

Временная зависимость амплитуды объектной волны при четырехволновом взаимодействии с учетом резонансной и тепловой нелинейностей

А.А. Акимов, Е.В. Воробьева, В.В. Ивахник

Самарский государственный университет
443011, Российская Федерация, г. Самара
ул. Ак. Павлова, 1

Для вырожденного четырехволнового преобразователя излучения на резонансной и тепловой нелинейностях получено аналитическое выражение, связывающее временную зависимость пространственного спектра объектной волны с временной зависимостью пространственного спектра сигнальной волны. Показано, что одновременный учет двух типов нелинейностей приводит к появлению в объектной волне дополнительной волны. Найдена связь времени выхода на стационарное значение этой дополнительной волны с временами выхода на стационарное значение объектных волн, обусловленных наличием только тепловой или только резонансной нелинейностей.

Ключевые слова: четырехволновое взаимодействие, тепловая нелинейность, резонансная нелинейность, временная зависимость.

Введение

Соответствие между комплексными амплитудами падающей (сигнальной) и преобразованной (объектной) волн является важнейшей характеристикой любого четырехволнового преобразователя излучения. Знание такого соответствия позволяет решить вопрос о целесообразности применения четырехволновых преобразователей в системах нелинейной адаптивной оптики, в системах обработки и преобразования изображения и т. д. [1–3].

Как правило, изучение соответствия между комплексными амплитудами сигнальной и объектной волн при четырехволновом взаимодействии происходит на нелинейности одного типа. Учет нескольких типов нелинейности существенно усложняет решение поставленной задачи.

При четырехволновом взаимодействии в поглощающих средах, например в средах с резонансной нелинейностью, существенный вклад в объектную волну может быть обусловлен наличием тепловой нелинейности [4–9]. Поэтому представляет интерес изучение пространственно-временного соответствия между комплексными амплитудами сигнальной и объектной волн при четырехволновом взаимодействии с учетом как резонансной, так и тепловой нелинейностей.

1. Модель среды

Рассмотрим нелинейную среду, состоящую из непоглощающего растворителя и поглощающего растворенного вещества. В качестве поглощающего вещества возьмем ансамбль частиц, моделируемый двухуровневой схемой энергетических уровней. При распространении излучения наличие резонансной нелинейности приводит к изменению коэффициента поглощения, а наличие тепловой нелинейности – к изменению показателя преломления.

Пусть в нелинейной среде навстречу друг другу распространяются две волны накачки с комплексными амплитудами A_1 , A_2 и сигнальная волна с амплитудой A_3 . В результате вырожденного четырехволнового взаимодействия $\omega + \omega - \omega = \omega$ генерируется объектная волна с комплексной амплитудой A_4 , распространяющаяся навстречу сигнальной волне.

Исходное скалярное волновое уравнение, описывающее четырехволновое взаимодействие, есть

$$\left\{ \nabla^2 + \left[k^2 \left(1 + \frac{2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T \right) - 2ik\alpha \right] \right\} (A + A^*) = 0. \quad (1)$$

Здесь

$$A = \sum_{j=1}^4 A_j,$$

α – коэффициент поглощения; δT – изменение температуры, обусловленное выделением тепла при поглощении излучения; $k = \omega n_0 / c$, n_0 – среднее значение показателя преломления.

Для поглощающих частиц, моделируемых двухуровневой схемой энергетических уровней, коэффициент поглощения связан с заселенностью основного энергетического уровня соотношением вида

$$\alpha = N_1 \sigma_{12} - N_2 \sigma_{21} = N_1 (\sigma_{12} + \sigma_{21}) - N \sigma_{21}, \quad (2)$$

где N_1 и N_2 – заселенности основного и возбужденного уровней; $N = N_1 + N_2$ – общая концентрация частиц; σ_{ij} – сечение перехода между i и j энергетическими уровнями.

Уравнение (1) дополняется нестационарным уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial \delta T}{\partial t} = \chi \nabla^2 \delta T + \frac{\alpha}{c_p v} I. \quad (3)$$

и кинетическим уравнением, описывающим изменение заселенности основного энергетического уровня,

$$\frac{dN_1}{dt} = -N_1 I \sigma_{12} + N_2 (I \sigma_{21} + \delta_{21}). \quad (4)$$

Здесь $I = AA^*$; δ_{21} – вероятность безызлучательного переходов между возбужденным и основным энергетическими уровнями; c_p – теплоемкость; χ – температуропроводность; v – плотность вещества.

2. Вывод выражений, связывающих временные зависимости пространственных спектров взаимодействующих волн

В приближении заданного поля по первой волне накачки при учете решетки, возникающей при интерференции первой волны накачки и сигнальной волны, распределение интенсивности можно записать следующим образом:

$$I = I_0 + (A_1 A_3^* + A_1^* A_3), \quad (5)$$

где $I_0 = A_1 A_1^*$.

С учетом (5) коэффициент поглощения, изменение температуры среды можно представить в виде суммы быстро (α_{31} , δT_{31}) и медленно (α_0 , δT_0) меняющихся в зависимости от поперечных координат составляющих:

$$\alpha(\vec{r}, t) = \alpha_0(\vec{r}, t) + \alpha_{31}(\vec{r}, t),$$

$$\delta T(\vec{r}, t) = \delta T_0(\vec{r}, t) + \delta T_{31}(\vec{r}, t).$$

Волновое уравнение (1) распадается на систему уравнений вида

$$\begin{cases} \left[\nabla^2 + k^2 \left(1 + \frac{2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 \right) - 2ik\alpha_0 \right] A_m = 0, \\ m = 1 \div 3; \\ \left[\nabla^2 + k^2 \left(1 + \frac{2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 \right) - 2ik\alpha_0 \right] A_4 + \\ + \left(\frac{2k^2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_{31} - 2ik\alpha_{31} \right) A_2 = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Пусть волны накачки плоские:

$$A_{1,2}(r) = \tilde{A}_{1,2}(z) \exp(-i\vec{k}_{1,2}\vec{r}).$$

Сигнальную и объектную волны разложим по плоским волнам

$$A_j(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_j(\vec{k}_j, z, t) \exp(-i\vec{k}_j\vec{\rho} - ik_{jz}z) d\vec{k}_j, \quad (7)$$

$j = 3, 4$.

Здесь \tilde{A}_j – пространственный спектр j -й волны; \vec{k}_j и k_{jz} – поперечная и продольная составляющие волнового вектора \vec{k}_j ; $\vec{r}(\vec{\rho}, z)$ – радиус-вектор.

Быстро меняющиеся составляющие температуры и коэффициента поглощения разложим по гармоническим решеткам:

$$\begin{aligned} \delta T_{31}(\vec{r}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta \tilde{T}_{31}(\vec{k}_T, z, t) \exp(-i\vec{k}_T\vec{\rho}) d\vec{k}_T, \\ \alpha_{31}(\vec{r}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\alpha}_{31}(\vec{k}_c, z, t) \exp(-i\vec{k}_c\vec{\rho}) d\vec{k}_c, \end{aligned}$$

где $\delta \tilde{T}_{31}$ и $\tilde{\alpha}_{31}$ – пространственные спектры тепловой решетки и решетки коэффициента поглощения.

В приближении медленно меняющихся амплитуд с учетом разложения взаимодействующих волн по плоским волнам, а быстро изменяющихся составляющих температуры и коэффициента поглощения – по гармоническим решеткам от системы уравнений (6) можно перейти к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{A}_m}{dz} + \frac{k}{k_{mz}} \left(\frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 + \alpha_0 \right) \tilde{A}_m = 0, \\ m = 1 \div 3; \\ \frac{d\tilde{A}_4}{dz} + \frac{k}{k_{4z}} \left(\frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0 + \alpha_0 \right) \tilde{A}_4 + \\ \frac{k}{k_{4z}} \left(\frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta \tilde{T}_{31} + \tilde{\alpha}_{31} \right) \tilde{A}_2 \times \\ \times \exp[-iz(k_{2z} - k_{4z})] = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Система уравнений (8) получена при условии $\bar{k}_T = \bar{k}_c = \bar{k}_1 - \bar{k}_3 = -\bar{k}_2 + \bar{k}_4$. Эту систему уравнений необходимо дополнить граничными условиями:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1(z=0, t) &= \tilde{A}_{10}(t), \quad \tilde{A}_2(z=\ell, t) = \tilde{A}_{20}(t), \\ \tilde{A}_3(\bar{k}_3, z=0, t) &= \tilde{A}_{30}(\bar{k}_3, t), \quad \tilde{A}_4(\bar{k}_4, z=\ell, t) = 0. \end{aligned}$$

Решение первых трех уравнений системы (8) есть

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1(z, t) &= \tilde{A}_{10}(t) \exp(-C_1(z, t)), \\ \tilde{A}_2(z, t) &= \tilde{A}_{20}(t) \exp(-C_2(z, t) + C_2(\ell, t)), \\ \tilde{A}_3(\bar{k}_3, z, t) &= \tilde{A}_{30}(\bar{k}_3, t) \exp(-C_3(z, t)), \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$C_j(z, t) = \frac{k}{k_{jz}} \int_0^z \left(\frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T_0(z_1, t) + \alpha_0(z_1) \right) dz_1.$$

Сделаем замену $\tilde{A}_4(z, t) = \tilde{A}'_4(z, t) \exp(-C_4(z, t))$. Тогда с учетом (9) при квазиколлинеарной геометрии взаимодействия ($k/k_{1,3z} \approx 1$, $k/k_{2,4z} \approx -1$) уравнение, описывающее изменение пространственного спектра объектной волны, примет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{A}'_4(\bar{k}_4, z, t)}{dz} &= \\ &= \tilde{A}_{20}(t) \left[\frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta \tilde{T}_{31}(\bar{k}_4, z, t) + \tilde{\alpha}_{31}(\bar{k}_4, z, t) \right] \times \\ &\times \exp[-iz(k_{2z} - k_{4z}) + C_2(\ell, t)]. \end{aligned} \quad (10)$$

Проинтегрировав по координате z правую и левую части уравнения (10), получим временную зависимость пространственного спектра объектной волны на передней грани нелинейной среды в виде

$$\begin{aligned} \tilde{A}'_4(\bar{k}_4, z=0, t) &= \tilde{A}_{20}(t) \times \\ &\times \int_0^\ell dz \left[\frac{ik}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta \tilde{T}_{31}(\bar{k}_4, z, t) + \tilde{\alpha}_{31}(\bar{k}_4, z, t) \right] \times \\ &\times \exp\{-iz(k_{2z} - k_{4z}) + C_2(\ell, t)\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Для нахождения α_0 и $\tilde{\alpha}_{31}$, учитывая изменение интенсивности (5), представим заселенности энергетических уровней в виде

$$\begin{aligned} N_j(\vec{r}, t) &= \\ &= N_{j0} + \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{N}_{j1}(\bar{k}_{jN}, z, t) \exp(-i\bar{k}_{jN}\vec{r}) d\bar{k}_{jN}, \\ j &= 1, 2. \end{aligned}$$

После подстановки выражения для интенсивности и заселенности энергетических уровней в уравнение (4) оно распадается на два уравнения, одно из которых совпадает по виду с урав-

нением (4) при замене в нем N_l на N_{l0} и I на I_0 , а другое имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{N}_{11}}{dt} &= -\tilde{N}_{11}I_0\sigma_{12} + \tilde{N}_{21}(I_0\sigma_{21} + \delta_{21}) + \\ &+ F(t, \bar{k}_{1N}, z). \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь

$$\begin{aligned} F(\bar{k}_{1N}, z, t) &= -\frac{1}{2} \tilde{I}_{31}(\bar{k}_{1N}, z, t) (N_{10}\sigma_{12} - N_{20}\sigma_{21}), \\ \tilde{I}_{31}(\bar{k}_{1N}, z, t) &= \tilde{A}_{10}(t) \tilde{A}'_{30}(\bar{k}_3, t) \times \\ &\times \exp[-iz(k_{1z} - k_{3z}) - C_1(z, t) - C_3^*(z, t)]. \end{aligned}$$

Уравнение (12) записано при условии $\bar{k}_{1N} = \bar{k}_{2N} = \bar{k}_1 - \bar{k}_3$.

Установившиеся значения средних заселенностей энергетических уровней при условии, что амплитуды первой волны накачки не зависят от времени, есть

$$\begin{aligned} N_{10} &= N\varepsilon(z) [I_0(z)\sigma_{21} + \delta_{21}], \\ N_{20} &= N\varepsilon(z) I_0(z)\sigma_{12}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\varepsilon(z) = [I_0(z)(\sigma_{12} + \sigma_{21}) + \delta_{21}]^{-1}$.

Решая уравнение (12) с учетом начальных условий $\tilde{N}_{j1}(\bar{k}_{jN}, z, t=0) = 0$, получим следующее выражение для \tilde{N}_{11} :

$$\tilde{N}_{11} = D(\kappa_{1N}, z, t) \exp\left[-\frac{t}{\varepsilon(z)}\right],$$

где

$$D(\kappa_{1N}, z, t) = \int_0^t F(\bar{k}_{1N}, z, t_1) \exp\left[\frac{t_1}{\varepsilon(z)}\right] dt_1.$$

Зная заселенности энергетических уровней, можно, используя выражение (2), найти пространственный спектр решетки коэффициента поглощения:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{31}(\bar{k}_{1N}, z, t) &= \\ &= -\sigma_{12} \int_0^t \tilde{I}_{31}(\bar{k}_{1N}, z, t_1) \alpha_0(z) \exp\left[\frac{t_1 - t}{\varepsilon(z)}\right] dt_1, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\alpha_0(z) = \frac{\alpha'_0}{bI_0(z) + 1}.$$

Здесь

$$\alpha'_0 = N\sigma_{12}, \quad b = \frac{\sigma_{12} + \sigma_{21}}{\delta_{21}}.$$

Для нахождения временной зависимости пространственного спектра тепловой решетки $\delta\tilde{T}_{31}$ воспользуемся уравнением теплопроводности (3), которое распадается на систему двух уравнений вида

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta T_0}{\partial t} = \chi \frac{d^2 \delta T_0}{dz^2} + \frac{\alpha_0 I_0}{c_p v}, \\ \frac{\partial \delta \tilde{T}_{31}}{\partial t} = \chi \left(\frac{d^2}{dz^2} - \kappa_T^2 \right) \delta \tilde{T}_{31} + \\ + \frac{\alpha_0 \tilde{A}_1 \tilde{A}_3^* \exp\{-iz(k_{1z} - k_{3z})\} + \tilde{\alpha}_{31} I_0}{c_p v}. \end{cases} \quad (15)$$

Из выражения (15) следует, что наличие решетки коэффициента поглощения вносит дополнительный вклад в тепловую решетку.

Решение для пространственного спектра тепловой решетки при условии неизменности температуры на гранях нелинейного слоя ($\delta \tilde{T}_{31}(z=0) = \delta \tilde{T}_{31}(z=\ell) = 0$) представим в виде

$$\begin{aligned} \delta \tilde{T}_{31}(\bar{\kappa}_4 z, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\int_0^t \exp\{-\omega_n^2(t-t_1)\} \times \right. \\ &\times \left. \left\{ \frac{2}{\ell} \int_0^{\ell} f(\bar{\kappa}_4, z_1, t_1) \sin\left(\frac{\pi n}{\ell} z_1\right) dz_1 \right\} dt_1 \right] \times \\ &\times \sin\left(\frac{\pi n}{\ell} z\right), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$f(\bar{\kappa}_T, z, t) = \frac{\alpha_0(z) \tilde{I}_{31}(\bar{\kappa}_T, z, t) + I_0(z) \tilde{\alpha}_{31}(\bar{\kappa}_T, z, t)}{c_p v},$$

$$\omega_n^2 = \chi \left[\kappa_4^2 + \left(\frac{\pi n}{\ell} \right)^2 \right].$$

Подставив (14) и (16) в (11), получим выражение, описывающее временную зависимость пространственного спектра объектной волны на передней грани нелинейного слоя при четырехволновом взаимодействии с учетом резонансной и тепловой нелинейностей:

$$\begin{aligned} \tilde{A}'_4(\kappa, z=0, t) &= \tilde{A}_{10} \tilde{A}_{20}(t) \exp[C_2(\ell, t)] \times \\ &\times \left\{ \int_0^t \chi_T(\kappa, t-t_1) \tilde{A}_{30}^*(\kappa, t_1) dt_1 + \right. \\ &+ \int_0^t \chi_R(t-t_1) \tilde{A}_{30}^*(\kappa, t_1) dt_1 + \\ &+ \left. \int_0^t \int_0^{t_1} \chi_{RT}(\kappa, t-t_1, t_1-t_2) \tilde{A}_{30}^*(\kappa, t_2) dt_2 dt_1 \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

При распространении волн накачки строго вдоль оси Z ($\bar{\kappa}_1 = \bar{\kappa}_2 = 0$) в параксиальном приближении весовые функции интегральных операторов χ_T , χ_R и χ_{RT} имеют вид

$$\begin{aligned} \chi_T(\kappa, t-t_1) &= \\ &= \frac{2ik}{n_0 c_p v \ell^2} \frac{dn}{dT} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\pi n \left[(-1)^n \exp\left(\frac{ik^2 \ell}{2k}\right) - 1 \right]}{\left(\frac{\pi n}{\ell}\right)^2 - \left(\frac{\kappa^2}{2k}\right)^2} \right] \times \\ &\times \exp\left[-\omega_n^2(t-t_1)\right] \times \\ &\times \int_0^{\ell} \alpha_0(z) \sin\left(\frac{\pi n}{\ell} z\right) \exp\left\{-\frac{iz\kappa^2}{2k} - 2C(z)\right\} dz, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \chi_R(t-t_1) &= \\ &= -\sigma_{12}^{31} \int_0^{\ell} \alpha_0(z) \exp[-2C(z)] \exp\left[-\frac{t-t_1}{\varepsilon(z)}\right] dz, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \chi_{RT}(\kappa, t-t_1, t_1-t_2) &= -\frac{2ik}{n_0 c_p v \ell^2} \frac{dn}{dT} \sigma_{12} \times \\ &\times \sum_{n=1}^{\infty} \left[\int_0^{\ell} dz \alpha_0(z) I_0(z) \sin\left(\frac{\pi n}{\ell} z\right) \exp\left(-\frac{t_1-t_2}{\varepsilon(z)}\right) \right] \times \\ &\times \exp\left[-2C(z) - \frac{iz\kappa^2}{2k}\right] \times \end{aligned} \quad (20)$$

$$\times \left[\frac{\pi n \left[(-1)^n \exp\left(\frac{ik^2 \ell}{2k}\right) - 1 \right]}{\left(\frac{\pi n}{\ell}\right)^2 - \left(\frac{\kappa^2}{2k}\right)^2} \right] \exp\left[-\omega_n^2(t-t_1)\right].$$

Здесь

$$C(z) = \int_0^z \alpha_0(z_1) dz_1, \quad \kappa = |\bar{\kappa}_4| = |\bar{\kappa}_3|.$$

Выражение (17) с учетом (18)–(20) устанавливает однозначную связь между пространственно-временными зависимостями спектров объектной и сигнальной волн.

3. Обсуждение результатов

При наличии только резонансной нелинейности временной отклик четырехволнового преобразователя излучения, определяемый функцией χ_R , не зависит от поперечной составляющей волнового вектора сигнальной волны. Таким образом, пространственная структура объектной волны во времени не меняется.

При наличии только тепловой нелинейности временной отклик четырехволнового преобразователя излучения, определяемый функцией χ_T , зависит от величины κ , что приводит к изме-

нению во времени качества преобразования излучения.

Учет двух типов нелинейности приводит к появлению в выражении (17) двукратного интегрального оператора, наличие которого существенно усложняет пространственно-временную зависимость спектра объектной волны.

В качестве объектной волны возьмем волну от точечного источника, расположенного на передней грани нелинейного слоя ($\tilde{A}_{30}(\kappa, t) = 1$). Тогда временную зависимость пространственного спектра объектной волны с точностью до постоянного множителя можно представить следующим образом:

$$\tilde{A}_4(\kappa, z = 0, t) = \tilde{A}_T(\kappa, t) + \tilde{A}_R(t) + \tilde{A}_{RT}(\kappa, t). \quad (21)$$

Здесь

$$\tilde{A}_T(\kappa, t) = \tilde{A}_{10}\tilde{A}_{20} \exp[C_2(\ell, t)] \frac{2ik}{n_0 c_p v \ell^2} \frac{dn}{dT} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\pi n \left[(-1)^n \exp\left(\frac{i\kappa^2 \ell}{2k}\right) - 1 \right] \left[1 - \exp(-\omega_n^2 t) \right]}{\left(\frac{\pi n}{\ell}\right)^2 - \left(\frac{\kappa^2}{2k}\right)^2 \omega_n^2} \right\} \times \int_0^{\ell} \alpha_0(z) \sin\left(\frac{\pi n}{\ell} z\right) \exp\left[-\frac{iz\kappa^2}{2k} - 2C(z)\right] dz, \quad (22)$$

$$\tilde{A}_R(t) = -\tilde{A}_{10}\tilde{A}_{20} \exp[C_2(\ell, t)] \sigma_{12} \times \int_0^{\ell} \alpha_0(z) \varepsilon(z) \exp[-2C(z)] \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{t}{\varepsilon(z)}\right] \right\} dz, \quad (23)$$

$$\tilde{A}_{RT}(\kappa, t) = -\tilde{A}_{10}\tilde{A}_{20} \exp[C_2(\ell, t)] \frac{2ik}{n_0 c_p v \ell^2} \times \frac{dn}{dT} \sigma_{12} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\int_0^{\ell} dz \alpha_0(z) I_0(z) \varepsilon(z) \sin\left(\frac{\pi n}{\ell} z\right) \times \exp\left[-2C(z) - \frac{iz\kappa^2}{2k}\right] \times \left\{ \frac{1 - \omega_n^2 \varepsilon(z) - \exp(-\omega_n^2 t) + \omega_n^2 \varepsilon(z) \exp\left[-\frac{t}{\varepsilon(z)}\right]}{\left[1 - \omega_n^2 \varepsilon(z)\right] \omega_n^2} \right\} \times \frac{\pi n \left[(-1)^n \exp\left(\frac{i\kappa^2 \ell}{2k}\right) - 1 \right]}{\left(\frac{\pi n}{\ell}\right)^2 - \left(\frac{\kappa^2}{2k}\right)^2} \right]. \quad (24)$$

Для установившегося (стационарного) режима ($t \rightarrow \infty$) на нулевой пространственной частоте ($\kappa = 0$) отношение пространственных спектров объектных волн определяется приближенными выражениями вида

$$\xi_1 = \frac{|\tilde{A}_T|}{|\tilde{A}_R|} \approx \frac{k \left[\alpha_0 \ell \operatorname{cth}(\alpha_0 \ell) - 1 \right] \frac{dn}{dT}}{4\chi n_0 c_p v \alpha_0^2 \sigma_{12} \varepsilon},$$

$$\xi_2 = \frac{|\tilde{A}_{RT}|}{|\tilde{A}_T|} \approx \frac{I_0 \sigma_{12}}{2I_0 \sigma_{12} + \delta_{21}}.$$

Максимальное значение параметра $\xi_2 = 0.5$ наблюдается при выполнении условия $I_0 \sigma_{12} \gg \delta_{21}$.

Анализ временных характеристик объектной волны при четырехволновом взаимодействии на резонансной нелинейности проводился в работах [10–14], на тепловой нелинейности – в работах [15–18].

При наличии двух видов нелинейности наиболее интересен случай, когда вклад в объектную волну волн, наличие которых обусловлено и тепловой, и резонансной нелинейностями, сравним ($\xi_1 \approx 1, \xi_2 \approx 0.5$).

На рис. 1 приведены характерные графики временных зависимостей составляющих пространственных спектров объектной волны. С увеличением времени наблюдается выход составляющих пространственных спектров объектной волны на стационарное значение. Численные расчеты проводились для нелинейной среды толщиной $\ell = 10^{-3}$ см с параметрами $n_0 = 1.36$, $\frac{dn}{dT} = 3.2 \cdot 10^{-7} \text{ К}^{-1}$, $\chi c_p v = 1.66 \text{ Дж} \cdot (\text{см} \cdot \text{с} \cdot \text{К})^{-1}$, в которой распространялось излучение интенсивностью $I_0 = 10^{24} \text{ фотон} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$.

Введем времена выхода на стационарное значение составляющих пространственного спектра объектной волны $\Delta\tau_T, \Delta\tau_R, \Delta\tau_{RT}$, определяемые из соотношений

$$|\tilde{A}_i(t = \Delta\tau_i)| = \frac{1}{2} |\tilde{A}_i(t \rightarrow \infty)|, \quad i = T, R, RT.$$

Из (23) следует, что время выхода составляющей пространственного спектра объектной волны \tilde{A}_R на стационарное значение можно оценить по формуле

$$\Delta\tau_R = \frac{\ln 2}{2I_0 \sigma_{12} + \delta_{21}}.$$

Время выхода составляющей пространственного спектра объектной волны \tilde{A}_T на стационарное значение зависит как от «тепловых» констант (c_p, χ), толщины нелинейного слоя, так и от

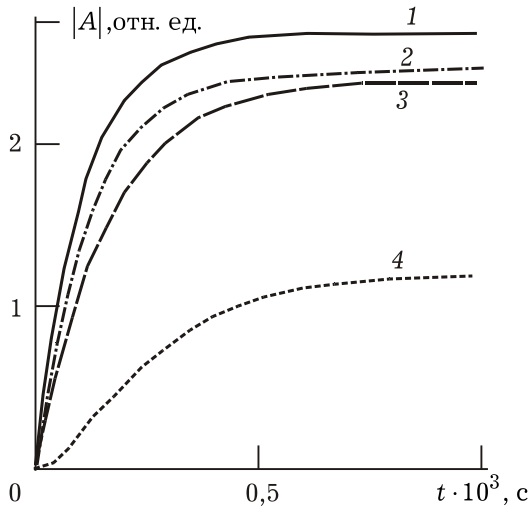


Рис. 1. Временные зависимости составляющих амплитуды объектной волны при $\kappa = 0$, $\sigma_{12} = 3 \cdot 10^{-21} \text{ см}^2$, $\delta_{21} = 10^2 \text{ с}^{-1}$, $N = 10^{22}$; 1 – $\tilde{A}_4(t)$, 2 – $\tilde{A}_T(t)$, 3 – $\tilde{A}_R(t)$, 4 – $\tilde{A}_{RT}(t)$

пространственной частоты. С ростом значения κ время выхода $\Delta\tau_T$ уменьшается.

Время выхода $\Delta\tau_{RT}$ составляющей пространственного спектра объектной волны \tilde{A}_{RT} на стационарное значение при $\Delta\tau_R \ll \Delta\tau_T$ или $\Delta\tau_R \gg \Delta\tau_T$ определяется $\max\{\Delta\tau_T, \Delta\tau_R\}$. Если $\Delta\tau_T$ и $\Delta\tau_R$ сравнимы по величине, то $\Delta\tau_{RT}$ можно приближенно оценить по формуле (рис. 2)

$$\Delta\tau_{RT} \approx \beta\Delta\tau_T + \Delta\tau_R,$$

где β – коэффициент, зависящий от соотношения $\Delta\tau_T / \Delta\tau_R$. При изменении $\Delta\tau_T / \Delta\tau_R$ от 0.2 до 5 коэффициент β меняется в пределах от 1.60 до 1.12.

Зависимость от пространственной частоты пространственного спектра волны \tilde{A}_{RT} сходна с аналогичной зависимостью для пространственного спектра волны \tilde{A}_T .

Заключение

Получено аналитическое выражение, связывающее временную зависимость пространственного спектра объектной волны с временной зависимостью пространственного спектра сигнальной волны. Показано, что при четырехволновом взаимодействии на резонансной и тепловой нелинейностях возникает дополнительная волна \tilde{A}_{RT} , наличие которой усложняет пространственно-временную зависимость спектра объектной волны.

Найдено выражение, связывающее время выхода на стационарное значение пространственного спектра объектной волны \tilde{A}_{RT} с временами выхода на стационарные значения пространственных спектров волн \tilde{A}_T и \tilde{A}_R .

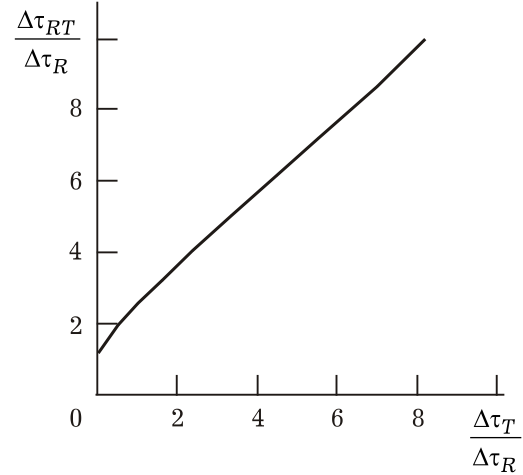


Рис. 2. Изменение времени выхода на стационарное значение пространственного спектра волны \tilde{A}_{RT} при $\kappa = 0$

Список литературы

1. Дмитриев В.Г. Нелинейная оптика и обращение волнового фронта. М.: Физматлит, 2003. 256 с.
2. Воронин Э.С., Петникова В.М., Шувалов В.В. Использование вырожденных параметрических процессов для коррекции волновых фронтов (обзор) // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. № 5. С. 917–935.
3. Ивахник В.В., Некрасова Г.Э., Никонов В.И. Точность обращения волнового фронта (ОВФ) при четырехфотонном параметрическом взаимодействии // Оптика и спектроскопия. 1990. Т. 68. № 3. С. 620–624.
4. Жердиенко В.В., Лесник С.А., Хижняк А.И. Попутное четырехпучковое взаимодействие в резонансных средах с тепловой нелинейностью // Украинский физический журнал. 1985. Т. 30. № 12. С. 1788–1792.
5. Бельдюгин И.М., Степанов А.А., Щеглов В.А. К теории встречного ВЧВ в полях произвольной интенсивности в средах с резонансным и тепловым механизмами нелинейности // Квантовая электроника. 1989. Т. 16. № 1. С. 84–91.
6. Danehy P.M., Paul P.H., Farrow R.L. Thermal-grating contributions to degenerate four-wave mixing in nitric oxide // JOSA B. 1995. V. 12. № 9. P. 1564–1576.
7. Ормачеа О., Толстик А.Л. Формирование нелинейных динамических голограмм в чистых органических жидкостях // Известия РАН. Серия физическая. 2007. Т. 71. № 1. С. 131–135.
8. Формирование динамических волноводных структур в средах с тепловой и резонансной нелинейностью / Д.В. Горбач [и др.] // Известия РАН. Серия физическая. 2011. Т. 75. № 12. С. 1733–1736.
9. Акимов А.А., Ивахник В.В., Никонов В.И. Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии на резонансной и тепловой нелинейностях при больших коэффициентах отражения // Оптика и спектроскопия. 2013. Т. 115. № 3. С. 438–445.

10. Исследование ОВФ в растворах органических красителей в поле пикосекундных световых импульсов / С.В. Бондаренко [и др.] // Квантовая электроника. 1985. Т. 12. № 5. С. 1107–1109.
11. Четырехволновое смещение частот в парах красителей / В.Ф. Лукиных [и др.] // Квантовая электроника. 1986. Т. 13. № 7. С. 1415–1423.
12. Degenerate four-wave mixing based on excited-state absorption in azo-dye-doped polymer films / Н. Fei [et al.] // Appl. Phys. B. 1996. V. 62. № 3. P. 299–302.
13. Lee Sang-Hoon, Park June-Sik, Joo Taiha. Frequency – time-resolved four-wave mixing of a dye molecule in liquid // J. Phys. Chem. A. 2000. V. 104. № 30. P. 6917–6923.
14. Воробьева Е.В., Ивахник В.В. Временной отклик динамической голограммы в красителе, моделируемом четырехуровневой схемой энергетических уровней // Компьютерная оптика. 2002. Вып. 24. С. 91–93.
15. Васильев Л.А., Галушкин М.Г., Серегин А.М. Обращение волнового фронта при четырехволновом взаимодействии в среде с тепловой нелинейностью // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. № 8. С. 1571–1575.
16. Галушкин М.Г., Митин К.В., Свиридов К.А. Четырехволновое взаимодействие на тепловой нелинейности в активных средах твердотельных лазеров // Квантовая электроника. 1994. Т. 21. № 12. С. 1157–1159.
17. Динамика четырехволновой генерации на тепловой нелинейности с усилением в петле обратной связи / И.М. Бельдюгин [и др.] // Квантовая электроника. 1991. Т. 18. № 6. С. 732–737.
18. Акимов А.А., Воробьева Е.В., Ивахник В.В. Временной отклик четырехволнового преобразователя излучения на тепловой нелинейности // Компьютерная оптика. 2011. Т. 35. № 4. С. 462–466.

Time dependence of object wave amplitude at four-wave mixing with allowance for resonant and thermal nonlinearities

A.A. Akimov, E.V. Vorobeva, V.V. Ivakhnik

The analytical expression connecting the time dependence of spatial spectrum of object wave with the time dependence of spatial spectrum of signal wave has been obtained for degenerate four-wave radiation converter on resonant and thermal nonlinearities. It is shown, that simultaneous taking to account two types of nonlinearity lead to emergence of additional wave in an object wave. The connection of exit time to a steady-state value of this additional wave with exit time to a steady-state value of the object waves caused by existence only thermal or only resonant nonlinearities has been found.

Keywords: four-wave interaction, thermal nonlinearity, resonant nonlinearity, time dependence.
