

Расчет контактной разности потенциалов плавного $n-n^+$ -перехода

А.С. Арэфьев

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Российская Федерация, г. Самара
ул. Л. Толстого, 23

Получены формулы для приближенного решения обыкновенного дифференциального уравнения с помощью интерполяционного метода произвольного порядка. Проведен расчет распределений напряженности внутреннего электрического поля, а также концентраций электронов проводимости и дырок в плавном $n-n^+$ -переходе. Определена контактная разность потенциалов данной структуры.

Ключевые слова: интерполяционный метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений; внутреннее электрическое поле в неоднородном полупроводнике; контактная разность потенциалов электрического перехода.

1. Постановка задачи

Рассмотрим слой полупроводника, не ограниченный в направлении осей y и z декартовой системы координат. В состоянии равновесия исследование распределения напряженности внутреннего электрического поля и концентраций свободных носителей заряда в такой структуре [1] может быть сведено к решению системы дифференциальных уравнений

$$\frac{d\tilde{E}}{d\tilde{x}} = \frac{1}{\varepsilon} \left[-\tilde{n}_e + \frac{\tilde{n}_i^2}{\tilde{n}_e} + \tilde{N}(\tilde{x}) \right], \quad (1)$$

$$\frac{d\tilde{n}_e}{d\tilde{x}} = -\tilde{n}_e \tilde{E} \quad (2)$$

с граничными условиями

$$\tilde{E}(0) = \tilde{E}(1) = 0. \quad (3)$$

Здесь использованы обозначения

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= q_E E, & \tilde{n}_e &= q_n n_e, & \tilde{n}_i &= q_n n_i, \\ \tilde{N} &= q_n (N_d - N_a), & \tilde{x} &= x/a, \end{aligned}$$

где E – напряженность внутреннего электрического поля; n_e – концентрация электронов проводимости в полупроводнике, содержащем донорную и акцепторную примеси с концентрациями N_d и N_a ; n_i – концентрация свободных носителей заряда одного знака в полупроводнике i -типа; ε – относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника. Нормировочные множители определяются выражениями:

$$q_E = \frac{ea}{kT}, \quad q_n = \frac{ea}{\varepsilon_0} q_E,$$

где e – абсолютное значение заряда электрона; k – постоянная Больцмана; ε_0 – электрическая постоянная; a – толщина слоя полупроводника; T – его абсолютная температура. Предполагается, что поверхностям кристалла соответствуют плоскости $x = 0$ и $x = a$. Формула (1) представляет собой третье уравнение Максвелла. Формула (2) является следствием равновесного состояния полупроводника. Она выражает требование тождественного равенства нулю суммарного тока электронов проводимости, складывающегося из диффузионной и дрейфовой составляющих. Решение краевой задачи (1)–(3) производилось с помощью интерполяционного метода [2].

2. Интерполяционный метод решения обыкновенного дифференциального уравнения

Пусть функция $y(x)$ является решением дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad (a < x < b). \quad (4)$$

Разобьем область его определения на M интервалов (x_m, x_{m+1}) , в общем случае имеющих различную длину, полагая

$$(a = x_0 < x_1 < \dots < x_M = b).$$

Проинтегрировав уравнение (4) на одном из таких отрезков, имеем:

$$y_{m+1} - y_m = \int_{x_m}^{x_{m+1}} f[x, y(x)] dx, \quad (5)$$

$$(m = \overline{0, M-1}),$$

где $y_m = y(x_m)$, $(m = \overline{0, M})$. Представим функцию $f[x, y(x)]$ в виде интерполяционного многочлена степени $n+1$, записанного в форме Лагранжа [3], с узлами в точках $(x_i, y_i^{(n)})$, $(i = \overline{m-n+1, m+1})$

$$f[x, y(x)] \approx \sum_{i=m-n+1}^{m+1} f(x_i, y_i^{(n)}) \prod_{\substack{j=m-n+1 \\ j \neq i}}^{m+1} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}, \quad (6)$$

$$(n = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{n-1, M-1}).$$

Подстановка (6) в (5) дает

$$y_{m+1}^{(n)} = y_m^{(n)} + \sum_{i=m-n+1}^{m+1} f(x_i, y_i^{(n)}) A_{m,i}^{(n)}, \quad (7)$$

$$(n = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{n-1, M-1}),$$

где

$$A_{m,i}^{(n)} = \prod_{\substack{j=m-n+1 \\ j \neq i}}^{m+1} (x_i - x_j)^{-1} \Omega_m^{(n)}(x_{m-n+1},$$

$$x_{m-n+2}, \dots, x_{i-2}, x_{i-1}, x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_{m+1}),$$

$$\Omega_m^{(n)}(z_1, z_2, \dots, z_n) = \int_{x_m}^{x_{m+1}} \prod_{j=1}^n (x - z_j) dx, \quad (8)$$

$$(n = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{n-1, M-1};$$

$$i = \overline{m-n+1, m+1}).$$

Докажем соотношение

$$\prod_{j=1}^n (x - z_j) = x^n - \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i x^{n-i-1} \zeta_{i+1}^{(n)}, \quad (9)$$

$$(n = 1, 2, \dots),$$

где

$$\zeta_{i+1}^{(n)} = \sum_{\substack{j_1, j_2, \dots, j_{i+1}=1 \\ j_1 < j_2 < \dots < j_{i+1}}}^n z_{j_1} \cdot z_{j_2} \cdot \dots \cdot z_{j_{i+1}}, \quad (10)$$

$$(n = 1, 2, \dots; \quad i = \overline{0, n-1})$$

– сумма всевозможных произведений $i+1$ параметров z_j , имеющих различные индексы. В случае предельных значений индекса i формулу (10) можно записать следующим образом:

$$\zeta_1^{(n)} = \sum_{j=1}^n z_j, \quad \zeta_n^{(n)} = \prod_{j=1}^n z_j, \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (11)$$

Воспользуемся методом математической индукции. При $n = 1, 2$ формула (9) превращается в очевидные тождества. Например, для $n = 2$ имеем:

$$\prod_{j=1}^2 (x - z_j) = x^2 - x \sum_{j=1}^2 z_j + \sum_{\substack{j,k=1 \\ j < k}}^2 z_j z_k =$$

$$= x^2 - x(z_1 + z_2) + z_1 z_2.$$

Предположим, равенство (9) справедливо при $n = m$, $(m > 1)$. Найдем произведение:

$$\prod_{j=1}^{m+1} (x - z_j) = (x - z_{m+1}) \prod_{j=1}^m (x - z_j). \quad (12)$$

Заменяя в (9) n на m и подставляя полученное выражение в (12), получаем:

$$\prod_{j=1}^{m+1} (x - z_j) = x^{m+1} - x^m z_{m+1} -$$

$$- \sum_{i=0}^{m-1} (-1)^i x^{m-i} \zeta_{i+1}^{(m)} + \quad (13)$$

$$+ z_{m+1} \sum_{i=0}^{m-1} (-1)^i x^{m-i-1} \zeta_{i+1}^{(m)},$$

$$(m = 2, 3, \dots).$$

С учетом (11) последние два слагаемых в правой части (13) можно представить в виде

$$\sum_{i=0}^{m-1} (-1)^i x^{m-i} \zeta_{i+1}^{(m)} =$$

$$= x^m \sum_{j=1}^m z_j + \sum_{i=1}^{m-1} (-1)^i x^{m-i} \zeta_{i+1}^{(m)} =$$

$$= x^m \sum_{j=1}^m z_j + \sum_{i=0}^{m-2} (-1)^{i+1} x^{m-i-1} \zeta_{i+2}^{(m)},$$

$$z_{m+1} \sum_{i=0}^{m-1} (-1)^i x^{m-i-1} \zeta_{i+1}^{(m)} = \quad (14)$$

$$= z_{m+1} \sum_{i=0}^{m-2} (-1)^i x^{m-i-1} \zeta_{i+1}^{(m)} +$$

$$+ (-1)^{m-1} z_{m+1} \prod_{j=1}^m z_j,$$

$$(m = 2, 3, \dots).$$

Подставляя (14) в (13) и принимая во внимание очевидное тождество

$$\zeta_{i+2}^{(m)} + z_{m+1} \zeta_{i+1}^{(m)} = \zeta_{i+2}^{(m+1)},$$

$$(m = 2, 3, \dots; \quad i = \overline{0, m-2}),$$

находим

$$\prod_{j=1}^{m+1} (x - z_j) = x^{m+1} - x^m \sum_{j=1}^{m+1} z_j +$$

$$+ \sum_{i=0}^{m-2} (-1)^i x^{m-i-1} \zeta_{i+2}^{(m+1)} - (-1)^m \prod_{j=1}^{m+1} z_j,$$

$(m = 2, 3, \dots).$

Используя равенства (11), получаем:

$$\prod_{j=1}^{m+1} (x - z_j) = x^{m+1} - x^m \zeta_1^{(m+1)} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{m-1} (-1)^{i-1} x^{m-i} \zeta_{i+1}^{(m+1)} - (-1)^m \zeta_{m+1}^{(m+1)},$$

$(m = 2, 3, \dots),$

или

$$\prod_{j=1}^{m+1} (x - z_j) = x^{m+1} - \sum_{i=0}^m (-1)^i x^{m-i} \zeta_{i+1}^{(m+1)},$$

$(m = 2, 3, \dots),$

Таким образом, если соотношение (9) выполняется при $n = m$, $(m = 2, 3, \dots)$, то оно оказывается справедливо в случае $n = m + 1$. Доказательство (9) завершено.

Подставляя (9) в (8), имеем:

$$\Omega_m^{(n)}(z_1, z_2, \dots, z_n) = \frac{1}{n+1} (x_{m+1}^{n+1} - x_m^{n+1}) -$$

$$- \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(-1)^i}{n-i} (x_{m+1}^{n-i} - x_m^{n-i}) \zeta_{i+1}^{(n)},$$

$(n = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{n-1, M-1}).$

Приведем выражения для некоторых интегралов $\Omega_m^{(n)}$:

$$\Omega_m^{(1)}(z_1) = \frac{1}{2} (x_{m+1}^2 - x_m^2) - z_1 (x_{m+1} - x_m),$$

$(m = \overline{0, M-1}),$

$$\Omega_m^{(2)}(z_1, z_2) = \frac{1}{3} (x_{m+1}^3 - x_m^3) -$$

$$- \frac{1}{2} (z_1 + z_2) (x_{m+1}^2 - x_m^2) + z_1 z_2 (x_{m+1} - x_m),$$

$(m = \overline{1, M-1}),$

$$\Omega_m^{(3)}(z_1, z_2, z_3) = \frac{1}{4} (x_{m+1}^4 - x_m^4) -$$

$$- \frac{1}{3} (z_1 + z_2 + z_3) (x_{m+1}^3 - x_m^3) +$$

$$+ \frac{1}{2} [z_1(z_2 + z_3) + z_2 z_3] (x_{m+1}^2 - x_m^2) -$$

$$- z_1 z_2 z_3 (x_{m+1} - x_m),$$

$(m = \overline{2, M-1}),$

$$\Omega_m^{(4)}(z_1, z_2, z_3, z_4) = \frac{1}{5} (x_{m+1}^5 - x_m^5) -$$

$$- \frac{1}{4} (z_1 + z_2 + z_3 + z_4) (x_{m+1}^4 - x_m^4) +$$

$$+ \frac{1}{3} [z_1(z_2 + z_3 + z_4) + z_2(z_3 + z_4) + z_3 z_4] \times$$

$$\times (x_{m+1}^3 - x_m^3) -$$

$$- \frac{1}{2} [z_1 z_2 (z_3 + z_4) + (z_1 + z_2) z_3 z_4] \times$$

$$\times (x_{m+1}^2 - x_m^2) + z_1 z_2 z_3 z_4 (x_{m+1} - x_m),$$

$(m = \overline{3, M-1}),$

$$\Omega_m^{(5)}(z_1, z_2, z_3, z_4, z_5) = \frac{1}{6} (x_{m+1}^6 - x_m^6) -$$

$$- \frac{1}{5} (z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5) (x_{m+1}^5 - x_m^5) +$$

$$+ \frac{1}{4} [z_1(z_2 + z_3 + z_4 + z_5) + z_2(z_3 + z_4 + z_5) +$$

$$+ z_3(z_4 + z_5) + z_4 z_5] (x_{m+1}^4 - x_m^4) -$$

$$- \frac{1}{3} \{z_1 [z_2(z_3 + z_4 + z_5) + z_3(z_4 + z_5) + z_4 z_5] +$$

$$+ z_2 [z_3(z_4 + z_5) + z_4 z_5] + z_3 z_4 z_5\} \times$$

$$\times (x_{m+1}^3 - x_m^3) + \frac{1}{2} [z_1 z_2 z_3 (z_4 + z_5) +$$

$$+ z_1 z_2 z_4 z_5 + (z_1 + z_2) z_3 z_4 z_5] (x_{m+1}^2 - x_m^2) -$$

$$- z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 (x_{m+1} - x_m),$$

$(m = \overline{4, M-1}).$

3. Решение краевой задачи с помощью интерполяционного метода

Произведем разбиение области определения уравнений (1), (2):

$$(0 = \tilde{x}_0 < \tilde{x}_1 < \dots < \tilde{x}_M = 1).$$

В Q -м приближении интерполяционного метода формула (7) приводит к системе уравнений относительно значений неизвестных функций в узле \tilde{x}_{m+1} :

$$\tilde{E}_{m+1}^{(Q)} = \tilde{E}_m^{(Q)} + A_{m,m+1}^{(Q)} \frac{1}{\varepsilon} \times$$

$$\times \left[-\tilde{n}_{e,m+1}^{(Q)} + \frac{\tilde{n}_i^2}{\tilde{n}_{e,m+1}^{(Q)}} + \tilde{N}(\tilde{x}_{m+1}) \right] + B_{E,m}^{(Q)},$$

$(Q = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{Q-1, M-1}),$

$$\tilde{n}_{e,m+1}^{(Q)} = \tilde{n}_{e,m}^{(Q)} - A_{m,m+1}^{(Q)} \tilde{n}_{e,m+1}^{(Q)} \tilde{E}_{m+1}^{(Q)} + B_{n,m}^{(Q)},$$

$(Q = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{Q-1, M-1}).$

Здесь использованы обозначения:

$$\tilde{E}_m^{(Q)} = \tilde{E}(\tilde{x}_m), \quad \tilde{n}_{e,m}^{(Q)} = \tilde{n}_e(\tilde{x}_m),$$

$(m = \overline{0, M}),$

$$B_{E,m}^{(Q)} = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=m-Q+1}^m \left[-\tilde{n}_{e,j}^{(Q)} + \frac{\tilde{n}_i^{(Q)2}}{\tilde{n}_{e,j}^{(Q)}} + \tilde{N}(\tilde{x}_j) \right] A_{m,j}^{(Q)},$$

$$B_{n,m}^{(Q)} = - \sum_{j=m-Q+1}^m \tilde{n}_{e,j}^{(Q)} \tilde{E}_j^{(Q)} A_{m,j}^{(Q)},$$

$$(Q = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{Q-1, M-1}).$$

Согласно (16),

$$\tilde{E}_{m+1}^{(Q)} = \frac{\tilde{n}_{e,m}^{(Q)} - \tilde{n}_{e,m+1}^{(Q)} + B_{n,m}^{(Q)}}{A_{m,m+1}^{(Q)} \tilde{n}_{e,m+1}^{(Q)}}, \quad (17)$$

$$(Q = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{Q-1, M-1}).$$

Подстановка (17) в (15) приводит к квадратному уравнению относительно $\tilde{n}_{e,m+1}^{(Q)}$:

$$\left(A_{m,m+1}^{(Q)} \right)^2 \left(\tilde{n}_{e,m+1}^{(Q)} \right)^2 - \beta_m^{(Q)} \tilde{n}_{e,m+1}^{(Q)} + \gamma_m^{(Q)} = 0, \quad (18)$$

$$(Q = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{Q-1, M-1}),$$

где

$$\beta_m^{(Q)} = \varepsilon + A_{m,m+1}^{(Q)} \times \left[\varepsilon \left(\tilde{E}_m^{(Q)} + B_{E,m}^{(Q)} \right) + A_{m,m+1}^{(Q)} \tilde{N}(\tilde{x}_{m+1}) \right],$$

$$\gamma_m^{(Q)} = \varepsilon \left(\tilde{n}_{e,m}^{(Q)} + B_{n,m}^{(Q)} \right) - \left(A_{m,m+1}^{(Q)} \right)^2 \tilde{n}_i^{(Q)2},$$

$$(Q = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{Q-1, M-1}).$$

Корни уравнения (18) определяются равенствами:

$$\tilde{n}_{e,m+1}^{(Q)} = \frac{1}{2 \left(A_{m,m+1}^{(Q)} \right)^2} \times \left[\beta_m^{(Q)} \pm \sqrt{\left(\beta_m^{(Q)} \right)^2 - 4 \left(A_{m,m+1}^{(Q)} \right)^2 \gamma_m^{(Q)}} \right], \quad (19)$$

$$(Q = 1, 2, \dots; \quad m = \overline{Q-1, M-1}).$$

Решение краевой задачи в Q -м приближении интерполяционного метода производилось следующим образом. В соответствии с первым граничным условием (3)

$$\tilde{E}_0^{(Q)} = 0, \quad (Q = 1, 2, \dots).$$

Значение нормированной концентрации электронов проводимости на поверхности полупроводника $\tilde{n}_{e,0}^{(Q)}$ рассматривалось в качестве параметра. Величины $\tilde{n}_{e,m}^{(Q)}$, $\tilde{E}_m^{(Q)}$, ($m = \overline{1, Q-1}$) определялись по формулам (19), (17) для приближений низшего порядка. А именно, полагалось:

$$\tilde{n}_{e,m}^{(Q)} = \tilde{n}_{e,m}^{(m)}, \quad \tilde{E}_m^{(Q)} = \tilde{E}_m^{(m)},$$

$$(m = \overline{1, Q-1}).$$

Значения неизвестных функций в точках \tilde{x}_m , ($m = \overline{Q, M}$) находились из равенств (19), (17), записанных для Q -го приближения. Это дает возможность определить значение нормированной напряженности внутреннего электрического поля на противоположной поверхности полупроводника $\tilde{E}_M^{(Q)} = \tilde{E}(1)$. Причем величина $\tilde{E}_M^{(Q)}$ оказывается функцией параметра $\tilde{n}_{e,0}^{(Q)}$. Значение нормированной концентрации электронов проводимости в точке $\tilde{x} = 0$ является решением уравнения

$$\tilde{E}_M^{(Q)} \left(\tilde{n}_{e,0}^{(Q)} \right) = 0,$$

получаемого из второго граничного условия (3).

Введем в рассмотрение потенциал φ :

$$E = - \frac{d\varphi}{dx}.$$

Контактная разность потенциалов слоя полупроводника

$$\varphi_0 = \varphi(a) - \varphi(0) = - \int_0^a E(x) dx.$$

После нормировки получаем:

$$\tilde{\varphi}_0 = \frac{qE}{a} \varphi_0 = - \int_0^1 \tilde{E}(\tilde{x}) d\tilde{x}. \quad (20)$$

Для вычисления интеграла (20) использовалась формула трапеций [3; 4]:

$$\int_0^1 \tilde{E}(\tilde{x}) d\tilde{x} \approx \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{M-1} \left(\tilde{E}_m^{(Q)} + \tilde{E}_{m+1}^{(Q)} \right) (\tilde{x}_{m+1} - \tilde{x}_m),$$

$$(Q = 1, 2, \dots).$$

Учитывая соотношения

$$\tilde{E}_0^{(Q)} = \tilde{E}_M^{(Q)} = 0, \quad (Q = 1, 2, \dots),$$

следующие из граничных условий (3), находим

$$\int_0^1 \tilde{E}(\tilde{x}) d\tilde{x} \approx \frac{1}{2} \left[\sum_{m=1}^{M-1} \tilde{E}_m^{(Q)} (\tilde{x}_{m+1} - \tilde{x}_m) + \sum_{m=0}^{M-2} \tilde{E}_{m+1}^{(Q)} (\tilde{x}_{m+1} - \tilde{x}_m) \right], \quad (Q = 1, 2, \dots),$$

или

$$\tilde{\varphi}_0^{(Q)} \approx - \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{M-1} \tilde{E}_m^{(Q)} (\tilde{x}_{m+1} - \tilde{x}_{m-1}),$$

$$(Q = 1, 2, \dots).$$

4. Результаты расчетов

При выполнении расчетов числовые значения параметров составляли: толщина слоя полупро-

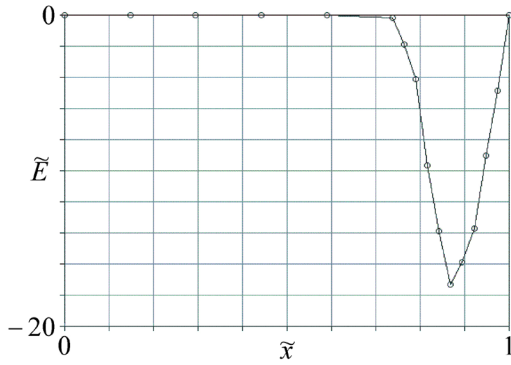


Рис. 1

водника $a = 0,1$ мм, его температура $T = 300$ К, материал полупроводника – кремний (относительная диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 12,5$, концентрация электронов проводимости в полупроводнике i -типа $n_i = 1,45 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$). Предполагалось, что донорная примесь в кристалле распределена по закону

$$N_d(x) = N_0 + N_1 \exp\left[-\left(\frac{a-x}{\xi}\right)^2\right],$$

где $N_0 = 10^{22} \text{ м}^{-3}$; $N_1 = 10^{23} \text{ м}^{-3}$; $\xi = 10$ мкм. (Акцепторная примесь отсутствует.)

Рассматриваемый слой полупроводника условно разделялся на n - и n^+ -области. В качестве границы их раздела выбиралась точка

$$x_0 = a - \xi \sqrt{\ln \frac{1}{\alpha}},$$

в которой концентрация донорной примеси принимает значение

$$N_d(x_0) = N_0 + \alpha N_1,$$

где $\alpha = 10^{-3}$. Интервалы $(0 < \tilde{x} < x_0)$ и $(\tilde{x}_0 < \tilde{x} < 1)$, соответствующие n - и n^+ -областям, равномерно разбивались соответственно на M и $M^{(+)}$ отрезков.

На рис. 1 изображено распределение нормированной напряженности внутреннего электрического поля в n - n^+ -переходе, полученное в приближении $Q = 2$ интерполяционного метода. Здесь количество разбиений n - и n^+ -областей составляет $M = 5$, $M^{(+)} = 10$. Соответствующие координатные зависимости нормированных концентраций электронов проводимости \tilde{n}_e и дырок \tilde{n}_h представлены на рис. 2. Последняя вычислялась по формуле

$$\tilde{n}_h = \tilde{n}_i^2 / \tilde{n}_e.$$

В таблице приведены значения нормированной концентрации электронов проводимости на поверхностях полупроводника $\tilde{n}_e(0)$, $\tilde{n}_e(1)$,

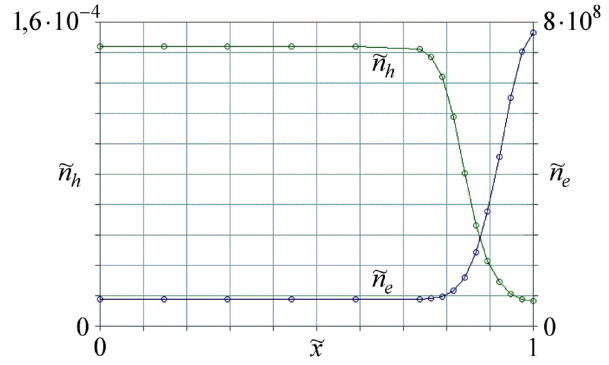


Рис. 2

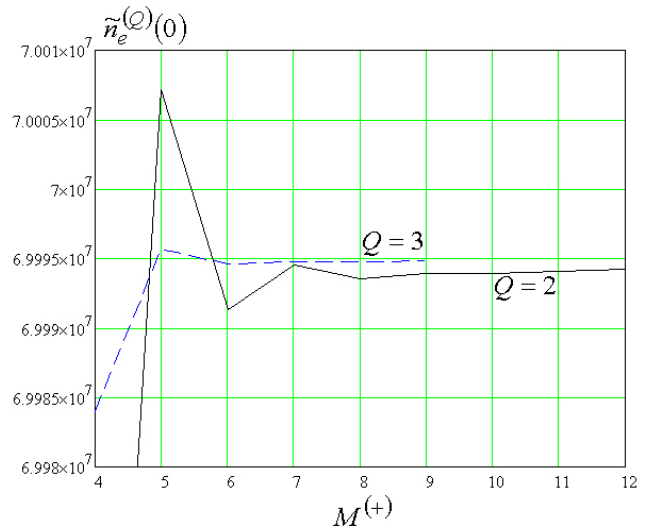


Рис. 3

а также нормированной контактной разности потенциалов n - n^+ -перехода $\tilde{\phi}_0$, полученные в различных приближениях интерполяционного метода. Погрешности определения данных величин рассчитывались по формулам:

$$\Delta \tilde{n}_e^{(Q)}(\tilde{x}) = \left| \tilde{n}_e^{(Q)}(\tilde{x}) - \tilde{n}_e^{(Q-1)}(\tilde{x}) \right|,$$

$$\Delta \tilde{\phi}_0^{(Q)} = \left| \tilde{\phi}_0^{(Q)} - \tilde{\phi}_0^{(Q-1)} \right|, \quad (Q = \overline{2, 5}).$$

С увеличением номера приближения Q от 1 до 5 последовательность приближенных значений нормированной концентрации электронов проводимости на поверхности n -области $\tilde{n}_e^{(Q)}(0)$ проявляет сходимость. Что касается значений данной величины на поверхности n^+ -области $\tilde{n}_e^{(Q)}(1)$, а также нормированной контактной разности потенциалов $\tilde{\phi}_0^{(Q)}$, то для них при $Q > 2$ сходимости не наблюдается.

Рис. 3–5 содержат информацию о сходимости последовательностей приближенных решений при увеличении количества разбиений n^+ -области $M^{(+)}$. Как следует из диаграмм сходимости для величин $\tilde{n}_e^{(Q)}(1)$ и $\tilde{\phi}_0^{(Q)}$ (рис. 4, 5), с увеличением номера приближения Q сходимость ухуд-

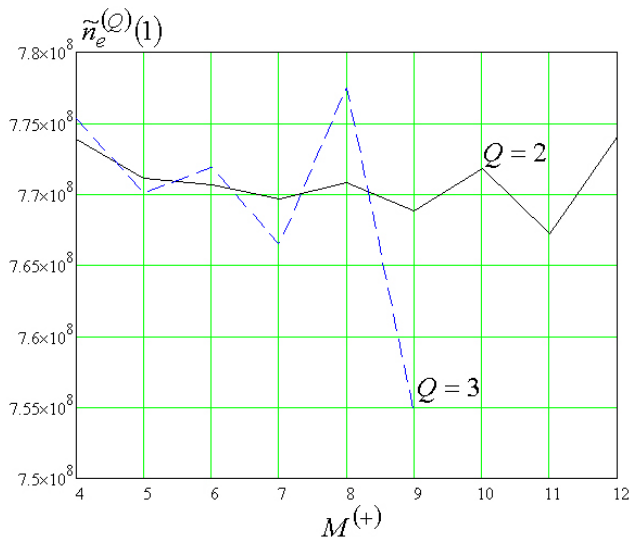


Рис. 4

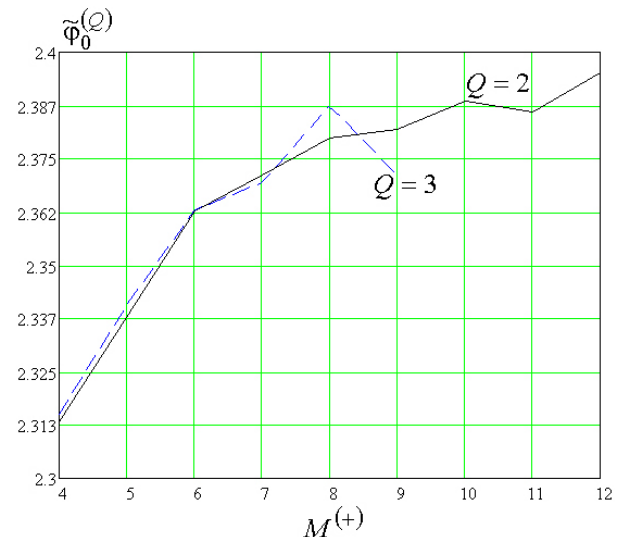


Рис. 5

Таблица

Q	$M = 5, \quad M^{(+)} = 6$					
	$\tilde{n}_e^{(Q)}(0) \cdot 10^{-7}$	$\Delta\tilde{n}_e^{(Q)}(0)$	$\tilde{n}_e^{(Q)}(1) \cdot 10^{-8}$	$\Delta\tilde{n}_e^{(Q)}(1) \cdot 10^{-6}$	$\tilde{\varphi}_0^{(Q)}$	$\Delta\tilde{\varphi}_0^{(Q)} \cdot 10^4$
1	6,9970630		7,6997		2,32721	
2	6,9991343	20713	7,70646	0,68	2,36269	354,8
3	6,9994626	3283	7,7186	1,21	2,36299	3,0
4	6,9995011	385	7,7480	2,94	2,36414	11,5
5	6,9995121	110	7,7936	4,56	2,37114	70,0

шается. Увеличение параметра $M^{(+)}$ производилось до тех пор, пока на распределении напряженности электрического поля в n^+ -области не появлялись дополнительные экстремумы, свидетельствующие об искажении приближенного решения краевой задачи.

Контактная разность потенциалов рассматриваемого $n-n^+$ -перехода (табл., рис. 5) составляет $\tilde{\varphi}_0 = 2, 4$, или $\varphi_0 = 62$ мВ.

Список литературы

1. Арефьев А.С. Решение краевой задачи для равновесного плавного $n-n^+$ -перехода с помощью интерполяционного метода // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17. № 4. С. 70–74.
2. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 2. М.: ГИФМЛ, 1962. 638 с.
3. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: ГИФМЛ, 1962. 464 с.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970. 720 с.

Computation of a contact potentials difference of a smooth $n-n^+$ -transition

A.S. Aref'ev

Formulae for an approximate solution of an ordinary differential equation by means of an interpolational method of arbitrary order are obtained. A computation of an interior electric field strength and conductivity electrons and holes concentrations distributions in a smooth $n-n^+$ -transition is carried out. A contact potentials difference of this structure is evaluated.

Keywords: interpolational method of an ordinary differential equation solution; interior electric field in a non-homogeneous semiconductor; contact potentials difference of an electric transition.