

## Применение фрактального метода расчета по клеточной размерности к выявлению риска возникновения повторного инфаркта миокарда путем анализа скатерограмм пациентов

О.И. Антипов<sup>1</sup>, П.А. Лебедев<sup>2</sup>, А.А. Матюшкина<sup>1</sup>, В.А. Неганов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики  
443010, Российская Федерация, г. Самара  
ул. Л. Толстого, 23

<sup>2</sup> Самарский государственный медицинский университет  
443099, Российская Федерация, г. Самара  
ул. Чапаевская, 89

В работе рассматривается применение расчета фрактальной размерности Минковского к скатерограммам, построенным на основе пульсограмм. Показаны особенности применения фрактальной методики к кратковременным пульсограммам, общей длительностью не более пяти минут. В работе исследовались фрактальные размерности двух групп больных: с инфарктом миокарда и с повторным инфарктом миокарда. Показана статистическая зависимость между фрактальными размерностями скатерограмм у пациентов с повторным инфарктом миокарда.

*Ключевые слова:* временной ряд, скатерограмма, фрактальный анализ, фрактальная размерность.

### Введение

Одним из современных методов оценки взаимосвязи сердца и нервной системы является оценка вариабельности сердечного ритма (ВСР) [1]. Вариабельность сердечного ритма – совокупность всех ее свойств, от переменности мгновенного периода сердечных сокращений до ее причин, обусловленных и определяемых нелинейностью симпатической, парасимпатической и гуморальной регуляции, их разветвленными связями между собой, а также реакциями на ментальный, физический и иные виды стресса. Вариабельность сердечного ритма представляет собой наиболее удобный показатель, благодаря которому можно оценить эффективность взаимодействия сердечно-сосудистой и других систем организма. Данный анализ становится популярным благодаря своей простоте, так как является не инвазивным. Это обследование начинают активно использовать в функциональной диагностике, так как показатель вариабельности сердечного ритма позволяет дать общую оценку о состоянии пациента, так как отражают жизненно важные показатели управления физиологическими функциями организма, к ним относят функциональные резервы механизмов его управления и вегетативный баланс.

Анализ вариабельности сердечного ритма позволяет оценивать общее состояние человека, выявлять адаптационные возможности организма, анализировать психоэмоциональное состояние. Вариабельность сердечного ритма может использоваться в терапевтической практике, также представляет интерес и для спортивной медицины [2].

Исследование ВСР основано на измерении (временных) интервалах между  $R$ -зубцами ( $R$ - $R$  интервалов, кардиоинтервалов) электрокардиограммы (ЭКГ) и построении на их основе ритмограммы с последующим ее анализом различными методами.

### 1. Клинические методы анализа ВСР

Ритмограмма – график зависимости продолжительности  $R$ - $R$  интервала от времени. Колебания ритмограммы – это следствие влияния на сердце систем регуляции [1; 2].

На ритмограмме каждая вертикальная линия показывает (временную) продолжительность соответствующего  $R$ - $R$  интервала (кардиоинтервала). Продолжительность кардиоинтервалов от цикла к циклу изменяется (варьируется). Характер этих поцикловых изменений продолжительности  $R$ - $R$  интервалов полностью определяется

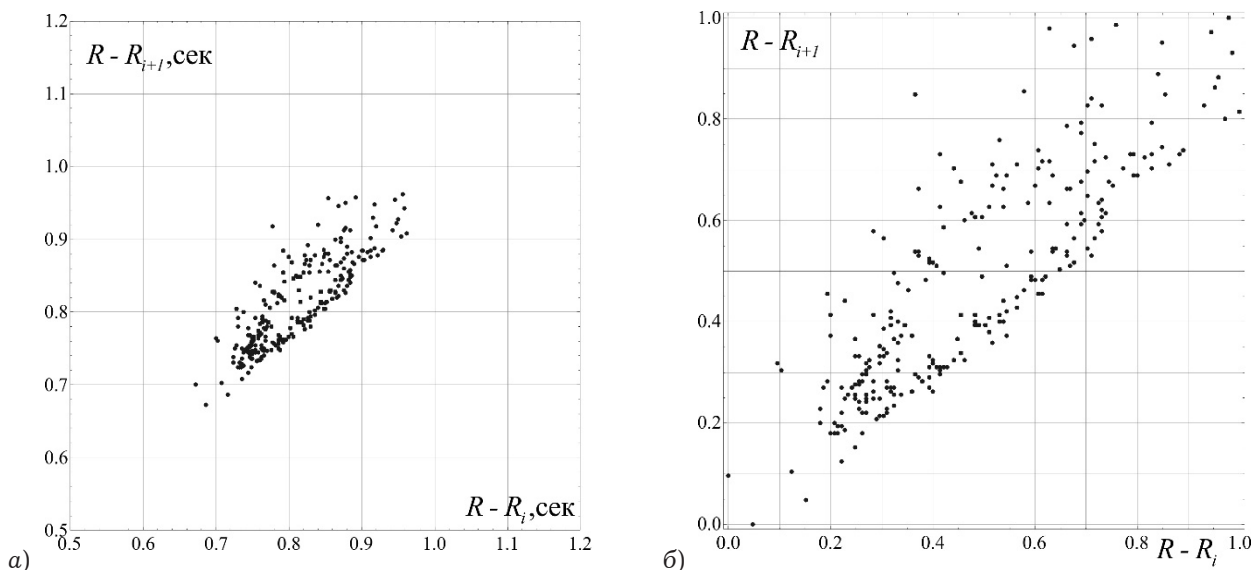


Рис. 1. Скатерограмма пятиминутной записи пациента без ПИМ, восстановленная по пятиминутной пульсограмме (а) и ее вид после нормировки (б)

состоянием регуляции, а значит и отражает ее. По ритмограмме строится скатерограмма.

Скатерограмма – это графическое отображение распределения кардиоинтервалов (предыдущего и последующего) в двухмерной координатной плоскости. При этом по оси абсцисс откладывается величина  $R_i$ , а по оси ординат – величина  $R_{i+1}$ . График и область точек, полученных таким образом называется корреляционной ритмограммой, или скатерограммой, и по своей сути топографически эквивалентны пятнам Пуанкаре или Лоренца. В современной клинической практике для анализа скатерограмм чаще всего применяют визуальный анализ. Для этого на ритмограмме выделяют «облако» – эллипс, которое соответствует стандартному отклонению всех  $R$ - $R$  интервалов. Благодаря данному методу можно оценить активность симпатической вегетативной нервной системы по отношению к сердцу. У здорового человека на скатерограмме эллипс будет вытянут вдоль биссектрисы. Однако, в данной работе, для скатерограмм предлагается рассчитывать размерность Минковского как для обычных сечений Пуанкаре, поскольку сама скатерограмма по смыслу напоминает сечение Пуанкаре (это проекция некоторой площадки в фазовом пространстве на себя (или на другую площадку) вдоль траекторий (фазовых кривых) системы [3; 4]), то мы можем применить фрактальные методы для расчета фрактальной размерности поклеточным методом и применяется в диагностических целях [5]. В этом случае оценка ВСР будет относиться к методам нелинейного анализа [6–8], которые с успехом

применялись для решения прикладных задач как в области экономики [9–10], так и при решении различных клинических задач.

## 2. Фрактальный метод расчета размерности Минковского

Рассмотрим скатерограмму, как некоторое множество, представляющее собой  $D$ -мерную геометрическую структуру и ее стороны итеративно делятся на  $N$  равных частей [3]. На следующей итерации, будем делить каждую полученную на предыдущей итерации часть так же на  $N$  частей. Каждый уровень будет состоять из  $N^D$  частей предыдущего уровня. Обозначим следующим образом количество полученных частей  $M = N^D$ .

Выполним следующее преобразование для вычисления формулы для значения фрактальной размерности  $D$  [3; 4]:

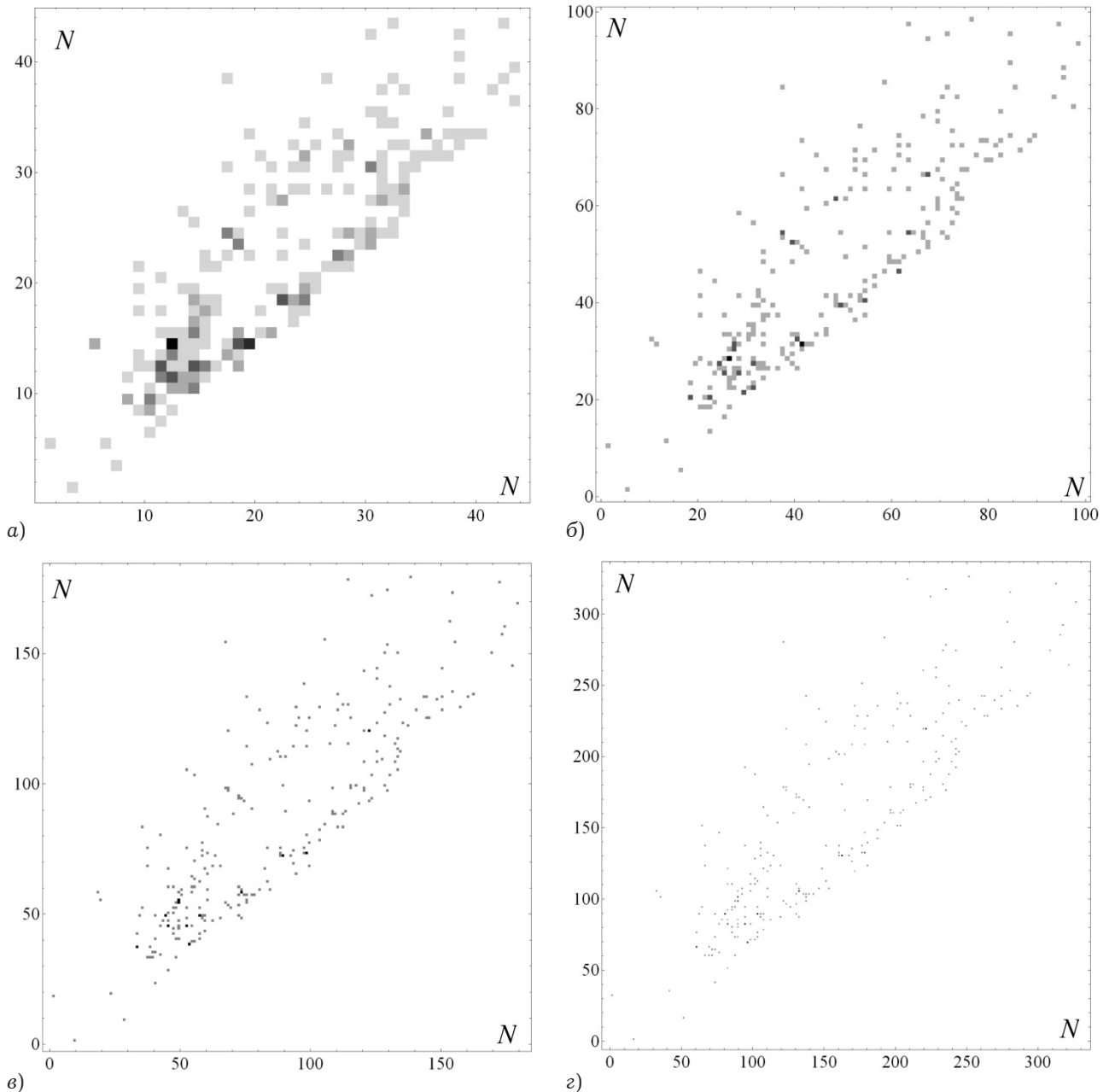
$$N = N^D \Rightarrow \log M = \log N^D \Rightarrow D = \frac{\log M}{\log N}.$$

Размерность Минковского – это один из способов задания фрактальной размерности ограниченного множества в метрическом пространстве, которая определяется следующим образом:

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log M(\varepsilon)}{\log \frac{1}{\varepsilon}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log M(\varepsilon)}{-\log \varepsilon},$$

где  $M(\varepsilon)$  – минимальное число множеств диаметра  $\varepsilon$ , которыми можно покрыть исходное множество [4].

Если предел не существует, то рассматривают верхний и нижний пределы и говорят со-



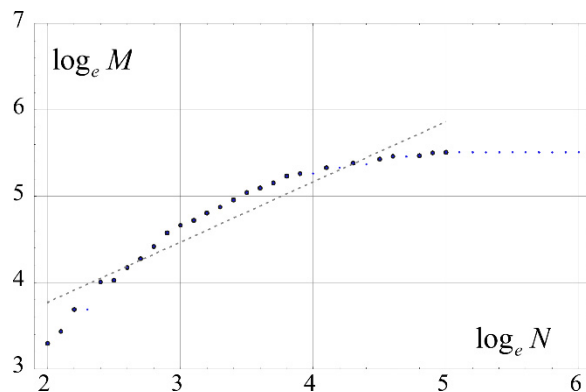
**Рис. 2.** Изображения клеточных покрытий скатерограммы из рис. 1, б. Темными показаны клетки, куда хотя бы раз попадает точка скатерограммы. Чем больше точек попадает в клетку, тем она темнее. Данные изображения представлены для покрытия сеткой из клеток размерами  $N \times N$  для следующих значений  $N$ : а) 44; б) 99; в) 181; г) 330

ответственно о верхней и нижней размерности Минковского. Верхняя и нижняя размерности Минковского тесно связаны с размерностью Хаусдорфа, интуитивно это легко уловить по способу задания размерности. Обычно упомянутые три размерности совпадают, и только в очень специфичных случаях имеет смысл их различать, но это не наши случаи.

Размерность Минковского имеет также другое название – *box-counting dimension*, из-за альтернативного способа ее определения, которое связано со способом вычисления данной размерности. При ее вычислении исследуемое мно-

жество покрывается ячейками (*box*) одинакового размера  $\delta$  и рассматривается число элементов покрытия  $M(\delta)$ , при этом  $\delta$  рассматривается на разных масштабах. Таким образом, основной идеей введения этого класса размерностей является понятие «измерения по шкале  $\delta$ »: для каждого  $\delta$  мы измеряем объект таким образом, что игнорируем неравномерность объектов размером менее  $\delta$  и рассматриваем эти измерения при  $\delta$  стремящемся к 0 [4].

На рис. 1, а представлена скатерограмма пятиминутной записи пациента без повторного инфаркта миокарда (ПИМ), восстановленная по



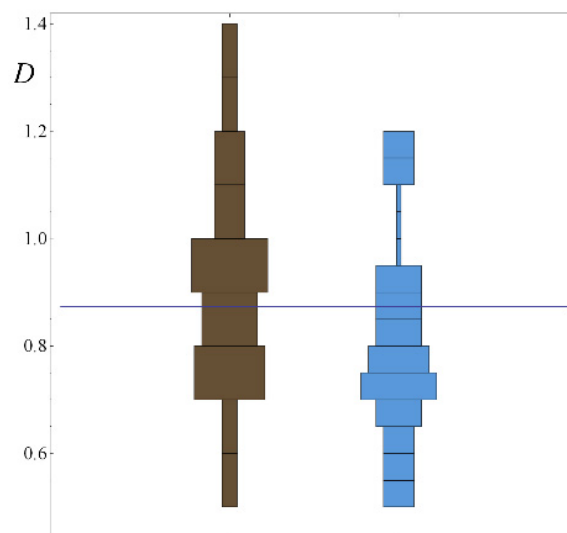
**Рис. 3.** Зависимость  $M$  от  $N$  в двойном логарифмическом по основанию  $e$ . Малыми точками отмечены зависимости, которые отличаются от предыдущих значений менее, чем на 0.01 %. По основным значениям, отмеченным крупными точками построена прямая аппроксимацией методом наименьших квадратов. Коэффициент наклона этой прямой – значение искомой клеточной размерности

пятиминутной пульсограмме. По осям отложены длительности между ударами сердца ( $R$ - $R$  интервалов) в секундах. На рис. 1, б представлена также скатерограмма, только она нормированная таким образом, чтобы она вписалась в единичный квадрат. Нормировка производилась по следующей формуле:

$$X_i^{\text{норм}} = \frac{X_i - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}}$$

На рис. 2 представлены клетки покрытия скатерограммы, в которое попали точки скатерограммы. Чем темнее клетка, тем больше внутри нее попадений точек скатерограммы. Подобные рисунки представлены на рис. 2 для площадей покрытия, состоящих из: а)  $44 \times 44$ , б)  $99 \times 99$ , в)  $181 \times 181$ , г)  $330 \times 330$ . На разных временных масштабах строилась зависимость количества клеток, содержащих точки скатерограммы, от количества клеток по каждой из осей в двойном логарифмическом масштабе.

На рис. 3 представлен результат, где имеется зависимость в двойном логарифмическом масштабе относительно основания  $e$ . После анализа всех скатерограмм стало понятно, что с увеличением числа клеток по осям имеется насыщение величины количества клеток покрытия. Поэтому точки после насыщения далее в расчетах не участвовали. Появление насыщения объясняется наличием разрешения клеточного покрытия, при котором в каждый квадрат покрытия попадает только одна точка скатерограммы. По оставшимся точкам строится аппроксимирующая прямая по методу наименьших квадратов. Наклон этой кривой соответствует фрактальной клеточной размерности.



**Рис. 4.** Статистическое графическое представление результатов двух групп пациентов: а) с ПИМ; б) без ПИМ

На рис. 4 показаны результаты обследования двух групп пациентов. Первая группа – пациенты без ПИМ, вторая группа – с ПИМ. Для первой группы были сняты с ритмограммы с 46 добровольцев без ПИМ в возрасте от 29 до 60 лет, а для второй группы было выбрано 20 добровольцев с ПИМ.

Применение метода расчета клеточной фрактальной размерности показало, что имеются различия в скатерограммах, позволяющие дифференцировать эти группы пациентов с вероятностью 65 %. Левый столбик соответствует больным пациентам, а правый здоровым.

## Заключение

В результате работы предложен алгоритм применения метода расчета размерности Минковского применительно к скатерограммам. В результате экспериментальной проверки было установлено, что с помощью предлагаемого алгоритма можно с вероятностью 65 % предположить риск возникновения ПИМ у больных с ИМ путем анализа пятиминутного участка ритмограммы сердечной деятельности. При этом производится построение скатерограммы с ее последующей нормировкой. Сами ритмограммы могут быть получены как путем обработки как ЭКГ так и пульсограмм.

## Список литературы

1. Баевский Р.М., Иванов Г.Г. Вариабельность сердечного ритма: теоретические аспекты и возможности клинического применения // Ультразвуковая и функциональная диагностика. 2001. № 3. С. 108–127.

2. Вертышев А. Анализ записи R-R интервалов // Лыжный спорт. 2010. № 48. С. 32–40.
3. Шустер Г. Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988. 253 с.
4. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. М.: Постмаркет, 1999. 350 с.
5. Матюшкина А.А., Антипов О.И. Примененность методов нелинейной динамики вычисления поклеточных фрактальных размерностей к анализу скаттерограмм // В материалах XV Международной научно-технической конференции «Проблемы техники и технологии телекоммуникаций ПТиТТ-2014». Т. 3. Казань, 18–21 ноября 2014. С. 389.
6. Антипов О.И., Неганов В.А., Панферова Т.А. Нелинейная динамика и хаотические явления в нематическом жидком кристалле // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2006. Т. 9. № 4. С. 76–87.
7. Антипов О.И., Неганов В.А. Влияние учета активных потерь на детерминированный хаос в импульсном стабилизаторе напряжения инвертирующего типа // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2007. Т. 10. № 4. С. 48–55.
8. Антипов О.И., Неганов В.А. Исследование динамического хаоса в импульсном стабилизаторе напряжения инвертирующего типа с учетом влияния активных потерь с помощью мер фрактального исчисления // Нелинейный мир. 2008. Т. 6. № 7. С. 364–377.
9. Фрактальный анализ динамики цен на драгоценные металлы / О.И. Антипов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2011. Т. 14. № 2. С. 110–116.
10. Фрактальный анализ динамики цен на нефть / О.И. Антипов [и др.] // Экономические науки. 2010. № 5(66). С. 260–271.
11. Особенности постуральных нарушений у больных рассеянным склерозом / А.В. Захаров [и др.] // Журнал неврологии и психиатрии им. С.С. Корсакова. 2014. Т. 114. № 2-2. С. 55–58.
12. Антипов О.И., Захаров А.В., Пятин В.Ф. Сравнение возможностей фрактальных методов обработки ЭЭГ для обнаружения изменения в активности головного мозга человека при разной внешней освещенности // Информационные технологии. 2014. № 2 (12). С. 57–63.
13. Антипов О.И., Захаров А.В., Неганов В.А. Сравнение скорости и точности фрактальных методов детерминированного хаоса применительно к распознаванию стадий сна // Бюллетень Восточно-Сибирского научного центра СО РАМН. 2013. № 2-1. С. 9–14.
14. Повышение эффективности обнаружения иррадиационных воздействий от сетчатки глаза путем обработки электроэнцефалограммы методами нелинейной динамики / О.И. Антипов [и др.] // Сборник материалов международной научной конференции «Клиническая и профилактическая медицина: опыт и новые открытия». Москва, 20–22 декабря 2013. Киров: МЦНИП, 2013. 355 с. С. 177–180.
15. Антипов О.И., Захаров А.В., Неганов В.А. Устройство для выявления стадий сна при полисомнографии. Патент № 122271 от 27 ноября 2012 г. (Заявка на патент № 2012100807/14 (001144) от 11 января 2012г.).

---

## Fractal method of calculation whole-cell dimension to identify the risks of recurrent myocardial infarction by analyzing patient's scattergrams

*O.I. Antipov, P.A. Lebedev, A.A. Matyushkina, V.A. Neganov*

In article we use calculation of the Minkowski's fractal dimension for a scattergram that are based on pulsograms. The features of the application of fractal techniques to short pulsograms total duration of no more than five minutes. The paper studied the fractal dimension of the two groups of patients: myocardial infarction and with repeated myocardial infarction. It is shown that the statistical relationship between the fractal dimensions scattergram in patients with recurrent myocardial infarction.

*Keywords:* time series, scattergram, fractal analysis, fractal dimension.

---