

## Бифуркационные процессы в импульсном стабилизаторе напряжения

Д.Л. Мясников, Ю.В. Соколова

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики  
443010, Россия, г. Самара,  
ул. Л. Толстого, 23

*Аннотация* – Анализ импульсного стабилизатора напряжения с точки зрения перехода в неустойчивое положение и возможные бифуркационные состояния. Расчет условия устойчивости при изменении параметров системы. Получение поверхности устойчивости импульсного стабилизатора напряжения. Данный стабилизатор напряжения может иметь основные собственные параметры системы, такие как, например, сопротивление нагрузки, значение которых с течением времени может меняться по неизвестным законам. В ходе работы получены границы устойчивости для статической и динамической бифуркаций относительно многих параметров системы, в том числе и относительно величины проводимости нагрузки  $G_R$ . Для получения численных результатов, была использована система со следующими основными параметрами:  $U = 4,1$  В,  $d_0 = 0,4$ ,  $C = 600$  мкФ,  $L = 2$  мГн,  $f_1 = 0,8$  Ом,  $G = 0,5$  В<sup>-1</sup>,  $R_L = 2$  Ом.

*Ключевые слова* – устойчивость; бифуркация; получение и анализ параметров импульсного стабилизатора напряжения.

### Введение

В схеме, представленной на рис. 1, роль ключевого элемента играет транзистор VT, как правило, это обычный полевой транзистор. Схема управления вырабатывает прямоугольные импульсы с постоянной частотой или постоянным периодом, что, в сущности, одно и то же. Эти импульсы показаны на рис. 2

Термин «бифуркация» означает «раздвоение» и употребляется как название любого скачкообразного изменения, происходящего при плавном изменении параметров в любой системе, описываемой системой дифференциальных уравнений.

Дифференциальные уравнения, описывающие любые реальные физические системы, всегда содержат параметры, точные значения которых неизвестны. В нашем случае ИСН может иметь основные собственные параметры системы, такие как, например, сопротивление нагрузки, значение которых с течением времени может меняться по неизвестным законам. Это, не говоря уже о том, что значения сопротивления резисторов, емкости конденсаторов и индуктивности дросселей не имеют точных значений и на практике даются в виде диапазонов. Тем более что при изменении внешних факторов, таких как температура и т. д., реальные значения этих параметров также изменяются. А если уравнение, моделирующее физическую систему, оказывается структурно неустойчивым, то есть поведение его решений может качественно изменить при сколь угодно

малом изменении правой части, то необходимо понять, какие бифуркации фазового портрета происходят при изменении параметров и какие, соответственно, качественные изменения в системе произойдут в связи с этим.

### 1. Условия устойчивости для статической и динамической бифуркаций

Согласно критерию Ляпунова, неустойчивость возникает, если хотя бы одно из собственных значений матрицы Якоби находится в правых квадрантах комплексной плоскости [1].

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

– матрица Якоби системы со следующими значениями членов:

$$J_{11} = \frac{1}{L}(R_L - Gf_1x_{20}),$$

$$J_{12} = -\frac{1}{L}(1 - GV_r + Gf_1x_{10} + 2Gf_2x_{20}),$$

$$J_{21} = \frac{1}{C}[1 - GV_r + Gf_2x_{20} + 2Gf_1x_{10}],$$

$$J_{22} = -\frac{1}{C}\left(\frac{1}{R} - Gf_2x_{10}\right).$$

Далее выведем уравнение для нахождения собственных значений матрицы Якоби, исходя из соотношения  $J - \lambda E = 0$ , где  $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Тогда иско-

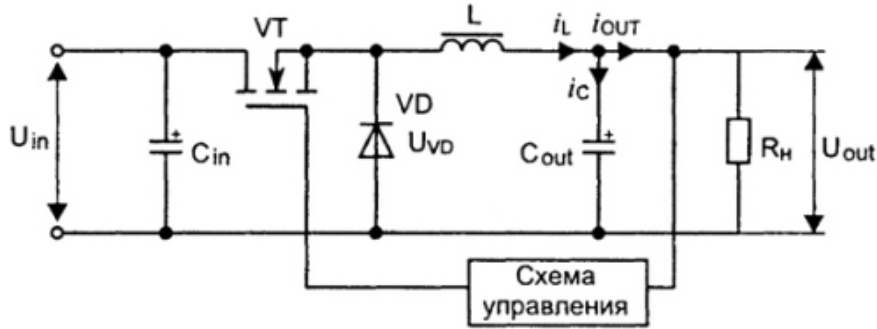


Рис. 1. Функциональная схема импульсного стабилизатора напряжения  
 Fig. 1. Functional diagram of a pulse voltage regulator

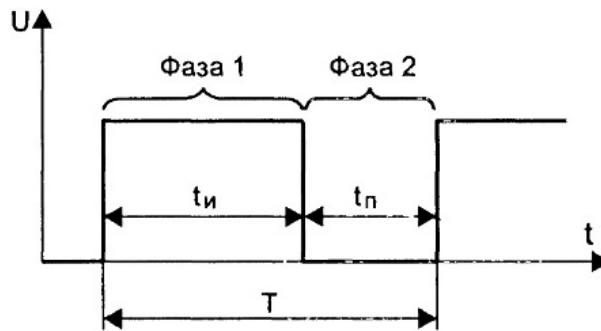


Рис. 2. Импульсы управления  
 Fig. 2. Control impulses

мое уравнение  $\lambda^2 + b\lambda + c = 0$  будет иметь корни в следующем виде:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c},$$

где  $b = -J_{11} - J_{22}$ ,  $c = J_{11}J_{22} - J_{12}J_{21}$ . Для качественного анализа устойчивости системы рассмотрим все случаи для значений коэффициентов  $b$  и  $c$ :

-  $b > 0, c > 0$ ; в этом случае при условии  $c < \frac{b^2}{4}$ , очевидно, будет выполняться неравенство

$$\left| -\frac{b}{2} \right| > \left| \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} \right|$$

и собственные значения матрицы Якоби будут отрицательными, а следовательно, система будет устойчивой. В таком случае и вся система будет устойчивой;

-  $b > 0, c < 0$ ; в этом случае при любых значениях  $b$  и  $c$  будет выполняться неравенство

$$\left| -\frac{b}{2} \right| < \left| \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - c} \right|$$

и одно из собственных значений всегда будет всегда положительным, а система неустойчивой;

-  $b > 0, c = 0$ ; здесь собственные значения будут  $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -b$ , и очевидно, что при  $b > 0$  система будет на границе устойчивости;

-  $b < 0, c > 0$ ;  $b < 0, c < 0$ ;  $b = 0, c < 0$ ; в этих случаях одно из собственных значений матрицы Якоби всегда будет положительным вне зависимости от знака  $c$ , а система, соответственно, неустойчивой;

-  $b = 0, c = 0$ ; в этом случае система будет находиться на границе устойчивости и малейшее изменение значений  $b$  или  $c$  будет приводить к качественному изменению в системе;

-  $b = 0, c > 0$ ; в этом случае собственные значения матрицы Якоби будут иметь чисто мнимый характер, т. е.  $\lambda_{1,2} = \pm i\sqrt{c}$ , а система будет находиться на границе устойчивости.

Из всех вышеперечисленных случаев особо следует выделить только два:  $b > 0, c = 0$  и  $b = 0, c > 0$ , каждый из которых выражает собственную границу неустойчивости. Случай же, когда данные границы условий неустойчивости пересекаются, особого рассмотрения не требует по причине невозможности определения его точного расположения. Но даже если и предположить возможность определения его точного расположения, то его анализ, по сути, сведется к одному из двух основных случаев.

Для получения условия устойчивости относительно величины коэффициента обратной связи по напряжению для динамической бифуркации, выразим  $f_2$  из условия  $-J_{11} - J_{22} > 0$  и получим:

$$f_2 < \frac{RCd'_0}{L} f_1 + \frac{1}{GU} \left( \frac{R_L}{R} + (d'_0)^2 \right) \left( 1 + \frac{R_L RC}{L} \right). \quad (1)$$

Теперь отсюда составим уравнение для границы устойчивости:

$$D(G_R) = \frac{Cd'_0}{G_R L} f_1 + \frac{1}{GU} \left( G_R R_L + (d'_0)^2 \right) \left( 1 + \frac{R_L C}{G_R L} \right), \quad (2)$$

где  $G_R = 1/R$  – величина активной проводимости нагрузки.

Для получения условия устойчивости относительно величины коэффициента обратной связи по напряжению для статической бифуркации выразим  $f_2$  из условия  $J_{11}J_{22} - J_{21}J_{12} > 0$  и получим:

$$f_2 < \frac{2d'_0 f_1 + \frac{R}{GU} \left( \frac{R_L}{R} + (d'_0)^2 \right)^2}{R_L - R(d'_0)^2}. \quad (3)$$

Теперь отсюда составим уравнение для границы устойчивости:

$$S(G_R) = \frac{2d'_0 f_1 + \frac{1}{G_R GU} \left( R_L G_R + (d'_0)^2 \right)^2}{R_L - \frac{(d'_0)^2}{G_R}}. \quad (4)$$

Таким образом, получены границы устойчивости для статической и динамической бифуркаций относительно многих параметров системы, в том числе и относительно величины проводимости нагрузки  $G_R$ .

## 2. Численные результаты для определенного ИСН

Для получения численных результатов была использована система со следующими основными

параметрами:  $U = 4,1$  В,  $d'_0 = 0,4$ ,  $C = 600$  мкФ,  $L = 2$  мГн,  $f_1 = 0,8$  Ом,  $G = 0,5$  В<sup>-1</sup>,  $R_L = 2$  Ом [2].

Как видно из (2) и (4), граница устойчивости для динамической бифуркации зависит от величин  $C$  и  $L$ , а точнее, от их соотношения  $C/L$ , а для статической бифуркации – нет. Как показал анализ, при варьировании соотношения  $C/L$  поверхность устойчивости поднимается или опускается целиком вне зависимости от изменения других параметров системы [3].

Наибольший интерес в данном случае будет представлять система со следующими параметрами:  $U = 4,1$  В,  $d'_0 = 0,4$ ,  $C = 600$  мкФ,  $L = 2$  мГн,  $f_1 = 0,8$  Ом,  $G = 0,5$  В<sup>-1</sup>. Граница устойчивости для данной системы будет описываться динамической бифуркацией, за исключением участка, где устойчивость будет определяться статической бифуркацией. При изучении поведения системы в случае нарушения границы устойчивости на разных участках можно отметить, что при прохождении границы устойчивости для статической бифуркации наблюдается явление скачка тока дросселя, а при прохождении границы устойчивости для статической бифуркации – незатухающие колебания тока дросселя.

## Заключение

Можно сделать вывод, что при проектировании системы следует рассчитать статические и динамические бифуркации, дабы в последующем скорректировать значение соотношения  $C/L$ , чтобы граница устойчивости определялась статической или динамической бифуркацией однозначно. Тогда можно точно смоделировать поведение системы при нарушении условия ее устойчивости [4].

## Список литературы

1. Дмитриков В.Ф., Шушпанов Д.В. Устойчивость и электромагнитная совместимость устройств и систем электропитания. М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 540 с.
2. Дмитриков В.Ф., Шушпанов Д.В. Основные научные проблемы построения отечественных агрегатированных (сложных) приборов и распределенных систем вторичного электропитания и причины отставания их характеристик от современных зарубежных аналогов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21, № 3. С. 7–11. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7011>
3. Антипов О.И., Неганов В.А. Анализ и прогнозирование поведения временных рядов: бифуркации, катастрофы, синергетика, фракталы и нейронные сети. М.: Радиотехника, 2011. 350 с.
4. Вороной А.А., Мясников Д.Л., Кузьменко А.А. Математические модели бифуркационных процессов в ИСН // Сборник трудов XXV Международной научно-технической конференции, посвященной 160-летию со дня рождения А.С. Попова. 2019. С. 302–310.

## References

1. Dmitrikov V.F., Shushpanov D.V. *Immunity and Electromagnetic Compatibility of Devices and Power Supply Systems*. Moscow: Gorjachaja linija – Telekom, 2018, 540 p. (In Russ.)

2. Dmitrikov V.F., Shushpanov D.V. The main scientific problems of building domestic aggregated (complex) devices and distributed power supply systems and the reasons for their characteristics lagging behind modern foreign analogs. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2018, vol. 21, no. 3, pp. 7–11. URL: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7011> (In Russ.)
3. Antipov O.I., Neganov V.A. *Analysis and Forecasting of Time Series Behavior: Bifurcations, Catastrophes, Synergetics, Fractals and Neural Networks*. Moscow: Radiotekhnika, 2011, 350 p. (In Russ.)
4. Voronov A.A., Mjasnikov D.L., Kuz'menko A.A. Mathematical models of bifurcation processes in ISN. *Sbornik trudov XXV Mezh-dunarodnoj nauchno-tehnicheskoy konferentsii, posvjashchenoj 160-letiju so dnja rozhdenija A.S. Popova*, 2019, pp. 302–310. (In Russ.)

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2021, vol. 24, no. 2, pp. 109–112

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.2.109-112

Received 23 May 2021  
Accepted 24 June 2021

### Bifurcation processes in pulse voltage regulator

Danil L. Myasnikov, Yulia V. Sokolova

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics  
23, L. Tolstoy Street,  
Samara, 443010, Russia

*Abstract* – Analysis of a pulse voltage regulator from the point of view of transition to an unstable position and possible bifurcation states. Calculation of the stability condition when changing the parameters of the system. Obtaining the pulse voltage regulator stability surface. This voltage stabilizer can have the basic intrinsic parameters of the system, such as, for example, the load resistance, the value of which can change over time according to unknown laws. In the course of the work, the stability limits for static and dynamic bifurcations were obtained with respect to many parameters of the system, including with respect to the value of the load conductivity. To obtain numerical results, a system with the following main parameters was used:  $U = 4,1$  V,  $d_0 = 0,4$ ,  $C = 600$   $\mu$ F,  $L = 2$  mH,  $f_1 = 0,8$  Ohm,  $G = 0,5$  V<sup>-1</sup>,  $R_L = 2$  Ohm.

*Keywords* – stability; bifurcation; obtaining and analyzing the parameters of the pulse voltage regulator.

#### Информация об авторе

**Мясников Данил Львович**, 1997 г. р., магистрант Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ), г. Самара, Россия. В 2019 г. окончил ПГУТИ по специальности «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», в том же году поступил в магистратуру ПГУТИ на специальность «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».

*Область научных интересов:* электропитание узлов связи, колориметрия, экология.

*E-mail:* danil1232011@mail.ru

**Соколова Юлия Владимировна**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиоэлектронных систем Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* линейная макроскопическая электродинамика, устройства СВЧ- и КВЧ-диапазонов, антенно-фидерные устройства.

*E-mail:* ula.81.81@mail.ru

#### Information about the Author

**Danil L. Myasnikov**, born in 1997, master's student, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia. In 2019, he graduated from the Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics with a degree in Information Technologies and Communication Systems. In the same year, he entered the magistracy of the Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics with a degree in Infocommunication Technologies and Communication Systems.

*Research interests:* power supply of communication centers, colorimetry, ecology.

*E-mail:* danil1232011@mail.ru

**Yulia V. Sokolova**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

*Research interests:* linear macroscopic electrodynamics, microwave and EHF devices, antenna-feeder devices.

*E-mail:* ula.81.81@mail.ru