2013 г. *Том 16, № 4*

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.396.67

Рассеяние радиоимпульсов на разомкнутом идеально проводящем кольце

С.Н. Разиньков, О.Э. Разинькова

ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»
394064, Российская Федерация, г. Воронеж
ул. Старых Большевиков, 54а

На основе численного решения интегро-дифференциальных уравнений с пространственно-временными операторами для эквивалентного осевого распределения тока и заряда проведен анализ вторичного излучения радиоимпульсов разомкнутым тонким идеально проводящим трубчатым кольцом. Исследованы зависимости энергетической диаграммы рассеяния кольца от его электрических размеров, вида и параметров облучающих сигналов.

Ключевые слова: радиоимпульс, эквивалентный ток осевого источника, удельная плотность заряда, численное решение интегро-дифференциальных уравнений, энергетическая диаграмма рассеяния объекта.

Исследование рассеяния радиоимпульсов на разомкнутом идеально проводящем кольце имеет практически важное значение для оценки радиолокационной заметности рамочных антенн [1; 2] и создания искусственных метаструктур с анизотропными отражательными свойствами [3].

В [2] с использованием интегральных уравнений Фредгольма первого рода [4] с экспоненциальной функцией Грина [1; 2] в приближении эквивалентного тока осевого нитевидного источника [2; 5] построена модель гармонического возбуждения и проведен анализ диаграммы рассеяния (ДР) круглой рамки из проводника с малым электрическим радиусом поперечного сечения. В [3; 6] методом сингулярных интегральных уравнений решена самосогласованная задача дифракции [1] плоской монохроматической электромагнитной волны на цилиндрическом, а в [7] – на плоском кольце из бесконечно тонкой узкой полоски с поперечным разрывом.

В предлагаемой работе на основе частичного обращения операторов [4; 8] пространственно-временных интегро-дифференциальных уравнений (ИДУ) относительно эквивалентного осевого распределения тока и заряда [5] выявлены закономерности вторичного излучения радиоимпульсов с прямоугольной и гауссовской огибающими разомкнутым кольцом из трубки малого электрического радиуса [5; 8] поперечного сечения с бесконечно тонкими идеально проводящими стенками.

Цель работы – анализ зависимостей энергетической ДР объекта [9] от его электрических размеров, вида и параметров облучающих сигналов.

Будем полагать, что кольцо расположено в плоскости $z = 0$ цилиндрической системы координат (ρ, φ, z), ось Oz проходит через его центр, края разрыва поверхности равноудалены от направления $\varphi = 0$. Радиус кольца, измеряемый как расстояние от точки O до центральной продольной оси трубки, обозначим R_0, радиус трубки – a_0, угловую ширину разрыва – 2Δ, подразумевая, что $a_0 << R_0$, $\Delta < 2\pi$.

Пространственный фронт облучающего радиоимпульса является плоским; вектор электрического поля лежит в плоскости, проходящей через вектор, характеризующий направление на источник сигнала φ_0, и ось, ортогональную Oz.

При длительности радиоимпульса $\tau >> a_0/c$, где c – скорость света, поверхностному току кольца в каждый момент времени t сопоставим эквивалентный ток $\dot{I}(\varphi, t)$ нитевидного источника, удовлетворяющий граничным условиям $\dot{I}(\pm\Delta, t) = 0$; поверхностный заряд представим распределением его удельной плотности $q(\varphi, t)$ на окружности радиуса R_0 в секторе углов $\varphi \in [-\Delta; \Delta]$. Амплитуды реальных и эквивалентных токов и зарядов, как показано в [8], отличаются на малую величину порядка $O\left(a_0^2\right)$; смещением их зависимостей от времени $\Delta\tau = a_0/c$ можно пренебречь, поскольку $\Delta\tau << \tau$.

Энергетическая ДР объекта определяется выражением [9]

$$D(\varphi;\varphi_0)=\frac{\chi(\varphi;\varphi_0)}{\max\limits_{\varphi}\chi(\varphi;\varphi_0)},\tag{1}$$

где

$$\chi(\varphi;\varphi_0)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{\chi}_t(\varphi,t;\varphi_0)\,dt\tag{2}$$

– угловая зависимость плотности потока энергии отраженного поля;

$$\tilde{\chi}_t(\varphi,t;\varphi_0)=\frac{4\pi}{W_0}\lim_{r\to\infty}r^2\left|\dot{E}(r,\varphi,t;\varphi_0)\right|^2\tag{3}$$

– угло-временное распределение плотности потока рассеиваемой в пространстве энергии; $\left|\dot{E}(r,\varphi,t;\varphi_0)\right|$ – текущее значение амплитуды рассеянного поля в пространственно-временной области; W_0 – волновое сопротивление свободного пространства; r – расстояние от начала системы координат до точки наблюдения.

Для исследуемого кольца с разрывом зависимость $\left|\dot{E}(r,\varphi,t;\varphi_0)\right|^2$ в (3) находится как сумма квадратов текущих значений азимутальной и радиальной составляющих рассеянного поля; выражения для расчета поляризационных компонентов поля по распределению токов объекта приведены в [10].

Касательная составляющая облучающего прямоугольного радиоимпульса на поверхности рассеивателя имеет вид

$$E^i_{tg}(\varphi,t;\varphi_0)=\begin{cases}E_0\cos\left(\omega_0\left(t-\dfrac{R_0\cos(\varphi-\varphi_0)}{c}\right)+\psi_0\right)\\ \text{при }\;-\dfrac{\tau}{2}\le t\le\dfrac{\tau}{2},\\ 0\;\text{ при }\;t<-\dfrac{\tau}{2},\;t>\dfrac{\tau}{2},\end{cases}\tag{4}$$

где E_0, ω_0 и ψ_0 – амплитуда, циклическая частота несущей и начальная фаза импульса; текущее значение тангенциальной проекции напряженности поля радиоимпульса с гауссовской огибающей определяется выражением

$$E^i_{tg}(\varphi,t;\varphi_0)=E_0\exp\left(\frac{1}{2\tau^2}\left(t-\frac{R_0\cos(\varphi-\varphi_0)}{c}\right)^2\right)\times\cos\left(\omega_0\left(t-\frac{R_0\cos(\varphi-\varphi_0)}{c}\right)+\psi_0\right).\tag{5}$$

Используя определение векторного и скалярного потенциалов, напряженности электрического поля, условие непрерывности его тангенциальной проекции на поверхности кольца с учетом калибровки Лоренца [10], запишем систему пространственно-временных ИДУ для $\dot{I}(\varphi,t)$ и $q(\varphi,t)$:

$$\begin{cases}\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\partial}{\partial t}\displaystyle\int\limits_{-\Delta}^{\Delta}\frac{\dot{I}\left(\varphi',t-\frac{\Delta R}{c}\right)}{\Delta R}d\varphi'+\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\displaystyle\int\limits_{-\Delta}^{\Delta}\frac{q\left(\varphi',t-\frac{\Delta R}{c}\right)}{\Delta R}d\varphi'=E^i_{tg}(\varphi,t;\varphi_0),\\ \dfrac{1}{R_0}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\displaystyle\int\limits_{-\Delta}^{\Delta}\frac{\dot{I}\left(\varphi',t-\frac{\Delta R}{c}\right)}{\Delta R}d\varphi'+\dfrac{\partial}{\partial t}\displaystyle\int\limits_{-\Delta}^{\Delta}\frac{q\left(\varphi',t-\frac{\Delta R}{c}\right)}{\Delta R}d\varphi'=0,\end{cases}\tag{6}$$

где

$$\Delta R=R_0\sqrt{4\sin^2\left(\frac{\varphi-\varphi'}{2}\right)+\left(\frac{a_0}{R_0}\right)^2}$$

– расстояние между точкой интегрирования на осевой линии распределения эквивалентных токов и зарядов и точкой наблюдения на поверхности кольца; ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемость вакуума.

Для численного решения системы ИДУ (6) применим кусочно-постоянную аппроксимацию зависимостей $\dot{I}(\varphi,t)$ и $q(\varphi,t)$ произведением последовательностей из N функций в секторах углов $\Delta\varphi$ и M функций на интервалах времени Δt; частные производные указанных функций по φ и t вычисляются с применением разностных схем [5; 8; 11].

В результате представления эквивалентного тока кольца дискретными значениями α_{nm}, $n=1\ldots N$, $m=1\ldots M$, а удельной плотности заряда – множеством отсчетов β_{nm}, $n=1\ldots N$, $m=1\ldots M$ система ИДУ (6) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с матричным оператором фредгольмового типа [4] размером $N\times N$ для каждого из M моментов времени

$$\alpha_{nm}F(0)+X_{nm}+Y_{nm}=\gamma_{nm},\quad n=1\ldots N,\quad m=1\ldots M,\tag{7}$$

где

$$X_{nm} = \sum_{\substack{k=1,\\ m-|n-k|>0}}^{N} \alpha_{k,m-|m-k|}\Lambda\left(|n-k|\right) - \sum_{\substack{k=1,\\ m-1-|n-k|>0}}^{N} \alpha_{k,m-1-|n-k|}\Lambda\left(|n-k|\right), \qquad (8)$$

$$Y_{nm} = \sum_{\substack{k=1,\\ m-1-|n+1-k|>0}}^{N-1} \beta_{k,m-1-|n+1-k|}\,\Omega\left(|n+1-k|\right) - \sum_{\substack{k=1,\\ m-1-|n-k|>0}}^{N-1} \beta_{k,m-1-|n-k|}\,\Omega\left(|n-k|\right); \qquad (9)$$

$\gamma_{nm} = E_{tg}^{i}\left(n\Delta\varphi, m\Delta t; \varphi_0\right)$ – элементы вектор-столбца N удельных эквивалентных потенциалов, определяемые значениями комплексной амплитуды возбуждающего поля на поверхности кольца в направлении $\varphi = (n-1)\Delta\varphi$, $n = 1\ldots N$, в момент времени $t = (m-1)\Delta t$, $m = 1\ldots M$;

$$\Lambda\left(|n-k|\right) = \frac{\mu_0 \tilde{F}\left(|n-k|\right)}{4\pi\,\Delta t}, \quad n,k = 1\ldots N \qquad (10)$$

– элементы матрицы погонных импедансов кольца;

$$\Omega\left(|n-k|\right) = \frac{\tilde{F}\left(|n-k|\right)}{4\pi\,\varepsilon_0\,R_0\,\Delta\varphi}, \quad n,k = 1\ldots N \qquad (11)$$

– элементы матрицы обращенных емкостей кольца;

$$\tilde{F}\left(|k-n|\right) = \frac{2}{\sqrt{a_0^2 + 4R_0^2}} \times \left[F\left(\arcsin\left(\frac{\sqrt{a_0^2+4R_0^2}\,\sin\tilde{\varphi}^{+}_{|k-n|}}{\sqrt{a_0^2+4R_0^2\sin^2\tilde{\varphi}^{+}_{|k-n|}}}, \frac{2R_0}{\sqrt{a_0^2+4R_0^2}}\right)\right) - F\left(\arcsin\left(\frac{\sqrt{a_0^2+4R_0^2}\,\sin\tilde{\varphi}^{-}_{|k-n|}}{\sqrt{a_0^2+4R_0^2\sin^2\tilde{\varphi}^{-}_{|k-n|}}}, \frac{2R_0}{\sqrt{a_0^2+4R_0^2}}\right)\right)\right]; \qquad (12)$$

$\tilde{\varphi}^{\pm}_{|k-n|} = \left(|k-n| \pm 0,5\right)\Delta\varphi$, $F(\kappa, p)$ – эллиптический интеграл первого рода [11].

Решение СЛАУ (7) выполнено методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу [11] при последовательном продвижении по времени. Интервал Δt определялся по теореме Котельникова [12] для верхней границы эквивалентной полосы циклических частот возбуждающего сигнала [9; 13], величина $\Delta\varphi = c\,\Delta t / R_0$. Согласно [8], при выбранных значениях Δt и $\Delta\varphi$ обеспечиваются стабилизация разностных схем вычисления производных, устойчивость частичного обращения матричного оператора [4] и монотонная сходимость последовательностей, аппроксимирующих $\dot{I}(\varphi, t)$ и $q(\varphi, t)$. С учетом обращения эквивалентного тока в нуль при $\varphi = \pm\Delta$ коэффициенты α_{nm}, $n = 1\ldots N$, $m = 1\ldots M$ рассчитывались в центральных точках интервалов $\Delta\varphi$, а значения β_{nm}, $n = 1\ldots N$, $m = 1\ldots M$ – в точках, смещенных на $\Delta\varphi/2$ по азимутальной координате и на $\Delta t/2$ оси времени.

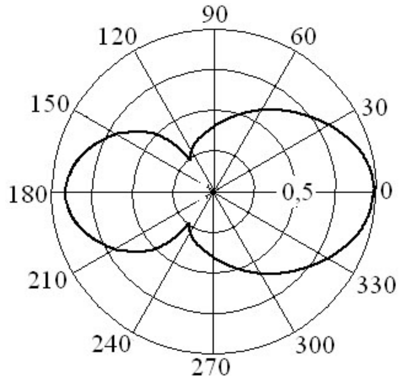

Рис. 1

По найденному распределению эквивалентного тока и удельной плотности заряда в соответствии с [10] рассчитано вторичное поле; путем последовательной подстановки полученных результатов в (3), (2), (1) вычислена энергетическая ДР разомкнутого кольца.

На рис. 1 приведена энергетическая ДР кольца с шириной разрыва $2\Delta = \pi/15$ и относительными размерами $a_0/R_0 = 0,09$, облучаемого с направления $\varphi_0 = 0$ прямоугольным радиоимпульсом длительности $\tau = 6,25\,R_0/c$ с циклической частотой $\omega_0 = 2\pi/\tau$ и начальной фазой $\psi_0 = 0$; на рис. 2 представлена энергетическая ДР кольца, возбуждаемого сигналом с гауссовской огибающей.

Из полученных результатов следует, что по аналогии с рассеянием монохроматических процессов [3; 6; 7] импульсные сигналы, переизлученные разомкнутым кольцом, имеют анизотропное угловое распределение. Энергетическая ДР кольца, возбуждаемого прямоугольным радиоимпульсом, содержит максимум в направлении, противоположном разрыву. При воздействии сигнала с гауссовской огибающей,

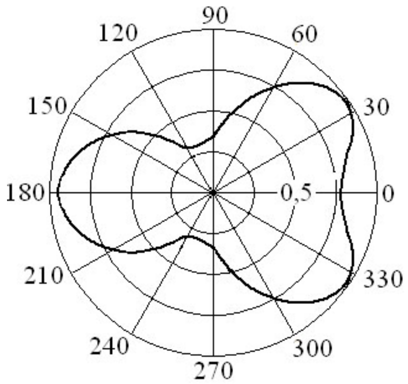

Рис. 2

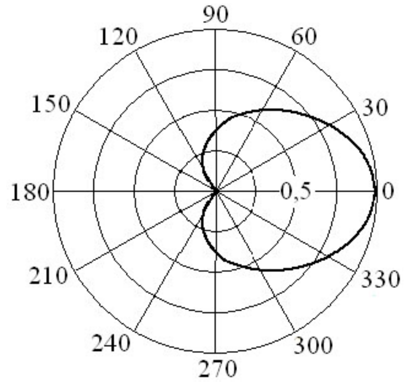

Рис. 3

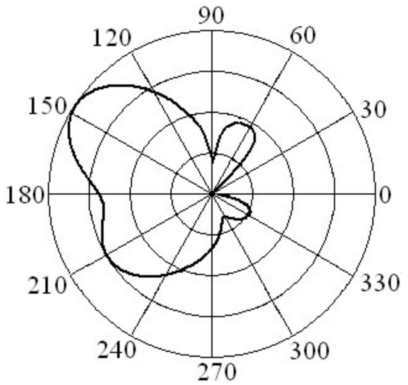

Рис. 4

эквивалентная длительность [13] которого составляет $1,2\ldots1,35\tau$, в ДР появляется локальный экстремум в направлении $\varphi = \pi$, обусловленный уменьшением электрических размеров объекта по сравнению со случаем возбуждения прямоугольным радиоимпульсом.

Установлено, что при уменьшении длительности сигнала в 1,2...1,4 раз или увеличении ширины разрыва кольца в 2,5...3,2 раз плотность потока энергии поля, рассеянного в направлении на источник радиоизлучения, возрастает на 1,3...1,7 дБ. При увеличении длительности прямоугольного радиоимпульса свыше $\tau = 7,12\,R_0/c$ в ДР кольца в направлении $\varphi = \pi$ формируется провал, величина которого за счет изменения ширины разрыва от $2\Delta = \pi/15$ до $2\Delta = \pi/5$ возрастает на 1,7 дБ.

С увеличением циклической частоты несущей в 1,5...2,5 раза ширина энергетической ДР кольца уменьшается не менее чем в 1,2...1,35 раза. При возрастании τ в 5...7,5 раза уровень заднего лепестка энергетической ДР, приведенной на рис. 1, убывает на 2,2...2,5 дБ.

На рис. 3 и 4 представлены энергетические ДР кольца, облучаемого прямоугольным радиоимпульсом с направлений $\varphi_0 = \pi$ и $\varphi_0 = \pi/2$ соответственно. Электрические размеры кольца и частотно-временные параметры облучающих сигналов выбраны такими же, как при расчете зависимости на рис. 1.

Из анализа рис. 3 следует, что ДР в направлении на источник радиоизлучения содержит нуль. По мере снижения длительности радиоимпульса в 1,3...1,5 раза возникает эффект «заплывания» нуля [9; 13] при снижении плотности потока энергии вторичного излучения в направлении $\varphi = 0$ на 2,3...3,6 дБ.

За счет увеличения длительности сигнала в 2,5...3,5 раза средний уровень боковых лепестков ДР кольца возрастает на 1,2...1,4 дБ по сравнению с зависимостью, представленной на рис. 4, с появлением локальных экстремумов глубиной 4,4...4,5 дБ.

Таким образом, на основе численного решения ИДУ с пространственно-временными операторами относительно эквивалентного осевого распределения тока и заряда проведен анализ вторичного излучения радиоимпульсов разомкнутым кольцом из идеально проводящей трубки с малым электрическим радиусом поперечного сечения и бесконечно тонкими стенками. Исследовано влияние вида и параметров облучающих сигналов, а также электрических размеров кольца на его ДР.

Список литературы

1. Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Г.П. Современная теория и практические применения антенн. М.: Радиотехника, 2009. 720 с.

2. Lin J.-L., Chen K.-M. Minimization of backscattering of a loop by impedance loading − theory and experiment // IEEE Trans., Antennas and Propagation. 1968. Vol. 16. № 3. P. 299−304.

3. Неганов В.А., Градинарь И.М. Электродинамические свойства тонкопроволочных бианизотропных частиц для метаматериала // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2011. Т. 14. № 3. С. 31−37.

4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.

5. Schuman H. Time-domain scattering from a nonlinearly loaded wire // IEEE Trans., Antennas and Propagation. 1974. Vol. 22. № 5. P. 611–613.

6. Неганов В.А., Пряников Е.И., Табаков Д.П. Дифракция плоской электромагнитной волны H-поляризации на идеально проводящем разомкнутом кольце // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2008. Т. 11. № 1. С. 22–29.

7. Неганов В.А., Святкин Н.М., Табаков Д.П. Электродинамический анализ электромагнитного поля в ближней зоне кольцевой полосковой антенны // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2006. Т. 9. № 4. С. 38–49.

8. Стрижков В.А. Моделирование переходных электромагнитных процессов в вибраторных антенных решетках // Антенны. 2006. № 11(114). С. 50–55.

9. Активные фазированные антенные решетки / под ред. Д.И. Воскресенского, А.И. Канащенкова. М.: Радиотехника, 2004. 488 с.

10. Самсонов А.В. Макроскопическая электродинамика. Вопросы теории пространственно-временных преобразований. М.: Радиотехника, 2006. 64 с.

11. Фильчаков П.Ф. Справочник по высшей математике. Киев: Наукова думка, 1972. 743 с.

12. Догадин Н.Б. Основы радиотехники. СПб.: Лань, 2007. 272 с.

13. Широкополосные и сверхширокополосные сигналы и системы / под ред. А.Ю. Гринева. М.: Радиотехника, 2009. 168 с.

The scatter of radio impulses by opened ideally carrying out ring

S.N. Razin'kov, O.E. Razin'kova

On the basis of the numerical solution of integrated-differential equations with existential operators for equivalent axial distribution of current and a charge the analysis of secondary radiation of radio impulses by the opened thin ideally carrying out tubular ring is carried out. Dependences of the power chart of dispersion of a ring on its electric sizes, type and parameters of irradiating signals are investigated.

Keywords: radio impulse, equivalent current of axial source, charge specific density, numerical solution of integrated-differential equations, power scatter chart of object.