

Рассеяние радиоимпульсов на идеально проводящей разомкнутой цилиндрической поверхности

С.Н. Разиньков, О.Э. Разинькова

ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»
394064, Российская Федерация, г. Воронеж
ул. Старых Большевиков, 54а

На основе численного решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода с пространственно-временными операторами относительно азимутальных гармоник плотности поверхностных токов проведен анализ вторичного излучения радиоимпульсов идеально проводящей разомкнутой цилиндрической поверхностью. Исследованы зависимости энергетической диаграммы обратного рассеяния объекта от его электрических размеров, вида и параметров облучающих сигналов.

Ключевые слова: радиоимпульс, пространственно-временное распределение плотности поверхностных токов, энергетическая диаграмма обратного рассеяния объекта.

Разомкнутые цилиндрические поверхности являются элементами конструкций волноводных антенн, резонаторов [1] и искусственных метаматериалов с анизотропными электрофизическими параметрами [2–4]. Исследование их рассеивающих свойств имеет важное практическое значение для оценки электромагнитной совместимости приемопередающих устройств диапазона сверхвысоких частот [1] и создания киральных покрытий [2; 4] в интересах снижения радиолокационной заметности объектов.

В [3; 4] методом сингулярных интегральных уравнений (ИУ) решена задача дифракции плоской монохроматической электромагнитной волны на идеально проводящей бесконечно тонкой цилиндрической поверхности с продольным разрывом.

В предлагаемой работе на основе численного решения ИУ Фредгольма первого рода с пространственно-временными дифференциальными операторами второго порядка [5] исследовано вторичное излучение указанным объектом радиоимпульсов с прямоугольной и гауссовской огибающими, применяемых в широкополосных и сверхширокополосных радиосистемах [6].

Цель работы – анализ зависимостей энергетической диаграммы обратного рассеяния (ДОР) [6; 7] поверхности от ее электрических размеров, вида и параметров возбуждающих сигналов.

Для нахождения поверхностных токов рассеивателя введем цилиндрическую систему координат

(ρ, φ, z) , для расчета вторичного электрического поля и энергетической ДОР – сферическую систему координат (r, θ, φ) . Центры выбранных систем координат совмещены; угол θ отсчитывается от оси Oz .

Обозначим радиус цилиндра a , высоту – h , угловую ширину разрыва поверхности – Δ , подразумевая, что $h \ll 2\pi a$, $\Delta \ll 2\pi$; центральная продольная линия рассеивателя совпадает с осью Oz , торцевые кромки находятся в плоскостях $z = \pm h/2$, а разрыв – в области $|\varphi| < \Delta/2$.

Плотность поверхностных токов рассеивателя в момент времени t содержит азимутальную $j_\varphi(\varphi, z, t)$ и продольную $j_z(\varphi, z, t)$ составляющие ($|z| \leq h/2$; $\varphi \geq \Delta/2$); его вторичное электрическое поле в дальней зоне [5; 6] – меридиональный $\vec{E}_\theta(r, \theta, \varphi, t)$ и азимутальный $\vec{E}_\varphi(r, \theta, \varphi, t)$ поляризации компоненты.

Энергетическая ДОР объекта определяется выражением [6]

$$D(\theta, \varphi) = \frac{\chi(\theta, \varphi)}{\max_{\theta, \varphi} \chi(\theta, \varphi)}, \quad (1)$$

где

$$\chi(\theta, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\chi}_t(\theta, \varphi, t) dt \quad (2)$$

– угловая зависимость плотности потока энергии отраженного поля [7; 8];

$$\tilde{\chi}_t(\theta, \varphi, t) = \frac{4\pi}{W_0} \lim_{r \rightarrow \infty} r^2 |\vec{E}(r, \theta, \varphi, t)| \quad (3)$$

– угло-временное распределение плотности потока рассеиваемой в пространстве энергии [8];

$$|\dot{E}(r, \theta, \varphi, t)| = \sqrt{\dot{E}_\theta^2(r, \theta, \varphi, t) + \dot{E}_\varphi^2(r, \theta, \varphi, t)}$$

– текущее значение амплитуды рассеянного поля в пространственно-временной области; W_0 – волновое сопротивление свободного пространства. Выражения для расчета $\dot{E}_\theta[\varphi](r, \theta, \varphi, t)$ по распределению $j_z[\varphi](\varphi, z, t)$ на объекте приведены в [5].

При нахождении токов исследуемой разомкнутой цилиндрической поверхности будем полагать, что $j_z[\varphi](\pm\Delta/2, z, t) = 0$, $j_z[\varphi](\varphi, \pm h/2, t) = 0$; токами, затекающими за кромку, ввиду бесконечно малой толщины поверхности можно пренебречь. Фронт облучающей волны является плоским; вектор электрического поля ортогонален плоскости, проходящей через вектор, характеризующий направление на источник сигнала, и ось Oz . Тангенциальная составляющая поля прямоугольного радиоимпульса на поверхности с границами $\rho = a$, $|\varphi| \geq \Delta/2$, $|z| \leq h/2$ имеет вид

$$E_{tg}^i(z, \theta, \varphi, t) = \begin{cases} E_0 \sin \theta \times \\ \times \cos \left(\omega_0 \left(t - \frac{a \cos \theta \cos \varphi + z \sin \theta}{c} \right) + \psi_0 \right) \\ \text{при } -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2}, \\ 0 \text{ при } t < -\frac{\tau}{2}, t > \frac{\tau}{2}, \end{cases} \quad (4)$$

где E_0 , ω_0 , ψ_0 и τ – амплитуда, циклическая частота несущей, начальная фаза и длительность импульса; c – скорость света; текущее значение осевой проекции напряженности поля радиоимпульса с гауссовской огибающей определяется выражением

$$E_{tg}^i(z, \theta, \varphi, t) = E_0 \sin \theta \times \exp \left(\frac{1}{2\tau^2} \left(t - \frac{a \cos \theta \cos \varphi + z \sin \theta}{c} \right)^2 \right) \times \cos \left(\omega_0 \left(t - \frac{a \cos \theta \cos \varphi + z \sin \theta}{c} \right) + \psi_0 \right). \quad (5)$$

Учитывая обрыв распределения токов на краях поверхности, компоненты ее векторного потенциала в области $\rho = a$, $|\varphi| \geq \Delta/2$, $|z| \leq h/2$ определим следующим образом [5]

$$A_\varphi(z, \varphi, t) = \frac{\mu_0 a}{4\pi} \int_{\Delta/2}^{2\pi-\Delta/2} \int_{-h/2}^{h/2} j_\varphi \left(z', \varphi', t - \frac{\Delta R(z-z', \tilde{\varphi})}{c} \right) \times \frac{\cos \tilde{\varphi}}{\Delta R(z-z', \tilde{\varphi})} dz' d\varphi',$$

$$A_z(z, \varphi, t) = \quad (6)$$

$$= \frac{\mu_0 a}{4\pi} \int_{\Delta/2}^{2\pi-\Delta/2} \int_{-h/2}^{h/2} j_z \left(z', \varphi', t - \frac{\Delta R(z-z', \tilde{\varphi})}{c} \right) \times \Delta R^{-1}(z-z', \tilde{\varphi}) dz' d\varphi',$$

где

$$\Delta R(z-z', \tilde{\varphi}) = \sqrt{(z-z')^2 + 4a^2 \sin^2 \left(\frac{\tilde{\varphi}}{2} \right)},$$

$\tilde{\varphi} = \varphi - \varphi'$, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума.

Из условий непрерывности тангенциальной составляющей электрического поля на идеально проводящей поверхности получим систему уравнений для (4), (5) как проекции векторного волнового уравнения [5] на оси цилиндрической системы координат:

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] A_z(z, \varphi, t) + \\ + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 A_\varphi(z, \varphi, t)}{\partial z \partial \varphi} = -\varepsilon_0 \frac{\partial E_{tg}^i(z, \theta, \varphi, t)}{\partial t}, \\ \frac{1}{a} \frac{\partial^2 A_z(z, \varphi, t)}{\partial z \partial \varphi} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 A_\varphi(z, \varphi, t)}{\partial t^2} + \\ + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 A_\varphi(z, \varphi, t)}{\partial \varphi^2} = 0, \\ |\varphi| \geq \Delta/2, |z| \leq h/2, \end{cases} \quad (7)$$

где ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума.

Согласно [9], для максимизации плотности потока энергии вторичного излучения [8] длительность возбуждающего импульса необходимо выбирать таким образом, чтобы за время τ он распространялся на достаточно малой части поверхности. В этом случае, с учетом введенного ранее условия о малости ширины цилиндрической поверхности относительно длины, время запаздывания сигнала при распространении в направлении оси Oz полагается несущественным.

Разложим компоненты векторного потенциала (6) и плотности поверхностного тока рассеивателя в комплексные ряды Фурье по координате φ

$$A_z[\varphi](z, \varphi, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \eta_{z[\varphi]n}(z, t) \exp(jn\varphi), \quad (8)$$

$$j_z[\varphi](z, \varphi, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_{z[\varphi]n}(z, t) \exp(jn\varphi), \quad (9)$$

где $\eta_{z[\varphi]n}(z, t)$ и $j_{z[\varphi]n}(z, t)$ – пространственно-временное распределение азимутальных гармо-

ник $A_z[\varphi](z, \varphi, t)$ и $j_z[\varphi](z, \varphi, t)$ соответственно. В результате подстановки (8) и (9) в (6) и приравнивания коэффициентов при комплексных экспонентах с одинаковыми показателями находим

$$\eta_z[\varphi]_n(z, t) = \frac{\mu_0 a}{4\pi} \int_{-h/2}^{h/2} j_z[\varphi]_n(z', t) S_n(z, z') dz', \quad (10)$$

где

$$S_n(z, z') = \int_{\Delta/2}^{2\pi-\Delta/2} \frac{\exp(jn\tilde{\varphi})}{\Delta R(z-z', \tilde{\varphi})} d\tilde{\varphi}. \quad (11)$$

Аппроксимируем тангенциальные проекции электрического поля (4) и (5) рядами Фурье – Бесселя [10] по азимутальным гармоникам, подставим полученные выражения в правую часть (7) и с учетом (6), (8), (10), (11) получим систему ИУ Фредгольма первого рода с пространственно-временными дифференциальными операторами второго порядка относительно азимутальных гармоник $j_z[\varphi]_n(z, t)$ плотности поверхностных токов объекта $j_z[\varphi](z, \varphi, t)$:

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_{-h/2}^{h/2} \left[\frac{d^2}{dz^2} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d^2}{dt^2} \right] j_{zn}(z', t) \times \\ & \times S_n(z, z') dz' + j \frac{n}{a} \frac{d}{dz} \int_{-h/2}^{h/2} j_{\varphi n}(z', t) \times \\ & \times S_n(z, z') dz' = \varepsilon_0 E_0 F_n(z, t), \\ & j \frac{n}{a} \frac{d}{dz} \int_{-h/2}^{h/2} j_{zn}(z', t) S_n(z, z') dz' + \\ & + \left[\left(\frac{n}{a} \right)^2 - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d^2}{dt^2} \right] \times \\ & \times \int_{-h/2}^{h/2} j_{\varphi n}(z', t) S_n(z, z') dz' = 0, \\ & |z| \leq h/2, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \right. \quad (12)$$

где

$$F_n(z, t) = \begin{cases} F_{n1}(z, t) & \text{для сигнала (4),} \\ \exp\left(-\frac{1}{2\tau^2} \left(t - \frac{z}{c} \cos \theta\right)\right) \times \\ \times (F_{n1}(z, t) + F_{n2}(z, t)) & \\ \text{для сигнала (5),} \end{cases} \quad (13)$$

$$F_{n1} = 4\pi \omega_0 J_n \left(\frac{\omega_0 a}{c} \sin \theta \right) \times$$

$$\begin{cases} 2(-1)^p \cos\left(\omega_0 \left(t - \frac{z \sin \theta}{c}\right) + \psi_0\right) \\ \text{при } n = 2p + 1, \\ \tilde{\varepsilon}_n (-1)^p \sin\left(\omega_0 \left(t - \frac{z \sin \theta}{c}\right) + \psi_0\right) \\ \text{при } n = 2p, \quad p = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (14)$$

$$F_{n2} = 4\pi J_n \left(\frac{\omega_0 a}{c} \sin \theta \right) \times \left(\frac{t - z \sin \theta / c}{\tau^2} \right) \times \begin{cases} 2(-1)^p \cos\left(\omega_0 \left(t - \frac{z \sin \theta}{c}\right) + \psi_0\right) \\ \text{при } n = 2p + 1, \\ \tilde{\varepsilon}_n (-1)^p \sin\left(\omega_0 \left(t - \frac{z \sin \theta}{c}\right) + \psi_0\right) \\ \text{при } n = 2p, \quad p = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (15)$$

$$\tilde{\varepsilon}_n = \begin{cases} 1 & \text{при } n = 0, \\ 2 & \text{при } n > 0 \end{cases}$$

– символ Неймана, $J_n(\dots)$ – функция Бесселя первого рода n -го порядка.

Из (12) следует, что распределение нулевой гармоники плотности поверхностного тока удовлетворяет уравнению

$$\int_{-h/2}^{h/2} \left[\frac{d^2}{dz^2} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d^2}{dt^2} \right] j_{z0}(z', t) \times S_0(z, z') dz' = \varepsilon_0 E_0 F_0(z, t). \quad (16)$$

При $\Delta \rightarrow 0$ функция $S_0(z, z')$, согласно (11), приобретает смысл весового коэффициента нулевой пространственной гармоники ряда Фурье для функции точечного источника на цилиндрической поверхности [5], а (12) и (16) преобразуются в задачу симметричного возбуждения цилиндра. При $a \rightarrow 0$, вследствие малых азимутальных вариаций поверхностных токов $j_z[\varphi](z, \varphi, t)$, можно полагать, что $j_\varphi(z, \varphi, t) \approx 0$, а $j_z(z, \varphi, t) \approx j_{z0}(z, t)$. В результате замены $j_{z0}(z, t)$ эквивалентным током $I_z(z, t) = 2\pi a j_{z0}(z, t)$ нитевидного источника, расположенного на оси Oz , ИУ (16) преобразуется в задачу для импульсного возбуждения трубчатого цилиндра [11].

Решение системы (12) ввиду математической некорректности входящих в нее уравнений [10] будем осуществлять численно при аппроксимации пространственно-временного распределения гармоник плотности токов произведением пространственной и временной последовательностей кусочно-постоянных функций.

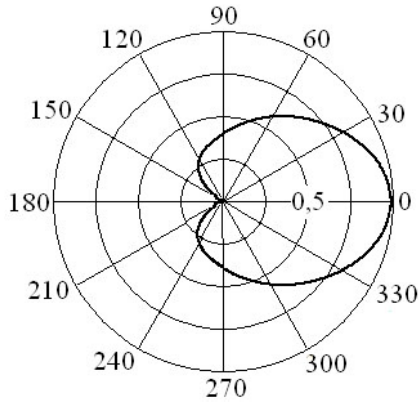


Рис. 1

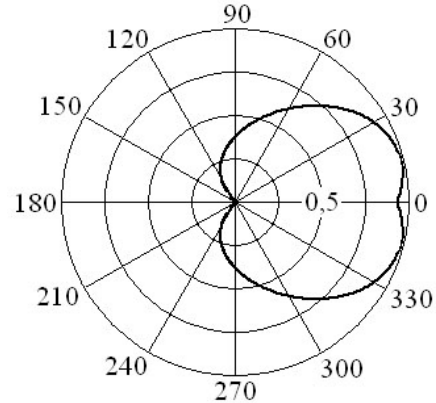


Рис. 2

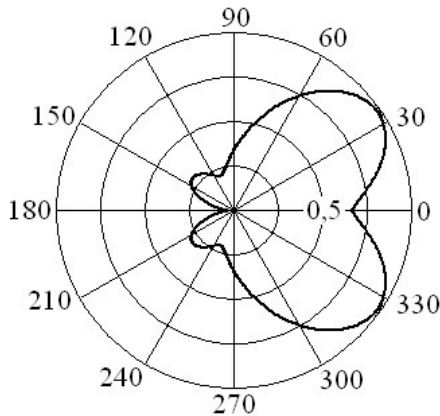


Рис. 3

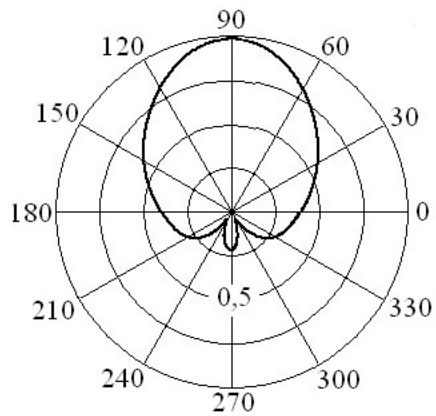


Рис. 4

Вследствие представления $j_{z[\varphi]n}(z, t)$ множеством весовых коэффициентов аппроксимирующих последовательностей на интервалах дискретизации ширины кольца Δz и длительности импульса Δt , удовлетворяющих условию $\Delta z = c \Delta t$, система ИУ (12) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с матричным оператором Фредгольма [10] относительно множества значений гармоник токов в фиксированных точках пространственно-временной области. Для стабилизации разностных схем вычисления производных [11] в (12), обеспечения монотонной сходимости и устойчивости решения полученной СЛАУ коэффициенты аппроксимации $j_{zn}(z, t)$ и $j_{\varphi n}(z, t)$, как показано в [11; 12], требуется вычислять в точках, смещенных по Oz и оси времени на половину интервалов дискретизации.

На основе численного решения СЛАУ, обеспечивающего частичное обращение оператора задачи импульсного возбуждения цилиндрической поверхности при точности расчета $j_{z[\varphi]n}(z, t)$, обратно пропорциональной длинам аппроксимирующих последовательностей в четвертой степени [10], с использованием (9) вычислены компоненты плотности токов разомкнутой цилиндрической поверхности, возбуждаемой радиоим-

пульсами (4) и (5). Путем подстановки найденного в соответствии с [5] вторичного поля объекта в (3), а полученных результатов – последовательно в (2) и (1) проведен расчет его энергетической ДОР.

На рис. 1 и 2 соответственно приведены энергетические ДОР цилиндрической поверхности $D_\varphi(\varphi) \equiv D(\pi/2, \varphi)$ с шириной разрыва $\Delta = \pi/15$ и нормированным радиусом поперечного сечения $a/h = 5,3$, облучаемой прямоугольным и гауссовским радиоимпульсами длительностью $\tau = 5h/c$ с циклической частотой несущей $\omega_0 = 5\pi/\tau$. На рис. 3 представлена зависимость $D_\varphi(\varphi)$, а на рис. 4 – зависимость $D_\theta(\theta) \equiv D(\theta, 0)$, характеризующие угловое распределение плотности энергии вторичного поля поверхности с соотношением размеров $a/h = 5,8$ при возбуждении радиоимпульсом с гауссовской огибающей.

Согласно полученным результатам, вторичное излучение радиоимпульсов в азимутальной плоскости (рис. 1–3) носит анизотропный характер, выявленный в [3] при анализе рассеяния монохроматических электромагнитных волн. Энергетическая ДОР цилиндрической поверхности, возбуждаемой прямоугольным радиоимпульсом, содержит максимум в направлении ее разрыва.

При рассеянии радиоимпульса с гауссовской огибающей, эквивалентная длительность [8] которого превышает длительность прямоугольного радиоимпульса в 1,2...1,35 раз, происходит расширение ДОР, обусловленное уменьшением электрических размеров объекта [8]. При увеличении a/h с 5,3 до 5,8 наблюдается дополнительное снижение плотности потока энергии поля, рассеянного в направлении $\varphi = 0$, в 1,4 раз.

По мере увеличения длительности радиоимпульсов энергетическая ДОР цилиндрической поверхности в меридиональной плоскости приобретает форму, представленную в [4] по результатам решения задачи рассеяния гармонического поля. При возрастании τ в 5...7,5 раз уровень заднего бокового лепестка ДОР, приведенной на рис. 4, убывает на 2,2...2,8 дБ.

С увеличением циклической частоты несущей с $\omega_0 = 5\pi/\tau$ до $\omega_0 = 9\pi/\tau$ при неизменной длительности возбуждающего импульса ширина энергетической ДОР исследуемой поверхности при $a/h = 2,8...5,3$ уменьшается не менее чем в 1,2 раза.

Таким образом, на основе численного решения системы ИУ Фредгольма первого рода относительно пространственно-временного распределения азимутальных гармоник токов проведен анализ вторичного излучения радиоимпульсов идеально проводящей разомкнутой цилиндрической поверхностью. Исследованы закономерности изменения ее энергетической ДОР в зависимости от электрических размеров, вида и параметров облучающих сигналов.

Список литературы

- Неганов В.А., Яровой Г.П. Теория и применение устройств СВЧ / под ред. В.А. Неганова. М.: Радио и связь, 2006. 720 с.
- Неганов В.А., Осипов О.В. Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами. М.: Радио и связь, 2006. 280 с.
- Неганов В.А., Пряников Е.И., Табаков Д.П. Дифракция плоской электромагнитной волны Н-поляризации на идеально проводящем разомкнутом кольце // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2008. Т. 11. № 1. С. 22–29.
- Неганов В.А., Градинарь И.М. Электродинамические свойства тонкопроволочных бианизотропных частиц для метаматериала // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2011. Т. 14. № 3. С. 31–37.
- Самсонов А.В. Макроскопическая электродинамика. Вопросы теории пространственно-временных преобразований. М.: Радиотехника, 2006. 64 с.
- Широкополосные и сверхширокополосные сигналы и системы / под ред. А.Ю. Гринева. М.: Радиотехника, 2009. С. 95–100.
- Кенно Е.М., Моффатт Д.Л. Аппроксимации переходных и импульсных переходных характеристик // ТИИЭР. 1965. Т. 53. № 8. С. 1025–1034.
- Авдеев В.Б. Энергетические характеристики направленности антенн и антенных систем при излучении и приеме сверхширокополосных сигналов и сверхкоротких импульсов // Антенны. 2002. № 7 (62). С. 5–27.
- Активные фазированные антенные решетки / под ред. Д.И. Воскресенского, А.И. Канащенкова. М.: Радиотехника, 2004. 488 с.
- Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
- Schuman H. Time-domain scattering from a nonlinearly loaded wire // IEEE Trans., Antennas Propagat. 1974. V. 22. № 5. P. 611–613.
- Стрижков В.А. Моделирование переходных электромагнитных процессов в вибраторных антенных решетках // Антенны. 2006. № 11 (114). С. 50–55.

The scatter of radio impulses on the ideally carrying out the opened cylindrical surface

S.N. Razin'kov, O.E. Razin'kova

On the basis of the numerical solution of Fredholm integrated equations of the first sort with existential operators the analysis of secondary radiation of radio impulses by ideally carrying out opened cylindrical surface is carried out. Dependences of the power chart of the return dispersion of object on its electric sizes, look and parameters of irradiating signals are investigated.

Keywords: radio impulse, existential distribution of density of superficial currents, power return scatter chart of object.