) - 1) \frac{dx}{dt}. \quad (1)$$

Здесь ω_0 и Q – собственная частота и добротность линейного резонатора; $S(x)$ – дифференциальная крутизна вольт-амперной характеристики активного элемента; p – параметр превышения порога генерации (порог: $p = 1$). Предполагая в дальнейшем дискретизацию времени с интервалом Δ , введем в уравнение (1) безразмерную временную переменную $\tau = t / \Delta$:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + 4\pi^2 \Omega_0^2 x = 2\pi\nu (pS(x) - 1) \frac{dx}{d\tau}. \quad (2)$$

Здесь $\Omega_0 = \omega_0 / \omega_d$ – собственная частота, измеряемая в единицах частоты дискретизации $\omega_d = 2\pi / \Delta$; $\nu = \Omega_0 / Q$ – полоса резонатора.

Считая, что $\nu \ll 1$, анализ уравнения (2) проведем в приближении метода медленно меняющихся амплитуд (метода ММА), широко используемого при решении прикладных задач теории нелинейных колебаний [14]. В рамках метода осцилляции $x(t)$ представляются в виде

$$x(\tau) = \frac{1}{2} A(\tau) \exp(j2\pi\Omega_0 \tau) + \frac{1}{2} A^*(\tau) \exp(-j2\pi\Omega_0 \tau) \quad (3)$$

с комплексной амплитудой $A(\tau)$ – медленной по сравнению с $\exp(j2\pi\Omega_0 \tau)$ функцией времени. Медленность комплексной амплитуды позволяет пренебречь второй производной $A''(\tau)$ в левой части

уравнения (2) и первой производной $A'(\tau)$ в его правой части.

Дифференциальную крутизну $S(x)$ с осциллирующим аргументом (3) представим ограниченным рядом Фурье, содержащим постоянную составляющую и две первые гармоники:

$$S(x) = S_0(a) + \frac{1}{2} S_1(a) \exp(j2\pi\Omega_0 \tau) + \frac{1}{2} S_2(a) \exp(j4\pi\Omega_0 \tau),$$

где $a = |A|$ – амплитуда осцилляций. После выделения первой гармоники осцилляций (3) из правой части уравнения (2) и приравнивания амплитудных коэффициентов при $\exp(j2\pi\Omega_0 \tau)$ в его правой и левой частях получим так называемое укороченное уравнение вида

$$\frac{dA}{d\tau} = -\pi\nu \left(1 - p \left(S_0(a) - \frac{1}{2} S_2(a) \right) \right) A. \quad (4)$$

На дискретной временной сетке $\tau_n = n\Delta\tau$ с шагом $\Delta\tau = 1$ явный метод Эйлера дает разностную форму укороченного уравнения (4):

$$A_n = A_{n-1} - \pi\nu \left(1 - p \left(S_0(a_{n-1}) - \frac{1}{2} S_2(a_{n-1}) \right) \right) A_{n-1}. \quad (5)$$

Здесь $A_n = A(\tau_n)$ – функция дискретного времени.

2. Осциллятор в дискретном времени

При переходе к дискретному времени в уравнении (2) будем стремиться выполнить два условия. Во-первых, разностный оператор второго порядка, соответствующий левой части уравнения (2), должен быть консервативным и порождать собственные колебания с частотой Ω_0 . Это условие приводит к уравнению собственных колебаний в дискретном времени

$$x_n - 2k_1 x_{n-1} + k_2 x_{n-2} = 0, \quad (6)$$

в котором действительные коэффициенты разностной аппроксимации k_1 и k_2 таковы, что

$$x_n = A_0 \exp(j2\pi\Omega_0 n) = A_0 Z_0^n.$$

Записав для однородного разностного уравнения (6) характеристическое уравнение

$$Z_0^2 - 2k_1 Z_0 + k_2 = 0,$$

нетрудно получить $|Z_0|^2 = 1 = k_2$ и $\text{Re}(Z_0) = \cos(2\pi\Omega_0) = k_1$.

Теперь полное уравнение движения ДВ-осциллятора представим в виде

$$x_n - 2 \cos(2\pi\Omega_0) x_{n-1} + x_{n-2} = 2\pi\nu (pS(x_{n-1}) - 1) (k_3 x_{n-1} - x_{n-2}). \quad (7)$$

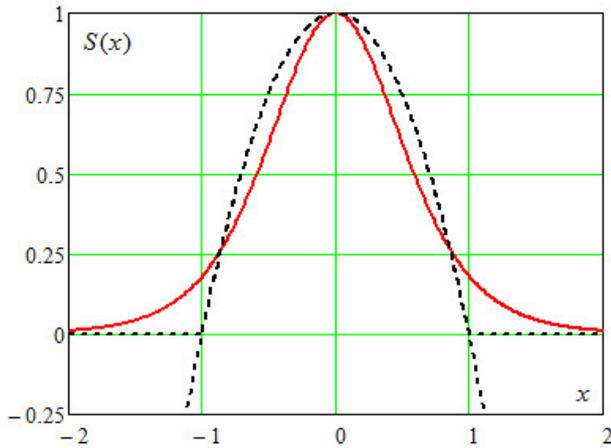


Рис.1. Дифференциальная крутизна активного элемента
 Fig. 1. Active element differential slope

При этом для определения коэффициента k_3 разностной аппроксимации производной в правой части (2) потребуем, чтобы укороченное уравнение для комплексной амплитуды автоколебаний в ДВ-генераторе (7) совпадало с эйлеровым приближением (5) укороченного уравнения (4) для комплексной амплитуды автоколебаний в НВ-генераторе (2).

Метод ММА на автоколебания в дискретном времени распространен в статье [15]. Следуя этой работе, автоколебания в (7) запишем в виде

$$x_n = \frac{1}{2} A_n Z_0^n + \frac{1}{2} A_n^* Z_0^{-n}.$$

Теперь медленность комплексной амплитуды A_n позволяет проводить преобразования левой части уравнения (7) с учетом приближенного равенства $A_n - A_{n-1} = A_{n-1} - A_{n-2}$, а в его правой части считать комплексную амплитуду постоянной. Все остальные шаги ДВ-метода ММА совпадают с аналогичными шагами НВ-метода. В результате приходим к следующему укороченному уравнению для ДВ-осциллятора (7):

$$A_n = A_{n-1} - \nu \frac{(k_3 - Z_0^{-1})}{j \operatorname{Im}(Z_0)} \times \left(1 - p \left(S_0(a_{n-1}) - \frac{1}{2} S_2(a_{n-1}) \right) \right) A_{n-1}. \quad (8)$$

Нетрудно увидеть, что уравнение (8) совпадает с уравнением (5), если положить $k_3 = \operatorname{Re}(Z_0) = \cos(2\pi\Omega_0)$. Таким образом, искомое дискретное отображение (разностное уравнение движения), определяющее ДВ-осциллятор ван дер Поля, имеет вид

$$x_n - 2 \cos(2\pi\Omega_0) x_{n-1} + x_{n-2} = 2\nu \left(p S(x_{n-1}) - 1 \right) \left(\cos(2\pi\Omega_0) x_{n-1} - x_{n-2} \right). \quad (9)$$



Рис. 2. Огибающие автоколебаний НВ- и ДВ-осцилляторов
 Fig. 2. Amplitudes of self-oscillations in continuous and discrete time

При умеренных превышениях порога генерации ($p \leq 10$), когда автоколебания еще можно считать квазигармоническими, отображение (9) воспроизводит в дискретном времени основные характеристики НВ-осциллятора (1). Этот вывод непосредственно следует из способа его формирования. Тем не менее приведем также ряд результатов цифрового анализа временных рядов, генерируемых по алгоритму (9).

3. Численный эксперимент с томсоновским ДВ-осциллятором

В качестве примера рассмотрим автоколебания в ДВ-осцилляторе (9) с нелинейностью дифференциальной крутизны вида

$$S(x) = 1 - \operatorname{th}^2\left(\frac{3}{2}x\right).$$

График функции (10) приведен на рис. 1. Для сравнения пунктирной линией показаны графики квадратичной нелинейности дифференциальной крутизны

$$S(x) = 1 - x^2,$$

соответствующей осциллятору ван дер Поля, и ограниченной квадратичной нелинейности.

Энергетические характеристики НВ- и ДВ-осцилляторов можно сопоставить путем сравнения зависимостей амплитуд A_c и A_d первой гармоники установившихся автоколебаний от величины параметра превышения порога генерации. Соотношение этих зависимостей иллюстрируют графики, приведенные на рис. 2.

Для дискретного осциллятора (9) с параметрами $\Omega_0 = 0,18$, $Q = 20$, $\nu = 9 \cdot 10^{-3}$ график зависимости $A_d(p)$ получен путем оценки амплитуды автоколебаний по формуле

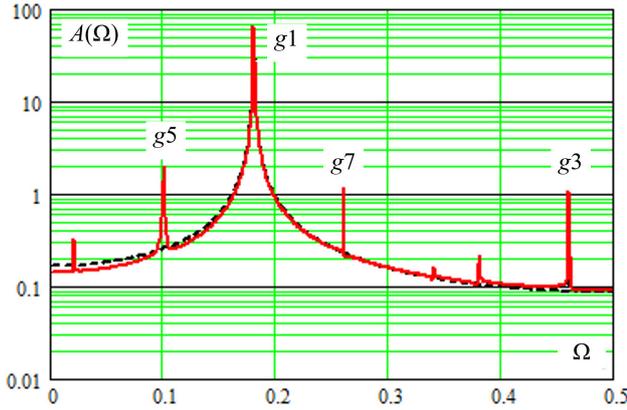


Рис. 3. Амплитудные спектры НВ- и ДВ-осцилляторов
Fig. 3. Amplitude spectrum of CT- and DT-oscillators

$$A_d(p) = \sqrt{x_N^2(p) + \left(\frac{\cos(2\pi\Omega_0)x_N(p) - x_{N-1}(p)}{\sin(2\pi\Omega_0)} \right)^2} \quad (10)$$

на основе отсчетов x_{N-1} и x_N временного ряда. Отметим, что при записи (10) использована аппроксимация производной $y = dy/dt$ вида [15]

$$\text{sinc}(2\pi\Omega_0)y_n = (\cos(2\pi\Omega_0)x_n - x_{n-1}),$$

где $\text{sinc}(2\pi\Omega_0) = \sin(2\pi\Omega_0)/2\pi\Omega_0$ - кардинальный синус.

Оценка амплитуды $A_c(p)$ установившихся автоколебаний томсоновского осциллятора (1) проведена на основе результатов численного интегрирования задачи Коши для уравнения движения (2) методом Рунге - Кутты четвертого порядка с фиксированным шагом $\Delta\tau = 0,125$. Временные ряды для оценки $A_c(p)$ сформированы путем выборки из численного решения $X_n = x_{nM}$, $Y_n = y_{nM} = x'_\tau(\tau_{nM})$ при $M = 8$, а затем использована формула

$$A_c(p) = \sqrt{X_N^2(p) + \left(\frac{Y_N(p)}{2\pi\Omega_0} \right)^2}.$$

В целом, как это следует из рис. 2, зависимости $A_c(p)$ и $A_d(p)$ близки как качественно, так и количественно - максимальное расхождение их значений в представленном примере составляет 8,4 %. Причем причина замедленного роста $A_d(p)$ по сравнению с $A_c(p)$ при увеличении параметра p заключается в повышенном уровне гармоник у ДВ-осциллятора (9). Это подтверждается рис. 3, на котором для $p = 3$ сплошной линией показан амплитудный спектр автоколебаний ДВ-осциллятора (9), а пунктирной - НВ-осциллятора (1). Символами gK отмечены гармоники с номерами K . Здесь следует обратить внимание на неустраняемый эффект подмены частот (наложения спектров) гармоник автоколебаний в дискретном времени [16]. Что ка-

сается основных частот автоколебаний, то они в представленном примере у осцилляторов (1) и (9) весьма близки.

4. Разновидности ДВ-осцилляторов томсоновского типа

Основываясь на дискретном отображении (уравнении движения) осциллятора ван дер Поля, можно предложить еще ряд ДВ-автогенераторов томсоновского типа.

Вариант уравнения движения (9) нетрудно получить, если ввести в рассмотрение параметр консервативности резонатора ДВ-автогенератора:

$$\delta = 1 - p\nu \rightarrow \exp(-p\nu).$$

Тогда (9) принимает вид

$$x_n - 2\delta \cos(2\pi\Omega_0)x_{n-1} + \delta^2 x_{n-2} = 2\pi\nu p S(x_{n-1})(\cos(2\pi\Omega_0)x_{n-1} - x_{n-2}). \quad (11)$$

Очевидно, что при $\delta = 1$ и $S(x) = 1 - x^2$ разностное уравнение

$$x_n - 2 \cos(2\pi\Omega_0)x_{n-1} + x_{n-2} = 2\pi\nu p (1 - x_{n-1}^2)(\cos(2\pi\Omega_0)x_{n-1} - x_{n-2}),$$

представляет собой результат дискретизации времени в уравнении ван дер Поля в его стандартной форме записи [4]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \omega_0 \gamma (1 - x^2) \frac{dx}{dt},$$

где $\gamma = pQ$ - константа глубины обратной связи.

Вариант ДВ-автогенератора с перестройкой частоты задается уравнением

$$x_n - 2 \cos(2\pi\Omega_0(1 + m_n))x_{n-1} + x_{n-2} = 2\pi\nu (pS(x_{n-1}) - 1)(\cos(2\pi\Omega_0)x_{n-1} - x_{n-2}),$$

где $m_n = \Delta\Omega_n / \Omega_0$ - текущее значение индекса частотной модуляции; $\Delta\Omega_n$ - девиация частоты.

Заключение

Предложенный метод дискретизации времени в дифференциальном уравнении квазигармонической автоколебательной системы (системы томсоновского типа) позволяет перейти к рассмотрению дискретных отображений, гарантированно обладающих динамическими характеристиками аналоговых систем-прототипов. Такие отображения можно использовать в качестве нелинейных функциональных узлов в численных моделях сложных радиоэлектронных устройств. Кроме того, они могут служить основой алгоритмов об-

работки дискретных (цифровых) сигналов, таких, например, как синхронное и частотное детектирование [17].

При значительных превышениях порога генерации, когда перестает выполняться условие квази-

линейности исходной автоколебательной системы, дискретные отображения приобретают новые свойства, позволяющие рассматривать их как самостоятельные объекты нелинейной динамики в дискретном времени.

Список литературы

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория автоколебаний. М.: Наука, 1981. 508 с.
2. Мюррей Дж. Математическая биология. Т. I. Введение. М.; Ижевск: НИЦ РХД, Институт компьютерных исследований, 2009. 776 с.
3. Jenkins A. Self-oscillations // *Physics Reports*. 2013. Vol. 525, no. 2. P. 167–222. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2012.10.007>
4. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. Нелинейные колебания. М.: Физматлит, 2005. 292 с.
5. Феномен уравнения ван дер Поля / А.П. Кузнецов [и др.] // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2014. Т. 22, № 4. С. 3–42. DOI: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2014-22-4-3-42>
6. Основы теории колебаний. Изд. 2-е / В.В. Мигулин [и др.]. М.: Наука, 1988. 392 с.
7. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2006. 856 с.
8. Заславский Г.М. Гамильтонов хаос и фрактальная динамика. М.; Ижевск: НИЦ РХД; Ижевский институт компьютерных исследований, 2010. 472 с.
9. Кузнецов А.П., Тюрюкина Л.В. Синхронизация автоколебательной системы Ван дер Поля – Дuffинга короткими импульсами // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2004. Т. 12, № 5. С. 16–31.
10. Зайцев В.В., Давыденко С.В., Зайцев О.В. Динамика автоколебаний дискретного осциллятора ван дер Поля // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2000. Т. 3, № 2. С. 64–67.
11. Кузнецов А.П., Савин А.В., Седова Ю.В. Бифуркация Богданова – Такенса: от непрерывной к дискретной модели // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2009. Т. 17, № 6. С. 139–158.
12. Морозов А.Д. Резонансы, циклы и хаос в квазиконсервативных системах. М.; Ижевск: НИЦ РХД; Ижевский институт компьютерных исследований, 2005. 424 с.
13. Зайцев В.В., Федюнин Э.Ю., Шилин А.Н. Конечные разности в задаче синтеза нелинейных ДВ-осцилляторов // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2017. Т. 20, № 2. С. 35–41. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7095>
14. Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Г.М. Теория колебаний в радиотехнике. М.: Наука, 1984. 320 с.
15. Зайцев В.В. О дискретных отображениях осциллятора ван дер Поля // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2014. Т. 17, № 1. С. 35–40. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7287>
16. Зайцев В.В., Стулов И.В. О влиянии подмененных гармоник на динамику автоколебаний в дискретном времени // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2015. Т. 23, № 6. С. 40–46. DOI: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2015-23-6-40-46>
17. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении. М.: Мир, 1972. 600 с.

References

1. Andronov A.A., Vitt A.A., Hajkin S.E. *Self-Oscillation Theory*. Moscow: Nauka, 1981, 508 p. (In Russ.)
2. Murrey J. *Mathematical Biology: Vol. I. Introduction Tom I. Introduction*. Moscow; Izhevsk: NITs RHD, Institut komp'juternyh issledovaniy, 2009, 776 p. (In Russ.)
3. Jenkins A. Self-oscillations. *Physics Reports*, 2013, vol. 525, no. 2, pp. 167–222. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2012.10.007>
4. Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Ryskin N.M. *Non-Linear Oscillations*. Moscow: Fizmatlit, 2005, 292 p. (In Russ.)
5. Kuznetsov A.P. et al. The van der Pol equation phenomenon. *Izvestija vuzov. Prikladnaja nelinejnaja dinamika*, 2014, vol. 22, no. 4, pp. 3–42. DOI: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2014-22-4-3-42> (In Russ.)
6. Migulin et al. *Fundamentals of Oscillation Theory*. 2nd ed. Moscow: Nauka, 1988, 392 p. (In Russ.)
7. Oppengejm A., Shafer R. *Digital Signal Processing*. Moscow: Tehnosfera, 2006, 856 p. (In Russ.)
8. Zaslavsky G.M. *Hamiltonian Chaos and Fractal Dynamics*. Moscow; Izhevsk: SRC RHD; Izhevsk Institute for Computer Research, 2010, 472 p. (In Russ.)
9. Kuznetsov A.P., Tjurjukina L.V. Synchronization of the van der Pol – Duffing self-oscillating system by short pulses. *Izvestija vuzov. Prikladnaja nelinejnaja dinamika*, 2004, vol. 12, no. 5, pp. 16–31. (In Russ.)
10. Zaitsev V.V., Zaitsev O.V. The dynamics of self-oscillations of a discrete van der Pol oscillator. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2000, vol. 3, no. 2, pp. 64–67. (In Russ.)
11. Kuznetsov A.P., Savin A.V., Sedova Yu.V. Bogdanov – Takens bifurcation: from continuous to discrete model. *Izvestija vuzov. Prikladnaja nelinejnaja dinamika*, 2009, vol. 17, no. 6, pp. 139–158. (In Russ.)
12. Morozov A.D. *Resonances, Cycles and Chaos in Quasi-Conservative Systems*. Moscow; Izhevsk: SRC RHD; Izhevsk Institute for Computer Research, 2005. 424 p. (In Russ.)
13. Zaitsev V.V., Fedjunin E.Yu., Shilin A.N. Finite differences in the problem of synthesizing nonlinear DT oscillators. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2017, vol. 20, no. 2, pp. 35–41. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7095> (In Russ.)

14. Kapranov M.V., Kuleshov V.N., Utkin G.M. *Oscillation Theory in Radio Engineering*. Moscow: Nauka, 1984, 320 p. (In Russ.)
15. Zaitsev V.V. On discrete mappings of the van der Pol oscillator. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2014, vol. 17, no. 1, pp.35–40. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7287> (In Russ.)
16. Zaitsev V.V., Stulov I.V. On the influence of substituted harmonics on the dynamics of self-oscillations in discrete time. *Izvestija vuzov. Prikladnaja nelinejnaja dinamika*, 2015, vol. 23, no. 6, pp. 40–46. DOI: <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2015-23-6-40-46> (In Russ.)
17. Lindsey V. *Synchronization Systems in Communication and Control*. Moscow: Mir, 1972, 600 p. (In Russ.)

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2021, vol. 24, no. 4, pp. 19–24

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.4.19-24

Received 5 November 2021
Accepted 7 December 2021

Quasi-harmonic self-oscillations in discrete time: analysis and synthesis of dynamic systems

Valery V. Zaitsev¹, Alexander V. Karlov²

¹ Samara National Research University
34, Moskovskoye shosse,
Samara, 443086, Russia

² Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstoy Street,
Samara, 443010, Russia

Abstract – For sampling of time in a differential equation of movement of Thomson type oscillator (generator) it is offered to use a combination of the numerical method of finite differences and an asymptotic method of the slow-changing amplitudes. The difference approximations of temporal derivatives are selected so that, first, to save conservatism and natural frequency of the linear circuit of self-oscillatory system in the discrete time. Secondly, coincidence of the difference shortened equation for the complex amplitude of self-oscillations in the discrete time with Euler's approximation of the shortened equation for amplitude of self-oscillations in analog system prototype is required. It is shown that realization of such approach allows to create discrete mapping of the van der Pol oscillator and a number of mappings of Thomson type oscillators. The adequacy of discrete models to analog prototypes is confirmed with also numerical experiment.

Keywords – self-oscillatory system; motion equation; the discrete time; finite differences; slowly changing amplitudes; the shortened equations; the discrete mapping of Thomson self-oscillators.

Информация об авторах

Зайцев Валерий Васильевич, 1952 г. р. (с. Борское Куйбышевской области), кандидат физико-математических наук, профессор кафедры оптики и спектроскопии Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия. Окончил Куйбышевский государственный университет (1975 г.) и аспирантуру при Горьковском государственном университете (1980 г., кафедра А.Н. Малахова). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ГГУ (1980 г.). Автор более 300 научных работ.

Область научных интересов: нелинейные колебания, статистическая радиофизика, компьютерное моделирование в радиофизике.

E-mail: zaitsev@samsu.ru

Карлов Александр Владимирович, 1987 г. р. (с. Монастырище-2 Приморского края), кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретических основ радиотехники и связи Поволжского государственного университета телекоммуникация и информатики. Окончил Самарский государственный университет (2009 г.), а также аспирантуру при кафедре радиофизики и компьютерного моделирования радиосистем. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СамГУ (2012 г.).

Область научных интересов: компьютерное моделирование в радиофизике, цифровая обработка сигналов, антенные системы.

E-mail: a.v.karlov@gmail.com

Information about the Authors

Valery V. Zaitsev, b. 1952 (v. Borsкое, Kuibyshev region), Candidate of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of Optics and Spectroscopy, Samara National Research University, Samara, Russia. Graduated from Kuibyshev State University (1975) and postgraduate studies at Gorky State University (1980, department of A.N. Malakhov). He defended his thesis for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences at Gorky State University (1980). Author of over 300 scientific papers.

Research interests: nonlinear oscillations, statistical radiophysics, computer modeling in radiophysics.

E-mail: zaitsev@samsu.ru

Alexander V. Karlov, b. 1987 (Monastyrshche-2 village of Primorsky Kray), Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Theoretical Foundations of Radio Engineering and Communication, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. He graduated from Samara State University in 2009 and post-graduated from Samara State University in 2012 (Department of Radiophysics and Computer Modeling of Radio Systems). He received the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in Samara State University in 2012.

Research interests: computer modeling in radio physics, digital signal processing, antenna systems.

E-mail: a.v.karlov@gmail.com

Эквивалентная схема замещения дросселя, намотанного на феррите, в широком диапазоне частот (0 Гц – 500 МГц)

В.Ф. Дмитриков, Д.В. Шушпанов

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
имени профессора М.А. Бонч-Бруевича
193232, Россия, г. Санкт-Петербург,
пр. Большевиков, 22, к. 1

Аннотация – По измеренным частотным характеристикам сопротивлений дросселей, намотанных на различных ферритовых сердечниках и с разным количеством витков, была построена эквивалентная схема замещения в широком диапазоне частот (0 Гц – 500 МГц). Данная схема замещения дросселя была синтезирована с учетом физических процессов, протекающих в дросселе: влияние сопротивления провода, влияние материала сердечника, взаимное влияние провода и материала сердечника. В статье была сделана попытка объяснить, почему частотные характеристики (модуль и фаза) комплексного сопротивления дросселя имеют такой характер в широкой полосе частот (до 500 МГц). Показано, что для построения схемы замещения дросселя (структуры и параметров) измерения только модуля сопротивления дросселя недостаточно, необходимо измерять также фазу комплексного сопротивления дросселя, что во многих работах по синтезу схемы замещения дросселя игнорируется.

Ключевые слова – дроссель; схема замещения; феррит; комплексное сопротивление; комплексная магнитная проницаемость.

Введение

Любая современная радиоэлектронная аппаратура (РЭА) не обходится без реактивных элементов. Одними из важных и наиболее сложных (в расчете и производстве) реактивных элементов являются дроссели. Они служат частью сглаживающего фильтра и фильтра радиопомех (ФРП) в современных импульсных источниках электропитания. Поэтому при проектировании РЭА разработчикам необходимо знать частотные характеристики комплексных сопротивлений дросселей, а также их точные высокочастотные эквивалентные электрические структурно-параметрические схемы замещения (поведенческие модели) в широком диапазоне частот до 100 МГц и выше, хорошо адаптируемые к современным вычислительным программам схемотехнического моделирования.

К сожалению, ни разработчики РЭА, ни производители дросселей не понимают, что же на самом деле собой представляет реальный дроссель, т. е. какой схемой замещения его можно представить. Производители магнитных материалов оперируют лишь физическими параметрами, по которым они сдают и проверяют поставляемую элементную базу. До сих пор отечественные производители радиокомпонентов в конструкторской документации не приводят ВЧ-модели дросселей с учетом влияния свойств материалов на паразитные параметры дросселей, обусловленных нелинейными

частотными зависимостями вещественной и мнимой составляющих магнитной проницаемости сердечников. Не приводят и значения «паразитных» элементов дросселей.

Не имея ВЧ поведенческие модели дросселей от производителей, разработчики РЭА вынуждены разрабатывать их сами, осуществляя формализованный структурно-параметрический синтез в виде эквивалентных электрических схем замещения, используя экспериментально измеренные комплексные сопротивления дросселей [1–5]. Но, к сожалению, измерять комплексное сопротивление дросселя в широкой области частот (больше 10 МГц) стали сравнительно недавно [5], что связано как с появлением новой измерительной аппаратуры, так и, самое главное, с пониманием необходимости данных измерений. Измерение частотных характеристик комплексного сопротивления реального дросселя в широком диапазоне частот (до 500 МГц) [1–4] позволило увидеть, что реальный дроссель в широкой области частот представляет собой сложную схему замещения, и использование «старых» НЧ-схем замещения не всегда корректно при проектировании РЭА.

Синтезировать схему замещения дросселя, используя измеренные частотные характеристики его комплексного сопротивления, можно классическим методом, обеспечивая реализацию различных схем с комплексным сопротивлением,

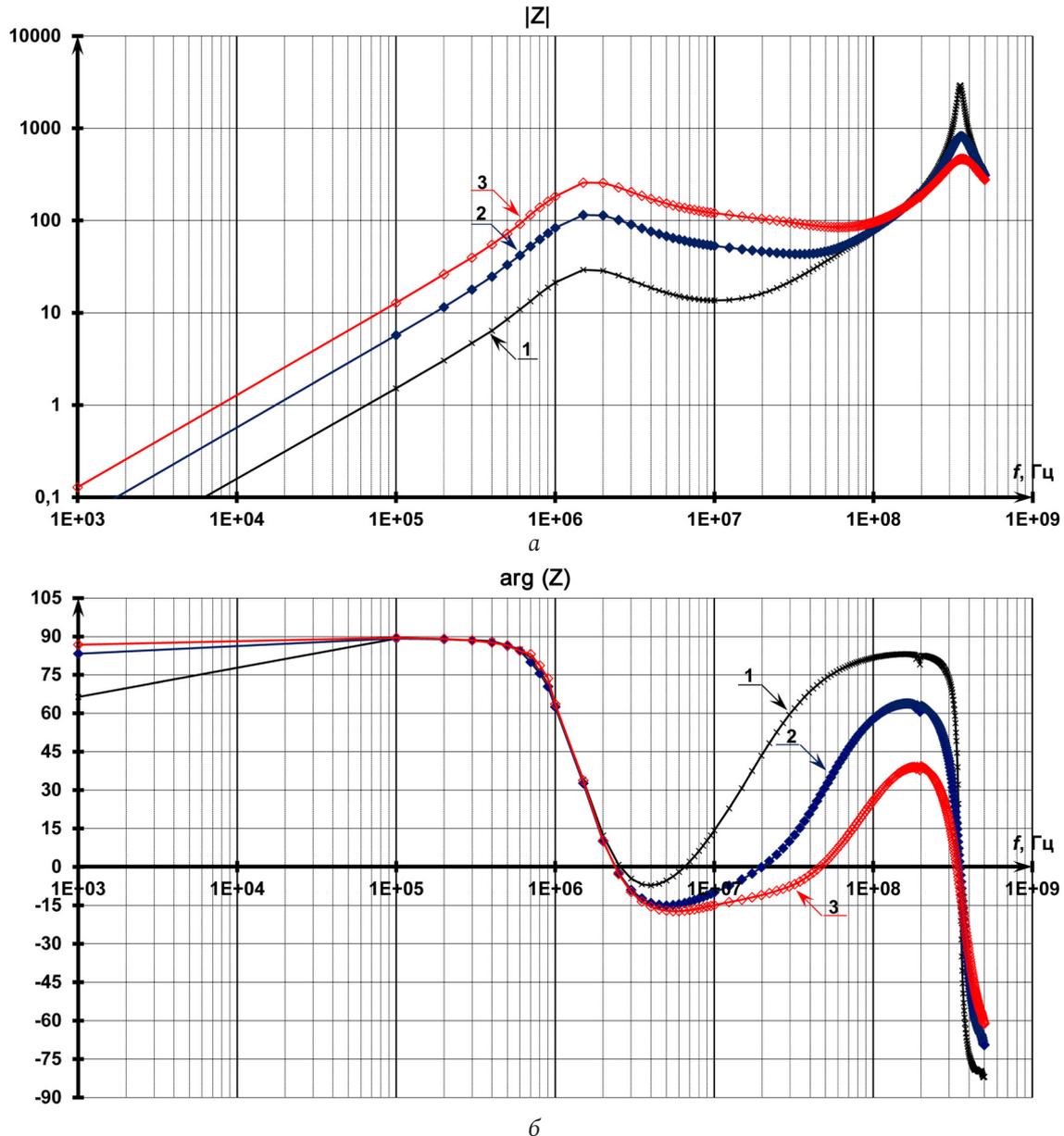


Рис. 1. Измеренные модуль (а) и фаза (б) комплексного сопротивления дросселя (сердечник N87) с различным количеством витков n : 1, 2, 3

Fig. 1. Measured module (a) and phase (b) of the complex resistance of the choke (core N87) with a different number of turns n : 1, 2, 3

идентичным или близким к экспериментально измеренным характеристикам. Данный подход позволяет создать схему замещения физического элемента, но, к сожалению, он не может ответить на вопрос, почему данная измеренная частотная характеристика комплексного сопротивления дросселя имеет такой характер, и не может найти природу физических процессов, объясняющих именно такой характер.

В [5] была построена схема замещения дросселя, учитывающая влияние сопротивления провода, влияние материала сердечника, проявление эффекта длинных линий, потери, обусловленные вихревыми токами и эффектами близости, и т. д.

Но, к сожалению, схема замещения, описанная в [5], строилась до 100 МГц, и при ее расчете не рассматривалась фаза комплексного сопротивления дросселя, которая позволяет оценить близость предложенной модели и измерений. В схеме замещения дросселя, предложенной в [5], для описания влияния материала сердечника используется цепь четвертого порядка, что может являться избыточным (особенно для временного анализа). Из [5] неясно, как выбрать параметры для длинной линии в предложенной схеме замещения дросселя. Длинная линия как элемент электрической цепи, к сожалению, имеет один существенный недостаток – ее наличие значительно увеличивает численный

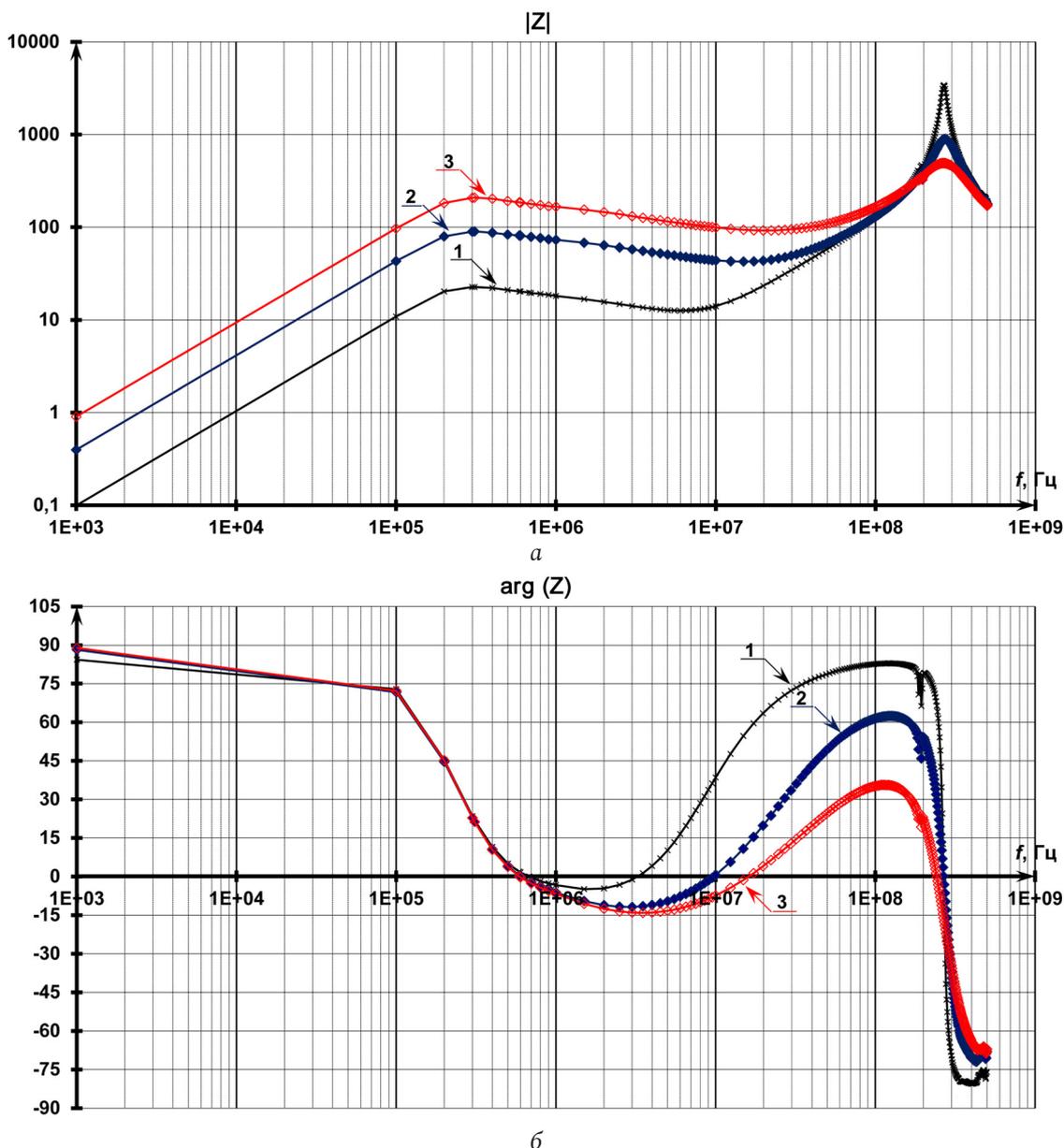


Рис. 2. Измеренные модуль (а) и фаза (б) комплексного сопротивления дросселя (сердечник Т38) с различным количеством витков n : 1, 2, 3
 Fig. 2. Measured module (a) and phase (b) of the complex resistance of the inductor (core T38) with a different number of turns n : 1, 2, 3

расчет переходных процессов и может не обеспечить достаточную точность расчетов, т. к. анализ переходных процессов для длинной линии производится с помощью интеграла свертки с импульсной характеристикой линии, которая вычисляется как преобразование Фурье коэффициента передач [6; 7]. Кроме того, длинная линия, используемая в [5], описывается частотно зависимыми первичными параметрами, что более усложняет расчет данной схемы замещения дросселя во временной области.

В статье производится синтез схемы замещения дросселя с учетом физических эффектов (влияние

сопротивления провода, материала сердечника, взаимное влияние провода и материала сердечника), т. е. делается попытка объяснить, почему частотные характеристики (модуль и фаза) комплексного сопротивления имеют такой характер в широкой полосе частот (до 500 МГц). Это позволит лучше понять физические процессы, протекающие в дросселе, а также как улучшить его частотные характеристики, соответственно, построить РЭА с лучшими характеристиками. В качестве материала сердечника был выбран феррит из-за его наиболее частого использования в силовой электронике.

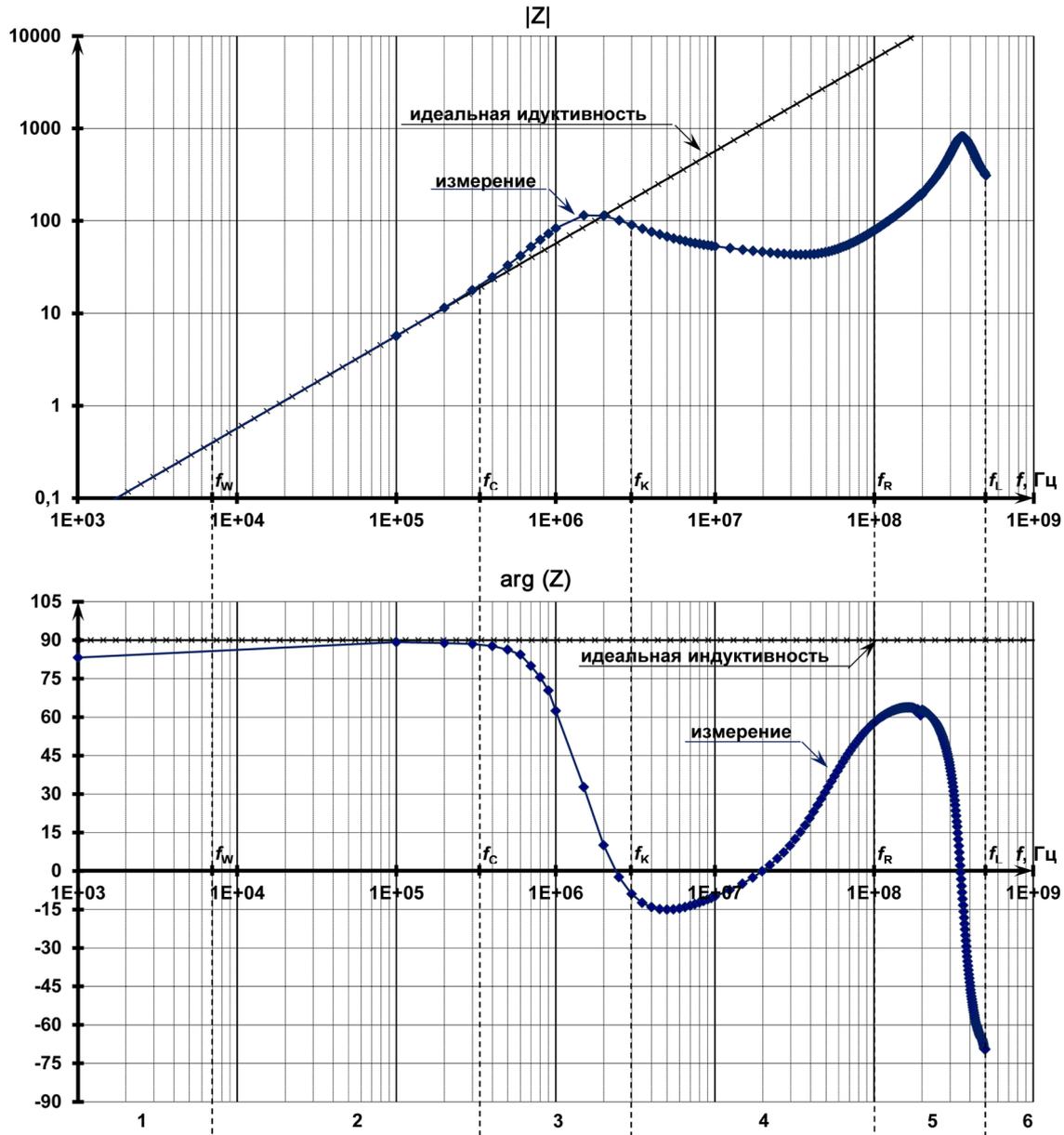


Рис. 3. Разбивка на области модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя
Fig. 3. Breakdown into the area of the module and the phase of the complex impedance of the choke

Измерения комплексного сопротивления дросселей

Были проведены измерения модуля и фазы полного (комплексного) сопротивления дросселей. Измерения проводились на анализаторах импеданса Keysight E4982A (в диапазоне частот от 1 МГц до 500 МГц) и E728 (в диапазоне частот 1 кГц до 1 МГц). В качестве измеряемых образцов использовались дроссели, намотанные на кольцевых сердечниках – ферритах N87 (рис. 1) и T38 (рис. 2) с различным количеством витков (1–3).

Измеренные частотные характеристики комплексного сопротивления дросселя (рис. 1, 2) позволяют заключить, что комплексное сопротив-

ление (модуль и фаза) имеет достаточно сложную схему замещения. Характер изменения модуля и фазы комплексного сопротивления дросселей, намотанных на различных сердечниках (рис. 1, 2), очень похож. Это позволяет описать их схемой замещения одной структуры с различными параметрами. Для понимания методики составления схемы замещения реального дросселя модуль и фаза его измеренного комплексного сопротивления были разбиты на шесть принципиально отличающихся характерных участков (рис. 3), в которых проявляются различные физические явления реального дросселя.

Низкочастотная область (участки 1 и 2 на рис. 3). Из измеренных частотных характеристик

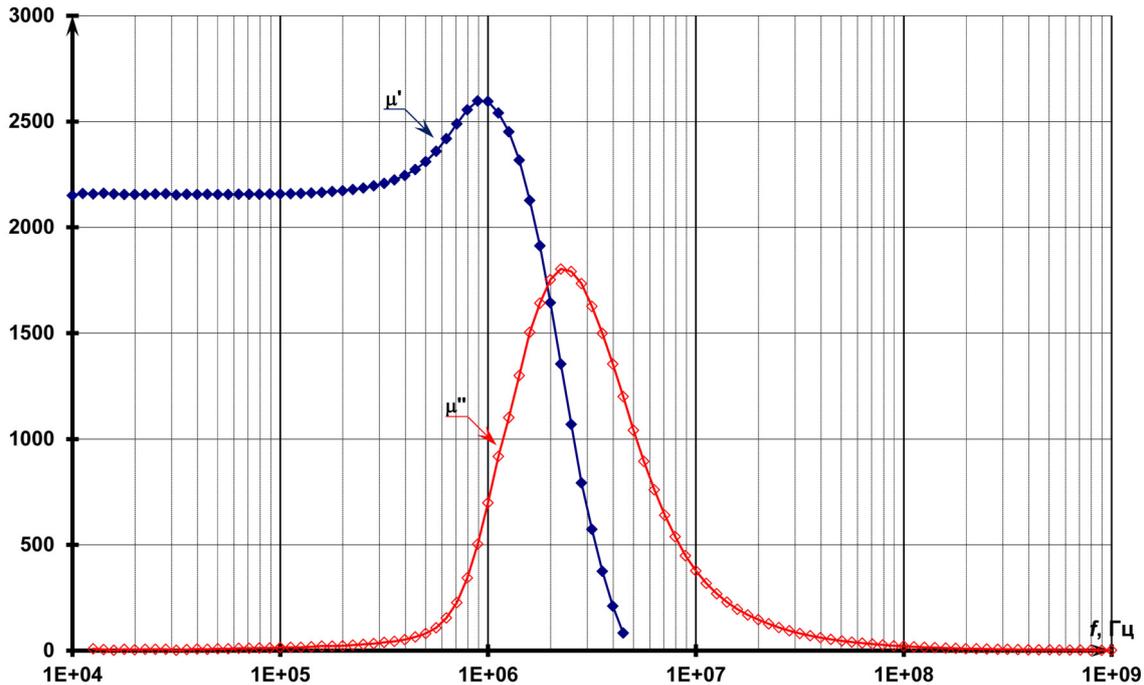


Рис. 4. $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$ для сердечника N87 (из справочника)
 Fig. 4. $\mu'(j\omega)$ and $\mu''(j\omega)$ for core N87 (from the reference book)

комплексного сопротивления дросселя можно сделать вывод, что реальный дроссель представляет собой идеальную катушку индуктивности лишь в достаточно узком интервале частот: от 7–300 кГц для N87 и 1–30 кГц для T38. Этот диапазон частот зависит от комплексной частотной характеристики вещественной и мнимой частей магнитной проницаемости (рис. 4), а также от количества витков и характеристики провода. Это соответствует участку 2 на рис. 3, что хорошо видно по фазе комплексного сопротивления (когда фаза близка 90°). В этом случае индуктивность дросселя, намотанного на тороидальном сердечнике, определяется классической формулой [8]:

$$L = \mu_0 \mu n^2 \frac{h}{2\pi} \ln \frac{R}{r}, \quad (1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; μ – относительная магнитная проницаемость сердечника; n – количество витков; h – высота тороидального сердечника; R – наружный радиус тороидального сердечника; r – внутренний радиус тороидального сердечника.

Для упрощения дальнейших расчетов выражение (1) перепишем:

$$L = \mu_0 \mu n^2 K_\Phi, \quad (2)$$

$$\text{где } K_\Phi = \frac{h}{2\pi} \ln \frac{R}{r}.$$

На частотах значительно ниже 10 кГц (для дросселя, намотанного на сердечнике N87) начинает



Рис. 5. Низкочастотная схема замещения дросселя
 Fig. 5. Low-frequency choke equivalent circuit

сказываться сопротивление провода, и реальный дроссель представляет собой последовательное сопротивление резистора R_W (сопротивление провода) и идеальной катушки индуктивности L (рис. 5). В этом случае комплексное сопротивление реального дросселя Z_L равно

$$Z_L(j\omega) = j\omega L + R_W = \sqrt{\omega^2 L^2 + R_W^2} e^{j \arctg \frac{\omega L}{R_W}}. \quad (3)$$

Определим граничную частоту f_W (рис. 3), начиная с которой реальный дроссель можно считать идеальной катушкой индуктивности. Из выражения (3) следует, что это будет при условии $\omega L \gg R$. Но лучше всего определить частоту f_W из требования по фазе – она должна быть больше 89° . Тогда из выражения (3) получаем $\arctg(\omega L/R) > 89^\circ$ или $\omega > 60 R/L$. И выводим условие, когда реальный дроссель можно считать идеальной катушкой индуктивности:

$$f \geq f_W, \text{ где } f_W = (9-10) R_W/L. \quad (4)$$

Для дросселя, намотанного на сердечнике N87 двумя витками, из измеренной частотной характеристики комплексного сопротивления дросселя (рис. 3) получаем индуктивность $L = 9,05$ мкГн

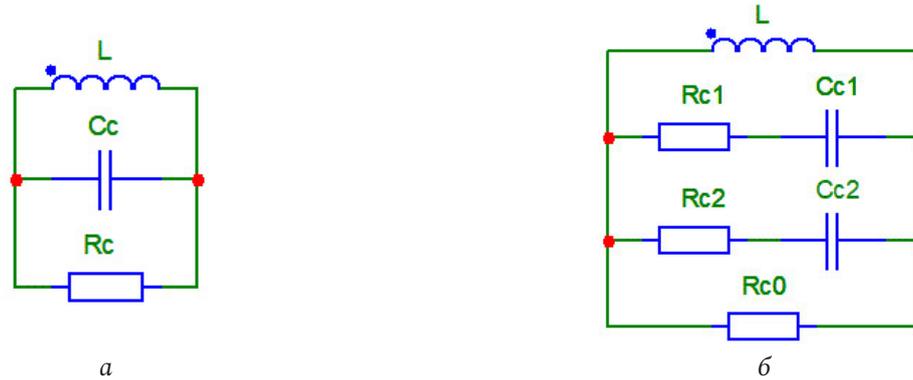


Рис. 6. Схема замещения дросселя, учитывающая влияния сердечника
Fig. 6. Equivalent circuit of the inductor, taking into account the influence of the core

и сопротивление провода $R_W = 6,72$ мОм. Используя (4), рассчитываем граничную частоту f_W в районе 7 кГц (рис. 3). То есть это означает, что для корректного измерения индуктивности данного дросселя RLC-метром (или другим прибором) необходимо производить измерения на частотах не ниже 7 кГц. В случае же измерения на частоте 1 кГц получим $L = 9,11$ мкГн. Эта ошибка во многих практических задачах неприципиальна, но для задачи синтеза важна. Так как, во-первых, она может быть больше или меньше в зависимости от количества витков и типа провода. Во-вторых, от этого параметра будут рассчитываться все остальные параметры схемы замещения, и небольшая ошибка (единицы процентов) в определении L может привести к существенной ошибке в определении других параметров схемы замещения дросселя. Поэтому для корректного определения индуктивности дросселя необходимо использовать модуль сопротивления дросселя при учете того, что его фаза близка к 90° . А для корректного определения сопротивления провода R_W необходимо использовать частотную зависимость фазы комплексного сопротивления дросселя, т. к. только она хорошо показывает, насколько сильно сопротивление провода оказывает влияние на комплексное сопротивление дросселя.

Влияние сердечника дросселя (участок 3 на рис. 3). На частотах выше 300 кГц (для дросселя, намотанного на сердечнике N87, – рис. 3) характер комплексного сопротивления дросселя зависит от изменения магнитных свойств материала сердечника. Это связано с тем, что относительная магнитная проницаемость материала является не константой μ , а частотно-зависимой комплексной величиной $\dot{\mu}(j\omega)$ [9–12], т. е.

$$\dot{\mu}(j\omega) = \mu'(j\omega) - j\mu''(j\omega). \quad (5)$$

На рис. 4 представлены частотные зависимости $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$ для сердечника N87, взятые из спра-

вочника [12; 13], предоставленного производителем магнитного материала (Epcos). К сожалению, производитель не дает всех характеристик во всей области частот (до ГГц): для $\mu'(j\omega)$ – до 4 МГц, а для $\mu''(j\omega)$ – до 1 ГГц (рис. 4). Но даже из них можно увидеть, что получившееся комплексное сопротивление дросселя с учетом выражений (2) и (5), равное

$$Z_L(j\omega) = j\omega L = j\omega\mu_0\dot{\mu}(j\omega)n^2K_\Phi = \omega\mu_0n^2K_\Phi(\mu''(j\omega) - j\mu'(j\omega)), \quad (5)$$

близко по форме к комплексному сопротивлению параллельного RLC-контура (рис. 6, а). Из графика фазы комплексного сопротивления дросселя (рис. 3) видно, что фаза двухполюсника на 3-м участке кривой (от f_C до f_K) меняется больше чем на 90° , что также позволяет считать, что на третьем участке в качестве схемы замещения можно использовать параллельный колебательный RLC-контур. В [1–4] с физической точки зрения было показано, почему из-за сердечника схема замещения дросселя представляется в виде цепи 2-го порядка (параллельный RLC-контур).

В этом случае (для схемы замещения 2-го порядка – рис. 6, а) вместо выражения (5) можно записать комплексное сопротивление дросселя:

$$Z_L(j\omega) = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC_C + j\omega \frac{L}{R_C}} = \frac{j\omega L}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j2 \frac{\alpha\omega}{\omega_0^2}} = \frac{\omega L}{\sqrt{\left(1 - \omega^2/\omega_0^2\right)^2 + 4\alpha^2\omega^2/\omega_0^4}} e^{j\left(90^\circ - \arctg \frac{2\alpha\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)}, \quad (6)$$

где $\omega_0^2 = 1/LC_C$ – резонансная частота контура; $\alpha = 1/2R_C C_C$ – коэффициент затухания контура.

При аппроксимации комплексного сопротивления дросселя (рис. 3) цепью низкого (второго) порядка (рис. 6, а) могут возникать значительные погрешности аппроксимации (рис. 7). Наилучшим

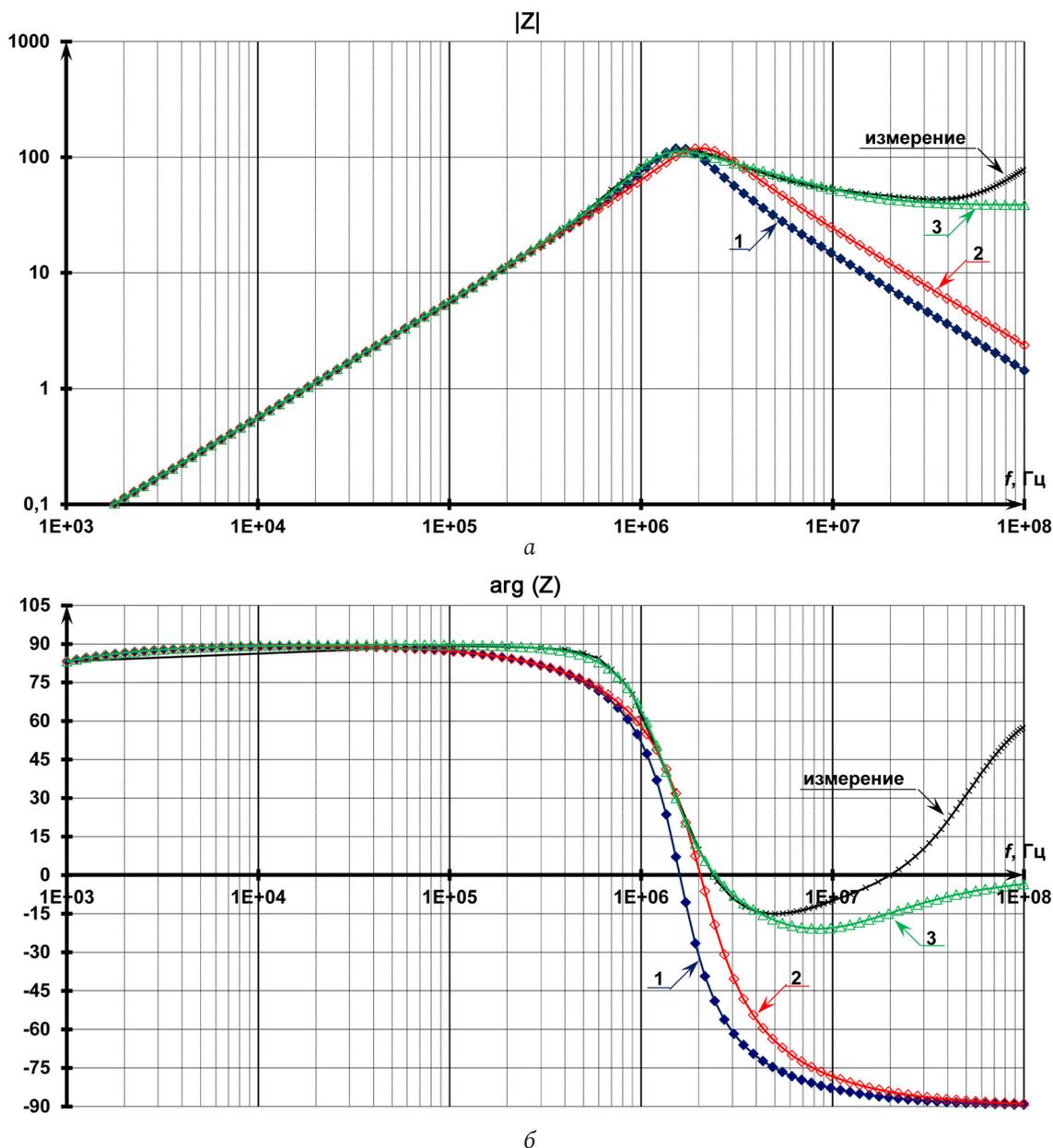


Рис. 7. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления дросселя: измеренное значение в сравнении с различными схемами замещения: 1) рис. 6, $a - C_C = 1,11$ нФ; 2) рис. 6, $a - C_C = 0,67$ нФ; 3) рис. 6, б
 Fig. 7. Module (a) and phases (b) of the inductor's complex resistance: measured value in comparison with various equivalent circuits: 1) Fig. 6, $a - C_C = 1,11$ nF; 2) Fig. 6, $a - C_C = 0,67$ nF; 3) Fig. 6, b

приближением будем считать аппроксимацию, при которой выполняется близость фаз аппроксимирующей и аппроксимируемой функции, т. е. при приближении резонансной частоты RLC-контура к частоте, при которой фаза комплексного сопротивления дросселя близка нулю (рис. 7). Только в этом случае можно определить значение резонансной частоты сердечника (порядка 2 МГц – рис. 7), и мы получаем погрешность аппроксимации лишь только в одной области частот (от 0,1 до 1 МГц) для фазы сопротивления и незначительную ошибку аппроксимации для модуля сопротивления. Но, к сожалению, на частотах выше

2,5 МГц комплексное сопротивление (модуль и фаза) дросселя уже нельзя описать цепью второго порядка (рис. 7). Таким образом, влияние материала сердечника дросселя на его комплексное сопротивление можно описать цепью 2-го порядка, но необходимо определять резонансную частоту контура исключительно по фазе комплексного сопротивления (порядка 2 МГц – рис. 7), и данную схему замещения дросселя можно использовать только до частот, несущественно превышающих эту резонансную частоту контура (до 3 МГц – рис. 7).

Для лучшей аппроксимации комплексного сопротивления дросселя вместо RLC-контура

(рис. 6, а) была предложена цепь 3-го порядка (рис. 6, б). В этом случае комплексное сопротивление дросселя определяется более сложной формулой:

$$Z_L(j\omega) = \frac{j\omega L \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} + j2 \frac{\alpha_1 \omega}{\omega_1^2} \right)}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{01}^2} + j2 \frac{\alpha \omega}{\omega_{01}^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{02}^2} \right)} =$$

$$= \omega L \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \right)^2 + 4 \frac{\alpha_1^2 \omega^2}{\omega_1^4}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{01}^2} \right)^2 + 4 \frac{\alpha^2 \omega^2}{\omega_{01}^4} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{02}^2} \right)^2}} \times$$

$$\times e^{j \left(90^\circ + \arctg \frac{2\alpha_1 \omega}{\omega_1^2 - \omega^2} - \arctg \frac{2\alpha \omega (\omega_{02}^2 - \omega^2)}{\omega_{02}^2 (\omega_{01}^2 - \omega^2)} \right)},$$

где

$$\omega_{01}^2 = \left(\frac{L}{R_{C0}} (C_{C1} (R_{C0} + R_{C1}) + C_{C2} (R_{C0} + R_{C2})) + C_{C1} C_{C2} R_{C1} R_{C2} \right)^{-1},$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{R_{C0}} + C_{C1} R_{C1} + C_{C2} R_{C2} \right) \omega_{01}^2,$$

$$\omega_{02}^2 = \frac{L + C_{C1} R_{C1} R_{C0} + C_{C2} R_{C2} R_{C0}}{L C_{C1} C_{C2} (R_{C1} R_{C0} + R_{C2} R_{C0} + R_{C1} R_{C2})},$$

$$\omega_1^2 = \frac{1}{C_{C1} C_{C2} R_{C1} R_{C2}}, \quad \alpha_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_{C2} R_{C2}} + \frac{1}{C_{C1} R_{C1}} \right), \quad (8)$$

которая значительно лучше по сравнению с выражением (6) аппроксимирует сопротивление дросселя (рис. 7) до 4–4,5 МГц. Частоты f_{01} , f_{02} и f_1 , определяемые по формулам (8), показаны на рис. 8. Как видно из рис. 8, центральная частота f_0 , вычисляемая по формуле $f_0 = \sqrt{f_{01} f_{02}}$, близка к резонансной частоте RLC-контура (рис. 6, а), определяемой по формуле (6), а резонансная частота f_{01} близка к частоте, на которой фаза RLC-контура (рис. 6, а) близка к измеренной фазе комплексного сопротивления дросселя. Таким образом, зная параметры схемы замещения 2-го порядка (рис. 6, а), можно рассчитать параметры схемы замещения 3-го порядка (рис. 6, б) с небольшой последующей коррекцией. Но, как было сказано выше, для корректного определения резонансной частоты фаза комплексного сопротивления схемы замещения 2-го порядка (рис. 6, а) должна быть близка измеренной фазе комплексного сопротивления дросселя.

Определим частоту f_C (рис. 8), начиная с которой необходимо учитывать влияние изменения магнитных свойств материала сердечника. Для этого, по аналогии с определением f_W , воспользуемся фазой комплексного сопротивления дросселя, т. е. $\arg(Z(j\omega_C)) < 89^\circ$, или из (7) получаем:

$$\arctg \frac{2\alpha \omega (\omega_{02}^2 - \omega_C^2)}{\omega_{02}^2 (\omega_{01}^2 - \omega_C^2)} - \arctg \frac{2\alpha_1 \omega_C}{\omega_1^2 - \omega_C^2} > 1^\circ. \quad (9)$$

Так как угол маленький, то неравенство (9) можно упростить:

$$\frac{2\alpha \omega_C (\omega_{02}^2 - \omega_C^2)}{\omega_{02}^2 (\omega_{01}^2 - \omega_C^2)} - \frac{2\alpha_1 \omega_C}{\omega_1^2 - \omega_C^2} > \frac{\pi}{180}. \quad (10)$$

Мы ищем частоту ω_C , которая значительно меньше частот ω_{01} , ω_{02} , ω_1 (рис. 8), поэтому неравенство (10) можно упростить:

$$\frac{2\alpha \omega_C \omega_1^2 - 2\alpha_1 \omega_C \omega_{01}^2}{\omega_1^2 \omega_{01}^2} > \frac{\pi}{180}. \quad (11)$$

Решая (11) и заменяя ω_{01} , ω_{02} , ω_1 на выражения (8), определяем частоту f_C , с которой начинается влияние изменения магнитных свойств материала сердечника на комплексное сопротивление дросселя:

$$f > f_C, \quad \text{где } f_C = \frac{R_{C0}}{360L}. \quad (12)$$

Из измеренной частотной характеристики комплексного сопротивления дросселя (рис. 8), намотанного на сердечнике N87 двумя витками, получаем следующие параметры схемы замещения дросселя (рис. 6, б), учитывающего влияние изменения магнитных свойств материала сердечника: $L = 9,05$ мкГн, $C_{C1} = 1,4$ нФ, $C_{C2} = 0,2$ нФ, $R_{C1} = 93$ Ом, $R_{C2} = 70$ Ом, $R_{C0} = 1,1$ кОм. Используя (12), получаем граничную частоту f_C , равную 338 кГц, начиная с которой необходимо учитывать влияние изменения комплексной магнитной проницаемости материала сердечника (рис. 8), что также хорошо видно на графике вещественной части комплексной магнитной проницаемости материала сердечника – когда $\mu'(j\omega)$ перестает быть константой и начинает расти (рис. 9).

Таким образом, для определения границы влияния комплексной магнитной проницаемости материала сердечника необходимо знать частотные зависимости $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$ во всей области частот (от 0 до 500 МГц). Так как производитель не дает всех характеристик во всей области частот (рис. 5), то для дальнейшего рассмотрения комплексной

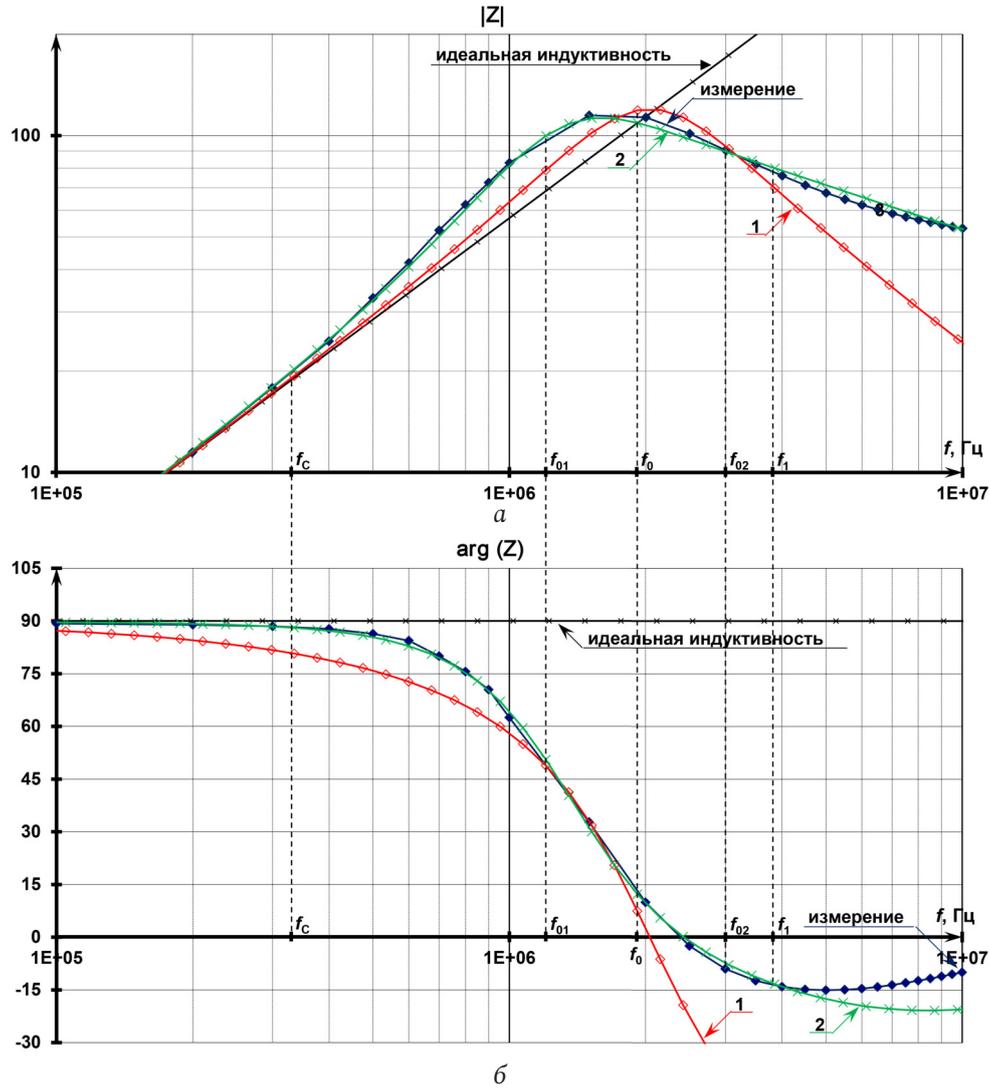


Рис. 8. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления дросселя: измеренное значение в сравнении с различными схемами замещения: 1 – рис. 6, а; 2 – рис. 6, б
 Fig. 8. Module (a) and phase (b) of the inductor's complex resistance: measured value in comparison with various equivalent circuits: 1 – Fig. 6, a; 2 – Fig. 6, b

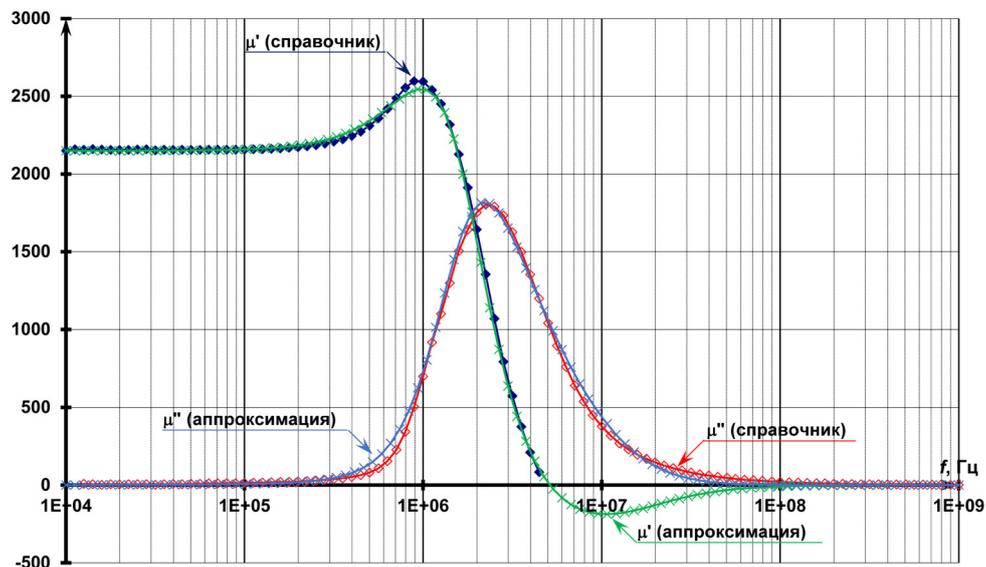


Рис. 9. μ' и μ'' для сердечника N87 (из справочника и аппроксимированная)
 Fig. 9. μ' and μ'' for core N87 (from the reference book and approximated)

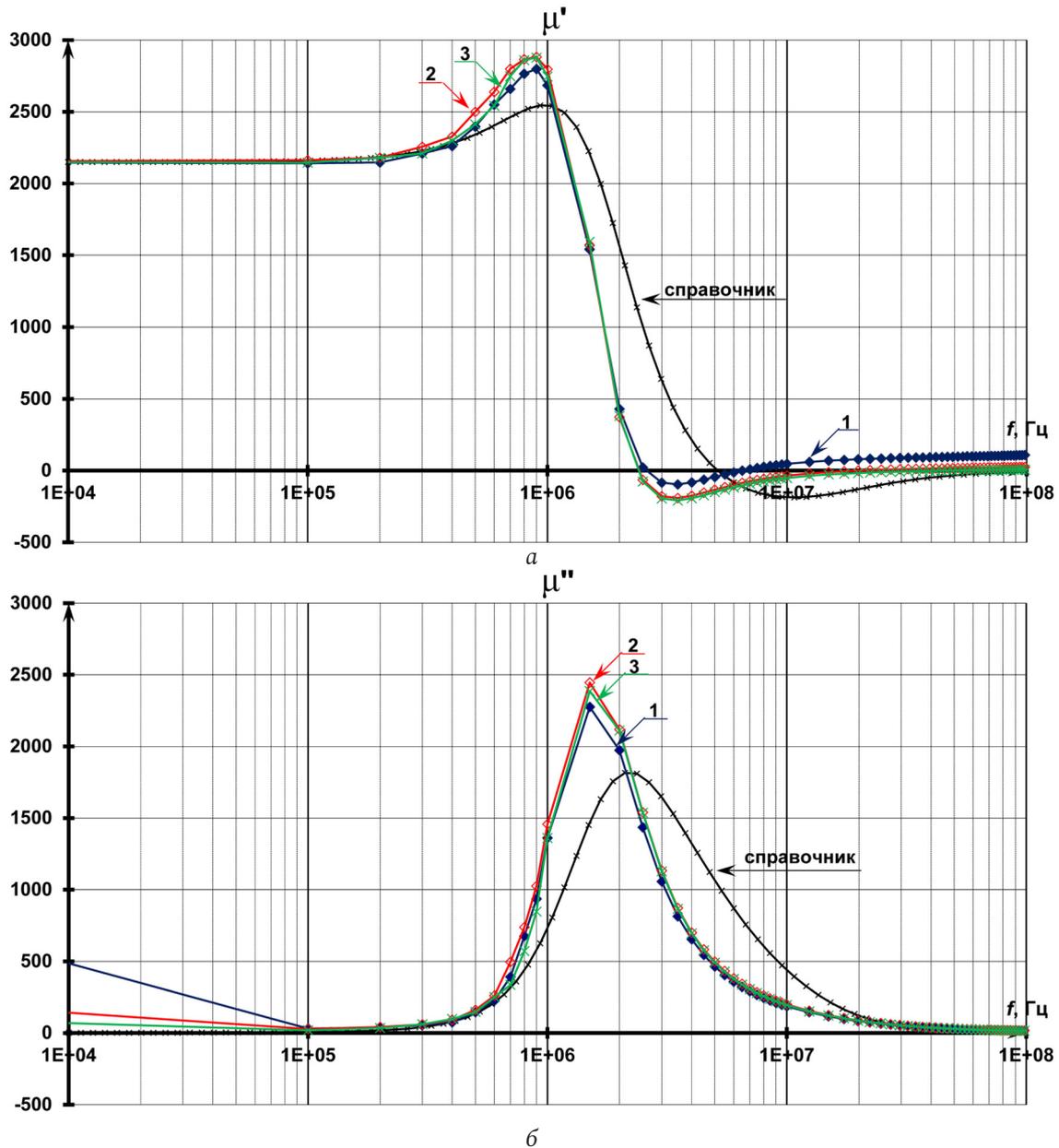


Рис. 10. μ' (а) и μ'' (б) сердечника N87: из справочника и рассчитанные из комплексных сопротивлений дросселей с различным количеством витков n : 1, 2, 3

Fig. 10. μ' (a) and μ'' (b) of the core N87: from the reference book and calculated from the complex resistances of chokes with a different number of turns n : 1, 2, 3

магнитной проницаемости сердечника она была аппроксимирована характеристикой в диапазоне частот от 10 кГц до 1 ГГц (рис. 9). Аппроксимация производилась следующим образом: была подобрана цепь, в которой пересчитанная из комплексного сопротивления вещественная магнитная проницаемость до 4 МГц совпадала с вещественной магнитной проницаемостью из справочника, а пересчитанная из комплексного сопротивления мнимая магнитная проницаемость до 1 ГГц совпадала с мнимой магнитной проницаемостью из справочника. Как видно из рис. 9, характеристика, данная производителем, и аппроксимированная

характеристика получились достаточно близкими, что позволяет использовать аппроксимирующую характеристику в качестве справочной.

На рис. 10 приведены частотные зависимости $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$ сердечника N87, полученные из справочника, а также рассчитанные из измеренных комплексных сопротивлений дросселей с различным количеством витков. Частотные зависимости $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$ для дросселей рассчитывались по формулам:

$$\mu'(j\omega) = \frac{|Z_L(j\omega)|}{\omega} K_L \sin(\arg(Z_L(j\omega))), \quad (13)$$

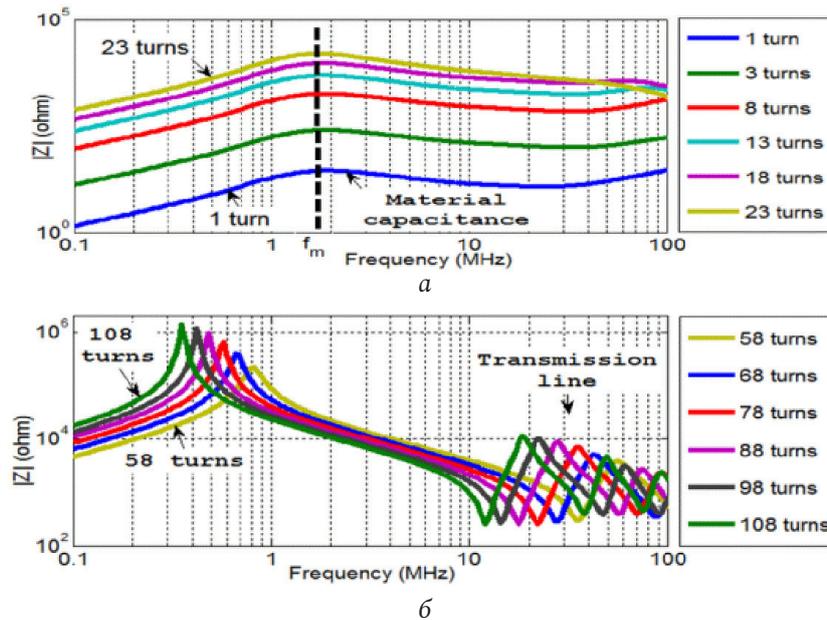


Рис. 11. Модуль комплексного сопротивления дросселя на сердечнике N87 с различным количеством витков (взято из [5]): а – 1–23 витка; б – 58–108 витков
 Fig. 11. Complex resistance module of the choke on the core N87 with a different number of turns (taken from [5]): a – 1–23 turns; b – 58–108 turns

$$\mu''(j\omega) = \frac{|Z_L(j\omega)|}{\omega} K_L \cos(\arg(Z_L(j\omega))), \quad (14)$$

где $K_L = 1/\mu_0 n^2 K_\Phi$.

Из рис. 11 видно, что пересчитанные по формулам (13), (14) частотные характеристики $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$ для дросселей с разным количеством витков практически близки друг другу, что позволяет сделать вывод о том, что по частотной характеристике комплексной магнитной проницаемости сердечника можно построить схему замещения дросселя на этом сердечнике с различным количеством витков. На частоте 10 кГц $\mu''(j\omega)$ для каждого дросселя отличаются, т. к. на этой частоте нет измерений комплексного сопротивления дросселей (рис. 1), а на частоте 1 кГц на сопротивление дросселя оказывает влияние сопротивление провода. Из рис. 10 также видно, что частотные характеристики $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$, полученные из справочника, и частотные характеристики $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$, рассчитанные из измеренных характеристик сопротивления дросселя, различаются. Это говорит о том, что магнитная проницаемость материала может иметь разброс по сравнению со справочной, и для определения магнитной проницаемости конкретного материала требуются измерения этого материала. Только в этом случае можно из данных сердечника получить схему замещения дросселя. Аналогичные выводы были сделаны в [5].

Таким образом, зная измеренные частотные характеристики $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$ материала реального

сердечника, можно определить схему замещения дросселя с конкретным количеством витков. К сожалению, у авторов данной статьи нет измерений комплексной магнитной проницаемости конкретных сердечников дросселей. Поэтому все расчеты проводились, исходя из измеренных сопротивлений дросселей. Но даже из данных, полученных из измеренных сопротивлений (рис. 10), можно сделать предварительное заключение, что f_{01} в схеме замещения близка к частоте, на которой $\mu' = \mu''$, а частоты f_{02} и f_1 определяются из минимума μ' (когда μ' отрицательна). Более конкретная методика, как, например, в [5], определения комплексного сопротивления дросселя с использованием частотных характеристик комплексной магнитной проницаемости сердечника авторами будет рассмотрена в дальнейшем.

В [5] было показано, что резонансная частота сопротивления дросселя, определяемая материалом сердечника, вне зависимости от количества витков (индуктивности дросселя) остается постоянной (рис. 11, а). И только после определенного количества витков (больше 23) резонансная частота сопротивления дросселя начинает перемещаться в низкочастотную область (рис. 11, б), т. е. при большом количестве витков начинает сказываться межвитковая емкость. В этом случае в схеме замещения дросселя необходимо учесть эту емкость. Так как в данной работе измерялись дроссели с малым количеством витков (от 1-го до 3-х) специ-

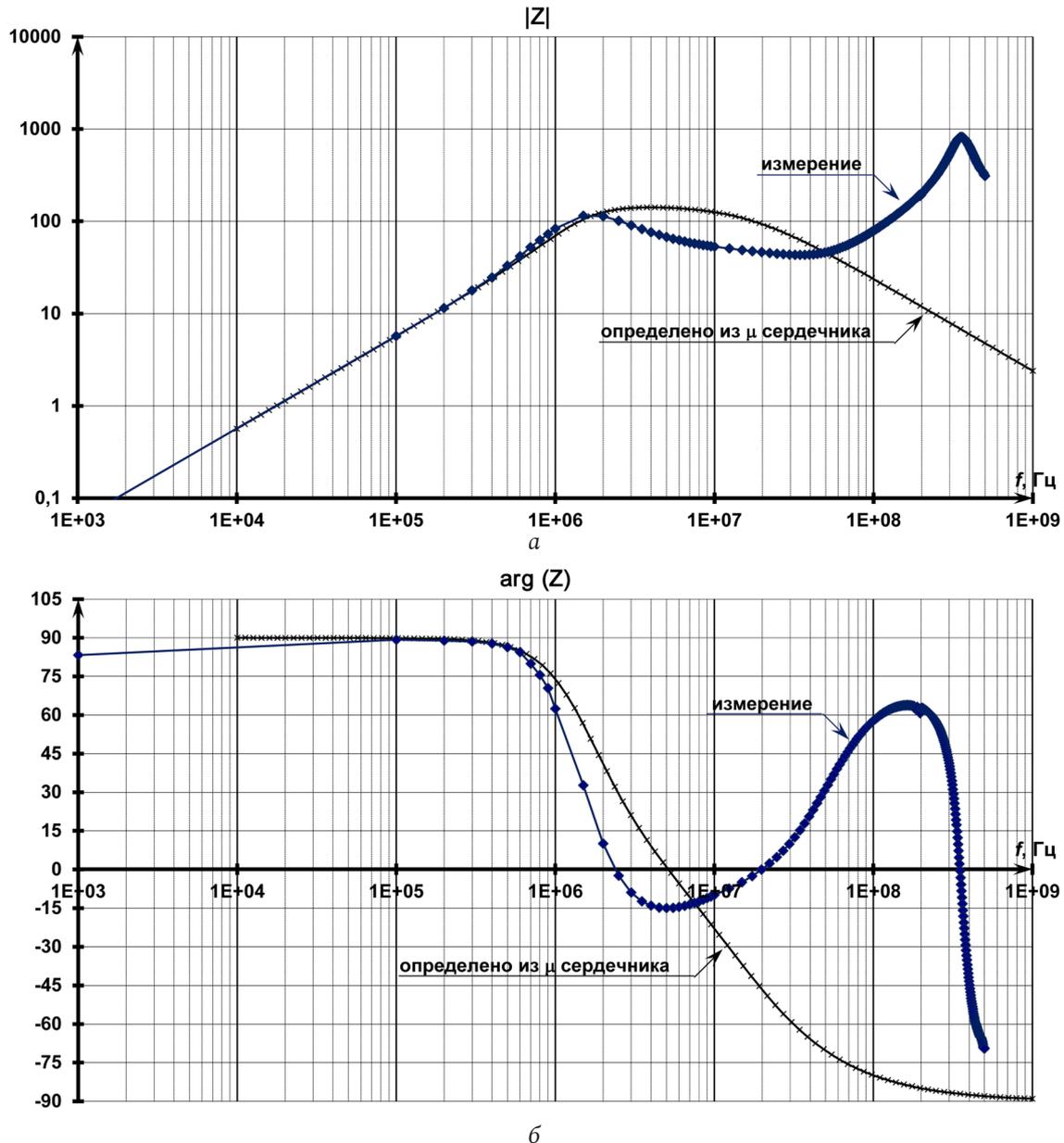


Рис. 12. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления дросселя: измеренное значение в сравнении с рассчитанным по $\mu(j\omega)$ сердечника (рис. 9)

Fig. 12. Module (a) and phase (b) of the complex resistance of the inductor: the measured value in comparison with the calculated value $\mu(j\omega)$ for the core (Fig. 9)

ально, чтобы данный эффект не проявлялся, то в данной схеме замещения дросселя межвитковая емкость отсутствует.

Для определения границы влияния комплексной магнитной проницаемости сердечника на комплексное сопротивление дросселя вычислим комплексное сопротивление дросселя из $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$ сердечника, преобразуя формулы (13) и (14), т. е.

$$|Z_L(j\omega)| = \frac{\omega}{K_L} \sqrt{(\mu'(j\omega))^2 + (\mu''(j\omega))^2}, \quad (15)$$

$$\arg(Z_L(j\omega)) = 90^\circ - \arctg\left(\frac{\mu''(j\omega)}{\mu'(j\omega)}\right), \quad (16)$$

и сравним с измеренными частотными характеристиками сопротивления дросселя (рис. 12).

Из рис. 12 по характеру изменения модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя видно, что при учете только сердечника фаза комплексного сопротивления дросселя меняется от 90° до -90° , т. е. дроссель сначала имеет индуктивный характер, а потом приобретает емкостной характер. В случае измерения комплексного сопротивления реального дросселя его фаза падает от 90° до -15° , а потом начинает расти до 65° (рис. 12). Это может означать, что дальнейшее изменение характера модуля и фазы комплексного сопротив-

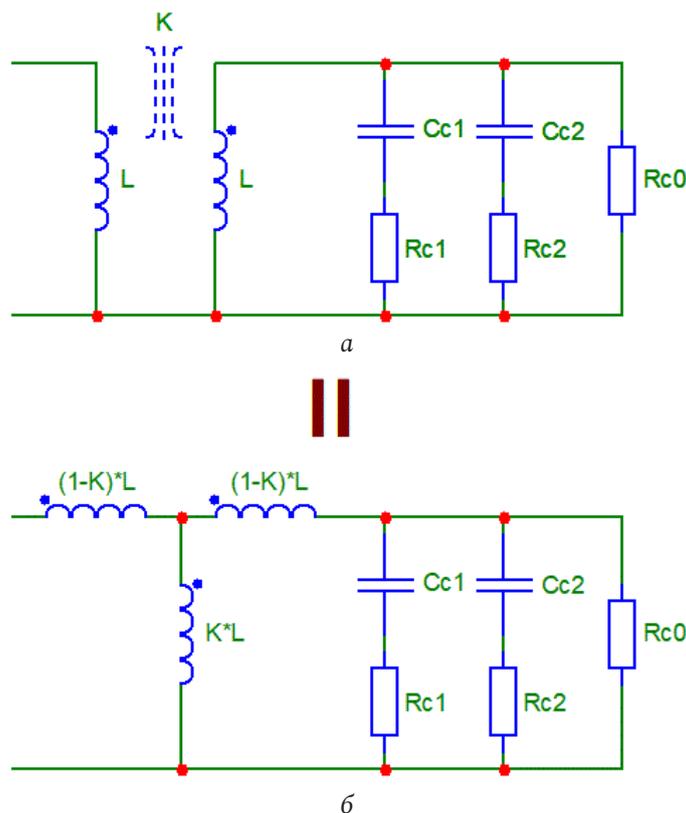


Рис. 13. Схема замещения дросселя для участка 4
 Fig. 13. Equivalent circuit of the choke for section 4

ления дросселя после 4 МГц уже не определяется комплексной магнитной проницаемостью сердечника, поскольку комплексное сопротивление, посчитанное по $\mu'(j\omega)$ и $\mu''(j\omega)$, показывают емкостный характер (рис. 12).

Взаимодействие магнитных полей сердечника и провода дросселя (участок 4 на рис. 3). Поднятие модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя чаще всего связывают с эффектом длинной линии [5]. Рассмотрим более строго, можно ли это объяснить длинной линией. В общем случае длина волны электромагнитного колебания λ равна

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{C_0}{\sqrt{\epsilon\mu}f}, \quad (17)$$

где $C_0 = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \approx 3 \cdot 10^8$ м / с – скорость света в вакууме; ϵ и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости материала.

Данный эффект начинает проявляться при частоте порядка 5 МГц (рис. 12), а для исследуемого материала (феррит N87) комплексная магнитная проницаемость на частоте 5,5 МГц равна $\dot{\mu} = -115 + j430$ (рис. 10), тогда модуль комплексной магнитной проницаемости материала на этой частоте равен $|\dot{\mu}| = 447$. Тогда получаем длину вол-

ны $\lambda = 3 \cdot 10^8 / 21 / 5,5 \cdot 10^6 = 2,6$ м, что значительно больше длины провода (порядка 10–20 см). Данное предположение об эффекте длинной линии авторами статьи [5] было сделано потому, что они в своих исследованиях не учитывали фазу комплексного сопротивления, а брали в расчет только модуль комплексного сопротивления, по которому виден подъем (при малом количестве витков) на частотах выше 50–100 МГц (в зависимости от количества витков – рис. 11, б). Кроме того, заметный ВЧ-резонанс они наблюдали лишь при большом количестве витков (рис. 11, б), т. к. не смотрели частоты выше 100 МГц (рис. 12). Так как данный эффект в статье [5] был обнаружен при большом количестве витков (больше 50) на частотах выше 10 МГц, то рассмотрим также и его. На частоте 10 МГц получаем $|\dot{\mu}| = 14$ и длину волны $\lambda = 2,1$ м. При 100 витках получаем длину провода 2,5 м [5], что соизмеримо с длиной волны. В этом случае (при большом количестве витков) как раз очень хорошо видно проявление эффекта длинных линий (рис. 11, б): ярко выраженные минимумы и максимумы, повторяющиеся с четкой периодичностью, чего не наблюдается при малом количестве витков (рис. 1).

Таким образом, объяснение подъема модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя с

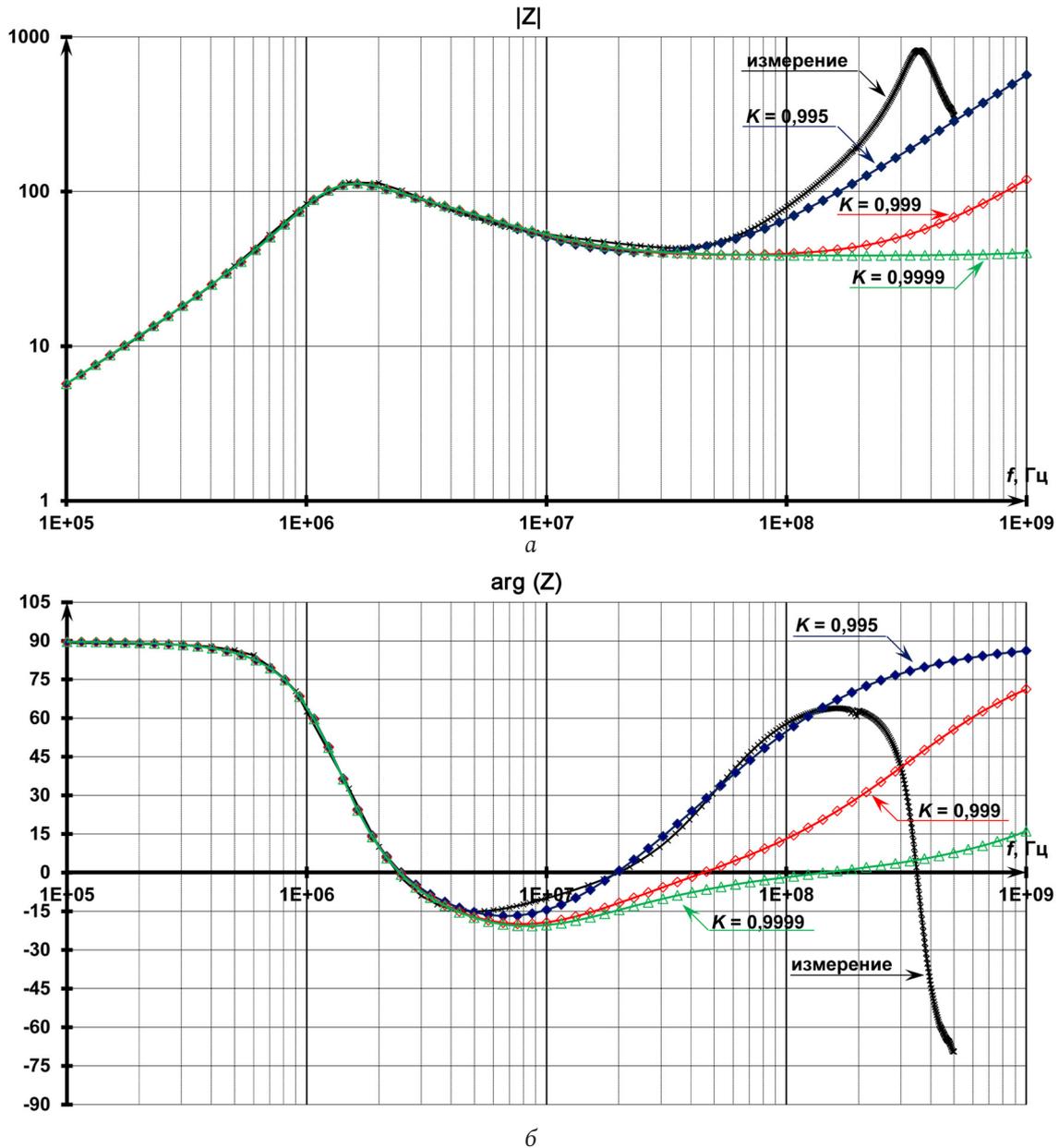


Рис. 14. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления дросселя: измеренное значение в сравнении с различным коэффициентом связи (рис. 13)

Fig. 14. Module (a) and phase (b) of the complex resistance of the inductor: measured value in comparison with different coupling coefficient (Fig. 13)

малым количеством витков с помощью длинной линии с физической точки зрения некорректно. Оно может использоваться лишь для дросселя с большим количеством витков.

Для того чтобы понять с физической точки зрения, в чем причина поднятия модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя, надо представить, что же собой представляет дроссель. Дроссель – это провод, намотанный на сердечник. Провод при протекании через него электрического тока будет иметь магнитное поле, усиленное сердечником. Кроме того, сам сердечник будет иметь магнитное поле. Провод и сердечник – это

два отдельных элемента, хотя и находящихся вблизи друг от друга. То есть мы имеем магнитное поле, создаваемое проводом, и магнитное поле, создаваемое сердечником, которые взаимодействуют друг с другом. А это есть не что иное, как воздушный трансформатор (две магнитно связанные индуктивности), в котором магнитное поле, создаваемое первичной обмоткой (проводом дросселя), взаимодействует с магнитным полем, создаваемым вторичной обмоткой (сердечник дросселя). Была предложена схема замещения на основе воздушного трансформатора (рис. 13, а), которая и позволила учесть влияние магнитных полей про-

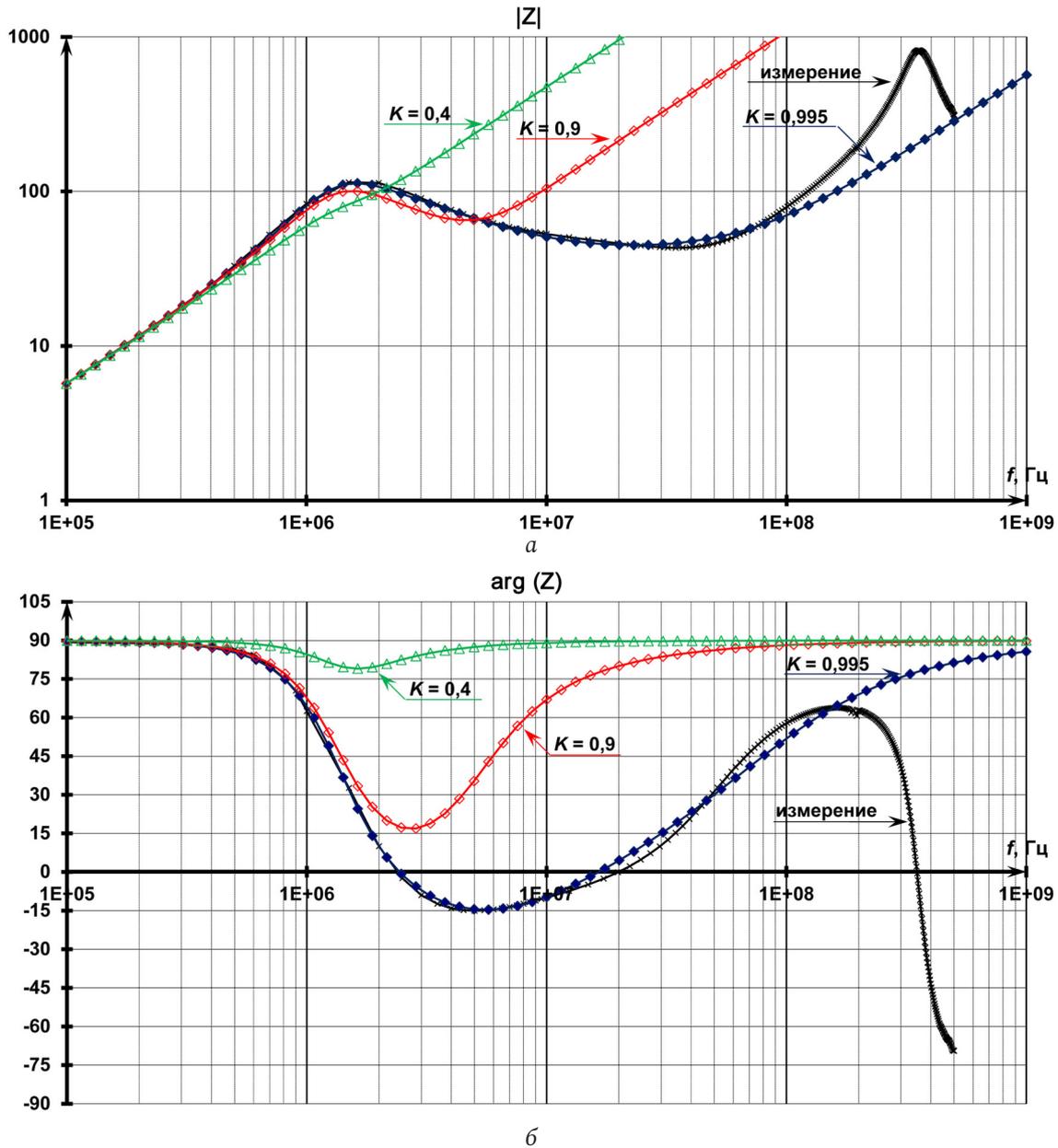


Рис. 15. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления дросселя: измеренное значение в сравнении с различным коэффициентом связи (рис. 13)
 Fig. 15. Module (a) and phase (b) of the complex resistance of the inductor: measured value in comparison with different coupling coefficient (Fig. 13)

вода и сердечника. На рис. 13, б приведена схема замещения дросселя Т-образной схемой замещения трансформатора.

Уменьшение коэффициента связи в схеме замещения дросселя (рис. 13, а) или увеличение индуктивности рассеивания в Т-образной схеме замещения трансформатора в схеме замещения дросселя (рис. 13, б) позволяет переместить значение частоты, с которого начинается подъем модуля и фазы комплексного сопротивления дросселя, с высокого на более низкое (рис. 14). Таким образом, изменяя коэффициент связи K , можно приблизить сопротивление схемы замещения к измеренному

сопротивлению дросселя на участке 4 (для рассматриваемого случая $K = 0,995$ – рис. 14). Но приближение частоты, на которой возникает минимум фазы сопротивления дросселя (рис. 14, б), к частоте f_1 (рис. 8, б) искажает частотные характеристики сопротивления дросселя (рис. 14). Поэтому для приближения частотных характеристик сопротивления схемы замещения и измеренных частотных характеристик сопротивления дросселя требуется корректировка C_{C1} , C_{C2} , R_{C1} , R_{C2} в схеме замещения. В нашем случае они равны: $C_{C1} = 1,36$ нФ, $C_{C2} = 0,25$ нФ, $R_{C1} = 100$ Ом, $R_{C2} = 83$ Ом. И расхождений в частотных характеристиках сопротив-

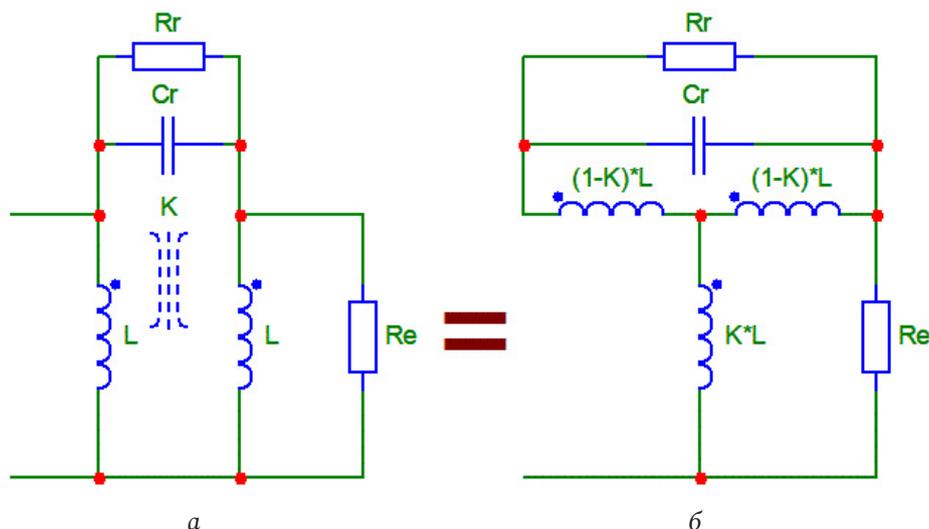


Рис. 16. Схема замещения дросселя для участка 5
Fig. 16. Equivalent circuit of the throttle for section 5

ления схемы замещения и измеренных частотных характеристик сопротивления дросселя уже меньше (рис. 15). Это означает, что провод изменяет магнитное поле, создаваемое сердечником. Для того чтобы оценить влияние магнитного потока, создаваемого проводом, на магнитный поток, создаваемый сердечником, надо измерить магнитную проницаемость сердечника, найти параметры схемы замещения (рис. 6, б) и сравнить с параметрами схемы замещения, созданной из измерения сопротивления дросселя.

Кроме того, дальнейшее уменьшение коэффициента связи в схеме замещения дросселя позволяет получить характеристику индуктивности в более высокой области частот (рис. 15). В этом случае упадет общая индуктивность из-за уменьшения коэффициента связи, но ее можно будет поднять дополнительными витками.

Как видно из рис. 14, 15, граница между участками 3 и 4 (рис. 3) может быть достаточно расплывчатой и, скорее всего, определяется лишь тем, каким образом намотан дроссель.

Все сказанное выше является лишь пока математической моделью, и для подтверждения данной математической модели реальным физическим явлением, происходящим в дросселе, требуются дополнительные измерения и исследования.

Проходная емкость в системе взаимодействия магнитных полей сердечника и провода дросселя (участок 5 на рис. 3). При изменении переменного магнитного поля первичной обмотки (провод) по сравнению с переменным магнитным полем вторичной обмотки (сердечник) возникает переменное электрическое поле, т. е.

появляется проходная емкость C_R воздушного трансформатора (рис. 16), описывающего взаимодействие провода с сердечником. Эта емкость и определяет высокочастотный резонанс (в районе 300–400 МГц – рис. 17) комплексного сопротивления дросселя. Так как частота этого резонанса на 2 порядка больше центральной частоты f_0 , определяемой материалом сердечника, то сопротивление конденсаторов C_{C1} и C_{C2} на частоте резонанса значительно меньше сопротивлений R_{C1} и R_{C2} (рис. 13), и сердечник заменяется сопротивлением R_E (рис. 16), равным параллельному соединению сопротивлений R_{C1} , R_{C2} , R_{C0} (для данного случая оно равно 43,6 Ом).

Кроме того, добротность этого резонанса определяется сопротивлением резистора R_R , включенным параллельно этой емкости (рис. 16), который возникает в схеме замещения из-за конечности проводимости емкости C_R . В этом случае комплексное сопротивление схемы замещения (рис. 16) будет вычисляться по формуле (7), но параметры f_{01} , f_{02} , f_1 , α и α_1 в выражении (7) будут рассчитываться по-другому. Так как нас интересует максимум модуля, то он определяется частотой f_1 и равняется

$$f_{Cr} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_R(1-K^2)}}. \quad (18)$$

Для рассматриваемого дросселя эта частота равна 357 МГц, а проходная емкость трансформатора C_R вычисляется из (18) и равняется 2,2 пФ. Сопротивление утечки R_R , определяющее добротность этого резонанса, равно 800 Ом (на резонансной частоте).

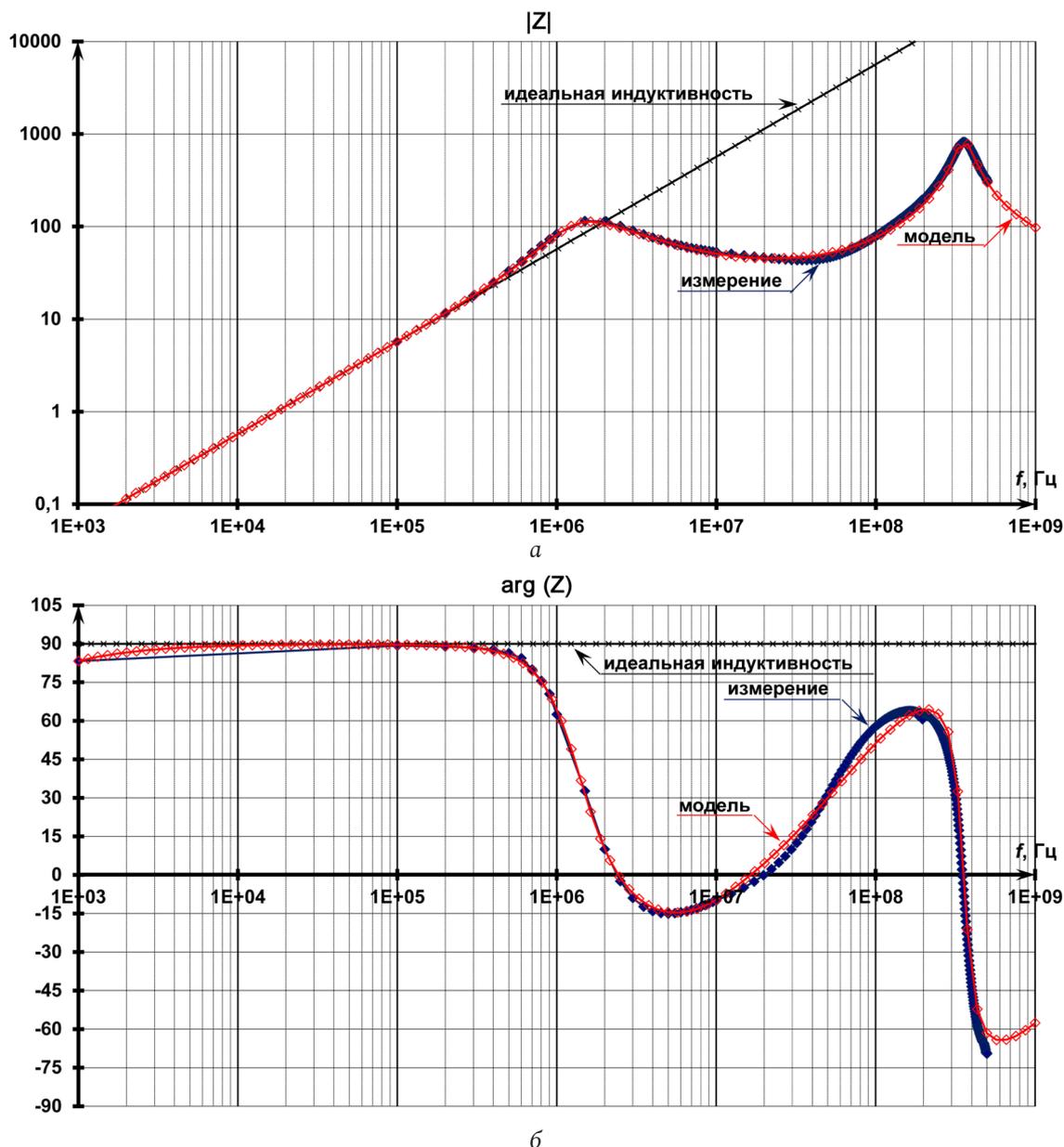


Рис. 17. Модуль (а) и фазы (б) комплексного сопротивления дросселя: измеренное значение в сравнении с рассчитанным по схеме замещения (рис. 16)
 Fig. 17. Module (a) and phase (b) of the complex resistance of the inductor: the measured value in comparison with that calculated according to the equivalent circuit (Fig. 16)

Наличие данного участка на частотных характеристиках сопротивления дросселя еще раз указывает на корректность использования трансформатора в схеме замещения дросселя. Похожие частотные характеристики (рис. 18) были получены в [14], где авторы измеряли сопротивление первичной обмотки трансформатора при ненагруженной вторичной обмотке, что еще раз подтверждает корректность использования трансформатора в схеме замещения дросселя.

Данный эффект (резонанс) начинает проявляться на частотах выше 100 МГц (рис. 14, 17). На частоте 100 МГц комплексная магнитная проница-

емость сердечника равна $\mu = 25,5 + j16$ (рис. 10), а модуль комплексной магнитной проницаемости материала на этой частоте равен $|\mu| = 30,1$. Тогда получаем длину электромагнитной волны $\lambda = 3 \times 10^8 / 5,5 / 10^8 = 0,55$ м, что в 4 раза больше длины провода (10–20 см). Таким образом, в длину провода укладывается четверть волны электромагнитного колебания, и начинает проявляться эффект длинной линии, т. е. провод, начиная с 100 МГц, представляет уже короткозамкнутую длинную линию, и резонанс на частоте f_{Cr} – это первый резонанс входного сопротивления длинной линии.

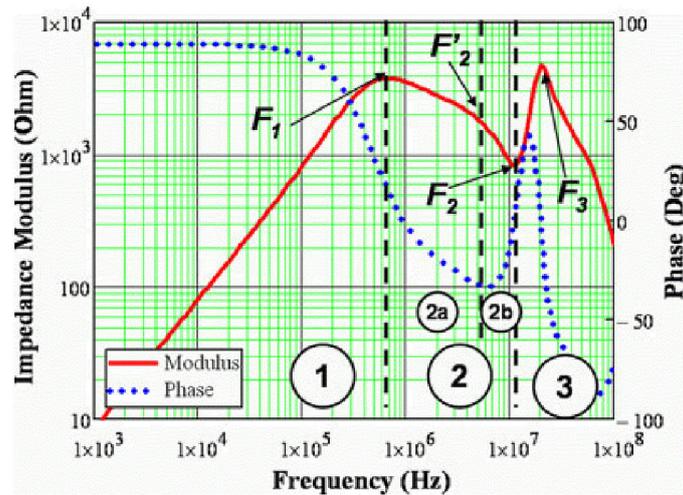


Рис. 18. Измеренные частотные характеристики модуля и фазы комплексного сопротивления первичной обмотки трансформатора, работающего на холостой ход (взято из [14])

Fig. 18. Measured frequency characteristics of the module and the phase of the complex resistance of the primary winding of the transformer operating at idle (taken from [14])

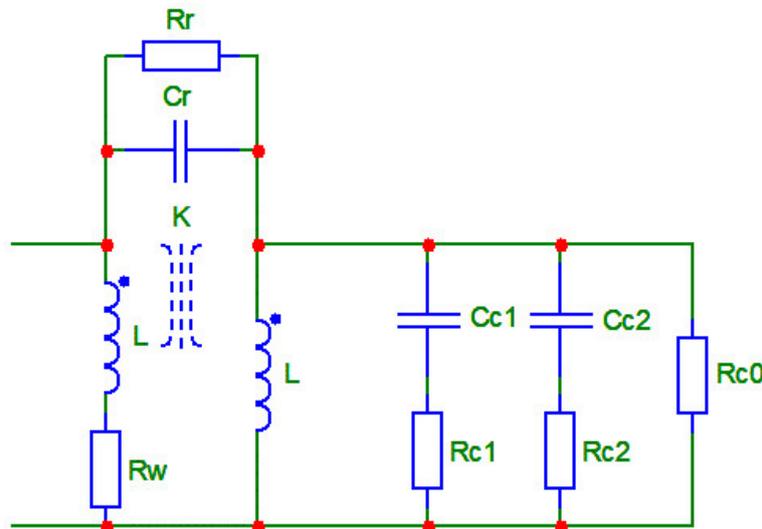


Рис. 19. Схема замещения дросселя
Fig. 19. Throttle equivalent circuit

Схема замещения

Таким образом была получена схема замещения дросселя (рис. 19), работающего в широкой области частот. Последний характерный участок на частотных характеристиках (участок 6 на рис. 3) в данной работе не рассмотрен, т. к. неизвестно как будет себя вести сопротивление дросселя: станет оно полностью емкостным, или будут еще всплески частотных характеристик сопротивления, или то и другое. Различные измеренные сопротивления дросселя при разных количествах витков (рис. 1, 2 и 11, б) и расчет длины волны электромагнитного колебания указывают на последний вариант (проявляется эффект длинной линии). Но, чтобы быть полностью в этом уверенным, необходимо произвести измерения модуля и фазы сопро-

тивления дросселя до единиц, а то и десятков ГГц. Поэтому в данной работе была составлена схема замещения, имеющая 5 характерных участков на частотных характеристиках комплексного сопротивления дросселя. В таблице приведены параметры этой схемы замещения для измеренных дросселей (рис. 1, 2).

Заключение

В работе предложена электрическая структурно-параметрическая схема замещения дросселя (рис. 19), частотные характеристики которой близки к измеренным частотными характеристиками сопротивления дросселя в широкой полосе частот (от 0 до 500 МГц). Это позволяет использовать данную схему замещения дросселя для корректного

Таблица
 Table

	N87, кол-во витков			T38, кол-во витков		
	1	2	3	1	2	3
L , мкГн	2,41	9,05	20,31	15,724	63,0	143,8
C_{C1} , нФ	2,5	1,36	0,62	14,0	0,5	0,2
C_{C2} , нФ	2,5	0,25	0,078	2,0	22,0	0,7
C_R , пФ	2,1	2,2	3,2	1,7	2,2	2,7
K	0,977	0,995	0,998	0,994	0,999	0,995
R_{C0} , Ом	120	1100	2000	40	1300	250
R_{C1} , Ом	60	100	205	40	90	185
R_{C2} , Ом	19	83	162	25	85	550
R_R , Ом	3000	800	320	3700	800	340
R_W , мОм	6,61	6,72	6,99	7	9,6	20

проектирования высокочастотных фильтров радиопомех.

Показана несостоятельность использования длинной линии в схеме замещения дросселя с малым количеством витков обмотки дросселя, предложенная в [5]. Была показана целесообразность использования вместо длинной линии в схеме замещения индуктивно связанных катушек. Это позволило корректно обосновать частотные характеристики сопротивления дросселя.

Показано, что для построения схемы замещения (структуры и параметров) измерения только модуля сопротивления дросселя недостаточно, необходимо измерять также фазу комплексного сопротивления дросселя. Так как только фаза комплексного сопротивления дросселя позволяет сказать, какой характер сопротивления (индук-

тивный, емкостной или резистивный) преобладает в конкретной области частот, т. е. только фаза показывает, что оказывает наибольшее влияние: магнитное поле, электрическое поле или активные потери. Кроме того, фаза комплексного сопротивления показывает корректность выбора эквивалентной схемы замещения.

Благодарности

Авторы выражают благодарность сотрудникам НТЦ СЗЛ (г. Санкт-Петербург) за предоставленные измерения дросселей, студентке Ларионовой А.К. за помощь в проведении расчетов на компьютере, начальнику БМА ПАО «Мстатор» (г. Боровичи) Фоченкову Э.А. за высказанные замечания в процессе подготовки статьи.

Список литературы

1. Синтез эквивалентных частотных схем замещения дросселя / В.Ф. Дмитриков [и др.] // Практическая силовая электроника. 2017. Вып. 66, № 2. С. 5–11.
2. Synthesis of equivalent circuits for chokes and capacitors in a wide range of frequencies taking into account dynamic processes in dielectric and magnetic materials / V.F. Dmitrikov [et al.] // 2019 20th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM). 2019. P. 532–540. DOI: <https://doi.org/10.1109/EDM.2019.8823489>
3. Дмитриков В.Ф., Исаев В.М., Куневич А.В. Разработка поведенческих моделей конденсаторов и дросселей с учетом частотных свойств диэлектрической и магнитной проницаемости диэлектриков и магнетиков // Наноиндустрия. 2020. Т. 13, № S4 (99). С. 372–373. DOI: <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2020.13.4s.372.373>
4. Разработка высокочастотных электрических схем замещения конденсаторов и дросселей с учетом частотных свойств диэлектрической и магнитной проницаемости диэлектриков и магнетиков / В.Ф. Дмитриков [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 2. С. 55–69. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.2.55-69>
5. Cuellar C., Idir N., Benabou A. High frequency behavioral ring core inductor model // IEEE Transactions on Power Electronics. 2016. Vol. 31, no. 5. P. 3763–3772. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2015.2460374>
6. Разевиг В.Д. Система сквозного проектирования электронных устройств DesignLab 8.0. М.: Солон-Р, 2000. 698 с.
7. Разевиг В.Д. Схемотехническое моделирование с помощью Micro-Cap 7. М.: Горячая линия – Телеком, 2003. 368 с.
8. Немцов М.В., Шамаев Ю.М. Справочник по расчету параметров катушек индуктивности. М.: Энергоиздат, 1981. 136 с.
9. Аркадьев В.К. Электромагнитные процессы в металлах. М.; Л.: Главная редакция энергетической литературы, 1936. 303 с.
10. Филиппов Б.Н., Жаков С.В. Теории динамических свойств ферромагнитных монокристаллических пластин, обладающих доменной структурой // Физика металлов и металловедение. 1975. Т. 39, № 4. С. 705–717.

11. Brown J. Understanding How Ferrites Can Prevent and Eliminate RF Interference to Audio Systems. URL: <http://k9yc.com/SAC0305Ferrites.pdf>
12. EPCOS Data Book 2013. Ferrites and Accessories // TDK Electronics. URL: <https://www.tdk-electronics.tdk.com/download/519704/069c210d0363d7b4682d9ff22c2ba503/ferrites-and-accessories-db-130501.pdf>
13. Ferrite Magnetic Design Tool // TDK Electronics. URL: <https://www.tdk-electronics.tdk.com/en/180490/design-support/design-tools/ferrite-magnetic-design-tool>
14. Kotny J.-L., Margueron X., Idir N. High-frequency model of the coupled inductors used in EMI filters // IEEE Transactions on Power Electronics. 2012. Vol. 27, no. 6. P. 2805–2812. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2011.2175452>

References

1. Dmitrikov V.F. et al. Synthesis of equivalent frequency circuits for the inductor. *Prakticheskaja silovaja elektronika*, 2017, no. 66, pp.5–11. (In Russ.)
2. Dmitrikov V.F. et al. Synthesis of equivalent circuits for chokes and capacitors in a wide range of frequencies taking into account dynamic processes in dielectric and magnetic materials. *2019 20th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM)*, 2019, pp. 532–540. DOI: <https://doi.org/10.1109/EDM.2019.8823489>
3. Dmitrikov V.F., Isaev V.M., Kunevich A.V. Development of behavioral models of capacitors and chokes, taking into account the frequency properties of the dielectric and magnetic permeability of dielectrics and magnets. *Nanoindustrija*, 2020, vol. 13, no. S4 (99), pp. 372–373. DOI: <https://doi.org/10.22184/1993-8578.2020.13.4s.372.373> (In Russ.)
4. Dmitrikov V.F. et al. Development of high-frequency electrical circuits for replacing capacitors and chokes, taking into account the frequency properties of the dielectric and magnetic permeability of dielectrics and magnets. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2020, vol. 23, no. 2, pp. 55–69. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.2.55-69> (In Russ.)
5. Cuellar C., Idir N., Benabou A. High frequency behavioral ring core inductor model. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2016, vol.31, no. 5, pp. 3763–3772. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2015.2460374>
6. Razevig V.D. *End-to-End Electronic Design System DesignLab 8.0*. Moscow: Solon-R, 2000, 698 p. (In Russ.)
7. Razevig V.D. *Schematic Simulation with Micro-Cap 7*. Moscow: Gorjachaja linija – Telekom, 2003, 368 p. (In Russ.)
8. Nemtsov M.V., Shamaev Yu.M. *Induction Coil Sizing Handbook*. Moscow: Energoizdat, 1981, 136 p. (In Russ.)
9. Arkad'ev V.K. *Electromagnetic Processes in Metals*. Moscow; Leningrad: Main edition of energetic literature, 1936, 303 p.
10. Filippov B.N., Zhakov S.V. The theory of dynamic properties of single-crystal ferromagnetic plates with a domain structure. *Fizika metallov i metallovedenie*, 1975, vol. 39, no. 4, pp. 705–717. (In Russ.)
11. Brown J. Understanding How Ferrites Can Prevent and Eliminate RF Interference to Audio Systems. URL: <http://k9yc.com/SAC0305Ferrites.pdf>
12. EPCOS Data Book 2013. Ferrites and Accessories. TDK Electronics. URL: <https://www.tdk-electronics.tdk.com/download/519704/069c210d0363d7b4682d9ff22c2ba503/ferrites-and-accessories-db-130501.pdf>
13. Ferrite Magnetic Design Tool. TDK Electronics. URL: <https://www.tdk-electronics.tdk.com/en/180490/design-support/design-tools/ferrite-magnetic-design-tool>
14. Kotny J.-L., Margueron X., Idir N. High-frequency model of the coupled inductors used in EMI filters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012, vol. 27, no. 6, pp. 2805–2812. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPEL.2011.2175452>

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2021, vol. 24, no. 4, pp. 25–45

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.4.25-45

Received 26 August 2021
 Accepted 27 September 2021

Equivalent circuit of a ferrite-wound inductor in a wide frequency range (0 Hz – 500 MHz)

Vladimir F. Dmitrikov, Dmitry V. Shushpanov

The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications
 22, bld. 1, Avenue Bolshevikov,
 Saint Petersburg, 193232, Russia

Abstract – Based on the measured impedance of the inductors wound on various ferrite cores and with a different number of turns, an equivalent high frequency (0 Hz – 500 MHz) circuit model was built. The equivalent circuit model was built taking into account the physical processes occurring in the inductor: effect of wire resistance, effect of core material, mutual effect of wire and core material. The attempt explaining why the frequency characteristics (modulus and phase) of the inductor complex impedance have such a character in a wide frequency band (up to 500 MHz) was made. It was shown that for constructing an equivalent circuit model (structure and parameters), measuring only the inductor's resistance modulus is not enough. It is also

necessary to measure the phase of the inductor complex resistance, which is ignored in many works on the synthesis of an e inductor equivalent circuit.

Keywords – inductor; equivalent circuit; ferrite; impedance; complex permeability.

Информация об авторах

Дмитриков Владимир Федорович, 1939 г. р., доктор технических наук, профессор кафедры теории электрических цепей и связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, г. Санкт-Петербург, Россия. Заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии ОАО «Газпром», академик РАЭН, член-корр. АЭН, член-корр. МАН ВШ. Окончил в 1967 г. Ленинградский политехнический институт им. М.И. Калинина, радиофизический факультет. Член бюро совета «Научные проблемы систем электропитания» при отделении РАН «Электрофизика, энергетика, электротехника». Автор более 300 научных работ и изобретений, в том числе 6 учебников, 4 учебных пособий, 6 монографий и более 30 авторских свидетельств.

Область научных интересов: высокоэффективные ключевые режимы генерирования и усиления электрических колебаний и информационных сигналов, теория линейных и нелинейных электрических цепей, радиосвязь, радионавигация, преобразовательная техника.

E-mail: dmitrikov_vf@mail.ru

Шушпанов Дмитрий Викторович, 1980 г. р., кандидат технических наук, доцент кафедры теории электрических цепей и связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, г. Санкт-Петербург, Россия. Окончил в 2002 г. Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, факультет многоканальных телекоммуникационных систем. В 2005 г. окончил аспирантуру при Санкт-Петербургском государственном университете телекоммуникаций имени профессора М.А. Бонч-Бруевича. Автор более 110 научных работ, в том числе 1 монографии.

Область научных интересов: энергетически высокоэффективные ключевые режимы генерирования и усиления электрических колебаний и информационных сигналов, теория линейных и нелинейных электрических цепей, устройства преобразовательной техники.

E-mail: dimasf@inbox.ru

Information about the Authors

Vladimir F. Dmitrikov, born in 1939, Doctor of Technical Sciences, professor of the Department of Theory of Electrical Circuits and Communication, the Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg, Russia. Honored Scientist of the Russian Federation, Laureate of the Gazprom Prize, Academician of the Russian Academy of Natural Sciences, Corresponding member of AEN, corresponding member MAN VSH. Graduated in 1967 from the Leningrad M.I. Kalinin Polytechnic Institute, Faculty of Radiophysics. Member of the Bureau of the Council «Scientific Problems of Power Supply Systems» at the Department of the Russian Academy of Sciences «Electrophysics, Power Engineering, Electrical Engineering». Author of over 300 scientific works and inventions, including 6 textbooks, 4 study guides, 6 monographs and more than 30 copyright certificates.

Research interests: highly efficient key modes of generation and amplification of electrical oscillations and information signals, theory of linear and nonlinear electrical circuits, radio communication, radio navigation, conversion technology.

E-mail: dmitrikov_vf@mail.ru

Dmitry V. Shushpanov, born in 1980, Candidate of Technical Sciences, associate professor of the Department of Theory of Electrical Circuits and Communication, the Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg, Russia. Graduated in 2002 from the Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications, faculty of multichannel telecommunication systems. In 2005 he completed his postgraduate studies at the Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications. Author of over 110 scientific works, including 1 monograph.

Research interests: energetically highly efficient key modes of generation and amplification of electrical oscillations and information signals, the theory of linear and nonlinear electrical circuits, devices of conversion technology.

E-mail: dimasf@inbox.ru

Формирование сверхкоротких импульсов с помощью сумматора конструкции Уилкинсона

А.М. Бобрешов , А.Е. Елфимов, В.А. Степкин, Г.К. Усков 

Воронежский государственный университет
394018, Россия, г. Воронеж,
Университетская пл., 1

Аннотация – В работе исследована возможность увеличения амплитуды сверхкоротких импульсов и формирования моноцикла Гаусса путем сложения сигналов с нескольких генераторов. Для этого были использованы кольцевые сумматоры конструкции Уилкинсона, конструкция которых была выбрана из-за низких потерь и высокой развязки входов. Было произведено моделирование S-параметров сумматоров с разными геометрическими параметрами в полосе частот до 5 ГГц. Полученные результаты совпали с экспериментально измеренными характеристиками. С помощью сумматоров путем сложения сверхкоротких импульсов одинаковой и различной полярностей была увеличена амплитуда монополярного импульса и сформирован импульс биполярной формы. Данный подход характеризуется возможностью подстройки параметров выходного сигнала путем подбора задержек запускающих сигналов.

Ключевые слова – СШП-сигналы; сверхкороткие импульсы; СВЧ; сложение импульсов; колокольный импульс; биполярный импульс; моноцикл Гаусса; делитель Уилкинсона.

Введение

Одной из перспективных областей радиолокации является использование сверхкоротких импульсов (СКИ) в форме колокола Гаусса, моноцикла Гаусса и дублета Гаусса. Подобные сигналы имеют высокую разрешающую способность. Однако при их формировании возникают проблемы, связанные с одновременным обеспечением малой длительности и высокой амплитуды. Если для формирования колокольных СКИ используются известные решения на основе сверхбыстрых переключателей, например диодов с накоплением заряда (ДНЗ) [2; 10; 13], то для формирования моноциклов и дублетов в большинстве случаев применяется пассивная фильтрация колокольных импульсов. Такой метод искажает спектр и форму сигнала, что снижает в целом КПД генератора за счет фильтрации низкочастотных составляющих.

Одним из способов формирования сверхкоротких моноимпульсов гауссовской формы большой амплитуды является суммирование импульсов с выходов нескольких генераторов [3]. В настоящей работе для формирования двуполярных СКИ предлагается использовать колокольные импульсы с управляемой временной задержкой. Такая система, состоящая из нескольких генераторов и сумматора, является достаточной гибкой в настройке и позволяет регулировать форму с минимальными энергетическими потерями. Однако такой подход требует реализации с учетом частотного диапазо-

на СКИ. При прямом подключении нескольких генераторов СКИ [2] к общей нагрузке имеет место их влияние на работу друг друга [3], что приводит к искажению импульса. Поэтому важно обеспечить развязку между выходами всех генераторов моноимпульсов для уменьшения их влияния друг на друга.

Для сложения импульсов в работе рассматривается сумматор конструкции Уилкинсона, который в последнее время достаточно часто используется для сложения СШП-сигналов [4–6]. Однако в приведенных публикациях не исследуется вопрос суммирования сверхкоротких импульсов гауссовской формы.

В работе представлен сумматор на основе кольцевой конструкции Уилкинсона для сверхширокополосных сигналов. Экспериментально удалось добиться увеличения амплитуды формируемого импульса при помощи суммирования выходных сигналов с нескольких генераторов [2]. Также был сформирован моноцикл, состоящий из двух колокольных сигналов.

Модель сумматора Уилкинсона

Схематичный внешний вид кольцевого сумматора представлен на рис. 1. Он обладает двумя входами, обозначенных <2> и <3>, и одним выходом – <1>. Для развязки между входами устройства используется балластный резистор R . Также ширину полосы работы сумматора задают длины и ширина микрополосков кольца.

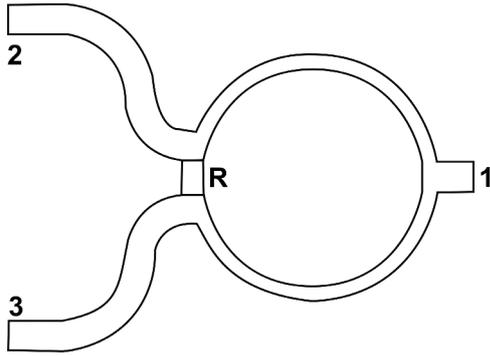


Рис. 1. Кольцевой сумматор
 Fig. 1. Ring adder

Аналитическую модель такого устройства можно представить через нормированную матрицу четырехполюсника [12]:

$$[A]^{++} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}\cos\left(\frac{2\pi l}{\Lambda}\right) & j\sin\left(\frac{2\pi l}{\Lambda}\right)/\sqrt{2}Y_1 \\ j\sqrt{2}Y_1\sin\left(\frac{2\pi l}{\Lambda}\right) & \sin\left(\frac{2\pi l}{\Lambda}\right)/\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$[A]^{+-} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{Y_3}}\cos\left(\frac{2\pi l}{\Lambda}\right) & \frac{j\sqrt{Y_3}}{Y_1}\sin\left(\frac{2\pi l}{\Lambda}\right) \\ \frac{Y_2}{\sqrt{Y_3}}\cos\left(\frac{2\pi l}{\Lambda}\right) + \sqrt{Y_3}\cos\left(\frac{2\pi l}{\Lambda}\right) + \\ + j\frac{Y_1}{\sqrt{Y_3}}\sin\left(\frac{2\pi l}{\Lambda}\right) & \frac{jY_2\sqrt{Y_3}}{Y_1}\sin\left(\frac{2\pi l}{\Lambda}\right) \end{bmatrix},$$

где $Y_1 = z_0/z_1$ – нормированная волновая проводимость отрезка однородной линии с длиной l ; $Y_1 = 2z_0/R_6$ – нормированная проводимость активной нагрузки, умноженная на два; Y_3 – нормированная проводимость короткого замыкания, для идеального случая предполагается, что этот параметр равен бесконечности; Λ – длина волны.

С помощью матриц, представленных выше, можно определить матрицы рассеяния на средней частоте f_0 рабочего диапазона. Эта частота, соответственно, определяется из соотношения $l = \Lambda_0/4$, где длина волны Λ_0 соответствует частоте f_0 .

Матрица рассеяния состоит из S -параметров, которая описывается выражением:

$$S_{33} = \frac{1-2Y_1^2}{1+2Y_1^2},$$

$$S_{11} = S_{22} = \frac{1}{2}\left(\frac{1-2Y_1^2}{1+2Y_1^2} + \frac{1-Y_2}{1+Y_2}\right), \quad (2)$$

$$S_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{1-2Y_1^2}{1+2Y_1^2} - \frac{1-Y_2}{1+Y_2}\right).$$

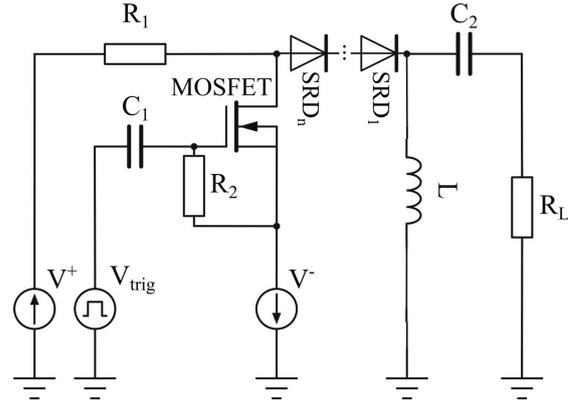


Рис. 2. Схема генератора импульсов с использованием диодов с накоплением заряда
 Fig. 2. Circuit of a pulse generator using diodes with charge storage

Исходя из полученных соотношений, можно сделать вывод, что идеальное согласование, то есть равенство параметров $S_{11} = S_{22} = S_{33} = 0$, и идеальную развязку между входными плечами сумматора $S_{12} = 0$ можно достигнуть, если:

$$Y_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad Y_2 = 1, \quad (3)$$

$$z_1 = z_0\sqrt{2}, \quad R_2 = 2z_0.$$

В таком случае матрица рассеяния для идеального делителя примет вид

$$[S] = -j \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Моделирование сложения импульсов

Для анализа схем суммирования была построена модель генератора, описанная в [13] и изображенная на рис. 2. При параллельном подключении двух генераторов к одной нагрузке было выяснено, что на выходе системы формируются импульсы колокольной формы, но при этом не наблюдается увеличения амплитуды, а длительность импульса растет почти вдвое.

Затем был рассчитан сумматор Уилкинсона, который показал хорошее совпадение с теоретическими формулами, описанными выше. Для расширения рабочей полосы сумматора была выполнена оптимизация его геометрических параметров. В качестве оптимизируемых параметров использовались радиус, ширина и длина микрополосков кольцевой части. Для оптимизации были заданы требуемые параметры для S_{12} в коридоре от -3 дБ

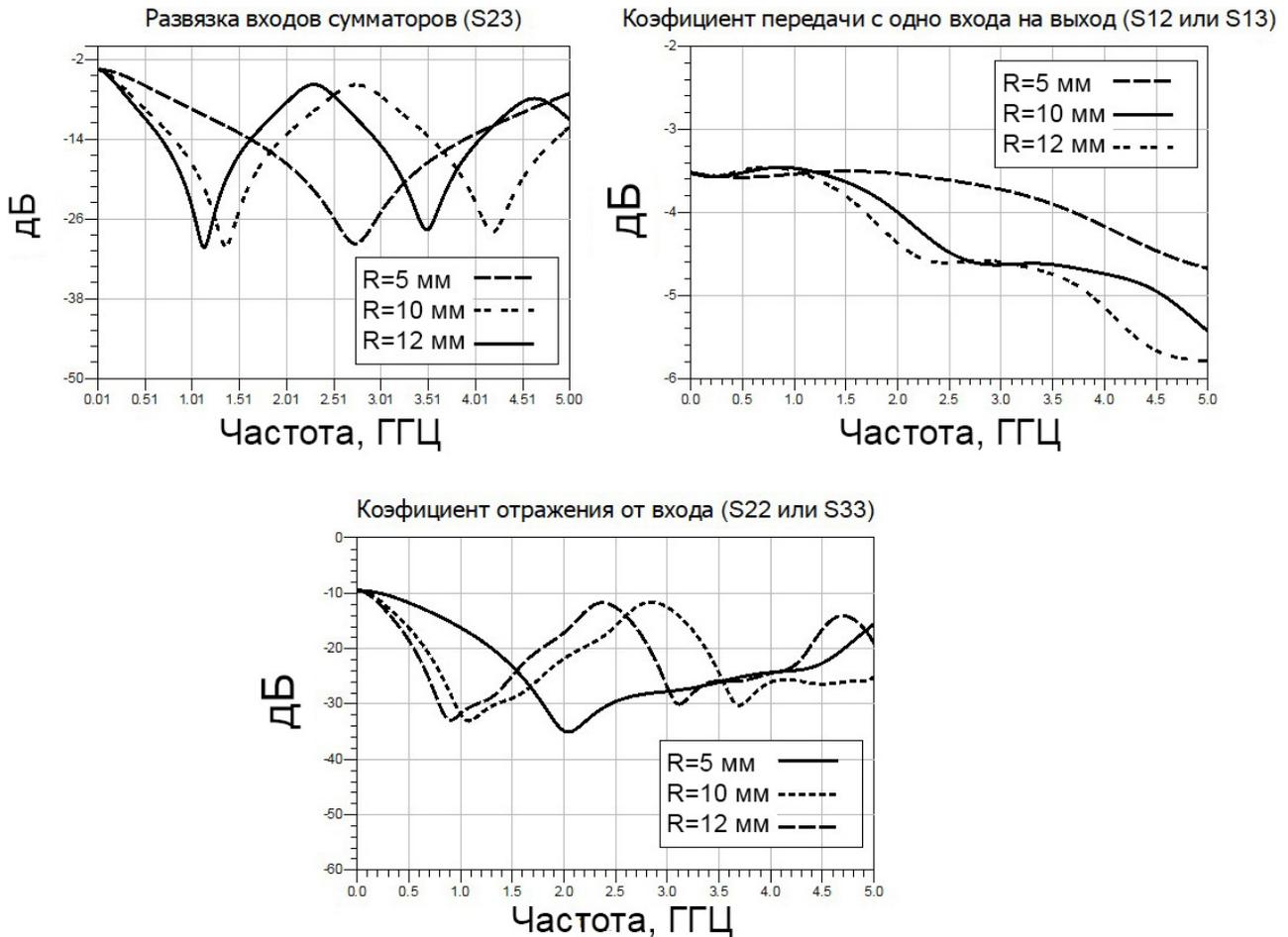


Рис. 3. S-параметры кольцевых сумматоров с радиусами 5, 10 и 12 мм
Fig. 3. S-parameters of ring adders with radii of 5, 10 and 12 mm

до -4 дБ, для S_{23} и S_{22} меньше -10 дБ – в полосе от 0,5 до 5 ГГц.

В модели были учтены реальные параметры диэлектрика FR4 ($\epsilon_r = 4,3$, $H = 0,8$ мм, тангенс угла потерь $- 0,025$) и получены следующие параметры микрополоска кольцевой части.

- Толщина полоска – 0,7 мм.
- Сопротивление балластного резистора – 100 Ом.
- Было выбрано три радиуса кольца, показавших удовлетворительные характеристики: 5, 10 и 12 мм.

Выбранные параметры хорошо соответствуют сигналам, полученным с генераторов, описанных и промоделированных согласно [13]. Характеристики, полученные во время моделирования сумматоров с различными радиусами колец, представлены на рис. 3.

Сложение импульсов без временного сдвига

Для подтверждения результатов моделирования было проведено экспериментальное исследование работы кольцевого сумматора. Печатная плата сумматора изготовлена из материала FR4

толщиной 0,8 мм. Измеренные S-параметры изготовленных сумматоров представлены на рис. 4. Их измерение производилось с помощью векторного анализатора цепей Agilent PNA-L N5230A.

Для суммирования импульсов входы сумматора подключались к выходам двух идентичных генераторов СКИ [13]. Напряжение на выходе сумматора регистрировалось стробоскопическим осциллографом DCA-X N86100D с входным сопротивлением 50 Ом и полосой пропускания 20 ГГц.

Сумматоры по схеме Уилконсона были реализованы на печатных платах (рис. 5), и с их помощью производилось сложение импульсов с двух генераторов. Длительности формируемых импульсов, измеренные на полувысоте, составляли 300 пс при амплитуде 31,3 В.

Значение амплитуды выходных импульсов для сумматоров:

- при радиусе 5 мм составила 37 В;
- при радиусе 10 мм – 36,4 В;
- при радиусе 12 мм – 33,5 В.

Увеличение амплитуды импульса менее чем в два раза объясняется наличием потерь в диэлек-

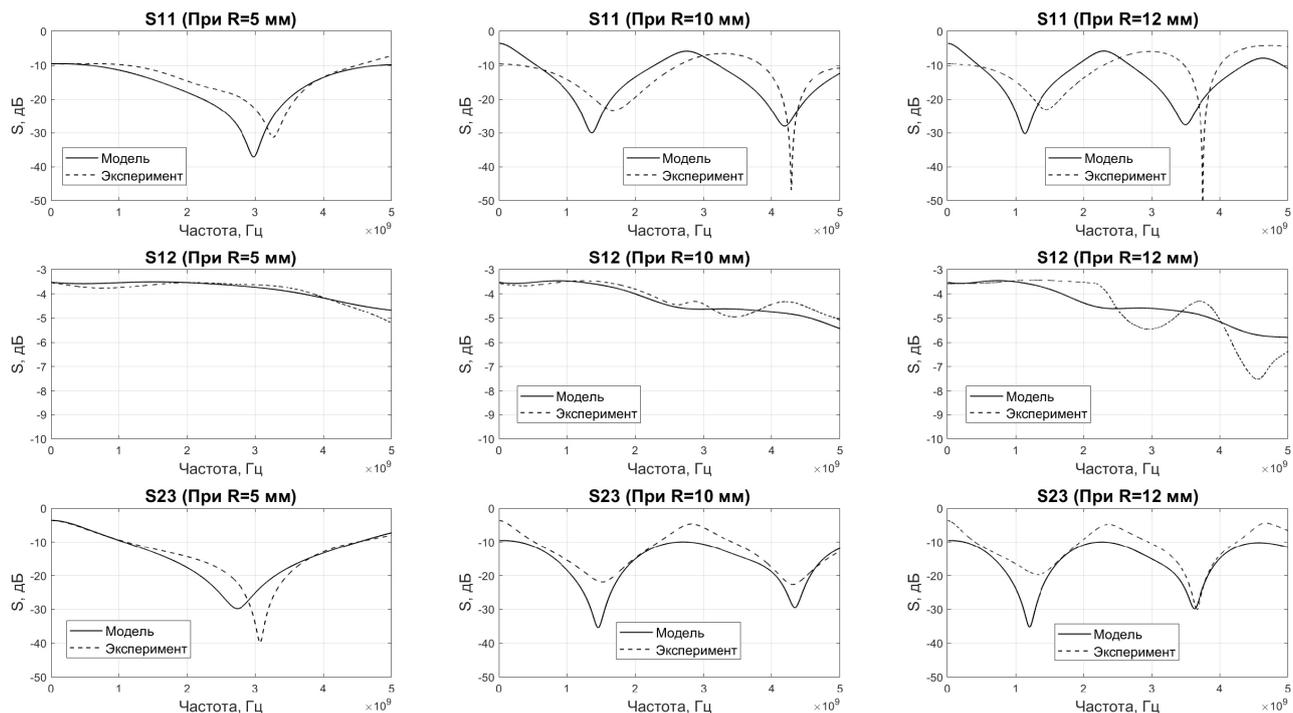


Рис. 4. Теоретически рассчитанные и измеренные S -параметры сумматоров
 Fig. 4. Theoretically calculated and measured S -parameters of adders

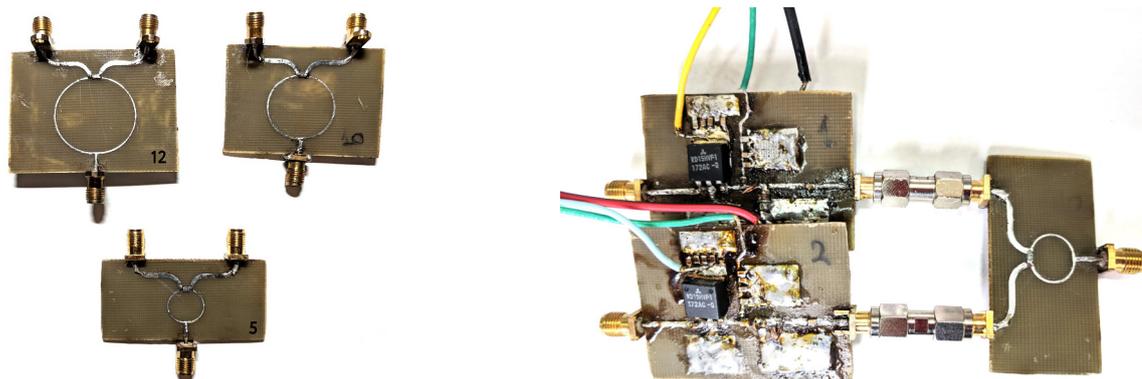


Рис. 5. Экспериментальные реализации сумматоров конструкции Уилкинсона на микрополосках
 Fig. 5. Experimental implementations of Wilkinson microstrip adders

трике платы. Как видно на рис. 4, параметры S_{12} для всех сумматоров ниже -3 дБ во всей полосе, а на частотах выше 3 ГГц характеристики ухудшаются.

Формирование биполярного импульса

Для формирования биполярного импульса использовались генераторы колокольных импульсов разной полярности. Отрицательный импульс подавался на вход сумматора с задержкой относительно положительного. Импульсы на выходах генераторов изображены на рис. 6, а. Их амплитуды также составляли 30 В при длительности 300 пс на полувысоте.

Сформированный биполярный импульс представлен на рис. 6, б. Размах импульса составил

33,1 В. Положительный выброс в конце импульса объясняется формой монополярных импульсов генераторов, в осциллограммах которых также имеются положительные выбросы. Данные выбросы складываются кольцевым сумматором, формируя искажения. Следует отметить, что, подбирая задержку между положительным и отрицательными импульсами, можно реализовать управление спектром генерируемого сигнала.

Заключение

В работе представлен кольцевой сумматор для сложения сверхширокополосных импульсных сигналов. Рабочая полоса частот сумматора по уровню -20 дБ находится в диапазоне от 0,5 до 5 ГГц. Экспериментально удалось выполнить сложение

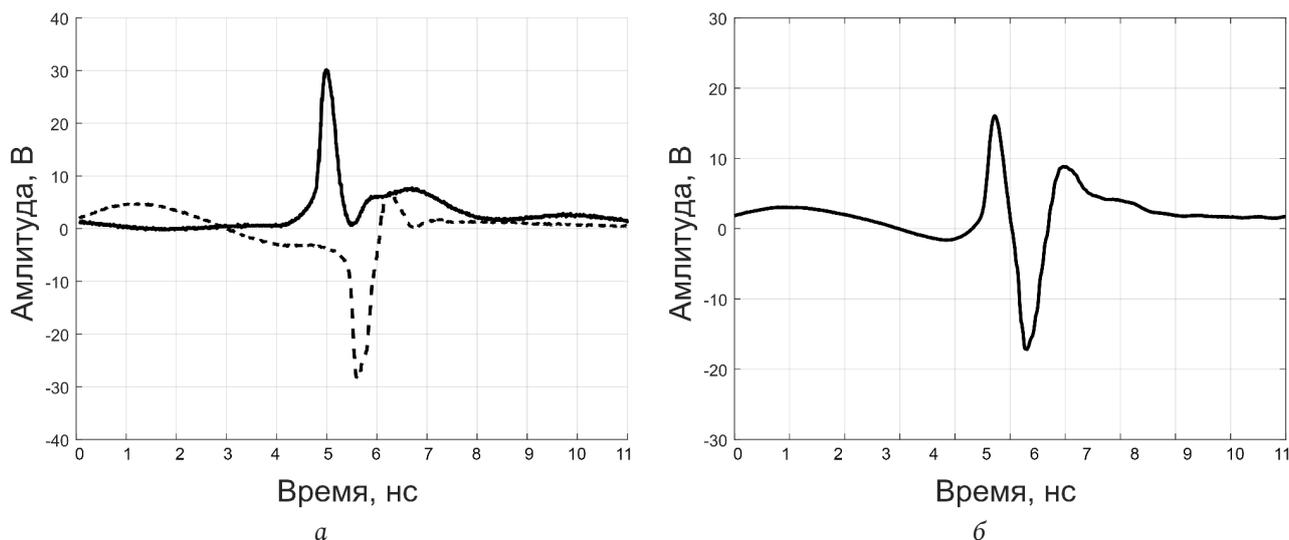


Рис. 6. Сформированные однополярные сверхкороткие импульсы (а) и биполярный импульс (б), полученный с помощью сумматора

Fig. 6. Formed unipolar ultrashort pulses (a) and bipolar pulse (b), obtained using an adder

двух импульсных сигналов субнаносекундной длительности. При этом амплитуда формируемого сигнала увеличилась в 1,23 раза, длительность и форма при этом остались без изменения. Кроме того, с использованием генераторов импульсов

разной полярности удалось сформировать биполярный импульс.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-19-00323, <https://rscf.ru/project/21-19-00323/>.

Список литературы

1. Nguyen C., Miao M. Design of CMOS RFIC Ultra-Wideband Impulse Transmitters and Receivers. Cham: Springer International Publishing AG, 2017. 118 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-53107-6>
2. Novel tunable ultrashort pulse generator with high amplitude and low ringing level / A.M. Bobreshov [et al.] // IEEE Microwave and Wireless Components Letters. 2017. Vol. 27, no. 11. P. 1013–1015. DOI: <https://doi.org/10.1109/LMWC.2017.2750085>
3. Protiva P., Mrkvice J., Machác J. High power monocycle pulse generator for through-the-wall radar transmitter // 2009 Asia Pacific Microwave Conference. 2009. P. 2324–2327. DOI: <https://doi.org/10.1109/APMC.2009.5385448>
4. Kasar Ö., Kahriman M. A theoretical design of ultra-wideband multisection Wilkinson power divider using Euler polynomials // Microwave Optical Technology Letter. 2020. Vol. 62, no. 12. P. 3869–3875. DOI: <https://doi.org/10.1002/mop.32589>
5. N-way compact ultra-wide band equal and unequal split tapered transmission lines wilkinson power divider / S. Saleh [et al.] // Jordanian Journal of Computers and Information Technology. 2020. Vol. 6, no. 3. P. 291–302. DOI: <https://doi.org/10.5455/jjcit.71-1590536342>
6. An optimization algorithm in ultrawideband bandpass Wilkinson power divider for controllable equal-ripple level / C. Bao [et al.] // IEEE Microwave and Wireless Components Letters. 2020. Vol. 30, no. 9. P. 861–864. DOI: <https://doi.org/10.1109/LMWC.2020.3011516>
7. Yankelevich Y., Pokryvailo A. A compact former of high-power bipolar subnanosecond pulses // IEEE Transactions on Plasma Science. 2005. Vol. 33, no. 4. P. 1186–1191. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPS.2005.852443>
8. Yin Q., Pan Z., Zhang Z. Design of a high-performance ultra-wideband monocycle pulse generator // Proceedings of the 2018 International Conference on Mechanical, Electronic, Control and Automation Engineering (MECAE 2018). 2018. P. 158–164. DOI: <https://doi.org/10.2991/mecae-18.2018.34>
9. Lee D., Shaker G., Melek W. Development of a compact monocycle pulse generator for UWB impulse radar applications // Microwave Optical Technology Letter. 2020. Vol. 62, no. 10. P. 3119–3123. DOI: <https://doi.org/10.1002/mop.32424>
10. Vishwakarma M., HariKrishna A. High amplitude sharp pulse generation using step recovery diode for radar applications // 2019 IEEE MTT-S International Microwave and RF Conference (IMARC). 2019. P. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/IMaRC45935.2019.9118740>
11. Two-stage design of high power UWB monocycle generator for radar sensor applied in the fourth industry revolution / Y. Ahajjamab [et al.] // Procedia Manufacturing. 2020. Vol. 46. P. 730–737. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2020.03.103>
12. Parad L.I., Moynihan R.L. Split-tee power divider // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 1965. Vol. 13, no. 1. P. 91–95. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.1965.1125934>
13. Improvement of ultrashort pulses by serial connection of step recovery diodes / A.M. Bobreshov [et al.] // IEEE Microwave and Wireless Components Letters. 2021. Vol. 31, no. 2. P. 204–206. DOI: <https://doi.org/10.1109/LMWC.2020.3046925>

References

1. Nguyen C., Miao M. Design of CMOS RFIC Ultra-Wideband Impulse Transmitters and Receivers. Cham: Springer International Publishing AG, 2017, 118 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-53107-6>

2. Bobreshov A.M. et al. Novel tunable ultrashort pulse generator with high amplitude and low ringing level. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 2017, vol. 27, no. 11, pp. 1013–1015. DOI: <https://doi.org/10.1109/LMWC.2017.2750085>
3. Protiva P., Mrkvice J., Machác J. High power monocycle pulse generator for through-the-wall radar transmitter. *2009 Asia Pacific Microwave Conference*, 2009, pp. 2324–2327. DOI: <https://doi.org/10.1109/APMC.2009.5385448>
4. Kasar Ö., Kahrman M. A theoretical design of ultra-wideband multisection Wilkinson power divider using Euler polynomials. *Microwave Optical Technology Letter*, 2020, vol. 62, no. 12, pp. 3869–3875. DOI: <https://doi.org/10.1002/mop.32589>
5. Saleh S. et al. N-way compact ultra-wide band equal and unequal split tapered transmission lines wilkinson power divider. *Jordanian Journal of Computers and Information Technology*, 2020, vol. 6, no. 3, pp. 291–302. DOI: <https://doi.org/10.5455/jjcit.71-1590536342>
6. Bao C. et al. An optimization algorithm in ultrawideband bandpass Wilkinson power divider for controllable equal-ripple level. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 2020, vol. 30, no. 9, pp. 861–864. DOI: <https://doi.org/10.1109/LMWC.2020.3011516>
7. Yankelevich Y., Pokryvailo A. A compact former of high-power bipolar subnanosecond pulses. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2005, vol. 33, no. 4, pp. 1186–1191. DOI: <https://doi.org/10.1109/TPS.2005.852443>
8. Yin Q., Pan Z., Zhang Z. Design of a high-performance ultra-wideband monocycle pulse generator. *Proceedings of the 2018 International Conference on Mechanical, Electronic, Control and Automation Engineering (MECAE 2018)*, 2018, pp. 158–164. DOI: <https://doi.org/10.2991/mecae-18.2018.34>
9. Lee D., Shaker G., Melek W. Development of a compact monocycle pulse generator for UWB impulse radar applications. *Microwave Optical Technology Letter*, 2020, vol. 62, no. 10, pp. 3119–3123. DOI: <https://doi.org/10.1002/mop.32424>
10. Vishwakarma M., Harikrishna A. High amplitude sharp pulse generation using step recovery diode for radar applications. *2019 IEEE MTT-S International Microwave and RF Conference (IMARC)*, 2019, pp. 1–4. DOI: <https://doi.org/10.1109/IMaRC45935.2019.9118740>
11. Ahajjamab Y. et al. Two-stage design of high power UWB monocycle generator for radar sensor applied in the fourth industry revolution. *Procedia Manufacturing*, 2020, vol. 46, pp. 730–737. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2020.03.103>
12. Parad L.I., Moynihan R.L. Split-tee power divider. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1965, vol. 13, no. 1, pp. 91–95. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMTT.1965.1125934>
13. Bobreshov A.M. et al. Improvement of ultrashort pulses by serial connection of step recovery diodes. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 2021, vol. 31, no. 2, pp. 204–206. DOI: <https://doi.org/10.1109/LMWC.2020.3046925>

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2021, vol. 24, no. 4, pp. 46–52

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.4.46-52

Received 16 November 2021
Accepted 17 December 2021

Generation of ultra-short pulses using the Wilkinson adder

Anatoly M. Bobreshov , Aleksey E. Elfimov, Vladislav A. Stepkin, Grigoriy K. Uskov 

Voronezh State University
1, Universitetskaya Square,
Voronezh, 394018, Russia

Abstract – In this work the possibility of increasing the amplitude of ultra-short pulses and formation of a monocycle Gaussian by adding signals from several oscillators was investigated. For this purpose, the ring adders of Wilkinson design were used. The design of which has been chosen due to low losses and high input decoupling. The S-parameters of the adders with different geometrical parameters have been simulated in the frequency band up to 5 GHz. The obtained results coincided with the experimentally measured characteristics. The monopulse amplitude was increased and a bipolar pulse shape was formed by adding ultrashort pulses of equal and different polarities using the adders. This approach allows you to adjust the parameters of the output signal by adjusting the delays of the triggering signals.

Keywords – UWP signals; ultra-short pulses; microwave; pulse addition; bell pulse; bipolar pulse; Gaussian monocycle; Wilkinson divider.

Информация об авторах

Бобрешов Анатолий Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры электроники, заведующий кафедрой электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: нелинейные явления во входных твердотельных приборах; автоматизированные измерительные системы научных исследований; хаотические системы связи, сверхширокополосные системы локации и связи.

E-mail: bobreshov@phys.vsu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5429-3780>

Information about the Authors

Anatoly M. Bobreshov, Doctor of Physics and Mathematics, professor of the Department of Electronics, head of the Department of Electronics of the Physics Faculty, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

Research interests: nonlinear effects in input solid-state equipment, automated measuring systems for scientific research, chaotic communication systems, ultra-wide band radar and communication systems.

E-mail: bobreshov@phys.vsu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5429-3780>

Елфимов Алексей Евгеньевич, аспирант кафедры электроники физического факультета Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: генерация и суммирование сверхкоротких импульсов.

E-mail: elfimov_a@phys.vsu.ru

Степкин Владислав Андреевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры электроники Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: нелинейные явления в усилительных каскадах, сверхширокополосные системы связи и радиолокации, цифровые системы связи, автоматизация радиофизического эксперимента.

E-mail: stepkin@phys.vsu.ru

Усков Григорий Константинович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры электроники Воронежского государственного университета, г. Воронеж, Россия.

Область научных интересов: нелинейные явления в усилительных каскадах, генерация сверхкоротких импульсов, сверхширокополосные системы связи и радиолокации, антенны и антенные решетки для сверхширокополосных систем связи.

E-mail: uskov@phys.vsu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8250-2511>

Aleksey E. Elfimov, postgraduate student of the Department of Electronics of the Physics Faculty, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

Research interests: generation and summation of ultrashort pulses.

E-mail: elfimov_a@phys.vsu.ru

Vladislav A. Stepkin, Candidate of Physics and Mathematics, associate professor of the Department of Electronics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

Research interests: nonlinear effects in amplifiers cascades, ultra-wide band communications and radar systems, digital communication systems, automation of radio experiments.

E-mail: stepkin@phys.vsu.ru

Grigoriy K. Uskov, Doctor of Physics and Mathematics, associate professor of the Department of Electronics, Voronezh State University, Voronezh, Russia.

Research interests: nonlinear effects in amplifiers cascade, ultra-short impulses generation, ultra-wide band communication systems and radars, antennas and antennas lattices for ultra-wide band communication systems.

E-mail: uskov@phys.vsu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8250-2511>

Особенности генерации и распространения сверхнизкочастотных волн, возбуждаемых в ионосфере Земли, при воздействии мощного КВ-радиоизлучения

А.С. Белов 

Филиал РФЯЦ-ВНИИЭФ «НИИИС имени Ю.Е. Седакова»
603137, Россия, г. Нижний Новгород,
ул. Тропинина, 47

Аннотация – Приведены результаты экспериментальных исследований характеристик сверхнизкочастотных излучений, возбуждаемых во внешней ионосфере при нагреве ионосферной плазмы излучением высокоширотного нагревного стенда EISCAT-heating. Эксперименты были выполнены в период 2006–2010 гг. с использованием двух основных схем генерации, включающих воздействие с помощью промодулированного по мощности излучения нагревного стенда и двух немодулированных волн накачки с расстройкой по частоте. In-situ измерения характеристик плазменно-волновых возмущений проведены на высотах внешней ионосферы Земли с помощью бортовой аппаратуры микроспутника DEMETER. В работе определены основные пространственные, амплитудные и спектральные характеристики генерируемых низкочастотных излучений. Показано, что характерный размер области регистрации сверхнизкочастотных излучений составляет порядка 400–600 км вдоль траектории движения микроспутника DEMETER. Пространственное положение области регистрации определяется как используемой схемой генерации, так и распределением фоновой концентрации плазмы. Амплитуда напряженности электрического поля сверхнизкочастотных излучений на высотах внешней ионосферы Земли составляет 50–330 мкВ/м.

Ключевые слова – низкочастотные излучения; in-situ измерения; нагрев ионосферы.

Введение

Магнитосфера, являясь верхней частью атмосферы Земли, определяющим образом влияет как на характер жизнедеятельности на Земле, так и, как одна из частных технических проблем, на функционирование глобальных космических систем.

Особую опасность для низкоорбитальных космических аппаратов представляют потоки высокоэнергичных электронов и протонов радиационных поясов [1; 2]. Для перспективного поколения космических аппаратов с высокоинтегрированной бортовой электроникой потоки высокоэнергичных частиц являются основным фактором, резко ограничивающим их сроки функционирования. В связи с этим крайне актуальной задачей являются не только контроль и прогнозирование, но и управление состоянием радиационных поясов Земли.

Важную роль в динамике околоземной плазмы играют низкочастотные электромагнитные волны. Низкочастотные радиоволны сверх- и очень низкочастотного диапазонов эффективно взаимодействуют с высокоэнергичными протонами и электронами радиационных поясов на циклотронном резонансе [3]. В результате этого взаимодействия изменяется питч-угол энергичных

частиц, приводя к высыпаниям их в ионосферу Земли. По этой причине контролируемое возбуждение низкочастотных радиоволн в магнитосфере может обеспечивать снижение числа высокоэнергичных частиц [4; 5].

Основная сложность практического использования этих волн для регулирования населенности радиационных поясов состоит в том, что взаимодействие волна – частица наиболее эффективно происходит в нелинейном режиме, зависящем от амплитуды волны. Когда амплитуда достигает порогового значения, начальный сигнал может быть усилен при взаимодействии с энергичными частицами, и в результате этого, он явится инициатором вторичных интенсивных излучений. Поэтому увеличение эффективности возбуждения низкочастотных излучений в околоземной плазме является достаточно широко развиваемым направлением в области космической погоды. При этом одним из наиболее результативных методов воздействия считается нагрев ионосферы мощным коротковолновым радиоизлучением наземных специальных установок – нагревных стендов.

Существуют две основные схемы генерации низкочастотных излучений с использованием нагревных стендов.

Первая схема эффективно реализуется в ионосферных экспериментах с помощью промоду-

лированного по мощности излучения нагревного стенда. Реализацию данной схемы можно представить следующим образом. При воздействии модулированным излучением на ионосферную плазму изменяется температура электронов ΔT_e в возмущенной области ионосферы, вызывающая модуляцию частоты столкновений электронов. Изменение частоты столкновений вызывает модуляцию ионосферной проводимости в облучаемой области токовой струи, а как следствие этого – нелинейный переменный ток, который является искусственным ионосферным источником низкочастотного радиоизлучения («эффект Гетманцева») [6]. Зависимость интенсивности генерируемых низкочастотных сигналов, принимаемых наземными средствами регистрации, от параметров токовой струи исследовалась во многих работах (см., например, [7; 8]). В них было установлено, что в полярных широтах интенсивность излучения на частотах модуляции зависит от силы тока в авроральной электроструе и расстояния от нее до центра области воздействия. Высокие значения амплитуды генерируемых низкочастотных волн в основном наблюдаются при усилении тока электроструи во время геомагнитных возмущений.

Вторая схема, впервые реализованная в экспериментах на нагревном стенде «Сура» [9], основана на одновременном излучении двух немодулированных волн накачки, имеющих расстройку по частоте. Интерференционная картина высокочастотных радиоволн двух подрешеток формирует возмущения ионосферного тока δJ_e , которые будут двигаться со сверхсветовой скоростью, а сам ток являться виртуальным источником излучения на разностной частоте F в случае выполнения условия:

$$F/f_{pump} > d/h, \quad (1)$$

где f_{pump} – несущая частота волны накачки; d – расстояние между фазовыми центрами источников; h – высота.

В случае выполнении условия (1) возможно значительное (на 10–20 дБ) увеличение уровня возбуждаемых низкочастотных сигналов [10] по сравнению с первой схемой.

Несмотря на значительный объем исследований, выполненных по данным схемам генерации в основном с использованием наземных средств регистрации, характеристики искусственных низкочастотных излучений на высотах внешней ионосферы Земли остаются сравнительно малоизученными.

В настоящей работе представлены результаты экспериментальных исследований характеристик СНЧ-излучений (диапазон 30–3000 Гц), индуцируемых на высотах внешней ионосферы при нагреве ионосферной плазмы излучением высокоширотного нагревного стенда EISCAT-heating (69,58° N, 19,22° E) [11] с использованием обеих схем генерации в период 2006–2010 гг.

В проведенных экспериментах воздействие осуществлялось в поздние вечерние часы мощными радиоволнами X-поляризации, являющимися наиболее эффективными для генерации СНЧ-излучений [12]. Характеристики электромагнитных и плазменных возмущений измерялись на высотах ~660 км с помощью бортовой аппаратуры микроспутника DEMETER [13]. В измерениях использовался режим регистрации «burst mode», во время которого вся приемная аппаратура микроспутника работала с максимальной скоростью оцифровки данных.

В проведенных сеансах нагрева микроспутник DEMETER пересекал возмущенную область ионосферы, двигаясь с юго-восточного направления на северо-запад.

Кроме того, следует отметить, что по договоренности с центром управления DEMETER его измерительная аппаратура специально включалась на короткое время, когда спутник пролетал в области над нагревным стендом EISCAT-heating, хотя в стандартном режиме функционирования она была отключена на широтах выше 60° N.

1. Результаты in-situ измерений характеристик СНЧ-излучений, возбуждаемых при воздействии промодулированного по мощности излучения нагревного стенда

Всего было проведено более 10 сеансов нагрева в режиме воздействия на околоземную плазму промодулированного по мощности излучения нагревного стенда EISCAT-heating. В экспериментах мощные КВ-радиоволны излучались на частоте $f_{pump} = 4040$ кГц (в ряде экспериментов – 3950 кГц) с эффективной мощностью излучения $P_{eff} \sim 180$ МВт. При этом КВ-радиоизлучение было промодулировано по амплитуде в режиме меандр с глубиной модуляции 100 %. Нагревный стенд EISCAT-heating, как правило, включался на 15 минут за 10 минут до расчетного времени пролета микроспутника DEMETER через центр возмущенной силовой трубки геомагнитного поля.

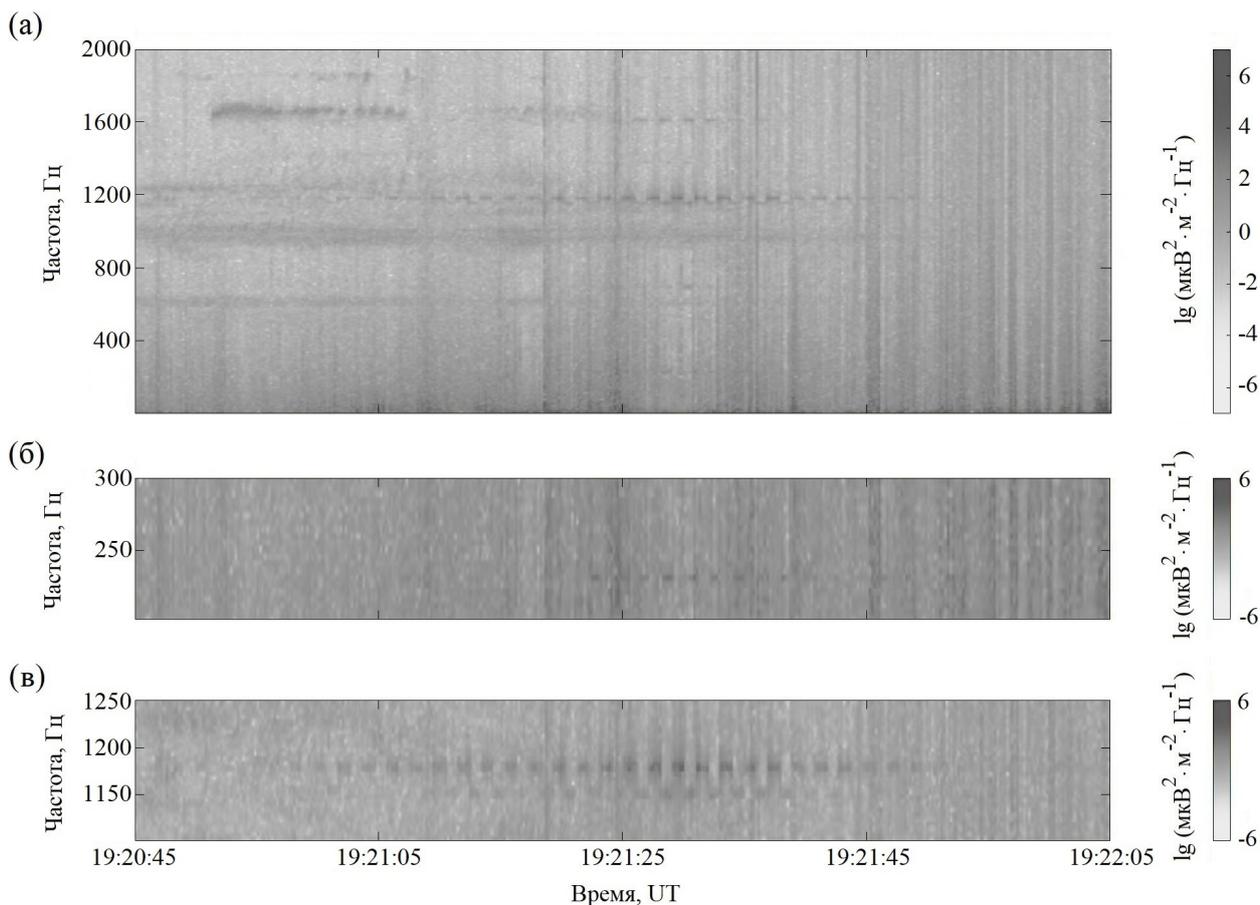


Рис. 1. Динамические спектрограммы сигнала E_x с электрической антенны микроспутника DEMETER, ортогональной к направлению геомагнитного поля, для сеанса нагрева 03.03.2010

Fig. 1. Dynamic spectrograms of the signal E_x from the microsatellite DEMETER electric antenna orthogonal to the direction of the geomagnetic field for the heating session dated March 3, 2010

Характерные результаты экспериментов были получены для сеансов нагрева, выполненных 03.03.2010 и 12.03.2010. В этих сеансах применялся циклический режим изменения частоты модуляции с использованием следующих ее значений: 230 и 1178 Гц. Длительность излучения на каждой частоте 1 с.

На рис. 1 и 2 представлены результаты наблюдений генерации искусственных СНЧ-излучений на частотах модуляции волны накачки для сеанса 03.03.2010. Эти измерения были выполнены в достаточно спокойных геомагнитных условиях для значений индексов $K_p = 2^+$ и $AE = 229$ нТл.

На рис. 1 панель (а) приведена в диапазоне частот до 2000 Гц спектральная плотность сигнала E_x с электрической антенны прибора ICE микроспутника DEMETER, ортогональной к направлению геомагнитного поля. Фрагменты спектрограммы в диапазоне частот 200–300 Гц и 1100–1250 Гц представлены на панелях (б) и (в) рис. 1 соответственно.

Вариации величины напряженности электрического поля, выделенной в полосе $\Delta f = 4,9$ Гц на

частотах модуляции волны накачки, приведены на панелях (а) и (б) рис. 2. Кроме того, на рис. 2, г построена траектория движения микроспутника DEMETER на $h = 100$ км, полученная путем параллельного переноса вдоль геомагнитного поля с высоты орбиты 660 км (звездочкой отмечено положение центра области нагрева). Зависимость от времени его расстояния D до центра области нагрева показана на панели (в) рис. 2.

На представленной на рис. 1 динамической спектрограмме четко видна генерация искусственного СНЧ-излучения на частотах модуляции волны накачки. Амплитуда напряженности электрического поля низкочастотных сигналов по данным, представленным на рис. 2, составила ~ 50 мкВ/м на частоте 230 Гц и ~ 150 мкВ/м на частоте 1178 Гц. СНЧ-излучение регистрировалось в течение порядка 1 мин на расстояниях от области наибольшего сближения до 180 км в северном направлении и до 240 км в направлении на юг.

Область регистрации стимулированного низкочастотного излучения, отмеченная на рис. 2, имеет

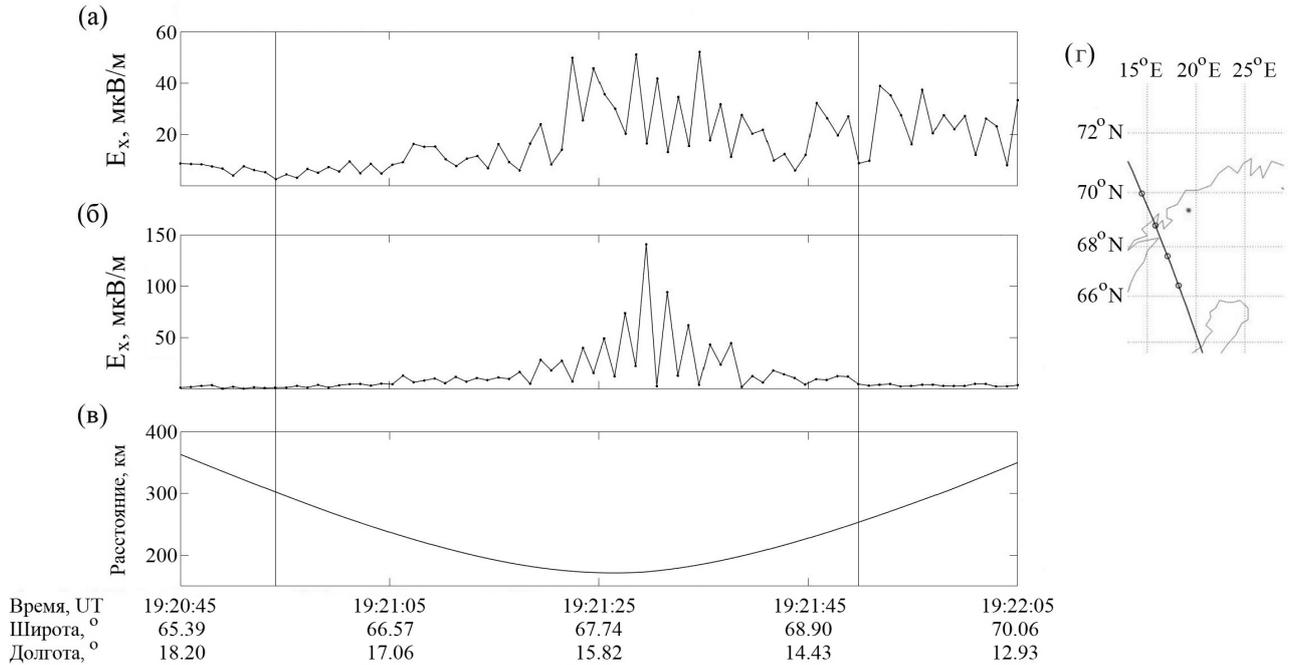


Рис. 2. Вариации величины напряженности электрического поля, выделенной в полосе $\Delta f = 4,9$ Гц на частотах модуляции волны накачки (панели (а) и (б)), и параметры траектории пролета DEMETER (панели (в) и (г)) для сеанса 03.03.2010

Fig. 2. Variations of the electric field strength magnitude identified in the band $\Delta f = 4,9$ Hz at the pump wave modulation frequencies (panels (a) and (b)) and parameters of the DEMETER flight trajectory (panels (c) and (d)) for the session dated March 3, 2010

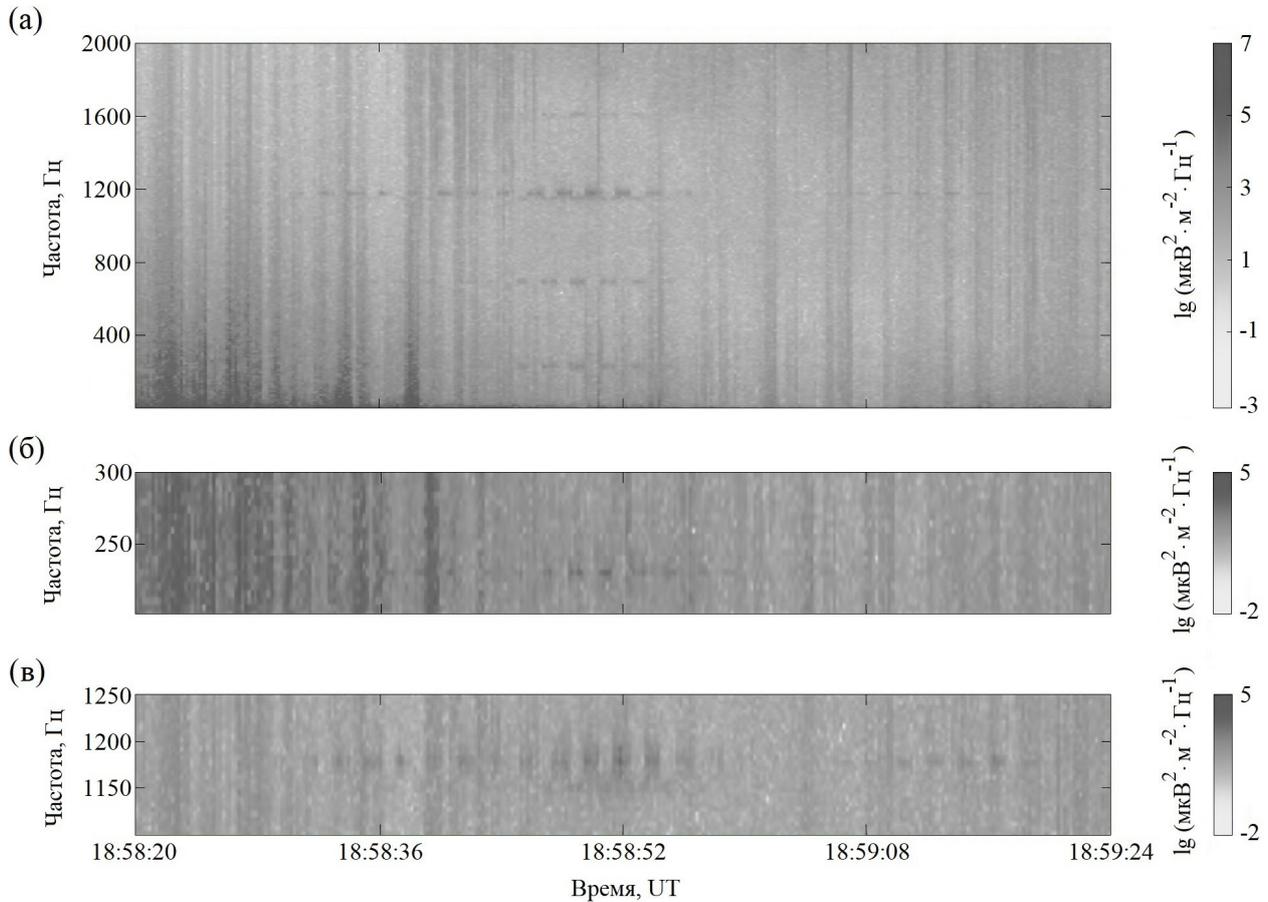


Рис. 3. Динамические спектрограммы сигнала E_x для сеанса нагрева 12.03.2010

Fig. 3. Dynamic spectrograms of the signal E_x for the heating session dated March 12, 2010

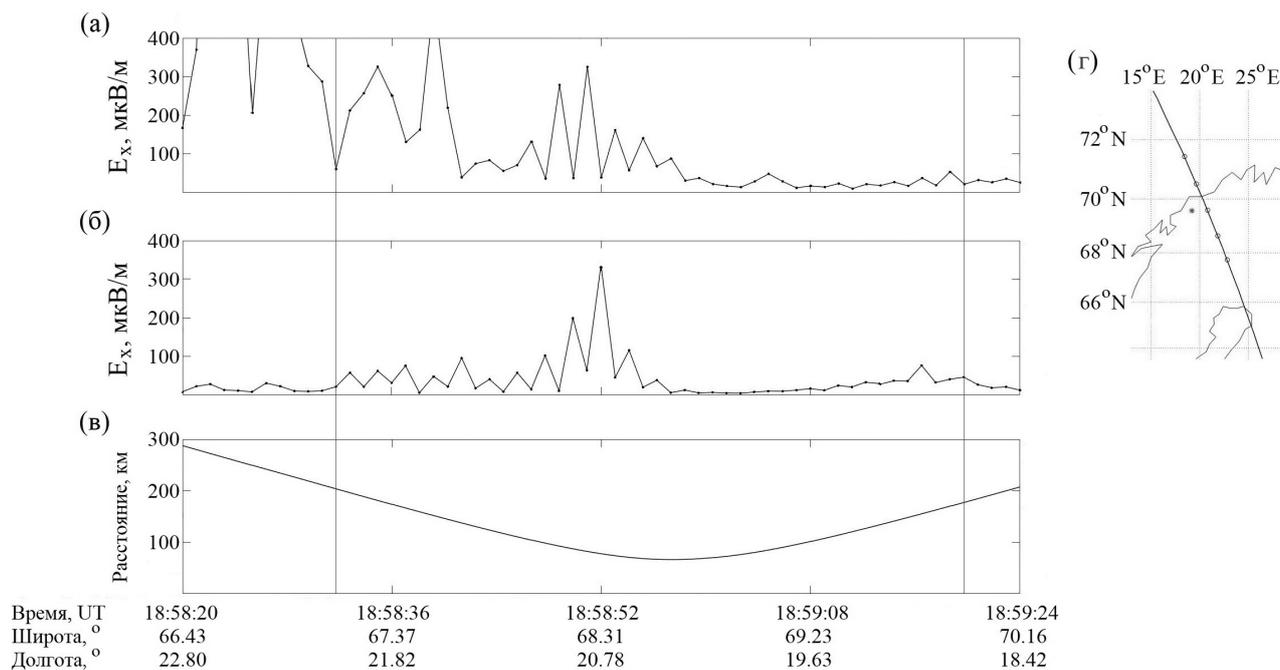


Рис. 4. Вариации величины напряженности электрического поля, выделенной в полосе $\Delta f = 4,9$ Гц на частотах модуляции волны накачки (панели (а) и (б)), и параметры траектории пролета DEMETER (панели (в) и (г)) для сеанса 12.03.2010
 Fig. 4. Variations of the electric field strength magnitude identified in the band $\Delta f = 4,9$ Hz at the pump wave modulation frequencies (panels (a) and (b)) and parameters of the DEMETER flight trajectory (panels (c) and (d)) for the session dated March 12, 2010

максимум, смещенный в северном направлении на 20 км относительно области наибольшего сближения микроспутника с центром зоны нагрева. При этом распределение плотности электронов на высоте орбиты микроспутника DEMETER в рассматриваемой области было достаточно однородным.

Для сеанса, проведенного 12.03.2010, на рис. 3 приведены динамические спектрограммы сигнала E_x с электрической антенны, ортогональной к направлению геомагнитного поля. Геомагнитные условия проведения измерений были близки к сеансу 03.03.2010: значения индексов $K_p = 2^-$ и $AE = 57$ нТл.

Вариации величины напряженности электрического поля, выделенной в полосе $\Delta f = 4,9$ Гц на частотах модуляции волны накачки, приведены для данного сеанса на рис. 4. Кроме того, на рис. 4 (панели (б) и (в)) приведены данные для сеанса 12.03.2010 о траектории пролета микроспутника DEMETER аналогично рис. 2.

Амплитуда напряженности электрического поля СНЧ-излучений по данным, представленным на рис. 4, составила ~ 330 мкВ/м на частотах 230 и 1178 Гц. СНЧ-излучение регистрировалось в течение порядка 50 с на расстояниях от области наибольшего сближения до 165 км в северном направлении и до 200 км в направлении на юг. Максимальные значения напряженности элек-

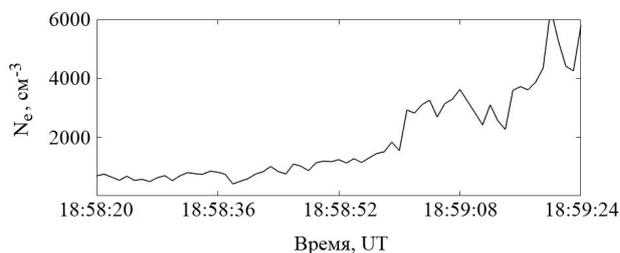


Рис. 5. Результаты измерений с использованием прибора ISL микроспутника DEMETER плотности N_e в сеансе, проведенном 12.03.2010
 Fig. 5. Measurement results using ISL instrument of DEMETER microsatellite N_e density for the session dated March 12, 2010

трического поля СНЧ-излучений регистрируются в области, смещенной в южном направлении на 70 км относительно области наибольшего сближения микроспутника с центром зоны нагрева.

Проведенные измерения плотности плазмы с помощью бортовой аппаратуры спутника DEMETER (рис. 5) показали, что распределение N_e носит на высоте 660 км существенно неоднородный характер. Зона максимальных регистрируемых значений напряженности поля находится вблизи полярной стенки высокоширотного провала, которая на меньших высотах, исходя из моделей ионосферы (например, модель IRI [14]), смещена в область более низких широт.

Подобное распределение N_e , согласно расчетам, выполненным в [15], приводит к изменению

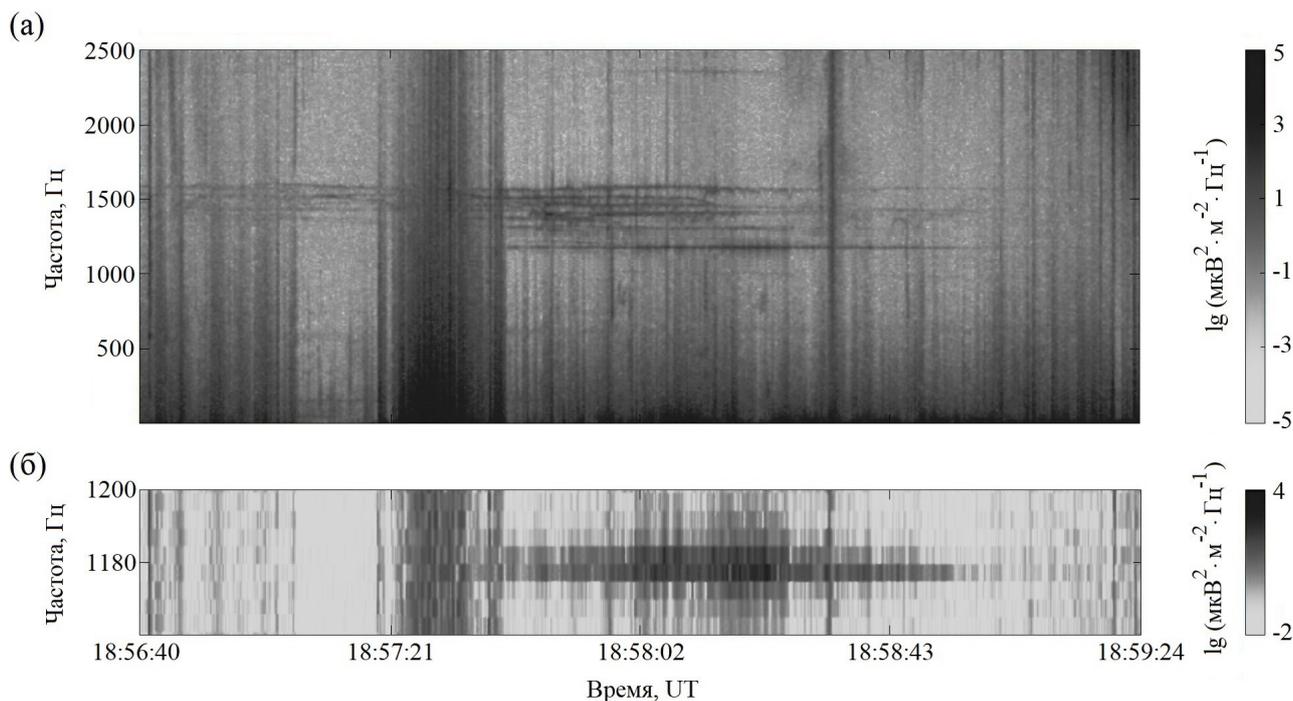


Рис. 6. Динамические спектрограммы сигнала E_x для сеанса нагрева 08.11.2010
Fig. 6. Dynamic spectrograms of the signal E_x for the heating session dated November 8, 2010

траектории распространения низкочастотных излучений и, следовательно, смещению области регистрации СНЧ-сигналов.

2. Результаты in-situ измерений характеристик СНЧ-излучений, возбуждаемых при воздействии на ионосферу Земли двух немодулированных волн накачки с расстройкой по частоте

В данном режиме воздействия в поздние вечерние часы был проведен всего один сеанс 08.11.2010, для которого значения индексов геомагнитной активности составляли $K_p = 1^+$ и $AE = 145$ нТл.

В эксперименте антенная решетка стенда разделялась на две подрешетки. Одна из антенных подрешеток запитывалась от шести передатчиков на одной несущей частоте f_{pump} , другая – от шести других коротковолновых радиопередатчиков на частоте $f_{pump} + F$. Каждая из подрешеток состояла из 3 рядов по 6 скрещенных диполей. Подрешетка, излучающая на частоте f_{pump} , была пространственно смещена в северном направлении относительно второй подрешетки. Расстояние между фазовыми центрами излучающих подрешеток $d = 135$ м. Значение расстройки частот F составляло 1178 Гц.

К сожалению, представленная комбинация параметров воздействия является неоптимальной

(условие (1) не выполнено) для постановки экспериментов со сверхсветовым источником. В то же время скорость перемещения максимумов интерференционного поля близка к скорости света, когда период допустимой расстройки становится сравним со временем установления возмущений температуры электронов на высотах генерации НЧ-излучений, что и реализуется в данном эксперименте.

На рис. 6 приведена для сеанса 08.11.2010 динамическая спектрограмма сигнала E_x с электрической антенны, ортогональной к направлению геомагнитного поля в диапазоне частот до 2500 Гц. На спектрограмме в диапазоне частот 1300–1600 Гц наблюдаются электростатические сигналы на гармониках ионно-циклотронной частоты.

Вариации величины напряженности электрического поля, выделенной в полосе $\Delta f = 4,9$ Гц на частоте F , приведены на панели (а) рис. 7. Кроме того, на рис. 7 (панели (б) и (в)) приведены данные о траектории пролета микроспутника DEMETER аналогично рис. 2 и 4.

Амплитуда напряженности электрического поля E_x на частоте F составила порядка 50 мкВ/м. СНЧ-излучение регистрировалось в течение 80 с на расстояниях от центра области нагрева до 200 км в южном направлении и до 400 км в направлении на север.

Область регистрации стимулированного низкочастотного излучения, отмеченная на рис. 7,

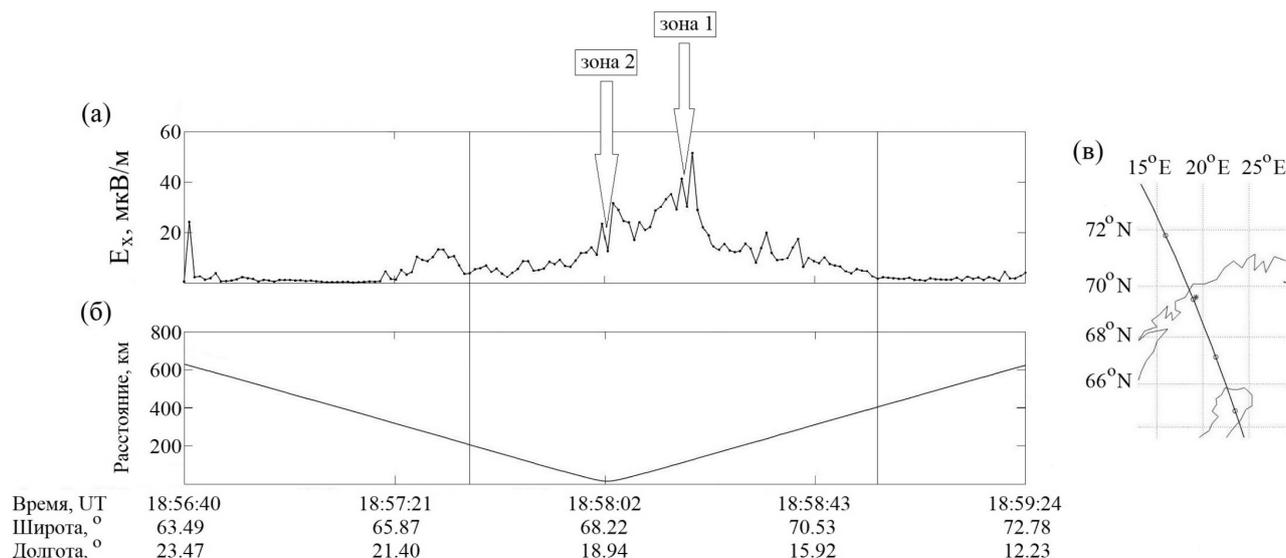


Рис. 7. Вариации величины напряженности электрического поля, выделенной в полосе $\Delta f = 4,9$ Гц на частоте расстройки двух немодулированных волн накачки (панель (a)), и параметры траектории пролета DEMETER (панели (б) и (в)) для сеанса 08.11.2010
 Fig. 7. Variations of the electric field strength magnitude identified in the band $\Delta f = 4,9$ Hz at the detuning frequency of two unmodulated pump waves (panel (a)) and parameters of the DEMETER flight trajectory (panels (b) and (c)) for the session dated November 8, 2010

имеет существенно неоднородную пространственную структуру. В ней можно выделить две характерные области:

- зона с наибольшей интенсивностью излучения («зона 1») с поперечным масштабом порядка 60 км, смещенная относительно центра области нагрева в северном направлении на 110 км;
- зона с интенсивностью сигнала до 30 мкВ/м («зона 2»), имеющая протяженность вдоль траектории движения микроспутника DEMETER 85 км и зарегистрированная пространственно симметрично относительно центра области нагрева.

Результаты моделирования пространственной структуры возбуждаемых по данной схеме СНЧ-излучений представлены в работе [16]. Полученные в настоящей работе пространственные характеристики области регистрации в целом соответствуют результатам численного моделирования. Пространственное распределение возбуждаемых СНЧ-излучений имеет неоднородную структуру, более вытянутую в северном направлении, с зоной с наибольшей интенсивностью сигнала, смещенной также на север на расстояние порядка 50–100 км от центра области нагрева. Данная структура реализуется при условии, что подрешетка, излучающая на частоте f_{pump} , пространственно смещена на север относительно второй подрешетки, работающей на частоте $f_{pump} + F$, что и было осуществлено в эксперименте «EISCAT-heating – DEMETER».

Амплитуда возбуждаемых на частотах 1–2 кГц в данном режиме воздействия СНЧ-излучений со-

гласно работам [9; 16] меньше значений, соответствующих традиционной схеме генерации низкочастотных волн с помощью промодулированного по амплитуде излучения нагревного стэнда, что также подтверждается результатами натурального эксперимента.

Следует отметить, что для получения полной достоверной картины генерации и распространения низкочастотных сигналов в рамках данной схемы воздействия требуются проведение дополнительных экспериментальных исследований и набор статических данных.

Заключение

Все представленные экспериментальные исследования проводились в спокойных геомагнитных условиях при достаточно низкой амплитуде тока электроструи. Полученные в выполненных исследованиях результаты позволяют сформулировать следующие выводы, касающиеся свойств и особенностей генерации СНЧ-излучений при модификации высокоширотной ионосферы Земли мощными высокочастотными радиоволнами Х-поляризации, излучаемыми нагревным стэндом EISCAT-heating в поздние вечерние часы:

- эффективная генерация СНЧ-излучений в ионосферной плазме имеет место даже в очень спокойных геомагнитных условиях;
- характерный размер области регистрации СНЧ-излучений составляет порядка 400–600 км вдоль траектории движения микроспутника DEMETER;

– пространственное положение области регистрации максимального уровня СНЧ-сигналов, возбуждаемых в результате эффекта нелинейной демодуляции амплитудно-модулированной мощной радиоволны, в значительной мере определяется распределением фоновой концентрации плазмы;

– область регистрации низкочастотных сигналов, возбуждаемых при использовании двух немодулированных волн накачки с расстройкой по частоте, имеет неоднородную пространственную структуру со смещенной относительно центра области нагрева в северном направлении на расстояние порядка 100 км зоной наибольшей интенсивности излучения;

– амплитуда напряженности электрического поля E_x СНЧ-излучений на высотах внешней ионосферы Земли составляет 50–330 мкВ/м.

Пространственные характеристики области регистрации СНЧ-излучений на высотах верхней ионосферы Земли, генерируемых по традиционной схеме, соответствуют результатам экспериментов,

выполненных на нагревном стенде HAARP [17]. Полученные уровни напряженности электрического поля СНЧ-излучений также соответствуют результатам измерений в экспериментах HAARP-DEMETER даже с учетом того, что эффективная мощность излучения стенда HAARP более чем в два раза превосходила величину P_{eff} для стенда EISCAT-heating.

Представленные данные in-situ измерений характеристик СНЧ-излучений, возбуждаемых при воздействии на ионосферу двух высокочастотных волн накачки, имеющих расстройку по частоте, в целом соответствуют результатам численного моделирования и ранее выполненных наземных измерений. Зарегистрированные здесь значения напряженности электрического поля СНЧ-излучений оказались сопоставимы с величинами по традиционной схеме генерации даже при неоптимальной комбинации параметров воздействия.

Автор выражает благодарность Фролову В.Л. и Благовещенской Н.Ф. за предоставленные исходные данные, полезные дискуссии и замечания.

Список литературы

1. Radiation effects on satellites during extreme space weather events / A.D.P. Hands [et al.] // Space Weather. 2018. Vol. 16, no. 9. P. 1216–1226. DOI: <https://doi.org/10.1029/2018SW001913>
2. Baker D.N. The occurrence of operational anomalies in spacecraft and their relationship to Space Weather // IEEE Trans. Plasma Sci. 2000. Vol. 28, no. 6. P. 2007–2016. DOI: <https://doi.org/10.1109/27.902228>
3. Helliwell R.A. Whistlers and Related Ionospheric Phenomena. Stanford: Stanford Univ. Press, 1965. 368 p.
4. Helliwell R.A. VLF wave stimulation experiments in the magnetosphere from Siple Station, Antarctica // Rev. Geophys. 1988. Vol. 26, no. 3. P. 551–578. DOI: <https://doi.org/10.1029/RG026i003p00551>
5. Controlled precipitation of radiation belt electrons / U.S. Inan [et al.] // J. Geophys. Res. 2003. Vol. 108, no. A5. P. 1186–1–6. DOI: <https://doi.org/10.1029/2002JA009580>
6. Обнаружение комбинационных частот при взаимодействии мощного коротковолнового излучения с ионосферной плазмой / Г.Г. Гетманцев [и др.] // Письма в ЖЭТФ. 1974. Т. 20, № 4. С. 229–232.
7. The characteristics of ionospheric heating-produced ELF/VLF waves over 32 hours / M.T. Rietveld [et al.] // J. Geophys. Res. 1987. Vol. 92, no. A8. P. 8707–8722. DOI: <https://doi.org/10.1029/JA092iA08p08707>
8. Jin G., Spasojevic M., Inan U.S. Relationship between electrojet current strength and ELF signal intensity in modulated heating experiments // J. Geophys. Res. 2009. Vol. 114, no. A8. P. A08301–1–9. DOI: <https://doi.org/10.1029/2009JA014122>
9. Излучение искусственных сверхсветовых неоднородностей нижней ионосферы / Л.Ф. Мироненко [и др.] // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 3. С. 298–309. URL: <https://radiophysics.unn.ru/issues/1998/3/298>
10. ELF/VLF wave generation from the beating of two HF ionospheric heating sources / M.B. Cohen [et al.] // J. Geophys. Res. 2012. Vol. 117, no. A12. P. A12310–1–8. DOI: <https://doi.org/10.1029/2012JA018140>
11. Introduction to ionospheric heating at Tromsø – I. Experimental overview / M.T. Rietveld [et al.] // J. Atmos. Terr. Phys. 1993. Vol. 55, no. 4–5. P. 577–599. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9169\(93\)90007-L](https://doi.org/10.1016/0021-9169(93)90007-L)
12. ELF and VLF wave generation by modulated HF heating of the current carrying lower ionosphere / P. Stubbe [et al.] // J. Atmos. Terr. Phys. 1982. Vol. 44, no. 12. P. 1123–1131. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9169\(82\)90023-X](https://doi.org/10.1016/0021-9169(82)90023-X)
13. The Demeter microsatellite and ground segment / T. Cussac [et al.] // Planet. Space Sci. 2006. Vol. 54, no. 5. P. 413–427. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pss.2005.10.013>
14. Bilitza D. International reference ionosphere 2000 // Radio Sci. 2001. Vol. 36, no. 2. P. 261–275. DOI: <https://doi.org/10.1029/2000RS002432>
15. Piddychiy D. Propagation of ELF waves generated by an HF ionospheric heater in the Earth's plasma environment. Dis. D. Ph. Stanford Univ., 2012. 160 p.
16. ELF/VLF wave generation from the beating of two HF ionospheric heating sources / M.B. Cohen [et al.] // J. Geophys. Res. 2012. Vol. 117, no. A12. P. A12310–1–8. DOI: <https://doi.org/10.1029/2012JA018140>
17. DEMETER observations of an intense upgoing column of ELF/VLF radiation excited by the HAARP HF heater / D. Piddychiy [et al.] // J. Geophys. Res. 2008. Vol. 113, no. A10. P. A10308–1–8. DOI: <https://doi.org/10.1029/2008JA013208>

References

1. Hands A.D.P. et al. Radiation effects on satellites during extreme space weather events. *Space Weather*, 2018, vol. 16, no. 9, pp. 1216–1226. DOI: <https://doi.org/10.1029/2018SW001913>
2. Baker D.N. The occurrence of operational anomalies in spacecraft and their relationship to Space Weather. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 2000, vol. 28, no. 6, pp. 2007–2016. DOI: <https://doi.org/10.1109/27.902228>
3. Helliwell R.A. *Whistlers and Related Ionospheric Phenomena*. Stanford: Stanford Univ. Press, 1965, 368 p.
4. Helliwell R.A. VLF wave stimulation experiments in the magnetosphere from Siple Station, Antarctica. *Rev. Geophys.*, 1988, vol. 26, no. 3, pp. 551–578. DOI: <https://doi.org/10.1029/RG026i003p00551>
5. Inan U.S. et al. Controlled precipitation of radiation belt electrons. *J. Geophys. Res.*, 2003, vol. 108, no. A5, pp. 1186–1–6. DOI: <https://doi.org/10.1029/2002JA009580>
6. Getmantsev G.G. et al. Detection of combination frequencies in the interaction of high-power short-wave radiation with ionospheric plasma. *Pis'ma v ZhETF*, 1974, vol. 20, no. 4, pp. 229–232. (In Russ.)
7. Rietveld M.T. et al. The characteristics of ionospheric heating-produced ELF/VLF waves over 32 hours. *J. Geophys. Res.*, 1987, vol. 92, no. A8, pp. 8707–8722. DOI: <https://doi.org/10.1029/JA092iA08p08707>
8. Jin G., Spasojevic M., Inan U.S. Relationship between electrojet current strength and ELF signal intensity in modulated heating experiments. *J. Geophys. Res.*, 2009, vol. 114, no. A8, pp. A08301–1–9. DOI: <https://doi.org/10.1029/2009JA014122>
9. Mironenko L.F. et al. Radiation of artificial superluminal irregularities of the lower ionosphere. *Izv. vuzov. Radiofizika*, 1998, vol. 41, no. 3, pp. 298–309. URL: <https://radiophysics.unn.ru/issues/1998/3/298> (In Russ.)
10. Cohen M.B. et al. ELF/VLF wave generation from the beating of two HF ionospheric heating sources. *J. Geophys. Res.*, 2012, vol. 117, no. A12, pp. A12310–1–8. DOI: <https://doi.org/10.1029/2012JA018140>
11. Rietveld M.T. et al. Introduction to ionospheric heating at Tromsø – I. Experimental overview. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 1993, vol. 55, no. 4, pp. 577–599. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9169\(93\)90007-L](https://doi.org/10.1016/0021-9169(93)90007-L)
12. Stubbe P. et al. ELF and VLF wave generation by modulated HF heating of the current carrying lower ionosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.*, 1982, vol. 44, no. 12, pp. 1123–1131. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9169\(82\)90023-X](https://doi.org/10.1016/0021-9169(82)90023-X)
13. Cussac T. et al. The Demeter microsatellite and ground segment. *Planet. Space Sci.*, 2006, vol. 54, no. 5, pp. 413–427. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pss.2005.10.013>
14. Bilitza D. International reference ionosphere 2000. *Radio Sci.*, 2001, vol. 36, no. 2, pp. 261–275. DOI: <https://doi.org/10.1029/2000RS002432>
15. Piddychiy D. Propagation of ELF waves generated by an HF ionospheric heater in the Earth's plasma environment. Dis. D. Ph. Stanford Univ., 2012, 160 p.
16. Cohen M.B. et al. ELF/VLF wave generation from the beating of two HF ionospheric heating sources. *J. Geophys. Res.*, 2012, vol. 117, no. A12, pp. A12310–1–8. DOI: <https://doi.org/10.1029/2012JA018140>
17. Piddychiy D. et al. DEMETER observations of an intense upgoing column of ELF/VLF radiation excited by the HAARP HF heater. *J. Geophys. Res.*, 2008, vol. 113, no. A10, pp. A10308–1–8. DOI: <https://doi.org/10.1029/2008JA013208>

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2021, vol. 24, no. 4, pp. 53–62

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.4.53-62

Received 6 October 2021
Accepted 8 November 2021

Features of generation and propagation of the extremely low frequency waves excited in the ionosphere under the powerful HF radioemission influence

Alexey S. Belov 

Branch of RFNC-ARIEP «RIMS named after Yu.E. Sedakov»
47, Tropinin Street,
Nizhny Novgorod, 603137, Russia

Abstract – The experimental results of the extremely low frequency emission characteristics excited in the outer ionosphere under the ionospheric plasma heating by high-latitude EISCAT facility are presented. The experiments have been conducted in the period of 2006–2010 yr. using two main schemes of extremely low frequency generation including the impact of the heating facility amplitude modulated emission and two unmodulated pump waves with the frequency detuning. In-situ measurements of the plasma wave disturbances were performed at the outer ionosphere heights using on-board equipment of DEMETER microsatellite. In work the spatial, amplitude and spectral characteristics of the generated extremely low frequency emissions are determined. It is shown that the characteristic size of the extremely low frequency emission is about 400–600 km along the trajectory of the DEMETER microsatellite. The registration area spatial position is determined by both the applied generation scheme and the background plasma density distribution. The extremely low frequency emission electric field strength at the Earth's outer ionosphere heights is 50–330 $\mu\text{V/m}$.

Keywords – low-frequency emissions; in-situ measurements; ionospheric heating.

Информация об авторе

Белов Алексей Сергеевич, кандидат физико-математических наук, заместитель начальника научно-исследовательского отделения – начальник научно-исследовательского отдела филиала РФЯЦ-ВНИИЭФ «НИИИС им. Ю.Е. Седакова», г. Нижний Новгород, Россия.

Область научных интересов: радиофизика, прикладная электродинамика, активные воздействия на околоземную плазму.

E-mail: alexis-belov@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0533-3771>

Information about the Author

Alexey S. Belov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, deputy head of the Research Division – head of the Research Department, Branch of RFNC-ARIEP «RIMS named after Yu.E. Sedakov», Nizhny Novgorod, Russia.

Research interests: radiophysics, applied electrodynamics, active impacts on the near-earth plasma.

E-mail: alexis-belov@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0533-3771>

Совместное применение технологий снижения радиолокационной заметности и противорадиолокационной маскировки для защиты летательных аппаратов от систем дистанционного мониторинга

С.Н. Разиньков, О.Э. Разинькова

ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»
394064, Россия, г. Воронеж,
ул. Старых Большевиков, 54а

Аннотация – С использованием спектральных энергетических уравнений передачи-приема волновых процессов в радиоканале с рассеянием на объекте и прямом радиоканале проведен анализ энергетических соотношений информационных сигналов и активных маскирующих помех на входах приемников систем дистанционного мониторинга. Меры по снижению заметности направлены на изменение отражательных сигнатур объектов в интересах сокращения демаскирующих признаков, содержащихся во вторичном электромагнитном излучении, до пределов, исключающих выполнение задач радиолокационного мониторинга на установленных дистанциях и интервалах времени. Активные помехи предназначены для маскировки информационных сигналов в приемных каналах радиолокаторов при мощности, не позволяющей выявлять их постановщиками средствами пассивной радиолокации. При совместном применении средств снижения заметности и постановщиков активных помех коэффициент уменьшения дальности действия радиолокатора определяется произведением коэффициента, характеризующего возможности автономной маскировки информационных сигналов, и коэффициента, достижимого за счет уменьшения мощности вторичного электромагнитного излучения, во второй степени. Исследованы закономерности повышения скрытности летательных аппаратов от радиолокационного наблюдения при совместном применении технологий снижения радиолокационной заметности и маскировки преднамеренными помехами, создаваемыми с бортов защищаемых объектов и из вынесенных точек. Для сохранения на выходе приемника требуемого отношения сигнал – шум с уменьшением длительности зондирующего сигнала необходимо пропорционально увеличивать плотность излучаемой энергии. При заданных размерах антенн максимальная дальность передачи сигнала пропорциональна корню квадратному их циклической частоты несущей; увеличение данного параметра приводит к повышению парциальных коэффициента направленного действия и эффективной площади антенны. С уменьшением циклической частоты несущей зондирующего сигнала для сохранения требуемых направленных свойств антенн необходимо увеличивать их габариты.

Ключевые слова – радиолокационная заметность; противорадиолокационная маскировка; энергетическое уравнение радиоканала.

Введение

Совершенствование технических характеристик радиолокационных станций (РЛС) и реализация способов обнаружения и распознавания воздушных объектов, совершающих обманные маневры и полеты на малых высотах, при критически низких уровнях различимости информационных сигналов на фоне шумов приемных устройств [1] определяют важность повышения эффективности защиты летательных аппаратов (ЛА) от систем дистанционного мониторинга воздушного пространства.

Один из путей обеспечения скрытности применения ЛА базируется на совместном использовании технологий снижения радиолокационной заметности [2] и маскировки активными помехами [3]. Меры по снижению заметности направлены на изменение отражательных сигнатур объектов [2] в интересах сокращения демаскирующих признаков, содержащихся во вторичном электромагнитном излучении,

до пределов, исключающих выполнение задач радиолокационного мониторинга на установленных дистанциях и интервалах времени. Активные маскирующие помехи предназначены для энергетического подавления информационных сигналов в приемных каналах радиолокаторов при мощности, не позволяющей выявлять их постановщиками средствами пассивной радиолокации [1; 3]. Помехи могут создаваться с борта защищаемого ЛА в режиме самоприкрытия (индивидуальной защиты), а также из вынесенной точки в режиме прикрытия из зон (индивидуально-взаимной защиты) [3].

Эмерджентный характер разнородных технологий защиты обусловлен тем, что уменьшение эффективных площадей рассеяния (ЭПР), характеризующих предельную фоновую контрастность объектов, снижает требования к мощности маскирующих излучений, способных нарушать устойчивость процессов радиолокационного мониторинга. При совместном применении средств

снижения заметности и постановщиков активных помех коэффициент уменьшения дальности действия радиолокатора определяется произведением коэффициента, характеризующего возможности автономной маскировки информационных сигналов, и коэффициента, достижимого за счет уменьшения мощности вторичного электромагнитного излучения, во второй степени [3].

Таким образом, кооперирование способов защиты обуславливает синергетический эффект прироста скрытности ЛА относительно показателя, достижимого при мультипликативном объединении результатов уменьшения ЭПР и постановки преднамеренных помех РЛС.

В предлагаемой работе на основе спектральных энергетических уравнений передачи-приема волновых процессов в радиоканалах [4; 5] получены энергетические соотношения информационных сигналов и активных помех на входах приемников РЛС и оценены их уровни, обеспечивающие скрытность ЛА при снижении ЭПР.

Цель работы – анализ закономерностей маскировки информационных сигналов активными помехами и оценка достижимых показателей уменьшения дальности действия РЛС при совместном применении средств снижения заметности и комплексов индивидуальной и индивидуально-взаимной защиты ЛА.

1. Энергетические уравнения передачи-приема информационных сигналов РЛС

Для нахождения зависимости энергии $W_R^{(q_R)}(\theta)$ информационных сигналов РЛС с зондирующим излучением в виде последовательности импульсов с периодом повторения T_R от направления прихода информационного сигнала θ используем спектральное энергетическое уравнение передачи-приема негармонических волновых процессов в радиоканале с рассеянием на объекте [5]:

$$W_R^{(q_R)}(\theta) = \frac{\bar{P}_R T_R}{16\pi^2 R_R^4 \Delta\omega} \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} D_R^{(q_R)}(\omega, \theta) \times \sigma_\omega(\omega, \theta) A_R^{(q_R)}(\omega, \theta) d\omega, \quad (1)$$

где \bar{P}_R – средняя мощность зондирующего излучения; $D_R^{(q_R)}(\omega, \theta)$ – парциальный коэффициент направленного действия антенны в режиме излучения сигналов; $A_R^{(q_R)}(\omega, \theta)$ – парциальная эффективная площадь антенны в режиме приема сигналов;

$\sigma_\omega(\omega, \theta)$ – парциальное распределение ЭПР-цели; R_R – расстояние между РЛС и объектом; ω_0 и $\Delta\omega$ – среднее значение и ширина полосы циклических частот ω сигнала на входе приемника.

Монотонное убывание энергии информационного сигнала РЛС $W_R^{(q_R)}(\theta)$ по мере возрастания дальности до цели по закону R_R^{-4} при любых значениях θ обусловлено тем, что величина R_R превышает границы дальних зон объекта и антенн РЛС [4; 5] на верхних частотах эквивалентных спектров зондирующего и информационного сигналов [6].

При равномерном синхронном возбуждении приемопередаточной поверхности с монотонно убывающим на краях распределением токов высокочастотным сигналом парциальный КНД антенны удовлетворяет распределению [7]:

$$D_R^{(q_R)}(\omega, \theta) = D_{R0}^{(q_R)}(\theta) \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{q_R}, \quad (2)$$

$$\omega \in \left[\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}; \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right],$$

где $D_{R0}^{(q_R)}(\theta)$ – парциальный КНД антенны на циклической частоте ω_0 ; q_R – показатель степени распределения (2) в полосе циклических частот $\Delta\omega$; для согласования диапазонных антенных систем с распределительными линиями значения q_R должны изменяться в пределах от 0 до 2. Согласно [5; 8], показатель $q_R = 0$ характерен для парциальных КНД щелевых антенных решеток и зеркальных антенн с частотно-независимыми облучателями и рефлекторами с монотонно изменяющимися коэффициентами отражения. Значение $q_R = 1$ целесообразно использовать при представлении зависимостей $D_R^{(q_R)}(\omega, \theta)$ для антенных решеток волноводного типа с линейными передаточными функциями фидерных трактов. Степенными функциями с показателем $q_R = 2$ представляются зависимости (2) для зеркальных антенн с облучателями, положение фазовых центров которых зависит от текущего значения циклической частоты спектра сигнала.

По аналитическим свойствам угловых зависимостей парциальных КНД $D_{R0}^{(q_R)}(\theta)$ указанные антенные системы могут быть объединены в две группы.

Для антенн первой группы ($p = 1$), к числу которых относятся зеркальные антенны, содержащие рефлекторы с монотонно изменяющимися коэффициентами отражения ($q_R = 0$) и облучатели с переменным положением фазовых центров ($q_R = 2$),

распределение $D_{R0}^{(q_R)}(\theta)$ может быть представлено выражением

$$D_{R0}^{(q_R)}(\theta) = D_{R0}^{(q_R,1)} \cos^2 \theta, \quad q_R = 0, 2, \quad (3)$$

где $D_{R0}^{(q_R,1)}$ – коэффициент, равный значению функции (3) при $\theta = 0$.

Для антенных решеток щелевого ($q_R = 0$) и волноводного ($q_R = 1$) типов, образующих вторую группу антенных систем ($p = 2$), парциальные КНД на циклической частоте ω_0 вычисляются по правилу

$$D_{R0}^{(q_R)}(\theta) = D_{R0}^{(q_R,2)} \cos^4 \left(\frac{\theta}{2} \right), \quad q_R = 0, 1. \quad (4)$$

где $D_{R0}^{(q_R,2)} = D_{R0}^{(q_R)}(\theta = 0)$ – коэффициент, вычисляемый по аналогии с $D_{R0}^{(q_R,1)}$ для распределения (4).

Исходя из принципа взаимности направленных свойств передающих и приемных антенн [8] и используя соотношение между КНД и эффективной площадью антенны на центральной циклической частоте [8; 9], взаимосвязь функции $A_R^{(q_R)}(\omega, \theta)$ с распределением $D_R^{(q_R)}(\omega, \theta)$ в полосе циклических частот $\Delta\omega$ представим в виде

$$A_R^{(q_R)}(\omega, \theta) = \frac{\pi c^2}{\omega^2} D_R^{(q_R)}(\omega, \theta), \quad q_R = 0, 1, 2, \quad (5)$$

$$\omega \in \left[\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}; \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right],$$

где c – скорость света.

Парциальные ЭПР отражателей с характерными размерами a , удовлетворяющими условию $\frac{\omega a}{c} \geq 5$, в секторах углов θ , где выполняется требование $\frac{\omega a}{c} \sin \theta \leq 2$, могут быть аппроксимированы степенной функцией [6]

$$\sigma_\omega(\omega, \theta) = \tilde{\alpha}_0 a^4 \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \cos^4 \left(\frac{\theta}{2} \right), \quad (6)$$

где $\tilde{\alpha}_0$ – геометрический параметр, определяемый типом отражателя. Для уголкового отражателя с треугольными, прямоугольными и полукруглыми гранями длиной a геометрический параметр принимает значения $\tilde{\alpha}_0 = 1/3\pi$, $\tilde{\alpha}_0 = 3/\pi$ и $\tilde{\alpha}_0 = 3/4\pi$ соответственно; для квадратной пластины с длиной стороны a , расположенной перпендикулярно направлению облучения, $\tilde{\alpha}_0 = 1/\pi$; для идеально проводящего диска и линзы Люнеберга радиуса a коэффициент $\tilde{\alpha}_0 = \pi$ [9].

В результате подстановки (2) с учетом (3), (4), а также (5) (6) в (1) получим энергетические уравнения для информационных сигналов РЛС:

– при $q_R = 0$

$$W_R^{(0)}(\theta) = \frac{\left(D_{R0}^{(0,p)} \right)^2 \bar{P}_R T_R \tilde{\alpha}_0 a^4}{16\pi R_R^4} \times \cos^{4p} \left(\frac{\theta}{p} \right) \cos^4 \left(\frac{\theta}{2} \right), \quad p = 1, 2, \quad (7)$$

– при $q_R = 1$

$$W_R^{(1)}(\theta) = \frac{\left(D_{R0}^{(1,2)} \right)^2 \bar{P}_R T_R \tilde{\alpha}_0 a^4}{16\pi R_R^4} \times \left(1 + \frac{K_{\Delta\omega}^2}{3} \right) \cos^{12} \left(\frac{\theta}{2} \right), \quad (8)$$

– при $q_R = 2$

$$W_R^{(2)}(\theta) = \frac{\left(D_{R0}^{(2,1)} \right)^2 \bar{P}_R T_R \tilde{\alpha}_0 a^4}{16\pi R_R^4} \times \left(1 + 2K_{\Delta\omega}^2 + \frac{K_{\Delta\omega}^4}{5} \right) \cos^4 \theta \cos^4 \left(\frac{\theta}{2} \right), \quad (9)$$

где $K_{\Delta\omega} = \frac{\Delta\omega}{2\omega_0}$ – относительная полуширина полосы сигнала РЛС.

Дальность действия РЛС пропорциональна корню квадратному из ширины полосы частот зондирующих сигналов [5]; по ее предельному значению, при котором информационный сигнал различим на фоне шумов приемника, устанавливается максимально возможный период следования зондирующих импульсов [9]. По мере сокращения периода следования импульсов при предельно допустимой средней плотности мощности излучения, ограниченной требованиями к скрытности РЛС, пропорционально снижается плотность энергии зондирующих сигналов [4]. При этом период следования импульсов находится из условий, что прием каждого сигнала, отраженного от радиолокационной цели, осуществляется до начала излучения очередного импульса [9], а за время облучения должно быть принято число сигналов, обеспечивающих при некогерентном накоплении отношение сигнал – шум на входе приемника, необходимое для выполнения функций в радиолокационном мониторинге [3]. Средняя мощность передатчика РЛС при фиксированном уровне спектральной плотности может быть повышена пропорционально ширине полосы, занимаемой сигналами, за счет увеличения частоты повторения [4].

При $q_R = 0$ и $q_R = 1$ энергия информационного сигнала, занимающего полосу с относительной полушириной $K_{\Delta\omega} = 0,5$, возрастает на 8 % по сравнению с энергией информационного сигнала РЛС, оснащенной антенной с парциальным КНД, изменяющимся в диапазоне рабочих частот по линейному закону. За счет использования антенны с показателем зависимости $q_R = 2$ энергия сигнала увеличивается относительно уровня, достижимого при применении антенн с частотно-независимыми парциальными КНД, примерно на 50 %.

2. Энергетические уравнения передачи-приема помех РЛС

Энергию активных помех $W_H^{(q_H)}(\theta)$, создаваемых комплексами индивидуальной и индивидуально-взаимной защиты ЛА, оценим с использованием спектрального энергетического уравнения передачи-приема волновых процессов в прямом радиоканале [5]:

$$W_H^{(q_H)}(\theta) = \frac{\bar{P}_H T_H}{4\pi R_H^2 \Delta\omega} \times \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} D_H^{(q_H)}(\omega, \theta) A_R^{(q_R)}(\omega, \theta) d\omega, \quad (10)$$

где \bar{P}_H и $D_H^{(q_H)}(\omega, \theta)$ – средняя мощность и парциальный КНД антенны постановщика помех; T_H – период повторения импульсов в помеховой последовательности; R_H – расстояние между РЛС и постановщиком помех, превышающее границы дальних зон их антенных систем на верхних частотах эквивалентных спектров мешающих излучений; в режиме самоприкрытия ЛА $R_H = R_R$. Распределение $D_H^{(q_H)}(\omega, \theta)$ находится на основе выражений (2)–(4) путем замены индекса «R» на «H»; символ « q_H » приобретает смысл показателя степенной функции, устанавливающей зависимость парциального КНД антенны постановщика помех от текущего значения циклической частоты в полосе $\Delta\omega$.

При представлении парциальных КНД антенн $D_R^{(q_R)}(\omega, \theta)$, $q_R = 0, 1, 2$, и $D_H^{(q_H)}(\omega, \theta)$, $q_H = 0, 1, 2$ степенными функциями и вычислении значений входящих в них выражений $D_{R0}^{(q_R)}(\theta)$ и $D_{H0}^{(q_H)}(\theta)$ в соответствии с (3), (4) уравнение (10) приобретает вид

– при $q_R = 0$

$$W_H^{(0)}(\theta) = \frac{D_{R0}^{(0,p)} \bar{P}_H c^2 T_H}{4\pi \omega_0^2 R_H^2} \times F_{q_H}^{(0)}(\theta; m) \cos^{2p}\left(\frac{\theta}{p}\right), \quad p = 1, 2, \quad (11)$$

где

$$F_{q_H}^{(0)}(\theta; m) = \begin{cases} \frac{D_{M0}^{(0,m)}}{1 - K_{\Delta\omega}^2} \cos^{2m}\left(\frac{\theta}{m}\right), \\ m = 1, 2 \text{ при } q_H = 0; \\ \frac{D_{H0}^{(1,2)}}{K_{\Delta\omega}} \ln\left[\frac{1 + K_{\Delta\omega}}{1 - K_{\Delta\omega}}\right] \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \text{при } q_H = 1; \\ D_{H0}^{(2,1)} \cos^2 \theta \text{ при } q_H = 2, \end{cases} \quad (12)$$

– при $q_R = 1$

$$W_H^{(1)}(\theta) = \frac{D_{R0}^{(1,2)} \bar{P}_H c^2 T_H}{4\pi \omega_0^2 R_H^2} F_{q_H}^{(1)}(\theta; m) \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (13)$$

где

$$F_{q_H}^{(0)}(\theta; m) = \begin{cases} \frac{D_{M0}^{(0,m)}}{K_{\Delta\omega}} \ln\left[\frac{1 + K_{\Delta\omega}}{1 - K_{\Delta\omega}}\right] \cos^{2m}\left(\frac{\theta}{m}\right), \\ m = 1, 2 \text{ при } q_H = 0; \\ D_{H0}^{(1,2)} \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ при } q_H = 1; \\ D_{H0}^{(2,1)} \cos^2 \theta \text{ при } q_H = 2, \end{cases} \quad (14)$$

– при $q_R = 2$

$$W_H^{(2)}(\theta) = \frac{D_{R0}^{(2,1)} \bar{P}_H c^2 T_H}{4\pi \omega_0^2 R_H^2} F_{q_H}^{(2)}(\theta; m) \cos^2 \theta, \quad (15)$$

где

$$F_{q_H}^{(0)}(\theta; m) = \begin{cases} D_{M0}^{(0,m)} \cos^{2m}\left(\frac{\theta}{m}\right), \quad m = 1, 2 \\ \text{при } q_H = 0; \\ D_{H0}^{(1,2)} \cos^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ при } q_H = 1; \\ D_{H0}^{(2,1)} \cos^2 \theta \text{ при } q_H = 2. \end{cases} \quad (16)$$

Из (16)–(18) следует, что при использовании в РЛС и постановщике помех антенн с показателями парциальных КНД $q_R = 0$ и $q_H = 2$, $q_R = 1$ и $q_H = 1, 2$, $q_R = 2$ и $q_H = 0, 1$ парциальные моменты переда-

чи-приема сигналов сохраняются неизменными в полосе частот. При $q_R = 0$ и $q_H = 2$ парциальный КНД антенны источника помех и парциальная эффективная поверхность антенны РЛС не зависят от циклической частоты. Поэтому парциальный момент передачи-приема помех определяется произведением $D_{R0}^{(0,p)}$, $q_R = 0, 1, 2$, $p = 1, 2$, и $D_{H0}^{(2,1)}$. Для таких антенн характерны минимальные потери излучаемой энергии, обусловленные фильтрацией низкочастотных составляющих спектров [4]. Вместе с тем антенны с независимыми от частоты парциальными КНД имеют низкую эффективность передачи видеоимпульсов, спектральные функции которых содержат постоянные составляющие на нулевой циклической частоте.

Равные спектральные плотности мощности регулярных последовательностей импульсов обеспечиваются при использовании антенн с постоянными или изменяющимися по линейному закону парциальными КНД с одинаковыми значениями на центральной циклической частоте диапазона. Для передачи сигнала с относительной полушириной полосы частот $K_{\Delta\omega} = 0,5$ может быть использована антенна КНД, пропорционального текущему значению циклической частоты во второй степени, величина которого на центральной циклической частоте составляет 0,92 относительно КНД с парциальным распределением при $q_R = 0$.

Период следования импульсов, занимающих полосу циклических частот с относительной полушириной $K_{\Delta\omega} = 0,5$, в радиоканале с антеннами, показатели парциальных КНД которых удовлетворяют соотношению $q_R + q_H = 1$, может быть снижен в 2,2 раза, что приводит к соответствующему увеличению передаваемой энергии.

3. Анализ эффективности защиты объектов от систем дистанционного мониторинга при автономном и совместном применении технологий снижения радиолокационной заметности и противорадиолокационной маскировки

Согласно (7)–(9), дальность действия РЛС пропорциональна линейным размерам и существенно зависит от формы объекта [4; 5]. Энергия информационного сигнала, рассеянного уголкового отражателем с прямоугольными гранями, превышает уровень вторичного излучения уголкового отражателя с треугольными гранями в 9 раз. Замена уголкового отражателя с полукруглыми

гранями на отражатель с треугольными гранями, характеризуемый меньшими значениями парциальных ЭПР, приводит к возрастанию отношения сигнал – шум на входе приемника РЛС в 2,25 раза вследствие более высоких значений парциальной ЭПР. Дальность обнаружения объекта в виде идеально проводящей пластины, расположенной перпендикулярно направлению прихода зондирующего сигнала, превосходит расстояние, на котором достигаются тождественные вероятностно-временные показатели эффективности обнаружения идеально проводящего диска и линзы Люнеберга, в 1,77 раза. Максимальное значение R_R , при котором информационный сигнал различим на фоне собственных шумов приемника, для пластины, перпендикулярной направлению облучения, превышает величину, достижимую для уголкового отражателя с треугольными гранями, в 1,3 раза, для отражателей с прямоугольными и полукруглыми гранями – в 1,73 раза и 1,41 раза соответственно.

Высокой интенсивностью вторичного электромагнитного излучения характеризуются цилиндрические поверхности с резонансными и квазиоптическими электрическими размерами в направлении нормалей к образующим [9; 10]. Малыми ЭПР при значительной ширине диаграмм рассеяния обладают клин и конус, облучаемый со стороны вершин, а также шар и эллипсоид в направлении большой оси [10].

При равных размерах проекций наибольшие ЭПР в широких секторах углов имеют двух- и трехгранные образования с углами при вершинах 90° . Угловые зависимости ЭПР уголкового отражателя проявляются слабо, поскольку при изменении угла прихода облучающей волны отражение происходит практически в строго обратном направлении [9; 10].

Электромагнитное поле, рассеиваемое объектами с множеством доминирующих центров вторичного излучения [9], распределено в более узком секторе углов по сравнению с шириной диаграмм рассеяния отдельных отражателей и характеризуется более слабой зависимостью от электрических размеров. Поэтому при формировании малоотражающей поверхности из состава объекта необходимо исключить многоэлементные конструкции (в частности, антенные решетки с резонансно рассеивающими излучателями) и скейлинговые структуры с масштабно-инвариантными размерами компонентов [11].

За счет нанесения на рассеивающие поверхности радиопоглощающих материалов и покрытий

в виде плоскостойких композитных сред [10] и киральных структур (метаматериалов) с пространственной анизотропией отражательных свойств ЭПР объектов уменьшаются на 10...20 дБ [12], что, согласно (7)–(9), приводит к сокращению дальности их обнаружения в 1,8...3,2 раза. При использовании частотно-поляризационных селективных отражательных экранов величина $\tilde{\alpha}_0$ в (6) может быть уменьшена на 4,5...6 дБ, обеспечивая сокращение дальности обнаружения цели в 1,3...1,4 раза. Применение отражательных динамических и адаптивных решеток с управляющими элементами на базе мощных р-и-п-диодов и сегнетокерамических конденсаторов [10; 13] обеспечивает снижения уровня вторичного излучения на 10...15 дБ и, как следствие, уменьшение дальности обнаружения объектов в 1,8...2,4 раза.

Расстояние до радиолокационной цели значительно возрастает за счет повышения парциальных КНД антенных систем, которое может быть достигнуто вследствие увеличения их электрических размеров. При использовании линейной антенной решетки максимальная дальность действия РЛС изменяется пропорционально корню квадратному из ее эквивалентной длины; дальность действия в РЛС с апертурной антенной пропорциональна эквивалентному радиусу раскрытия антенны [4]. При фиксированных размерах антенны максимальное расстояние до объекта радиолокации возрастает по мере увеличения циклической частоты несущей сигнала в степени 0,5 вследствие повышения парциальных КНД. При фиксированных значениях $D_{RO}^{(q_R, p)}$, $q_R = 0, 1, 2$, $p = 1, 2$, максимальное расстояние до цели возрастает пропорционально уменьшению ω_0 в степени 0,5, с уменьшением циклической частоты несущей зондирующего сигнала для сохранения требуемых направленных свойств необходимо увеличивать габариты антенной системы. За счет увеличения размеров антенны, обуславливающего повышение ее парциальных КНД, дальность действия РЛС сохраняется неизменной при снижении средней мощности излучения пропорционально изменению $D_{RO}^{(q_R, p)}$, $q_R = 0, 1, 2$, $p = 1, 2$, в степени 2.

При использовании в РЛС и постановщике помех антенн с показателями распределения парциальных КНД $q_R = q_H = 0$ энергия мешающих излучений возрастает по сравнению с альтернативными вариантами построения (при $q_R \neq 0$ и $q_H \neq 0$) в 1,33 раза вследствие значительных эффективных площадей антенны в нижней части полосы рабочих цикли-

ческих частот. В радиоканале с антеннами, для КНД которых выполняется условие $q_R + q_H = 1$, уровень сигнала возрастает относительно значения, достижимого при применении антенн с показателями КНД, удовлетворяющими условиям $q_R + q_H = 2$ и $q_R + q_H = 3$, примерно в 2,2 раза за счет однопольных линейных зависимостей парциальных КНД и эффективных площадей антенн.

При применении в РЛС и постановщике помех антенн, показатели парциальных КНД которых удовлетворяют условиям $q_R + q_H = 0$ и $q_R + q_H = 4$, период следования импульсов может быть уменьшен по сравнению со значениями T_R , достижимыми при $q_R + q_H = 2$ или $q_R + q_H = 3$ в 1,33 и 1,08 раза соответственно.

Для подавления РЛС с антенной, характеризуемой парциальным КНД $D_{RO}^{(q_R, p)} = 10^3$, $q_R = 0, 1, 2$, $p = 1, 2$, и относительной полушириной полосы рабочих частот $K_{\Delta\omega} = 0,5$, обеспечивающей дальность действия не более 50 км, в интересах самоприкрытия объекта с парциальной ЭПР, удовлетворяющей условию $\tilde{\alpha}_0 a^2 = 1 \text{ м}^2$, на дальности $R_R = 100...150$ км требуется постановщик помех с энергетическим потенциалом до 180 Вт. При создании помех из вынесенной точки, удаленной от РЛС на расстояние $R_H = 200$ км, требуемое сокращение R_R до 50 км достигается при энергетическом потенциале постановщика порядка 4 кВт. Прикрытие объекта с ЭПР, характеризуемой величиной $\tilde{\alpha}_0 a^2 = 10 \text{ м}^2$, мощность маскирующей помехи требуется увеличить примерно в 10 раз.

В результате замены в составе защищаемого объекта угловых отражателей с полукруглыми и прямоугольными гранями на отражатели треугольной конструкции, обладающие меньшими ЭПР, коэффициенты сокращения дальности действия РЛС, уменьшенной за счет постановки маскирующих помех в 2 раза, составят 3 и 6 раз соответственно.

Заключение

С использованием спектральных энергетических уравнений передачи-приема волновых процессов в радиоканале с рассеянием на объекте и прямом радиоканале проведен анализ энергетических соотношений информационных сигналов и активных маскирующих помех на входах приемников РЛС. Энергия информационных сигналов и помех, поступающих на вход приемника, определяется величиной произведения спектральной плотности мощности излучения и парциального момента передачи-приема, усредненного в диапазоне циклических частот.

Уровень сигнала на входе приемника достигает наибольшего значения при изменении парциального момента передачи-приема сигналов в радиоканале по линейному закону. Энергия информационных сигналов возрастает пропорционально коэффициентам, зависящим от относительной полуширины их спектров, и убывает с ростом центральной циклической частоты во второй степени. С увеличением частоты повторения импульсов при предельно допустимой средней плотности мощности излучения, ограниченной требованиями к скрытности РЛС, пропорционально снижается плотность энергии зондирующих сигналов.

Исследованы закономерности повышения защищенности ЛА от РЛС при совместном применении средств снижения радиолокационной заметности и

маскировки преднамеренными помехами комплексов индивидуальной и индивидуально-взаимной защиты. Показано, что скрытность радиолокационных целей снижается по мере увеличения габаритов антенн РЛС вследствие повышения парциальных КНД и возрастает при увеличении размеров антенных систем постановщиков маскирующих помех за счет возрастания их эффективных площадей.

При совместном применении средств снижения заметности и постановщиков активных помех коэффициент уменьшения дальности действия РЛС определяется произведением коэффициента, характеризующего возможности автономной маскировки информационных сигналов, и коэффициента, достижимого за счет уменьшения ЭПР защищаемого объекта, во второй степени [3].

Список литературы

1. Макаренко С.И., Тимошенко А.В., Васильченко А.С. Анализ средств и способов противодействия беспилотным летательным аппаратам. Ч. 1. Беспилотный летательный аппарат как объект обнаружения и поражения // Системы управления, связи и безопасности. 2020. № 1. С. 109–146. DOI: <https://doi.org/10.24411/2410-9916-2020-10105>
2. Львова Л.А. Радиолокационная заметность летательных аппаратов. Снежинск: РФЯЦ ВНИИТФ, 2003. 232 с.
3. Современная радиоэлектронная борьба. Вопросы методологии / под ред. В.Г. Радзиевского. М.: Радиотехника, 2006. 424 с.
4. Разиньков С.Н. Спектральные энергетические уравнения передачи негармонических сигналов и их применение в сверхширокополосных радиосистемах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2011. Т. 14, № 3. С. 12–17.
5. Разиньков С.Н., Разинькова О.Э. Эффективность радиоподавления сверхширокополосных радиолокационных станций маскирующими помехами // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15, № 3. С. 67–74.
6. Авдеев В.Б. Энергетические характеристики направленности антенн и антенных систем при излучении и приеме сверхширокополосных сигналов и сверхкоротких импульсов // Антенны. 2002. № 7 (62). С. 5–26.
7. Разиньков С.Н., Любавский А.П. Спектральные энергетические уравнения и оценка скорости передачи сверхширокополосных сигналов в радиоканалах // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика и математика. 2017. № 2. С. 21–30. URL: <http://www.vestnik.vsu.ru/pdf/physmath/2017/02/2017-02-03.pdf>
8. Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Г.П. Современная теория и практические применения антенн. М.: Радиотехника, 2009. 720 с.
9. Радиолокационные устройства (теория и принципы построения) / под ред. В.В. Григорина-Рябова. М.: Советское радио, 1970. 680 с.
10. Ананьин Э.В., Ваксман Р.П., Патраков Ю.М. Методы снижения радиолокационной заметности // Зарубежная радиоэлектроника. 1994. № 4/5. С. 5–21.
11. Разиньков С.Н., Разинькова О.Э., Сторожук Ю.В. Исследование энергетической скрытности радиолокационных станций с диапазонными антеннами от комплекса радиотехнического мониторинга // Антенны. 2021. № 3. С. 20–30. URL: <https://doi.org/10.18127/j03209601-202103-03>
12. Ельцов О.Н., Петещенков Э.В., Понькин В.А. Актуальные вопросы снижения заметности вооружения и военной техники в различных физических полях // Военная мысль. 2015. № 12. С. 40–44.
13. Михайлов, Г.Д., Воронов В.А. Перспективы и направления работ по созданию малозаметных антенн бортовых радиоэлектронных комплексов // Оборонная техника. 1995. № 12. С. 35–37.

References

1. Makarenko S.I., Timoshenko A.V., Vasil'chenko A.S. Analysis of means and methods of countering unmanned aerial vehicles. Part 1. Unmanned aerial vehicle as an object of detection and destruction. *Sistemy upravlenija, svjazi i bezopasnosti*, 2020, no. 1, pp. 109–146. DOI: <https://doi.org/10.24411/2410-9916-2020-10105> (In Russ.)
2. L'vova L.A. *Aircraft Radar Signature*. Snezhinsk: RFJATs VNIITF, 2003, 232 p. (In Russ.)
3. *Modern Electronic Warfare. Methodological Issues*. Ed. by V.G. Radzievskiy. Moscow: Radiotehnika, 2006, 424 p. (In Russ.)
4. Razinkov S.N. Spectral energy equations for the transmission of nonharmonic signals and their application in ultra-wideband radio systems. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2011, vol. 14, no. 3, pp. 12–17. (In Russ.)
5. Razinkov S.N., Razinkova O.E. Efficiency of radio suppression of ultra-wideband radar stations with masking interference. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2012, vol. 15, no. 3, pp. 67–74. (In Russ.)
6. Avdeev V.B. Energy characteristics of the directivity of antennas and antenna systems during the emission and reception of ultra-wideband signals and ultra-short pulses. *Antenny*, 2002, no. 7 (62), pp. 5–26. (In Russ.)

7. Razinkov S.N., Ljubavskij A.P. Spectral energy equations and estimation of the transmission rate of ultra-wideband signals in radio channels. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika i matematika*, 2017, no. 2, pp. 21–30. URL: <http://www.vestnik.vsu.ru/pdf/physmath/2017/02/2017-02-03.pdf> (In Russ.)
8. Neganov V.A., Tabakov D.P., Yarovoj G.P. *Modern Theory and Practical Applications of Antennas*. Moscow: Radiotekhnika, 2009, 720 p. (In Russ.)
9. *Radar Devices (Theory and Principles of Construction)*. Ed. by V.V. Grigorina-Rjabov. Moscow: Sovetskoe radio, 1970, 680 p. (In Russ.)
10. Anan'in E.V., Vaksman R.P., Patrakov Yu.M. Methods for reducing radar signature. *Zarubezhnaja radioelektronika*, 1994, no. 4/5, pp. 5–21. (In Russ.)
11. Razinkov S.N., Razinkova O.E., Storozhuk Yu.V. Investigation of the energy secrecy of radar stations with range antennas from the radio monitoring complex. *Antenny*, 2021, no. 3, pp. 20–30. URL: <https://doi.org/10.18127/j03209601-202103-03> (In Russ.)
12. El'tsov O.N., Peteschenkov E.V., Pon'kin V.A. Topical issues of reducing the signature of weapons and military equipment in various physical fields. *Voennaja mysl'*, 2015, no. 12, pp. 40–44. (In Russ.)
13. Voronov V.A. Prospects and directions of work on the creation of inconspicuous antennas for on-board electronic systems. *Oboronnaja tehnika*, 1995, no. 12, pp. 35–37. (In Russ.)

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2021, vol. 24, no. 4, pp. 63–71

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.4.63-71

Received 8 October 2021
 Accepted 10 November 2021

Joint application of radar visibility reduction and anti-radar masking technologies to protect aircraft from remote monitoring systems

Sergey N. Razinkov, Olga E. Razinkova

Military Educational and Scientific Centre of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh)
 the Ministry of Defence of the Russian Federation
 54a, Staryh Bolshevikov Street,
 Voronezh, 394064, Russia

Abstract – Using spectral energy equations of transmission-reception of wave processes in radio channel with scattering on object and direct radio channel, analysis of energy ratios of information signals and active masking interference at inputs of receivers of remote monitoring systems is carried out. Measures to reduce visibility are aimed at changing the reflective signatures of objects in the interests of reducing the de-masking features contained in secondary electromagnetic radiation to limits that exclude the performance of radar monitoring tasks at established distances and time intervals. Active interference is designed to mask information signals in receiving channels of radar at power that does not allow detecting their designers by passive radar. In case of joint application of not iceability reducing devices and active jammers, radar range reducing coefficient is determined by product of coefficient characterizing possibility of autonomous masking of information signals and coefficient achievable due to reduction of secondary electromagnetic radiation power in the second degree. The laws of increase of aircraft stealth from radar observation with joint application of technologies of reduction of radar visibility and masking by intentional interference created from sides of protected objects and from assigned points have been investigated. In order to maintain the desired signal-to-noise ratio at the output of the receiver with a decrease in the duration of the probing signal, it is necessary to proportionally increase the density of the emitted energy. With given antenna sizes, the maximum signal transmission range is proportional to the root square of their cyclic carrier frequency; increase of this parameter leads to increase of partial coefficient of directional action and effective area of antenna. With a decrease in the cyclic frequency of the carrier of the probing signal, in order to maintain the required directional properties of the antennas, it is necessary to increase their dimensions.

Keywords – radar visibility; anti-radar masking; energy equation of radio channel.

Информация об авторах

Разиньков Сергей Николаевич, 1971 г. р., доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского испытательного института (радиоэлектронной борьбы) ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж, Россия. Окончил Воронежский государственный университет в 1995 г.

Область научных интересов: технологии радиоэлектронного мониторинга анализ и синтез алгоритмов и устройств передачи-приема и обработки сигналов в сложной электромагнитной обстановке.

E-mail: razinkovsergey@rambler.ru

Information about the Authors

Sergey N. Razinkov, born in 1971, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, leading researcher of Research test institute (radio-electronic fight) of Military Educational and Scientific Centre of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation, Voronezh, Russia. He graduated from Voronezh State University in 1995.

Research interests: electronic monitoring technology analysis and synthesis of algorithms and devices for transmitting-receiving and processing signals in a complex electromagnetic environment.

E-mail: razinkovsergey@rambler.ru

Разинькова Ольга Эдуардовна, 1973 г. р., кандидат технических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского центра (проблем применения, обеспечения и управления авиацией Военно-воздушных сил) ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж, Россия. Окончила Воронежский государственный университет в 1995 г.

Область научных интересов: электродинамическое моделирование антенн, анализ и синтез приемных устройств и алгоритмов оценки параметров сигналов в радиотехнических системах.

E-mail: razinkovsergey@rambler.ru

Olga E. Razinkova, born in 1973, Candidate of Technical Sciences, senior research associate of Research center (problems of application, providing and management of the Air Force of aircraft) of Military Educational and Scientific Centre of the Air Force N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin Air Force Academy (Voronezh) the Ministry of Defence of the Russian Federation, Voronezh, Russia. She graduated from Voronezh State University in 1995.

Research interests: electro-dynamic modeling of an-tenn, analysis and synthesis of receiving devices and algorithms for estimating signal parameters in radio engineering systems.

E-mail: razinkovsergey@rambler.ru

Алгоритмические решения в задаче оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний

И.С. Полянский , И.В. Полянская, К.О. Логинов

Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации
302015, Россия, г. Орел,
ул. Приборостроительная, 35

Аннотация – В статье для решения задачи оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний сформированы алгоритмические решения, включающие математическую модель, численную схему и алгоритмические реализации. Указанная оценка сводится к определению мгновенных значений числа избирателей, отдающих предпочтение кандидату (партии) при учете: положительного или отрицательного стохастического характера воздействия средств масс-медиа; межличностного взаимодействия; двухшагового усвоения информации; наличия многообразия средств масс-медиа, социальных групп и списка кандидатов. Математическая модель базируется на обобщенной модели информационного противоборства в структурированном социуме и при введении стохастических компонент в интенсивностях агитации сводится к решению уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова. Для его исследования в постановке метода Галеркина предложена численная схема и определен порядок ее сходимости. В отношении основных процедур численной схемы уточнены особенности алгоритмической реализации.

Ключевые слова – оценка информационного воздействия; избирательная кампания; алгоритмические решения; уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова; Гауссовы базисные функции; оценка сходимости; триангуляция многомерного многогранника; численное интегрирование по многомерному симплексу.

Введение

На сегодняшний день избирательные процедуры – неотъемлемая часть демократических государств. Несмотря на существенные различия исторических путей становления и развития электоральных институтов в различных странах, в настоящий момент содержание избирательных кампаний неизменно базируется на понятиях профессионализма и эффективного менеджмента. Основу для реализации указанных принципов составляет качественное информационно-аналитическое сопровождение выборных кампаний, необходимое как конкурирующим кандидатам, так и организаторам выборов. При этом обеспечение подобного сопровождения с учетом текущего уровня развития систем коммуникации, вычислительной техники и методов математического моделирования [1] невозможно без применения эффективных алгоритмических решений, позволяющих формировать точную оценку информационного воздействия. Основные особенности, которые необходимо принять во внимание при разработке алгоритмических решений в указанной предметной области, связаны с учетом: 1) воздействия средств масс-медиа на избирателей и межличностного взаимодействия; 2) положительного и отрицательного влияния на общественное

мнение средствами масс-медиа; 3) двухшагового усвоения информации [5]; 4) наличия многообразия средств масс-медиа, социальных групп и списка кандидатов (партий); 5) стохастического характера воздействия средств масс-медиа.

Принимая во внимание основные результаты работ [2–6] по математическому моделированию информационного влияния, управления и противоборства в социуме и выделенные особенности, цель настоящей статьи состоит в разработке алгоритмических решений в задаче оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний.

1. Математическая модель оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний

В соответствии с [6] электорат представим группой взаимодействующих индивидов численностью N_0 , составленной из M подгрупп. Обозначим N_m ($m = \overline{1, M}$) число индивидов в m -й подгруппе при $N_m < N_0$, $N_m \geq 1$ и $\sum_{m=1}^M N_m = N_0$.

Предпочтения у индивидов формируются в отношении K кандидатов с учетом распространя-

емой информации через L внешних источников (средства масс-медиа) и за счет межличностной коммуникации. Внешний l -й ($l = \overline{1, L}$) источник в момент времени $t \in [0, T_0]$ пропагандирует k -го кандидата с интенсивностями $\alpha_{kl}(t)$ и $\gamma_{kl}(t)$, формируя положительное и отрицательное отношение соответственно. Разнородность влияния на m -ю подгруппу индивидов l -го внешнего источника характеризуется коэффициентом восприятия $\chi_{ml} \in [0, 1]$.

Следуя [6], общую группу индивидов разделим на три класса: 1) неохваченные; 2) предадепты; 3) адепты. У неохваченных индивидов отсутствуют предпочтения в отношении какого-либо кандидата.

Предадептами mk назовем индивидов m -й подгруппы, отдающих предпочтение k -му кандидату, но не распространяющих о нем информации при межличностной коммуникации. Число предадептов mk в момент времени t обозначим $y_{mk}(t) \in [0, N_m]$.

Адептами mk назовем индивидов m -й подгруппы, отдающих предпочтение k -му кандидату и распространяющих положительную информацию в его отношении среди индивидов m' -й ($m' = \overline{1, M}$) подгруппы путем межличностной коммуникации с интенсивностью $\beta_{m'm} \geq 0$. Число адептов mk в момент времени t обозначим $x_{mk}(t) \in [0, N_m]$. Уточним, что адепт mk в отношении k' -го кандидата ($k, k' \in \overline{1, K}$) не распространяет отрицательной информации.

Переход неохваченных индивидов в адепты осуществляется за два шага [6]. Под воздействием положительной информации из внешних источников и за счет межличностной коммуникации первоначально индивид m -й подгруппы становится предадептом mk , а затем – адептом mk . Под воздействием негативной информации из внешних источников в отношении k -го кандидата происходит обратный переход. Уточним, что адептом кандидата может стать только предадепт соответствующего кандидата, а неохваченным индивидом – предадепт.

Для введенных представлений задача оценки сводится к выбору k' -го кандидата, способного по итогам выборной кампании набрать наибольшее число голосов

$$k' = \arg \max_{k \in \overline{1, K}} \hat{N}_k,$$

$$\text{где } \hat{N}_k = \sum_{m=1}^M [\hat{x}_{mk}(T_0) + \hat{y}_{mk}(T_0)].$$

Ее решение требует максимально правдоподобно-

го определения числа адептов $\hat{x}_{mk}(t)$ и предадептов $\hat{y}_{mk}(t)$.

Для заданного содержательного представления математическую модель сформируем, принимая во внимание основные предположения о скорости изменения $x_{mk}(t)$, $y_{mk}(t)$ [6] и допущения.

1. Значения χ_{ml} , $\beta_{m'm}$ не зависят от t и определяются экспертным оцениванием.

2. Переменные $x_{mk}(t)$, $y_{mk}(t)$ составляют непрерывный векторный марковский процесс.

3. Интенсивности $\alpha_{kl}(t)$, $\gamma_{kl}(t)$ складываются из соответствующих истинных значений $0 \leq \alpha_{kl}^0(t)$, $\gamma_{kl}^0(t) < \infty$ и ошибок наблюдения $\tilde{\alpha}_{kl}(t)$, $\tilde{\gamma}_{kl}(t)$, являющихся белым шумом с соответствующими характеристиками: $\mathbb{E}[\tilde{\alpha}_{kl}] = \mathbb{E}[\tilde{\gamma}_{kl}] = 0$; $\text{cov}[\tilde{\alpha}_{kl}] = \text{cov}[\tilde{\gamma}_{kl}] = \delta(t - \tau)$; $\text{cov}[d\tilde{\alpha}_{kl}] = [\varepsilon_{kl}^{\alpha}]^2$; $\text{cov}[d\tilde{\gamma}_{kl}] = [\varepsilon_{kl}^{\gamma}]^2$.

Для заданных представлений решение задачи оценки $\hat{x}_{mk}(t)$ и $\hat{y}_{mk}(t)$ выполним усреднением:

$$\hat{Z}(t) = \int_{\Omega} \bar{Z} p(\bar{Z}, t) d\bar{Z}, \quad (1)$$

где

$$\bar{Z} = (Z_i)_d = (\bar{z}^{(1)}, \dots, \bar{z}^{(M)});$$

$$\bar{z}^{(m)} = \left(z_k^{(m)} \right)_{2K} = (x_{m1}, y_{m1}, \dots, x_{mK}, y_{mK});$$

$\Omega = \varepsilon^{(1)} \times \dots \times \varepsilon^{(M)} \subset \mathbb{R}^d$ – d -мерный выпуклый многогранник ($d = 2MK$); $\varepsilon^{(m)} \subset \mathbb{R}^{2K}$ – симплекс с $2K + 1$ вершинами $P_1^{(m)} = (0, 0, \dots, 0)$, $P_2^{(m)} = (N_m, 0, \dots, 0)$, ..., $P_{2K+1}^{(m)} = (0, 0, \dots, N_m)$; $p(\bar{Z}, t)$ – функция плотности распределения вероятности, удовлетворяющая уравнению Фоккера – Планка – Колмогорова (ФПК):

$$dp(\bar{Z}, t)/dt = \mathbf{L}[p(\bar{Z}, t)], \quad (2)$$

где

$$\mathbf{L}[p] = - \sum_{l=1}^d \frac{\partial}{\partial Z_l} (A_l p) + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^d \sum_{l'=1}^d \frac{\partial^2 (D_{ll'} p)}{\partial Z_l \partial Z_{l'}}$$

– диффузионный оператор; $\mathbf{D} = (D_{ll'})_{d \times d}$ и $\bar{A} = (A_l)_d$ – тензор диффузии и вектор сноса соответственно, компоненты которых формируются из следующих представлений:

1) для вектора сноса:

$$\bar{A} = (A_l)_d = (\bar{a}^{(1)}, \dots, \bar{a}^{(M)});$$

$$\vec{a}^{(m)} = \left(a_i^{(m)} \right)_{2K} = \left(f_{m1}^{(1)}, f_{m1}^{(2)}, \dots, f_{mK}^{(1)}, f_{mK}^{(2)} \right);$$

$$f_{mk}^{(2)}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, t) = (x_{mk} - y_{mk}) \Gamma_{mk}^0 + \left[A_{mk}^0 + \sum_{m'=1}^M x_{m'k} \beta_{m'm} \right] \times \left[N_m - \sum_{k'=1}^K (x_{mk'} + y_{mk'}) - y_{mk} \right];$$

$$f_{mk}^{(1)}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, t) = y_{mk} \left[A_{mk}^0 + \sum_{m'=1}^M x_{m'k} \beta_{m'm} \right] - x_{mk} \Gamma_{mk}^0;$$

$$\Gamma_{mk}^0 = \sum_{l=1}^L \chi_{ml} \gamma_{kl}^0; \quad A_{mk}^0 = \sum_{l=1}^L \chi_{ml} \alpha_{kl}^0;$$

$$\mathbf{X} = (x_{mk})_{M \times K}; \quad \mathbf{Y} = (y_{mk})_{M \times K};$$

2) для тензора диффузии:

$$\mathbf{D} = \Sigma \Sigma^T; \quad \Sigma = (\Sigma_{ll'})_{d \times d} = \begin{pmatrix} \sigma^{(11)} & \dots & \sigma^{(1M)} \\ \dots & \dots & \dots \\ \sigma^{(M1)} & \dots & \sigma^{(MM)} \end{pmatrix};$$

$$\sigma^{(mm')} = \left(\sigma_{ii'}^{(mm')} \right)_{2K} \quad \text{при } m' = \overline{1, M} \text{ и } k = \lceil i/2 \rceil:$$

$$\sigma_{ii'}^{(mm')} = \begin{cases} -x_{mk} \sqrt{\sum_{l=1}^L (\chi_{ml} \varepsilon_{kl}^\gamma)^2}, & \text{if } m = m' \wedge i \bmod 2 \neq 0 \wedge i = i'; \\ y_{mk} \sqrt{\sum_{l=1}^L (\chi_{ml} \varepsilon_{kl}^\alpha)^2}, & \text{if } m = m' \wedge i \bmod 2 = 0 \wedge i = i'; \\ (x_{mk} - y_{mk}) \sqrt{\sum_{l=1}^L (\chi_{ml} \varepsilon_{kl}^\gamma)^2}, & \text{if } m = m' \wedge i \bmod 2 \neq 0 \wedge i - 1 = i'; \\ \left[N_m - \sum_{k'=1}^K (x_{mk'} + y_{mk'}) - y_{mk} \right] \times \sqrt{\sum_{l=1}^L (\chi_{ml} \varepsilon_{kl}^\alpha)^2}, & \text{if } m = m' \wedge i \bmod 2 = 0 \wedge i - 1 = i'; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Решение дифференциального уравнения (2) при заданном начальном условии $p(\vec{Z}, 0)$ и требований $p(\vec{Z}, t) \geq 0$, $\int_{\Omega} p(\vec{Z}, t) d\vec{Z} = 1$ для $(\vec{Z}, t) \in \Omega \times [0, T_0]$

предлагается выполнять численно в соответствии со следующей схемой.

2. Численная оценка информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний

Зададим разбиение $\Omega = \bigcup_{u=1}^U \omega^{(u)}$ набором из U симплексов

$$\omega^{(u)} = \left\{ \sum_{l=1}^{d+1} \zeta_l^{(u)} P_l^{(u)} : \left(\sum_{l=1}^{d+1} \zeta_l^{(u)} = 1 \right) \wedge \left(\forall l = \overline{1, d+1}, \zeta_l^{(u)} \geq 0 \right) \right\} \subset \mathbb{R}^d$$

($u = \overline{1, U}$) с $d+1$ вершинами $P_1^{(u)}, P_2^{(u)}, \dots, P_{d+1}^{(u)}$ и барицентрическими координатами $\zeta_1^{(u)}, \dots, \zeta_{d+1}^{(u)}$ при $\omega^{(u)} \cap \omega^{(u')} = \emptyset$ ($u \neq u'$; $u, u' \in \{1, U\}$).

Обозначим $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\Omega}$ скалярное произведение

$$\langle \eta, \phi \rangle_{\Omega} = \int_{\Omega} \eta(\vec{Z}) \phi(\vec{Z}) d\vec{Z} \quad (3)$$

для некоторых функций η и ϕ .

Зададим аппроксимацию $p(\vec{Z}, t)$:

$$\tilde{p}(\vec{Z}, t) = \sum_{u=1}^U \sum_{j \in \mathbb{M}_r^d} c_j^{(u)}(t) \psi_j^{(u)}(\vec{Z}), \quad (4)$$

подстановка которой в (2) в проекционном представлении метода Галеркина сведет исходную к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$d\vec{C}(t)/dt = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{Q}(t) \vec{C}(t); \quad \vec{C}(0) = \mathbf{S}^{-1} \vec{W}, \quad (5)$$

где

$$\vec{W} = \left(\left\langle p_0, \psi_j^{(u)} \right\rangle_{\Omega} \right)_{U|\mathbb{M}_r^d|};$$

$$p_0 \equiv p(\vec{Z}, 0); \quad \vec{C} = \left(c_j^{(u)} \right)_{U|\mathbb{M}_r^d|}$$

– вектор искомых коэффициентов разложения, зависящих от t ;

$$\mathbf{Q} = \left(\left\langle \psi_j^{(u)}, \mathbf{L} \left[\psi_{j'}^{(u')} \right] \right\rangle_{\Omega} \right)_{U|\mathbb{M}_r^d| \times U|\mathbb{M}_r^d|};$$

$$\mathbf{S} = \left(\left\langle \psi_j^{(u)}, \psi_{j'}^{(u')} \right\rangle_{\Omega} \right)_{U|\mathbb{M}_r^d| \times U|\mathbb{M}_r^d|};$$

\mathbb{M}_r^d – множество мультииндексов $j, j' \in \mathbb{M}_r^d$ [8]:

$$\mathbb{M}_r^d = \left\{ j = (j_1, \dots, j_l, \dots, j_{d+1}) : j_l \in \mathbb{Z}_+, \sum_{l \in [1; d+1]} j_l = r \right\}, \quad (6)$$

где $r \in \mathbb{N}$ – порядок аппроксимации на $\omega^{(u)}$; $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N} \cup \{0\}$; $\psi_j^{(u)}$ – базисная функция частичной подобласти $\omega^{(u)} \in \Omega$, которую зададим произведением:

$$\psi_j^{(u)} = \sqrt{2/\pi} (r+1) \prod_{l=1}^{d+1} \varphi_{j_l} \quad (7)$$

Гауссовых базисных функций [9]:

$$\varphi_{j_l} = e^{-[2j_l+1-2\zeta_l(r+1)]^2/[2(d+1)]}. \quad (8)$$

Решение (5) определяется в виде

$$\bar{C}(t) = \exp \left[\mathbf{s}^{-1} \int_0^t \mathbf{Q}(\tau) d\tau \right] \mathbf{s}^{-1} \bar{W}, \quad (9)$$

где $\exp[\cdot]$ – матричная экспонента.

Сходимость решения (9) задачи (2) в проекционном представлении (5) с учетом известной, например из [10, с. 80], теоремы Л.В. Канторовича составляет последовательное исследование задач приближения непрерывной функции на $[0, 1]$ и $\omega^{(u)}$ Гауссовыми базисными функциями вида (7), (8).

Лемма 1. Пусть $\eta(\zeta)$ – непрерывно дифференцируемая на $[0, 1]$ функция, а $\tilde{\eta}(\zeta) = \sum_{j=0}^r c_j \varphi_j(\zeta)$ – ее

наилучшее среднеквадратичное приближение с коэффициентами разложения c_j . Тогда справедлива оценка

$$\|\eta - \tilde{\eta}_r\|_{[0,1]} \leq M_1 \|\eta\|_{[0,1]} / \sqrt{r+1}, \quad (10)$$

где M_1 – не зависящая от r положительная постоянная.

В формулировке леммы 1 для $\zeta \in [0, 1]$, $r \in \mathbb{N}$ приняты следующие обозначения:

$$\varphi_j(\zeta) = \sqrt{2/\pi} (r+1) e^{-[2j+1-2\zeta(r+1)]^2/2} \quad (j = 0, r);$$

$$\|\eta\|_{[0,1]} = \sqrt{\langle \eta, \eta \rangle_{[0,1]}} \quad \text{при} \quad \langle \eta, \phi \rangle_{[0,1]} = \int_0^1 \eta(\zeta) \phi(\zeta) d\zeta.$$

Лемма 2. Пусть $\eta(\bar{\zeta})$ – непрерывно дифференцируемая на ω функция, а $\tilde{\eta}(\bar{\zeta}) = \sum_{j \in \mathbb{M}_r^d} c_j \psi_j(\bar{\zeta})$ –

ее наилучшее среднеквадратичное приближение с коэффициентами разложения c_j . Тогда справедлива оценка

$$\|\eta - \tilde{\eta}_r\|_{\omega} \leq M_2 \|\eta\|_{\omega} / \sqrt{r+1}, \quad (11)$$

где M_2 – не зависящая от r положительная постоянная.

В формулировке леммы 2 для

$$\omega = \left\{ \sum_{k=1}^{K+1} \zeta_k P_k : \sum_{k=1}^{K+1} \zeta_k = 1 \right\} \wedge \left\{ \forall k = 1, K+1, \zeta_k \geq 0 \right\} \subset \mathbb{R}^K,$$

$r \in \mathbb{N}$, $j \in \mathbb{M}_r^K$ приняты обозначения:

$$\psi_j(\bar{\zeta}) = \sqrt{2/\pi} (r+1) \times \prod_{k=1}^{K+1} e^{-[2j_k+1-2\zeta_k(r+1)]^2/[2(K+1)]},$$

$$\|\eta\|_{\omega} = \sqrt{\langle \eta, \eta \rangle_{\omega}} \quad \text{для}$$

$$\langle \eta, \phi \rangle_{\omega} = \int_0^1 \int_0^{1-\zeta_1} \dots \int_0^{1-\sum_{k=1}^{K-1} \zeta_k} \eta(\bar{\zeta}) \phi(\bar{\zeta}) d\zeta_K \dots d\zeta_2 d\zeta_1$$

$$\text{при} \quad \zeta_{K+1} = 1 - \sum_{k=1}^K \zeta_k.$$

Из результатов лемм 1, 2 получено следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть

$$\tilde{p}(\bar{Z}, t) = \sum_{u=1}^U \sum_{j \in \mathbb{M}_r^d} c_j^{(u)}(t) \psi_j^{(u)}(\bar{Z}),$$

тогда метод Галеркина для уравнения (2) сходится и справедлива оценка

$$\|p - \tilde{p}\|_{\Omega} \leq M_3 \|p\|_{\Omega} \sqrt{\nu/(r+1)}, \quad (12)$$

где M_3 – не зависящая от r положительная постоянная, ν – максимальный линейный размер симплексов $\omega^{(u)}$.

3. Алгоритмическая реализация решений в задаче оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний

Основу алгоритмической реализации сформированной численной схемы составляют:

1) построение d -мерного выпуклого многогранника Ω при формировании множеств его

```

1: function VERTPOLY( $N, M, K$ )
2:   for  $m = 0$  to  $M - 1$  do
3:      $v_m = \text{PLACEPOINT}(2K, N_{m+1});$ 
4:      $j_m = 0;$ 
5:   repeat  $v = \emptyset$ 
6:     for  $m = 0$  to  $M - 1$  do
7:        $v = v \cup (v_m)_{j_m};$ 
8:      $V \leftarrow v;$ 
9:   until NEXTPLACEMENT( $j, 2K, M - 1$ );
10:  return  $V$ 

```

Рис. 1. Псевдокод алгоритма формирования V
Fig. 1. Pseudocode of the V formation algorithm

l -мерных граней (вершин V , ребер E , граней B^0 , ячеек B^1 и пр.);

2) разбиение $\Omega = \bigcup_{u=1}^U \omega^{(u)}$ на симплексы $\omega^{(u)}$;

3) правила вычисления элементов вектора \vec{W} , матриц \mathbf{Q} , \mathbf{S} и усреднения $\hat{Z}(t) = \int_{\Omega} \bar{Z}p(\bar{Z}, t) d\bar{Z}$, уточняемые реализацией процедуры численного интегрирования по Ω .

Известно из [11], что количественная характеристика l -мерных граней ($l = \overline{0, d-1}$) Ω определяется f - и h -векторами, соотношенными с F - и H -полиномами. Исходя из правила построения $\Omega = \varepsilon^{(1)} \times \dots \times \varepsilon^{(M)} \subset \mathbb{R}^d$ $2K$ -мерными симплексами $\varepsilon^{(m)}$, справедливо представление F -полинома $\varepsilon^{(m)}$ в виде

$$F(\varepsilon^{(m)}, \tau) = \sum_{k=0}^{2K} \binom{2K+1}{k+1} \tau^k,$$

а H -полинома:

$$H(\varepsilon^{(m)}, \tau) = F(\varepsilon^{(m)}, \tau - 1) = \sum_{k=0}^{2K} \tau^k.$$

Тогда H -полином Ω , с учетом обобщения бинорма Ньютона при введении мультимодальных коэффициентов, задается соотношением

$$\begin{aligned} H(\Omega, \tau) &= \left(\sum_{k=0}^{2K} \tau^k \right)^M = \\ &= \sum_{q \in \mathbb{M}_M^{2K}} \left[\binom{M}{q_1, q_2, \dots, q_{2K+1}} \prod_{k=0}^{2K} \tau^{q_{k+1}} \right] = \\ &= \sum_{l=0}^d h_l(\Omega) \tau^l. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь \mathbb{M}_M^{2K} – множество мультииндексов q , заданное по аналогии с (5) (быстрый алгоритм формирования \mathbb{M}_r^d приведен в [12]); $h_l(\Omega)$ – элементы

```

1: function PLACEPOINT( $K, N$ )
2:   for  $k = 0$  to  $K - 1$  do
3:      $(v_0)_k = 0;$ 
4:   for  $k = 1$  to  $K$  do
5:      $v_k = v_0;$ 
6:      $(v_k)_{k-1} = N;$ 
7:   return  $v$ 

```

Рис. 2. Псевдокод функции PLACEPOINT
Fig. 2. Pseudocode of the PLACEPOINT function

```

1: function NEXTPLACEMENT( $j, K, M$ )
2:    $i = M;$ 
3:   while  $(i \geq 0) \wedge (j_i = K)$  do  $i = i - 1;$ 
4:   if  $i < 0$  then return false;
5:   if  $j_i \geq K$  then  $i = i - 1;$ 
6:    $j_i = j_i + 1;$ 
7:   if  $i = M$  then return true;
8:   for  $k = i + 1$  to  $M$  do  $j_k = 0;$ 
9:   return true

```

Рис. 3. Псевдокод функции NEXTPLACEMENT
Fig. 3. Pseudocode of the NEXTPLACEMENT function

h -вектора, определяемые суммами мультимодальных коэффициентов из (13) по правилу:

$$h_l(\Omega) = \sum_{\substack{q \in \mathbb{M}_M^{2K} \\ s_q = l}} \binom{M}{q_1, q_2, \dots, q_{2K+1}}, \quad (14)$$

$$\text{где } s_q = \sum_{\substack{k \in [1; 2K] \\ q_{k+1} \neq 0}} (k+1) q_{k+1}.$$

Элементы $f_l(\Omega)$ f -вектора вычисляются из (14) выражением [11]

$$f_l(\Omega) = \sum_{l'=l}^d \binom{l'}{l} h_{l'}(\Omega).$$

С учетом заданных количественных характеристик Ω выполняется формирование множеств его l -мерных граней. При этом изначально задается множество вершин V с числом элементов $f_0(\Omega) = |V| = (2K+1)^M$ – алгоритм VERTPOLY (рис. 1).

Основу работы алгоритма составляют функции определения множества исходных точек PLACEPOINT (рис. 2) и задания нового размещения с повторением NEXTPLACEMENT (рис. 3) [13].

Затем определяется множество ребер $E \subset V \times V$ с числом элементов $f_1(\Omega) = |E| = (2K+1)^M KM$, составляемых комбинацией пар неповторяющихся вершин V – алгоритм EDGEPOLY (рис. 4).

Множество граней B^0 с числом элементов $f_2(\Omega) = |B^0|$ формируется по заданным V и E при представлении Ω в виде неориентированного

```

1: function EDGEPOLY( $V, M, K$ )
2:   for  $n = 0$  to  $|V| - 2$  do
3:     for  $n' = n + 1$  to  $|V| - 1$  do
4:        $i = 0$ ;
5:       for  $m = 0$  to  $M - 1$  do
6:          $j_m = 0$ ;
7:         for  $k = 0$  to  $2K - 1$  do
8:           if  $(V_n)_{2mK+k} \neq (V_{n'})_{2mK+k}$  then  $j_m = j_m + 1$ ;
9:           if  $j_m > 0$  then  $i = i + 1$ ;
10:        if  $(i \leq 1) \vee (M = 1)$  then
11:           $J = \sum_{m=0}^{M-1} j_m$ ;
12:          if  $J \leq 2K$  then
13:             $E \leftarrow (n \ n')^T$ ;
14:   return  $E$ 
    
```

Рис. 4. Псевдокод алгоритма формирования E
 Fig. 4. Pseudocode of the E generation algorithm

```

1: function SEARCHCYCLES( $E, V, L$ )
2:   while true do
3:      $D = \text{KIRHGOFMATRIX}(E, V)$ ;
4:      $r = 0$ ;
5:     for  $i = 0$  to  $|V| - 1$  do
6:       if  $D_{ii} > 1$  then
7:          $E' = \text{MST}(D, V, i)$ ;
8:         if  $E' \notin T$  then
9:            $T_r = E'$ ;  $r = r + 1$ ;
10:    if  $r = 0$  then break;
11:     $E' = \emptyset$ ;
12:    for  $i = 0$  to  $j - 1$  do
13:       $E' = E' \cup T_i$ ;
14:       $\tilde{E} = E \setminus T_i$ ;
15:      for  $m' = 0$  to  $1$  do
16:         $\hat{E} = T_i$ ;
17:        for  $n = 0$  to  $|\tilde{E}| - 1$  do  $j_n = n + 1$ ;
18:        repeat
19:          for  $m = 0$  to  $m'$  do  $\hat{E}_{|T_i|+m} = \tilde{E}_{j_m-1}$ ;
20:           $c = \text{DFSCYCLE}(\hat{E}, V, L)$ ;
21:          if  $c \notin C$  then
22:             $C \leftarrow c$ ;
23:        until  $\text{NEXTCOMBINATION}(j, i + 1, |\tilde{E}|)$ ;
24:     $E = E \setminus E'$ ;
25:   return  $C$ 
    
```

Рис. 5. Псевдокод алгоритма поиска циклов для G длиной L
 Fig. 5. Pseudocode of the loop search algorithm for G of length L

графа $G(V, E) = \langle V, E \rangle$ и последовательном поиске в G всех циклов без хорд длиной $L = [3; 4]$. Полиномиальный алгоритм поиска циклов базируется на алгоритмах построения остового дерева (алгоритм Прима [13] – MST) и рекурсивного поиска в глубину [13] – DFSCYCLE. Алгоритм поиска циклов SEARCHCYCLES для G длиной L приведен на рис. 5.

В алгоритме поиска циклов используются дополнительные функции построения матрицы Кирхгофа KIRHGOFMATRIX для G и задания но-

вого сочетания без повторения NEXTCOMBINATION (рис. 6).

Множество ячеек B^1 с числом элементов $f_3(\Omega) = |B^1|$ формируется по B^0 . Каждая грань представляется бинарным числом разрядностью, равной мощности множества E . Разрядом числа кодирует содержание соответствующего номера ребра из E : значение 1 характеризует наличие данного элемента в грани, значение 0 – отсутствие. Затем выделяются ячейки при определении сочетаний 4, 5 и 6 граней из общего числа:

```

1: function NEXTCOMBINATION( $j, m, n$ )
2:    $k = m$ ;
3:   for  $i = k - 1$  to 0 do
4:     if  $j_i < n - k + i + 1$  then
5:        $j_i = j_i + 1$ ;
6:       for  $i' = i + 1$  to  $k$  do  $j_{i'} = j_{i'-1} + 1$ ;
7:       return true;
7:   return false

```

Рис. 6. Псевдокод функции NEXTCOMBINATION
Fig. 6. Pseudocode of the NEXTCOMBINATION function

- 1) 4 граней, составленных только из 3 ребер;
- 2) 5 граней, где четыре составлены из 3 ребер, а одна – из 5;
- 3) 5 граней: две составлены из 3 ребер, а три – из 5;
- 4) 6 граней, составленных только из 4 ребер.

Критерий в определении ячейки состоит в том, что сумма по модулю два всех двоичных чисел составляющих граней равна нулю.

Дальнейшая процедура формирования l -мерных граней выполняется по индукции.

Для Ω симплексы $\omega^{(u)}$ задаются при построении барицентрической триангуляции, которая реализуется индукцией по размерности триангуляцией l -мерных граней [11].

С учетом разбиения $\Omega = \bigcup_{u=1}^U \omega^{(u)}$ интеграл $I = \int_{\Omega} \eta(\bar{Z}) d\bar{Z}$ по Ω от некоторой функции η заменяется суммой $I = \sum_{u=1}^U \int_{\omega^{(u)}} \eta(\bar{Z}) d\bar{Z}$ по $\omega^{(u)}$ и сво-

дится к реализации процедуры численного интегрирования:

$$I^{(u)} = \int_{\omega^{(u)}} \eta(\bar{Z}) d\bar{Z} = \sum_{j \in \mathbb{M}_I^d} \eta(\bar{\xi}_j) \kappa_j, \quad (15)$$

где $I \in \mathbb{N}$ – порядок численного интегрирования; узловые точки $\bar{\xi}_j$ и весовые коэффициенты κ_j , вычисляемые по правилам кубатурных формул для симплексов. Для мастер-элемента ω единичной размерности значения $\bar{\xi}_j \in \omega$ и κ_j определяются по правилам:

$$\bar{\xi}_j = \begin{pmatrix} X_{j_1}^0 & \dots & X_{j_d}^0 \end{pmatrix}^T; \quad \bar{\kappa} = \mathbf{O}^{-1} \bar{B}, \quad (16)$$

где

$$X_{j_l}^0 = X_{j_l} / \sum_{k=1}^d X_{j_k} \quad (l = \overline{1, d});$$

X_i ($i = \overline{1, I}$) – корни многочлена Лежандра первого рода порядка I [14]; $\bar{B} = (b_j)_{|\mathbb{M}_I^d|}$ при

$$b_j = \prod_{k=1}^d \Gamma(X_{j_k}^0 I + 1) / (I + d - 1)!$$

и обозначении гамма-функции $\Gamma(\bullet)$;

$$\mathbf{O} = (\mathbf{O}_{j j'})_{|\mathbb{M}_I^d| \times |\mathbb{M}_I^d|} \text{ при } \mathbf{O}_{j j'} = \prod_{k=1}^d (X_{j_k}^0)^{j_k}.$$

Заключение

Таким образом, в настоящей статье в развитие моделей [2–6] информационного влияния, управления и противоборства в социуме при формализации содержательной постановки задачи, выделении системы ограничений и допущений, разработке математической модели, численной схемы и алгоритмических реализаций сформировано алгоритмическое решение в задаче оценки информационного воздействия на электорат при проведении выборных кампаний. Математическая модель базируется на обобщенной модели информационного противоборства в структурированном социуме [2–5]. При разделении общества численностью N_0 на M подгрупп и введении стохастических компонент данная модель сводится к стохастическому дифференциальному уравнению, которое при понимании в смысле Ито [7] приводит к необходимости решения уравнения ФПК (2) для определения эволюции функции плотности вероятности $p(\bar{Z}, t)$. Решение (2) предложено выполнять численно в проекционной постановке метода Галеркина при задании кусочно-полиномиальной аппроксимации (4), требующей разбиения области анализа Ω на симплексы $\omega^{(u)}$. Для сформированной численной схемы определена оценка сходимости (12) и уточнены особенности алгоритмической реализации, сводящиеся к построению Ω , его разбиению $\Omega = \bigcup_{u=1}^U \omega^{(u)}$ и уточнению реализации процедур численного интегрирования по Ω .

Список литературы

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
2. Петров А.П., Маслов А.И., Цаплин Н.А. Моделирование выбора позиций индивидами при информационном противоборстве в социуме // Математическое моделирование. 2015. Т. 27, № 12. С. 137–148. URL: <http://mi.mathnet.ru/mm3684>
3. Моделирование спада общественного внимания к прошедшему разовому политическому событию / А.П. Михайлов [и др.] // ДАН. 2018. Т. 480, № 4. С. 397–400. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0869565218160028>

4. Петров А.П., Прончева О.Г. Моделирование выбора позиций индивидами при информационном противоборстве с двухкомпонентной повесткой // Математическое моделирование. 2019. Т. 31, № 7. С. 91–108. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0234087919070062>
5. Развитие модели распространения информации в социуме / А.П. Михайлов [и др.] // Математическое моделирование. 2014. Т. 26, № 3. С. 65–74. URL: <http://mi.mathnet.ru/mm3459>
6. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Физматлит, 2010. 228 с.
7. Кузнецов Д.Ф. Некоторые вопросы теории численного решения стохастических дифференциальных уравнений Ито // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 1998. № 1. С. 66–367. URL: <https://diffjournal.spbu.ru/RU/numbers/1998.1/article.1.3.html>
8. Ильинский А.С., Полянский И.С., Степанов Д.Е. О сходимости барицентрического метода в решении внутренних задач Дирихле и Неймана в R^2 для уравнения Гельмгольца // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2021. Т. 31, № 1. С. 3–18. DOI: <https://doi.org/10.35634/vm210101>
9. Kainen P.C., Kurkova V., Sanguineti M. Estimates of approximation rates by Gaussian radial-basis functions // CANNAGA 2007: Adaptive and Natural Computing Algorithms. 2007. P. 11–18. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-540-71629-7_2
10. Даугавет И.К. Теория приближенных методов. Линейные уравнения. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 288 с.
11. Емеличев В.А., Ковалев М.М., Кравцов М.К. Многогранники, графы, оптимизация (комбинаторная теория многогранников). М.: Наука; Глав. ред. физ-мат лит., 1981. 344 с.
12. Электродинамический анализ зеркальных антенн в приближении барицентрического метода / И.С. Полянский [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2020. Т. 23, № 4. С. 36–47. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.36-47>
13. Алгоритмы: построение и анализ. 2-е изд. / Т.Х. Кормен [и др.]; пер. с англ. М.: Вильямс, 2010. 1296 с.
14. Ильинский А.С., Полянский И.С. Приближенный метод определения гармонических барицентрических координат для произвольных многоугольников // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2019. Т. 59, № 3. С. 391–408. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0044466919030098>

References

1. Samarskiy A.A., Mikhailov A.P. *Math Modeling*. Moscow: Fizmatlit, 2001, 320 p. (In Russ.)
2. Petrov A.P., Maslov A.I., Tsaplin N.A. Modeling the choice of positions by individuals during information confrontation in society. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2015, vol. 27, no. 12, pp. 137–148. URL: <http://mi.mathnet.ru/mm3684> (In Russ.)
3. Mihajlov A.P. et al. Modeling the decline in public attention to a past one-time political event. *DAN*, 2018, vol. 480, no. 4, pp. 397–400. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0869565218160028> (In Russ.)
4. Petrov A.P., Proncheva O.G. Modeling the choice of positions by individuals in an information confrontation with a two-component agenda. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2019, vol. 31, no. 7, pp. 91–108. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0234087919070062> (In Russ.)
5. Mihajlov A.P. et al. Development of a model for the dissemination of information in society. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2014, vol. 26, no. 3, pp. 65–74. URL: <http://mi.mathnet.ru/mm3459> (In Russ.)
6. Gubanov D.A., Novikov D.A., Chhartishvili A.G. *Social Networks: Models of Information Influence, Control and Confrontation*. Moscow: Fizmatlit, 2010, 228 p. (In Russ.)
7. Kuznetsov D.F. Some questions of the theory of the numerical solution of Ito stochastic differential equations. *Differentsial'nye uravnenija i protsessy upravlenija*, 1998, no. 1, pp. 66–367. URL: <https://diffjournal.spbu.ru/RU/numbers/1998.1/article.1.3.html> (In Russ.)
8. Il'inskij A.S., Polyanskii I.S., Stepanov D.E. On the convergence of the barycentric method in solving the Dirichlet and Neumann interior problems in R^2 for the Helmholtz equation. *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Matematika. Mehanika. Komp'juternye nauki*, 2021, vol. 31, no. 1, pp. 3–18. DOI: <https://doi.org/10.35634/vm210101> (In Russ.)
9. Kainen P.C., Kurkova V., Sanguineti M. Estimates of approximation rates by Gaussian radial-basis functions. *CANNAGA 2007: Adaptive and Natural Computing Algorithms*, 2007, pp. 11–18. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-540-71629-7_2
10. Daugavet I.K. *The Theory of Approximate Methods. Linear Equations*. 2nd ed., rev. and add. Saint Petersburg: BHV-Peterburg, 2006, 288 p. (In Russ.)
11. Emelichev V.A., Kovalev M.M., Kravtsov M.K. *Polytopes, Graphs, Optimization (Combinatorial Theory of Polyhedra)*. Moscow: Nauka; Glav. red. fiz-mat lit., 1981, 344 p. (In Russ.)
12. Polyanskii I.S. et al. Electrodynamic analysis of reflector antennas in the approximation of the barycentric method. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2020, vol. 23, no. 4, pp. 36–47. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2020.23.4.36-47> (In Russ.)
13. Corman T.H. et al. *Algorithms: Construction and Analysis*. 2nd ed, Eng. trans. Moscow: Williams, 2010, 1296 p. (In Russ.)
14. Il'inskij A.S., Polyanskii I.S. An approximate method for determining harmonic barycentric coordinates for arbitrary polygons. *Zhurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki*, 2019, vol. 59, no. 3, pp. 391–408. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0044466919030098> (In Russ.)

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2021, vol. 24, no. 4, pp. 72–80

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.4.72-80

Received 22 September 2021
Accepted 25 October 2021

Algorithmic solutions to the problem of assessing the information impact on the electorate during election campaigns

Ivan S. Polyanskii , Inna V. Polyanskaya, Kirill O. LoginovAcademy of the Federal Guard Service of the Russian Federation
35, Priborostroitelnaya Street,
Oryol, 302015, Russia

Abstract – In the article, to solve the problem of assessing the information impact on the electorate during election campaigns, algorithmic solutions, including a mathematical model, a numerical scheme and algorithmic implementations, are formed. This assessment is reduced to determining the instantaneous values of the number of voters who prefer a candidate (party), taking into account: the positive or negative stochastic nature of the impact of mass media; interpersonal interaction; two-step assimilation of information; the presence of a variety of mass media, social groups and a list of candidates. The mathematical model is based on a generalized model of information confrontation in a structured society and, with the introduction of stochastic components in the intensity of agitation, it is reduced to solving the Fokker–Planck–Kolmogorov equation. For its study in the formulation of the Galerkin method, a numerical scheme is proposed and the order of its convergence is determined. In relation to the basic procedures of the numerical scheme, the features of the algorithmic implementation are clarified.

Keywords – information impact assessment; election campaign; algorithmic solutions; Fokker–Planck–Kolmogorov equation; Gaussian basis functions; convergence estimation; triangulation of a multidimensional polyhedron; numerical integration over a multidimensional simplex.

Информация об авторах

Полянский Иван Сергеевич, доктор физико-математических наук, доцент, сотрудник Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орел, Россия. Число научных публикаций – 148.

Область научных интересов: математическое моделирование, динамические системы, дифференциальные уравнения, методы оптимизации, оптимальное управление, конформные отображения, вычислительная электродинамика, цифровая обработка сигналов.

E-mail: van341@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1282-1522>

Полянская Инна Валерьевна, кандидат экономических наук, доцент, сотрудник Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орел, Россия. Автор 94 научных публикаций.

Область научных интересов: менеджмент, эконометрика, методы статистического анализа данных, динамические системы, экономическая безопасность.

E-mail: van341@mail.ru

Логинов Кирилл Олегович, сотрудник Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орел, Россия. Автор 6 научных публикаций.

Область научных интересов: математическое моделирование, методы статистического анализа данных, динамические системы, оптимальное управление, стохастические дифференциальные уравнения.

E-mail: kvirs@mail.ru

Information about the Authors

Ivan S. Polyanskii, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, associate professor, employee of the Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation, Oryol, Russia. The number of scientific publications is 148.

Research interests: mathematical modeling, dynamical systems, differential equations, optimization methods, optimal control, conformal mappings, computational electrodynamics, digital signal processing.

E-mail: van341@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1282-1522>

Inna V. Polyanskaya, Candidate of Economic Sciences, associate professor, employee of the Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation, Oryol, Russia. Author of 94 scientific publications.

Research interests: management, econometrics, methods of statistical data analysis, dynamic systems, economic security.

E-mail: van341@mail.ru

Kirill O. Loginov, employee of the Academy of the Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation, Oryol, Russia. Author of 6 scientific publications.

Research interests: mathematical modeling, methods of statistical data analysis, dynamical systems, optimal control, stochastic differential equations.

E-mail: kvirs@mail.ru

К сведению авторов

В журнале «Физика волновых процессов и радиотехнические системы» могут быть опубликованы материалы, касающиеся оригинальных исследований и разработок, не публиковавшиеся ранее и не предназначенные для публикации в других изданиях. В зависимости от характера представляемых работ они классифицируются по следующим разделам: общая теория волновых процессов, математические методы в теории волновых процессов, вопросы анализа и синтеза радиотехнических устройств и систем, передача и обработка информации в радиотехнических системах, электродинамика и техника СВЧ и КВЧ, антенно-фидерные системы и распространение радиоволн, теория средств функциональной электроники, нелинейная электродинамика и хаос в радиотехнических системах, экологические и медико-биологические аспекты теории волновых процессов.

Все статьи проходят рецензирование и проверку в программе «Антиплагиат».

Материалы, сопровождаемые актом экспертизы о возможности опубликования, представляются в редакцию по почте и e-mail: klyuevd@yandex.ru). Текст статьи должен быть сохранен в формате **Microsoft Word**. Текст статьи печатается шрифтом **Times New Roman Cyr** (размер 14 пт) через 1,5 интервала на одной стороне стандартного листа формата А4. При использовании других TrueType шрифтов их необходимо прилагать в виде файлов.

Рисунки следует представлять только в виде файлов графических форматов **CDR, VSD, WMF** или **EPS** (векторная графика). Формат CDR предпочтительней. Текст на рисунках печатается шрифтом **Times New Roman Cyr** (размер 10 пт). В случае большой сложности рисунков допускается представление в виде графических форматов TIFF Bitmap и Windows Bitmap (растровая графика) и в виде распечатки на отдельных листах. Все рисунки должны быть приложены в виде отдельных графических файлов (для растровой графики – разрешением 600 dpi).

Все формулы, переменные, константы, а также размерности величин, содержащие надстрочные и(или) подстрочные символы, **в том числе и в рисунках**, должны быть набраны в редакторе формул **MathType 5**. Не допускается набор формул в текстовом виде без использования указанного редактора.

Один из двух экземпляров распечатки должен быть размечен по общепринятым правилам:

- во всех случаях, когда строчные и прописные буквы одинаковы по начертанию и отличаются только своими размерами (например, С и с, W и w и др.), необходимо подчеркивать прописные буквы двумя чертами снизу, а строчные – двумя чертами сверху;
- для различия между О (буквой) и 0 (нулем) букву О следует подчеркивать двумя чертами снизу;
- надстрочные знаки отчеркиваются дугой \cup , подстрочные – дугой \cap (например, a_k ; a^k);
- индексы, являющиеся сокращениями от русских слов, поясняются отдельно (предпочтительно использование индексов с латинскими символами);
- греческие буквы подчеркиваются красным карандашом (например, β);
- матрицы подчеркиваются синим карандашом (например, \underline{a});
- векторы обозначаются стрелками над буквами, усредненные величины – чертой сверху.

Внимание! Список литературы должен быть набран с соблюдением ГОСТ Р 7.0.5-2008 Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления.

– Статьи должны присылаться с указанием авторов, названия (обязательно), полного названия журнала, года, тома, номера или выпуска, страниц. Инициалы следуют после фамилии авторов, в качестве разделителя между страницами используется среднее тире без пробелов, например, 67–78:

Житнюк В.С., Мелков Г.А., Соловьев Д.А. Исследование включения полупроводникового диода в диэлектрический резонатор // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 31. № 7. С. 76–79.

– Книги должны присылаться с указанием авторов, названия, места издания, названия издателя, года, количества страниц. Если авторов трое, то они указываются в начале библиографического описания (Иванов В.П., Архатов З.И., Пономарев С.С. Исследования...); если авторов больше трех, то сначала идет название книги или статьи, а затем через косую фамилия первого автора и слова «и др.» в квадратных скобках, т. е. Исследования... / С.С. Иванов [и др.]:

Кинг Р., Тай-Цзунь У. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн / пер. с англ. Г.В. Воскресенского; под ред. Э.Л. Бурштейна. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962. 195 с.

Полупроводники / С.С. Игнашевич [и др.]; под ред. К.Т. Андреева. СПб., 1978. 34 с.

Жилищное право: электрон. журн. 2007. № 1. URL: <http://www.gilpravo.ru> (дата обращения: 20.08.07).

– Патенты должны присылаться с указанием авторов, названия, номера патента, даты приоритета:

Патент 2003109213/09 (009761 Российская Федерация. Селективное экранирующее покрытие для защиты от электромагнитного излучения / А.А. Долбичкин, В.А. Неганов, О.В. Осипов; приоритет от 01.04.2003. 3 с.

Статья представляется в редакцию в двух экземплярах. Незамеченный экземпляр распечатки должен быть подписан всеми авторами. Отдельно должен быть приложен реферат для ВИНИТИ в двух экземплярах.

Представленные материалы **обязательно** должны включать следующую информацию:

- индекс универсальной десятичной классификации (УДК);
- инициалы и фамилии авторов, ORCID (orcid.org) на русском и английском языках;
- название статьи на русском и английском языках;
- краткую аннотацию (100–200 слов) и ключевые слова на русском и английском языках;
- реферат для ВИНИТИ (в двух экземплярах);
- краткую (10–15 строк) творческо-биографическую справку, включающую фамилию, имя, отчество (полностью), ученую степень (звание, должность), область научных интересов;
- служебные и домашние адреса с обязательным указанием почтового индекса и номеров средств связи (телефон, e-mail).

При оформлении работ редакция просит руководствоваться приведенными ниже правилами:

- объем материала должен составлять не более 35 машинописных страниц формата А4, отпечатанных через полтора интервала;
- иллюстрации, таблицы выполняются в виде отдельного файла, нумерация проставляется только на распечатке. Обязательны названия на русском и английском языках;
- термины и определения, единицы физических величин, используемые в статье, должны соответствовать действующим ГОСТам;
- нумерация формул проставляется в круглых скобках, ссылки на использованные источники – в квадратных, сноски отмечаются звездочками.

Рукописи, в которых не соблюдены данные правила, возвращаются авторам без рассмотрения.

Редакция не ставит в известность авторов об изменениях и сокращениях рукописи, имеющих редакционный характер и не затрагивающих принципиальных вопросов.