

Влияние атомной когерентности на перепутывание атомов с двухфотонными переходами с учетом динамического штарковского сдвига

Е.К. Башкиров, М.С. Мастюгин

Самарский государственный университет
443011, Российская Федерация, г. Самара
ул. Ак. Павлова, 1

В работе исследована динамика перепутывания двух атомов, взаимодействующих с модой квантового электромагнитного поля посредством вырожденных двухфотонных переходов, с учетом штарковского сдвига энергетических уровней. В качестве начальных состояний атомов выбраны когерентные неперепутанные состояния, а для поля – состояния с определенным числом фотонов. Показана возможность управления степенью перепутывания атомов за счет включения штарковского сдвига и атомной когерентности.

Ключевые слова: атомное перепутывание, атомная когерентность, двухфотонные переходы, штарковский сдвиг уровней.

Одной из фундаментальных проблем современной квантовой информатики является разработка механизмов контроля и управления перепутыванием кубитов [1]. В последнее время в ряде работ показана возможность управления перепутыванием кубитов, взаимодействующих с внешними полями, за счет использования динамического штарковского сдвига. Гош и др. впервые показали, что штарковский сдвиг может быть использован для значительного увеличения степени атомного перепутывания атомов с двухфотонными переходами в резонаторе в сравнении с тем, что имеем место в резонансном приближении [2]. Абдель-Ати и Мойя-Гесса установили, что штарковский сдвиг может приводить к эффекту мгновенной смерти перепутывания и долгоживущему перепутыванию двух ионов в магнитной ловушке, приготовленных в сепарабельном состоянии или смешанном состоянии [3]. В работах [4–6] на примере двойной и обычной двухфотонной модели Тависа-Камминга показано, что в присутствии штарковского сдвига степень атомного перепутывания может существенно возрасти при наличии штарковского сдвига в случае начального перепутанного состояния атомов. В работе [7] установлено, что для двух атомов с двухфотонными переходами, взаимодействующие каждый со своим полем в резонаторе штарковский сдвиг позволяет управлять степенью перепутывания и осуществ-

лять контроль за эффектом мгновенной смерти перепутывания. Наконец, в работе [8] доказана возможность увеличения степени перепутывания трех атомов, взаимодействующих с тремя различными резонаторами, за счет включения штарковского сдвига. Результаты указанных работ указывают на то, что штарковский сдвиг может быть эффективным механизмом усиления степени перепутывания атомов и ионов с двухфотонными переходами. Заметим, что для атомов и ионов, взаимодействующих с электромагнитными полями в резонаторах посредством двухфотонных переходов, штарковский сдвиг уровней можно легко контролировать, изменяя величину расстройки между удвоенной частотой резонаторной моды и частотой атомного перехода.

В настоящей работе мы обобщим результаты работы [5] по исследованию влияния штарковского сдвига на атомное перепутывание в двухатомных системах с двухфотонными переходами на случай неперепутанных когерентных начальных состояний атомов. Основное внимание будет уделено исследованию влияния атомной когерентности на атомное перепутывание при наличии штарковского сдвига. Для количественной оценки степени атом-атомного перепутывания будем использовать вместо согласованности [9], которая рассчитывалась в работе [5], параметр Переса-Хородецких [10; 11], так как положи-

тельность данного параметра для системы двух кубитов является необходимым и достаточным условием их перепутанности. Заметим, что другой механизм контроля перепутывания кубитов, связанный с диполь-дипольным взаимодействием рассматривался нами в работах [12–19].

Будем исследовать систему, состоящую из двух атомов, взаимодействующих с квантовым электромагнитным полем в идеальном резонаторе посредством вырожденных двухфотонных переходов. Для того, чтобы получить эффективный двухфотонный гамильтониан, рассмотрим два идентичных трехуровневых атома, обладающих тремя энергетическими уровнями $|+\rangle$, $|i\rangle$ и $|-\rangle$, где $|+\rangle$ – возбужденное, $|i\rangle$ – промежуточное $|-\rangle$ – основное состояние обоих атомов. Предположим, что каскад атомных переходов $|+\rangle \rightarrow |i\rangle \rightarrow |-\rangle$ находится в резонансе с удвоенной частотой резонаторной моды, т. е. имеет место соотношение $\omega_0 = 2\omega$, где ω_0 – частота атомного перехода между возбужденным и основным состояниями атома, а ω – частота резонаторной моды. Пусть при этом частоты переходов между возбужденным и промежуточным и промежуточным и основным состояниями атома сильно отстроены от частоты резонаторной моды. В этом случае мы можем адиабатически исключить промежуточный уровень в каждом атоме и получить эффективную модель двух двухуровневых атомов с вырожденными двухфотонными переходами [20–22]. Учитывая также штарковский сдвиг энергетических уровней [23], мы можем окончательно записать эффективный гамильтониан двух двухуровневых атомов, взаимодействующих с квантовым электромагнитным полем в идеальном резонаторе посредством вырожденных двухфотонных переходов

$$H_I = \hbar g \sum_{i=1}^2 (a^{+2} \sigma_i^- + \sigma_i^+ a^2) + \sum_{i=1}^2 \hbar a^+ a (\beta_2 \sigma_i^+ \sigma_i^- + \beta_1 \sigma_i^- \sigma_i^+), \quad (1)$$

где a^+ и a – операторы рождения и уничтожения фотонов резонаторной моды; σ_i^+ и σ_i^- – повышающий и понижающий операторы в i -ом двухуровневом атоме ($i = 1, 2$); β_2 и β_1 – параметры, описывающие зависящие от интенсивности штарковские сдвиги энергетических уровней и g – эффективная константа двухфотонного атом-полевого взаимодействия.

Предположим, что каждый из атомов первоначально приготовлен в чистом когерентном состоянии, но сами атомы не перепутаны, т. е.

$$|\Psi_{A1}(0)\rangle = \cos \theta_1 |+\rangle + e^{i\varphi_1} \sin \theta_1 |-\rangle,$$

$$|\Psi_{A2}(0)\rangle = \cos \theta_2 |+\rangle + e^{i\varphi_2} \sin \theta_2 |-\rangle,$$

где θ_1 и θ_2 – амплитуды поляризованных атомов; φ_1 и φ_2 – относительные фазы возбужденного и основного состояний каждого из атомов (в дальнейшем мы будем также использовать разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$), а поле приготовлено в состоянии с определенным числом фотонов $|n\rangle$. Тогда чистое начальное состояние для полной системы «атомы+поле» есть

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi_{A1}(0)\rangle |\Psi_{A2}(0)\rangle |n\rangle. \quad (2)$$

Динамика атомного перепутывания существенно зависит от начального состояния резонатора. Поэтому рассмотрим отдельно начальные состояния с $n = 0, 1, 2$.

Пусть в начальный момент времени в резонаторе отсутствуют фотоны, т. е. $n = 0$. Тогда полная временная функция рассматриваемой модели с гамильтонианом (1) и начальным условием (2) при $n = 0$ может быть написана как

$$|\Psi(t)\rangle = X_1(t) |+, +; 0\rangle + X_2(t) |+, -; 0\rangle + X_3(t) |-, +; 0\rangle + X_4(t) |-, -; 0\rangle + X_5(t) |+, -; 2\rangle + X_6(t) |-, +; 2\rangle + X_7(t) |-, -; 2\rangle + X_8(t) |-, -; 4\rangle. \quad (3)$$

Используя временное уравнение Шредингера для волновой функции (3), мы можем получить явные уравнения движения для коэффициентов $X_i(t)$:

$$\begin{aligned} i\dot{X}_1 &= \sqrt{2}g(X_5 + X_6), \\ i\dot{X}_2 &= i\dot{X}_3 = \sqrt{2}gX_7, \\ i\dot{X}_4 &= 0, \\ i\dot{X}_5 &= \sqrt{2}gX_1 + \sqrt{12}gX_8 + 2\beta_2X_5 + 2\beta_1X_5, \\ i\dot{X}_6 &= \sqrt{2}gX_1 + \sqrt{12}gX_8 + 2\beta_1X_6 + 2\beta_2X_6, \\ i\dot{X}_7 &= \sqrt{2}g(X_2 + X_3) + 4\beta_1X_7, \\ i\dot{X}_8 &= \sqrt{12}g(X_5 + X_6) + 8\beta_1X_8. \end{aligned} \quad (4)$$

Поскольку точное решение уравнений (4) чрезвычайно громоздко, мы будем использовать в дальнейшем численные решения указанных уравнений. Информация о перепутанности двух атомов содержится в редуцированной атомной матрице плотности $\rho_A(t)$, которая для случая начальных чистых состояний атома и поля может быть получена следующим образом

$$\rho_A(t) = Tr_F |\Psi(t)\rangle \langle \Psi(t)|.$$

Здесь операция Tr_F представляет собой усреднение по переменным поля. Для двухкубитной системы редуцированная атомная матрица плотности $\rho_A(t)$ в двухатомном базисе $|+, +\rangle, |+, -\rangle, |-, +\rangle, |-, -\rangle$ имеет вид

$$\rho_A = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \rho_{14} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \rho_{24} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{41} & \rho_{42} & \rho_{43} & \rho_{44} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для определения степени атом-атомного перепутывания будем использовать параметр Переса – Хороецких, который определяется как

$$\varepsilon = -2 \sum_i \mu_i^-, \quad (6)$$

где μ_i^- – отрицательные собственные значения транспонированной по переменным одного кубита атомной матрицы плотности ρ_A^T , которая для двухкубитной системы с атомной матрицей плотности (2) может быть представлена как

$$\rho_A^T = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{31} & \rho_{32} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{41} & \rho_{42} \\ \rho_{13} & \rho_{14} & \rho_{33} & \rho_{34} \\ \rho_{23} & \rho_{24} & \rho_{43} & \rho_{44} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Отсутствие у частично транспонированной по переменным одного кубита атомной матрицы плотности (4) отрицательных собственных значений означает, что атомы в любой момент времени остаются неперепутанными, в этом случае полагают $\varepsilon = 0$. Для случая $\varepsilon > 0$ атомы находятся в перепутанном состоянии. Для максимально перепутанного состояния $\varepsilon = 1$.

Для системы, описываемой волновой функций (3) в двухатомном базисе частично транспонированная по переменным одного кубита атомная матрица $\rho_A^T(t)$ может быть выражена как

$$\rho_A^T = \begin{pmatrix} |X_1|^2 & X_1 X_2^* \\ X_2 X_1^* & |X_2|^2 + |X_5|^2 \\ X_1 X_3^* & X_1 X_4^* \\ X_2 X_3^* + X_5 X_6^* & X_2 X_4^* + X_5 X_7^* \\ X_3 X_1^* & X_3 X_2^* + X_6 X_5^* \\ X_4 X_1^* & X_4 X_2^* + X_7 X_5^* \\ |X_3|^2 + |X_6|^2 & X_3 X_4^* + X_6 X_7^* \\ X_4 X_3^* + X_7 X_6^* & |X_8|^2 + |X_7|^2 + |X_4|^2 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Вычисляя отрицательные собственные значения матрицы (8), мы можем определить временную зависимость параметра перепутывания кубитов. Результаты численных расчетов пара-

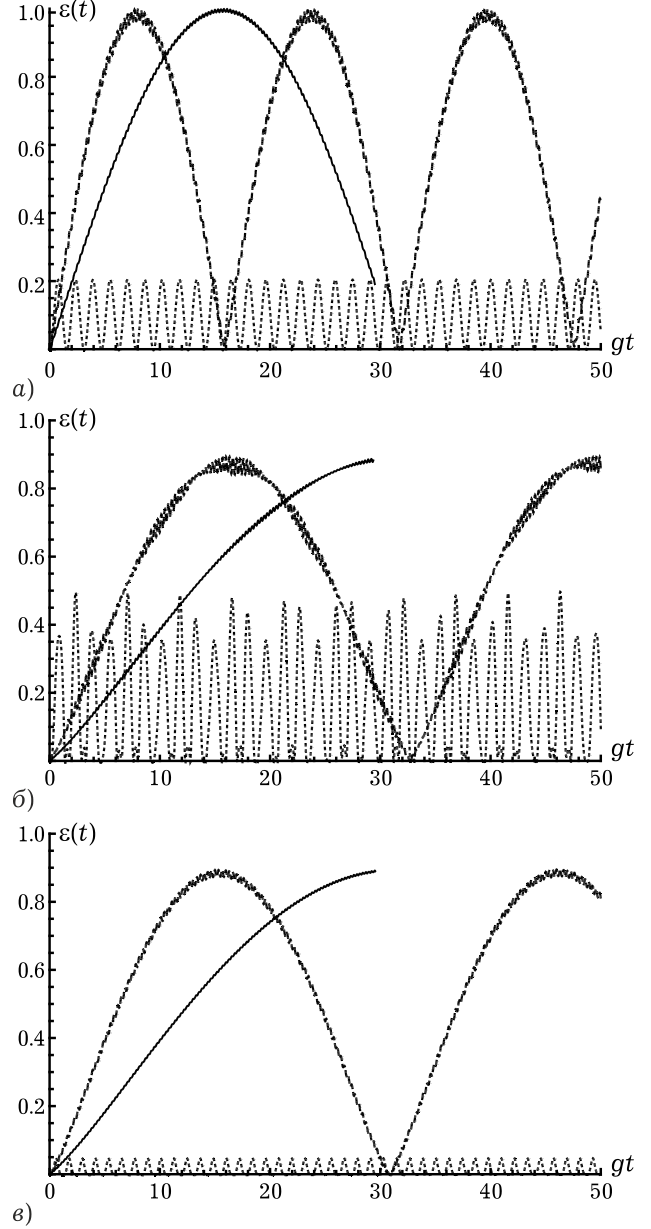


Рис. 1. Временная зависимость параметра перепутывания для начального состояния вида (2) и параметров штарковского сдвига $\beta_1 = \beta_2 = 0$ (точечные линии), $\beta_1 = \beta_2 = 5g$ (штриховые линии) и $\beta_1 = \beta_2 = 10g$ (сплошные линии). Амплитуды поляризованных атомов $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = 0$ (а), $\theta_1 = \pi/4, \theta_2 = \pi/4$ (б) и $\theta_1 = \pi/4, \theta_2 = -\pi/4$ (в). Разность фаз $\Delta\varphi = 0$

метра перепутывания (6) для начального состояния вида (2) и различных значений амплитуд поляризованных атомов θ_1 и θ_2 и параметров штарковского сдвига β_2 и β_1 представлены на рис. 1. На рисунках хорошо видно, что параметр перепутывания атомов меняется периодически, при этом период осцилляций зависит от параметров штарковских сдвигов и степени атомной когерентности. Особо можно отметить резкое увеличение максимальной степени атомного перепутывания при увеличении параметров штарковского сдвига. Расчеты показывают, что уже для значений $\beta_1 = \beta_2 \approx 2g$, степень перепу-

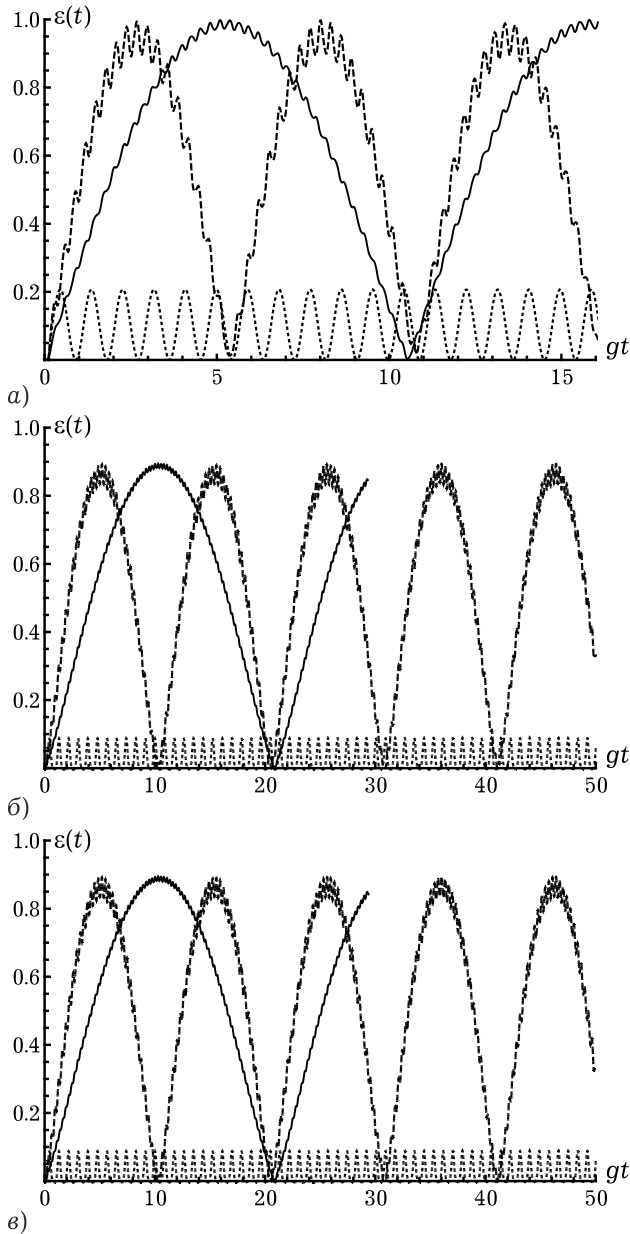


Рис. 2. Временная зависимость параметра перепутывания для начального состояния вида (9) и параметров штарковского сдвига $\beta_1 = \beta_2 = 0$ (точечные линии), $\beta_1 = \beta_2 = 5g$ (штриховые линии) и $\beta_1 = \beta_2 = 10g$ (сплошные линии). Амплитуды поляризованных атомов $\theta_1 = \pi/2$, $\theta_2 = 0$ (а), $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = \pi/4$ (б) и $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$ (в). Разность фаз $\Delta\varphi = 0$

тывания атомов достигает максимального значения. Таким образом динамических штарковский сдвиг энергетических уровней может использоваться для того, чтобы эффективно управлять и контролировать перепутывание двух первоначально распутанных кубитов. Сам же штарковский сдвиг уровней, как отмечалось уже выше, можно легко контролировать, изменяя величину расстройки между удвоенной частотой резонаторной моды и частотой атомного перехода.

Рассмотрим также динамику параметра перепутывания для других начальных чисел фото-

нов в резонаторной моде. В случае одного и двух начальных фотонов в моде начальные состояния системы можно представить в виде

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi_{A1}(0)\rangle |\Psi_{A2}(0)\rangle |1\rangle \quad (9)$$

и

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi_{A1}(0)\rangle |\Psi_{A2}(0)\rangle |2\rangle. \quad (10)$$

Временные волновые функции, соответствующие начальным состояниям (9) и (10) можно представить в виде

$$|\Psi(t)\rangle = X_1 |+, +; 1\rangle + X_2 |+, -; 1\rangle + X_3 |-, +; 1\rangle + X_4 |-, -; 1\rangle + X_5 |+, -; 3\rangle + X_6 |-, +; 3\rangle + X_7 |-, -; 3\rangle + X_8 |-, -; 5\rangle \quad (11)$$

и

$$|\Psi(t)\rangle = X_1 |+, +; 2\rangle + X_2 |+, -; 2\rangle + X_3 |-, +; 2\rangle + X_4 |-, -; 2\rangle + X_5 |+, -; 4\rangle + X_6 |-, +; 4\rangle + X_7 |-, -; 4\rangle + X_8 |-, -; 6\rangle + X_9 |+, +; 0\rangle + X_{10} |+, -; 0\rangle + X_{11} |-, +; 0\rangle \quad (12)$$

соответственно.

Компьютерное моделирование временной зависимости параметра перепутывания (6) для состояний, описываемых волновыми функциями (11) и (12) было проведено на основе схемы, описанной в предыдущем разделе. Результаты численных расчетов параметра перепутывания (6) для начальных состояний (9) и (10) в случае различных значений амплитуд поляризованных атомов θ_1 и θ_2 и параметров штарковского сдвига β_2 и β_1 представлены на рис. 2 и 3 соответственно. Хорошо видно из сравнения рис. 1–3, что степень атомной когерентности оказывает существенное влияние на характер эволюции атомного перепутывания. При этом, как и для вакуумного состояния поля, для начальных состояний (9) и (10) наличие штарковского сдвига приводит к существенному увеличению перепутывания атомов. Таким образом, вывод о возможности использования штарковского сдвига для контроля за степенью перепутывания атомов остается верным и для других когерентных непереputанных состояний рассматриваемой системы.

В заключение отметим, что в настоящей работе мы исследовали временную динамику перепутывания двух двухуровневых атомов, взаимодействующих с квантовым электромагнитным полем посредством вырожденных двухфотонных переходов, с учетом штарковского сдвига энергетических уровней атомов. При этом рассмотрена ситуация, когда атомы приготовлены в

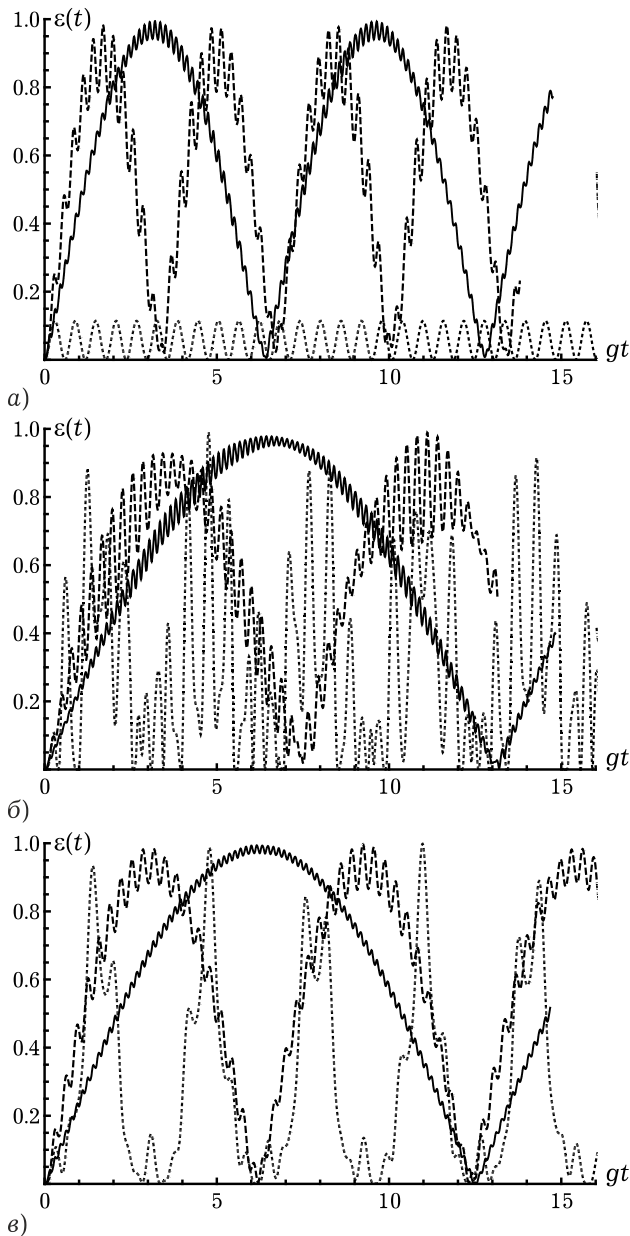


Рис. 3. Временная зависимость параметра перепутывания для начального состояния вида (10) и параметров штарковского сдвига $\beta_1 = \beta_2 = 0$ (точечные линии), $\beta_1 = \beta_2 = 5g$ (штриховые линии) и $\beta_1 = \beta_2 = 10g$ (сплошные линии). Амплитуды поляризованных атомов $\theta_1 = \pi/2$, $\theta_2 = 0$ (а), $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = \pi/4$ (б) и $\theta_1 = \pi/4$, $\theta_2 = -\pi/4$ (в). Разность фаз $\Delta\varphi = 0$

начальный момент времени в неперепутанных когерентных состояниях, а поле – в фоковских состояниях: без фотонов, с одним и двумя фотонами. Между атомами отсутствует прямое взаимодействие. Полученные нами результаты показывают, что динамика атомной перепутанности может эффективно контролироваться с помощью штарковского сдвига и степени атомной когерентности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ.

Список литературы

- Schumacker D., Westmorelan M.D. Quantum Processes, Systems, and Information. N.Y.: Cambridge University Press, 2010. 482 p.
- Ghosh B., Majumdar A.S., Nayak N. Control of atomic entanglement by the dynamic Stark effect // J. Phys. B. V. 41. № 6. P. 065503.
- Abdel-Aty M., Moya-Cessa H. Sudden death and long-lived entanglement of two trapped ions // Phys. Lett. 2007. V. A369. P. 372–376.
- Effect of the Stark shift on entanglement in a double two-photon JC model / Y.-H. Hu [et al.] // J. Mod. Opt. 2008. V. 55. № 21. P. 3551–3562.
- Hu Y.-H., Fang M.-F. Control of entanglement between two atoms by the Stark shift // Chin. Phys. 2010. V. B19. № 7. P. 070302.
- Башкиров Е.К., Никифорова Ю.А. Влияние штарковского сдвига на перепутывание двух атомов с вырожденными двухфотонными переходами // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2012. № 6 (97). С. 174–178.
- Zhang J.-S., Chen A.-X., Wu K.-H. Influence of the Stark shift on entanglement sudden death and birth in cavity QED // Chin. Phys. Lett. 2011. V. 28. № 1. P. 010301.
- Wu K.-H., Huang Q.-F., Zhang X.-Q. Three-atom entanglement sudden death and birth in cavity QED with the influence of the stark shift // Adv. Mat. Res. 2013. V. 662. P. 537–542.
- Wootters W.K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. № 10. P. 2245–2248.
- Peres A. Separability criterion for density matrices // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. № 8. P. 1413–1415.
- Horodecki R., Horodecki M., Horodecki P. Separability of mixed states: Necessary and sufficient conditions // Phys. Lett. 1996. V. A223. P. 333–339.
- Bashkirov E.K., Stupantskaya M.P. The entanglement of two dipole-dipole coupled atoms induced by nondegenerate two-mode thermal noise // Laser Phys. 2009. V. 19. P. 525–530.
- Башкиров Е.К., Ступацкая М.П. Перепутывание двух атомов, взаимодействующих с тепловым электромагнитным полем // Компьютерная оптика. 2011. Т. 35. № 2. С. 243–249.
- Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Влияние диполь-дипольного взаимодействия на динамику перепутанных сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с тепловым полем // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2013. Т. 16. № 2. С. 19–24.
- Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Перепутывание двух сверхпроводящих кубитов, взаимодействующих с двухмодовым тепловым полем // Компьютерная оптика. 2013. Т. 37. № 3. С. 278–285.

16. Bashkirov E.K., Mastuygin M.S. The dynamics of entanglement in two-atom Tavis-Cummings model with non-degenerate two-photon transitions for four-qubits initial atom-field entangled states // *Opt. Commun.* 2014. V. 313. P. 170-174.
17. Bashkirov E.K., Mastuygin M.S. Entanglement of two flux qubits interacting with thermal field // *Proc. SPIE.* 2014. V. 9031. P. 903110 (1-8).
18. Bashkirov E.K., Mastuygin M.S. Dynamics of atomic entanglement induced by field // *Proc. SPIE.* 2014. V. 9031. P. 903111 (1-10).
19. Башкиров Е.К., Мастюгин М.С. Влияние диполь-дипольного взаимодействия и атомной когерентности на перепутывание двух атомов с вырожденными двухфотонными переходами // *Опт. спектроск.* 2014. Т. 116. № 4. С. 160-165.
20. Boone A.W., Swain S. Effective Hamiltonians and the two-photon laser // *Quantum Opt.* 1989. V. 1. P. 27-47.
21. Boone A.W., Swain S. Theory of the degenerate two-photon laser // *Phys. Rev.* 1990. V. A41. P. 343-351.
22. Bashkirov E.K. Entanglement in degenerate two-photon Tavis-Cummings model // *Physica Scripta.* 2010. V. 82. P. 015401.
23. Bashkirov E.K., Rusakova M.S. Entanglement for two-atom Tavis-Cummings model with degenerate two-photon transitions in the presence of the Stark shift // *Optik.* 2012. V. 123. P. 1694-1699.

The influence of atomic coherence on entanglement of atoms with two-photon transitions taking into account the dynamical Stark shift

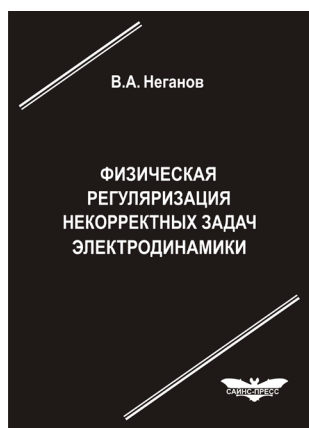
E.K. Bashkirov, M.S. Mastuygin

In this paper we investigated the entanglement dynamics of two atoms interacting with mode of quantum electromagnetic field via degenerate two-photon transitions taking into account the Stark shift. We considered the initial coherent disentangled atomic states and field Fock states. We shown the possibility of the control of degree of atomic entanglement due to the Stark shift and the atomic coherence.

Keywords: atomic entanglement, atomic coherence, two-photon transitions, the Stark shift of the levels.

Неганов, В.А.

Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики: линии передачи, антенны, дифракция электромагнитных волн / В.А. Неганов. – М.: «САЙНС-ПРЕСС», 2008. – 432 с., 122 ил.



ISBN 978-5-88070-161-2

УДК 537.87

ББК 32.84

Н 41

Изложены основы физической регуляризации некорректных задач электродинамики, связанной с особенностями физических и математических моделей задач (физические допущения, некорректные математические выкладки, отсутствие предельного перехода). Подход, по мнению автора, обладает большими возможностями, чем метод регуляризации Тихонова А.Н. интегральных уравнений Фредгольма первого рода, названный в книге методом математической регуляризации. Метод физической регуляризации (МФР) применен к анализу волноведущих и излучающих структур, а также задачам дифракции электромагнитных волн на некоторых телах. МФР позволил впервые корректно осуществить анализ полей в ближних зонах некоторых антенн, устранить несамосогласованное приближение Кирхгофа в задачах дифракции, установить связь поверхностной плотности тока проводимости с напряженностями электрического и магнитного полей для диполя Герца и т. п.

Для специалистов в области радиотехники и радиофизики СВЧ, электромагнитной совместимости РТС, математической теории дифракции и математического моделирования электродинамических структур самого широкого назначения. Может быть полезна преподавателям вузов, докторантам, аспирантам и студентам старших курсов соответствующих специальностей.