

Применение тонкопроволочных интегральных представлений электромагнитного поля к электродинамическому анализу вибраторных антенн с большим поперечным сечением

Д.П. Табаков, С.В. Морозов, В.А. Неганов

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Российская Федерация, г. Самара
ул. Л. Толстого, 23

В статье рассмотрен вопрос о построении математических моделей вибраторных антенн с большим поперечным сечением на основе тонкопроволочных интегральных представлений электромагнитного поля. Получена математическая модель тонкопроволочного вибратора, эквивалентная модели трубчатого вибратора. Показано, что учет поворотной симметрии структуры в тонкопроволочных интегральных представлениях электромагнитного поля при решении внутренней электродинамической задачи приводит к интегральному уравнению Фредгольма первого рода, а не к сингулярному интегральному уравнению, что имеет место при использовании трубчатой модели. Приведены результаты расчета распределений токов на тонких проводниках, образующих вибратор, а также зависимость их входного сопротивления от электрической длины вибратора.

Ключевые слова: широкополосный электрический вибратор, тонкопроволочное приближение, интегральное уравнение Фредгольма первого рода, некорректная задача, симметрия поворота, уравнение Поклингтона, уравнение Халлена, интегральное представление электромагнитного поля.

Введение

Наиболее простым способом точного расчета электродинамических характеристик (распределений тока, входного сопротивления, диаграмм направленности) вибраторных антенн является использование их математических моделей, полученных в тонкопроволочном приближении, приводящем к необходимости решения интегральных уравнений (ИУ) типа Поклингтона [1] и Халлена [2]. Решение указанных ИУ представляет собой некорректную математическую задачу [3; 4]. Устойчивый и физически корректный результат здесь достигается при достаточно жестком ограничении, накладываемом на поперечное сечение вибратора [5]. Данное ограничение не позволяет непосредственно использовать уравнения Поклингтона и Халлена для электродинамического анализа широкополосных вибраторов, принципиально обладающих большим поперечным сечением.

В [6] рассмотрена трубчатая модель электрического вибратора, решение внутренней электродинамической задачи для которого приводит к сингулярному интегральному уравнению. В рамках данной модели игнорируются торцевые токи, а также поперечные токи на трубке.

Последнее условие выполняется точно при азимутально-независимом возбуждении антенны. Основным достоинством данной модели является физическая корректность и, как следствие, устойчивый результат решения внутренней задачи при любом поперечном сечении вибратора. К недостаткам модели можно отнести большой объем вычислений в сравнении с тонкопроволочными моделями, а также резкое усложнение математической модели антенны при учете поперечных и торцевых токов.

В настоящей статье показано, что на основе интегральных представлений электромагнитного поля (ИП ЭМП) тонкопроволочной структуры (ТПС) [7] можно достаточно просто строить математические модели вибраторных антенн с большим поперечным сечением, используя при этом совокупность тонких проводников, в результате чего получаются модели сеточного типа. Для достаточно малых расстояний между проводниками такие модели эквивалентны моделям со сплошными поверхностями, простейшим примером которых является трубчатый вибратор. При этом в ядрах систем ИУ не возникает особенностей логарифмического и гиперсингулярного типа, что упрощает численное моделирование. Также в подобных моделях гораздо

проще учесть поперечные токи, а в случае наличия у излучающей структуры различных типов симметрий их электродинамический анализ существенно упрощается.

В качестве примера в данной статье рассмотрен широкополосный вибратор, образованный тонкими проводниками, расположенными на воображаемой цилиндрической поверхности. Для данной структуры вычислены распределения токов вдоль проводников, а также зависимость их входного сопротивления от электрической длины вибратора. При малом расстоянии между проводниками данная модель эквивалентна трубчатой структуре, рассмотренной в [6].

1. ИП ЭМП совокупности тонкопроволочных проводников

ЭМП совокупности N ТПС L_1, L_2, \dots, L_N , произвольно расположенных в свободном пространстве, с учетом принципа суперпозиции описывается выражением [7]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \int_{L_j} I_j(l') \mathbf{K}_\zeta^F(\mathbf{r}, \mathbf{r}'_j) dl', \quad F \equiv E, H, \quad (1)$$

которое представляет собой ИП ЭМП от совокупности токов $I_j(l)$, протекающих по образующим L_j ТПС. Здесь j – индекс ТПС; l – натуральный (естественный) параметр на образующей;

$$\mathbf{K}_\zeta^E = \frac{W_c}{ik} \left[\hat{\mathbf{l}}_j k^2 G(R_\zeta) + \frac{\partial}{\partial l'} (\mathbf{d}_j B(R_\zeta)) \right],$$

$$\mathbf{K}_\zeta^H = (\mathbf{d}_j \times \hat{\mathbf{l}}_j) B(R_\zeta)$$

– ядра интегрального представления, W_c – волновое сопротивление среды, k – ее волновое число,

$$\mathbf{d}_j = \mathbf{r} - \mathbf{r}'_j$$

– вектор, проведенный из определяющей радиус-вектором \mathbf{r}'_j точки источника, находящейся на ТПС L_j , в точку наблюдения, определяющуюся радиус-вектором \mathbf{r} ,

$$B(R) = -\frac{ikR + 1}{R^2} G(R), \quad G(R) = \frac{\exp(-ikR)}{4\pi R}$$

– волновые функции, $G(R)$ имеет смысл функции Грина свободного пространства,

$$R_\zeta = \sqrt{|\mathbf{d}_j|^2 + \zeta^2}$$

– регуляризованное расстояние между точкой источника и точкой наблюдения (в качестве параметра регуляризации выступает радиус ζ ТПС); $\hat{\mathbf{l}}_j$ – единичный вектор касательной, определенный в точке l' на образующей L_j . При записи (1) предполагалось, что радиус всех ТПС равен ζ .

2. Система ИУ для ТПС с поворотной симметрией

Рассмотрим случай, когда структура обладает поворотной симметрией. Параметрическое уравнение образующей L основной ТПС системы запишем в следующем виде:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}(l') = x' \hat{\mathbf{x}} + y' \hat{\mathbf{y}} + z' \hat{\mathbf{z}}, \quad l' \in [l_b, l_e], \quad (2)$$

где $u' = u(l')$ – гладкие функции натурального параметра l' , $u \equiv x, y, z$; l_b – координата начала ТПС; l_e – координата ее конца. С учетом данного выражения параметрические уравнения образующих L_j проводников можно записать как:

$$\mathbf{r}'_j = \mathbf{r}_j(l') = \hat{\mathbf{R}}(\alpha_j) \mathbf{r}', \quad l' \in [l_b, l_e], \quad (3)$$

$$\alpha_j = 2\pi(j-1)/N,$$

здесь:

$$\hat{\mathbf{R}}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

– матрица поворота.

Единичный вектор касательной $\hat{\mathbf{l}}$, определенный в точке l' основного проводника, можно записать в виде:

$$\hat{\mathbf{l}} = \hat{\mathbf{l}}(l') = l'_x \hat{\mathbf{x}} + l'_y \hat{\mathbf{y}} + l'_z \hat{\mathbf{z}}, \quad l' \in [l_b, l_e],$$

где $l'_u = \partial u(l') / \partial l'$ – проекции $\hat{\mathbf{l}}$ на соответствующие оси Декартовой системы координат, $u \equiv x, y, z$. Единичный вектор касательной $\hat{\mathbf{l}}_j$, определенный в точке l' на образующей L_j , можно записать по аналогии с (3):

$$\hat{\mathbf{l}}_j = \hat{\mathbf{l}}_j(l') = \hat{\mathbf{R}}(\alpha_j) \hat{\mathbf{l}}, \quad l' \in [l_b, l_e]. \quad (5)$$

Рассмотрим ИП ЭМП (1) на i -ом проводнике структуры с учетом граничного условия:

$$\hat{\mathbf{l}}_i \cdot (\mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}_i) + \mathbf{E}(\mathbf{r}_i)) = 0, \quad (6)$$

в котором $\hat{\mathbf{l}}_i = \hat{\mathbf{l}}(\mathbf{r}_i)$ – единичный вектор касательной, определенный в точке l на образующей L_i ,

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(l) = \hat{\mathbf{R}}(\alpha_i) \mathbf{r}(l), \quad l \in [l_b, l_e]$$

– параметрическое уравнение образующей L_i ; $\mathbf{r}(l)$ определяется выражением (2). В результате имеем:

$$-\hat{\mathbf{l}}_i \cdot \mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}_i) = \sum_{j=1}^N \int_{L_j} I_j(l') (\hat{\mathbf{l}}_i \cdot \mathbf{K}_\zeta^E(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}'_j)) dl', \quad (7)$$

$$l \in [l_b, l_e].$$

Распишем подынтегральный множитель более подробно:

$$\hat{\mathbf{l}}_i \cdot \mathbf{K}_\zeta^E(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \frac{W_c}{ik} \left[(\hat{\mathbf{l}}_i \cdot \hat{\mathbf{l}}_j) k^2 G(R_\zeta) + \frac{\partial}{\partial l'} ((\hat{\mathbf{l}}_i \cdot \mathbf{d}_{i,j}) B(R_\zeta)) \right], \quad (8)$$

здесь $\mathbf{d}_{i,j} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}'_j$. Очевидно, что:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{I}}_i \cdot \hat{\mathbf{I}}_j &= (l_x l'_x + l_y l'_y) \cos \alpha_n + \\ &+ (l'_x l_y - l_x l'_y) \sin \alpha_n + l_z l'_z = s_n, \\ \hat{\mathbf{I}}_i \cdot \mathbf{d}_{i,j} &= \\ &= -(l_x x' + l_y y') \cos \alpha_n + (l_x y' - l_y x') \sin \alpha_n + \\ &+ l_z (z - z') + l_x x + l_y y = p_n, \\ |\mathbf{d}_{i,j}|^2 &= \\ &= -2(xx' + yy') \cos \alpha_n + 2(xy' - x'y) \sin \alpha_n + \\ &+ |\mathbf{r}_i|^2 + |\mathbf{r}'_j|^2 - 2zz' = d_n^2, \\ n &= (i-1) - (j-1) \in [-(N-1); (N-1)]. \end{aligned}$$

Таким образом, (7) можно записать в виде:

$$E_i^{(in)}(l) = \sum_{j=1}^N \int_L I_j(l') K_n(l, l') dl', \quad l \in [l_b, l_e], \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} K_n(l, l') &= \frac{W_c}{ik} \left[k^2 s_n G(R_{\zeta, n}) + \frac{\partial}{\partial l'} (p_n B(R_{\zeta, n})) \right] \\ E_i^{(in)}(l) &= -\hat{\mathbf{I}}_i \cdot \mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}_i), \quad R_{\zeta, n} = \sqrt{d_n^2 + \zeta^2}. \end{aligned}$$

Ядра K_n представляют собой периодическую функцию индекса n с периодом, составляющим N отсчетов, поэтому их можно представить с помощью дискретного преобразования фурье (ДПФ):

$$K_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N \dot{K}_m \exp\left(\frac{2\pi i}{N}(m-1)n\right), \quad (10)$$

в котором:

$$\dot{K}_m = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} K_n \exp\left(-\frac{2\pi i}{N}(m-1)n\right). \quad (11)$$

Подставляя (10) в (9), получаем:

$$\begin{aligned} E_i^{(in)}(l) &= \sum_{m=1}^N \left[\int_L \dot{I}_m(l') \dot{K}_m(l, l') dl' \right] \times \\ &\times \exp\left(\frac{2\pi i}{N}(m-1)(i-1)\right), \quad l \in [l_b, l_e], \end{aligned} \quad (12)$$

здесь:

$$\dot{I}_m(l) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=1}^N I_j(l) \exp\left(-\frac{2\pi i}{N}(m-1)(j-1)\right),$$

– нормальная волна тока ТПС с поворотной симметрией, имеющая индекс m . Представим левую часть выражения (12) в виде ДПФ:

$$E_i^{(in)}(l) = \sum_{m=1}^N \dot{E}_m^{(in)}(l) \exp\left(\frac{2\pi i}{N}(m-1)(i-1)\right), \quad (13)$$

где:

$$\begin{aligned} \dot{E}_m^{(in)}(l) &= \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i^{(in)}(l) \exp\left(-\frac{2\pi i}{N}(m-1)(i-1)\right). \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя (13) в (12), приходим к системе независимых ИУ, записанных относительно неизвестных распределений нормальных волн тока:

$$\begin{aligned} \dot{E}_m^{(in)}(l) &= \int_L \dot{I}_m(l') \dot{K}_m(l, l') dl', \\ l &\in [l_b, l_e], \quad m = 1 \dots N. \end{aligned} \quad (15)$$

Данную систему можно классифицировать как систему ИУ Фредгольма первого рода [4]. Решение подобных ИУ является некорректной математической задачей, т. е. оно может быть неустойчивым. Существует множество методов решения, обладающих определенными регуляризирующими свойствами. Асимптотическая корректность и регуляризирующие свойства некоторых методов рассмотрены в [5].

После определения функций $\dot{I}_m(l')$ вычисление ЭМП осуществляется с помощью (1), в котором:

$$I_j(l) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N \dot{I}_m(l) \exp\left(\frac{2\pi i}{N}(m-1)(j-1)\right). \quad (16)$$

3. Дискретная формулировка ИП ЭМП

При численном моделировании гораздо удобнее использовать дискретный вариант интегральных представлений (1), который можно получить после процедуры сегментации каждой ТПС. Опуская индекс j ТПС, введем на ней совокупность узловых точек $l_{k'}$. При этом:

$$\begin{aligned} l_{k'} < l_{k'+1}, \quad l_1 = l_b, \quad l_{N_s+1} = l_e, \\ k' = 1, \dots, N_s + 1, \end{aligned} \quad (17)$$

где $N_s + 1$ – число узлов; N_s – число сегментов. Длину сегмента с индексом k несложно определить по формуле:

$$\Delta_k = l_{k+1} - l_k, \quad k = 1, \dots, N_s. \quad (18)$$

Полная длина образующей определяется выражением $L = l_e - l_b$. Значения натурального параметра, соответствующего точкам коллокации, определяются выражением:

$$l_k^* = (l_k + l_{k+1}) / 2. \quad (19)$$

В дальнейшем мы также будем оперировать соответствующими радиус-векторами:

$$\mathbf{r}_{k'} = \mathbf{r}(l_{k'}), \quad \mathbf{r}_k^* = \mathbf{r}(l_k^*). \quad (20)$$

Осуществляя линейризацию образующей, уравнение сегмента можно записать следующим образом:

$$\mathbf{r}_k(l) = \mathbf{r}_k^* + \hat{\mathbf{I}}_k l; \quad l \in [-\Delta_k / 2, \Delta_k / 2], \quad (21)$$

здесь:

$$\mathbf{r}_k^* = \frac{\mathbf{r}_{k+1} + \mathbf{r}_k}{2}; \quad \hat{\mathbf{I}}_k = \frac{\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k}{\Delta_k}.$$

Далее, полагая, что длина сегмента Δ_k много меньше длины волны, будем считать распределение тока на каждом сегменте равномерным:

$$I(l) = I_k; \quad l \in [l_k^* - \Delta_k / 2, l_k^* + \Delta_k / 2].$$

Для совокупности ТПС необходима двойная индексация, использование которой совместно с (21) в интегральном представлении (1), приводит к дискретизированным ИП ЭМП вида:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{N_{sj}} I_{j,k} \mathbf{K}_{\zeta}^{\Delta, F}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{j,k}(l)), \quad F \equiv E, H. \quad (22)$$

В данном выражении N_{sj} – число сегментов на ТПС с индексом j ,

$$\mathbf{K}_{\zeta}^{\Delta, F}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{j,k}(l)) = \int_{-\Delta_{j,k}/2}^{+\Delta_{j,k}/2} \mathbf{K}_{\zeta}^F(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{j,k}(l)) dl,$$

$$F \equiv E, H$$

– весовые коэффициенты, $\mathbf{r}_{j,k}(l)$ – уравнение k -го сегмента j -й ТПС, определенное выражением (21), $I_{j,k}$ – амплитуда тока на k -м сегменте j -й ТПС, $\Delta_{j,k}$ длина k -го сегмента j -й ТПС.

В ИП (22) входят неизвестные амплитуды токов $I_{j,k}$. Для их определения используем граничное условие (6) в центре каждого сегмента структуры. В результате получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{N_{sj}} I_{j,k_j} (K_{i,j})_{k_i, k_j} = E_{i, k_i}^{(in)}; \quad (23)$$

$$i = 1, \dots, N, \quad k_i = 1, \dots, N_{si}.$$

Здесь:

$$E_{i, k_i}^{(in)} = -\hat{\mathbf{I}}(\mathbf{r}_{i, k_i}^*) \cdot \mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}_{i, k_i}^*), \quad (24)$$

$$(K_{i,j})_{k_i, k_j} = \hat{\mathbf{I}}(\mathbf{r}_{i, k_i}^*) \cdot \mathbf{K}_{\varepsilon}^{\Delta, E}(\mathbf{r}_{i, k_i}^*, \mathbf{r}_{j, k_j}(l))$$

– соответственно коэффициенты правой части и коэффициенты СЛАУ, \mathbf{r}_{i, k_i}^* – радиус-вектор, проведенный в точку коллокации, находящуюся в центре k_i -го сегмента i -й дискретизированной ТПС. Отметим, что СЛАУ (23) справедлива для любой совокупности линейризованных ТПС. Ее использование для определения токов в случае структуры с поворотной симметрией представляется нецелесообразным в силу необходимости определения большого числа неиз-

вестных. Для подобного рода структур наиболее эффективным будет использование СЛАУ, которое можно получить на основе (15) с помощью процедуры дискретизации, описанной ранее. При этом предполагается, что линейризованные образующие полной структуры с поворотной симметрией получают поворотом линейризованной образующей основной ТПС на заданный угол, поэтому имеют место следующие равенства:

$$\Delta_{j,k} = \Delta_k, \quad N_{sj} = N_s, \quad (25)$$

В результате получаем совокупность N независимых СЛАУ:

$$\sum_{j=1}^{N_s} I_{m,j} \dot{K}_{i,j}^{(m)} = \dot{E}_{m,i}^{(in)}; \quad (26)$$

$$i = 1, \dots, N_s, \quad m = 1, \dots, N.$$

Здесь $\dot{E}_{m,i}^{(in)} = \dot{E}_m^{(in)}(l_i^*)$ – коэффициенты правой части СЛАУ, функция $\dot{E}_m^{(in)}(l)$ определена выражением (14), а значения натурального параметра в точках коллокации l_i^* – вторым выражением (19),

$$\dot{K}_{i,j}^{(m)} = \int_{l_j}^{l_{j+1}} \dot{K}^{(m)}(l_i^*, l') dl'$$

– коэффициенты СЛАУ. Функция $\dot{K}^{(m)}(l, l')$ определена выражением (11), значения натурального параметра в узловых точках l_j – первым выражением (17). После определения $\dot{I}_{m,j}$ из совокупности СЛАУ (26) значения амплитуд токов на сегментах можно вычислить с помощью выражения:

$$I_{j,k} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N \dot{I}_{m,k} \exp\left(\frac{2\pi i}{N} (m-1)(j-1)\right), \quad (27)$$

записанного по аналогии с (16).

Применение полученных выражений рассмотрим на примере широкополосного тонкопроволочного электрического вибратора.

4. Физическая модель вибратора

Общий вид геометрии рассматриваемого широкополосного тонкопроволочного электрического вибратора приведен на рис. 1, а. Как видно из рисунка, вибратор представлен совокупностью идентичных тонких проводников L_j длиной L и радиуса ζ , образующие которых расположены на поверхности воображаемого цилиндра радиуса a , имеющего аналогичную длину и ориентированного симметрично относительно начала координат. Предполагается, что проводники

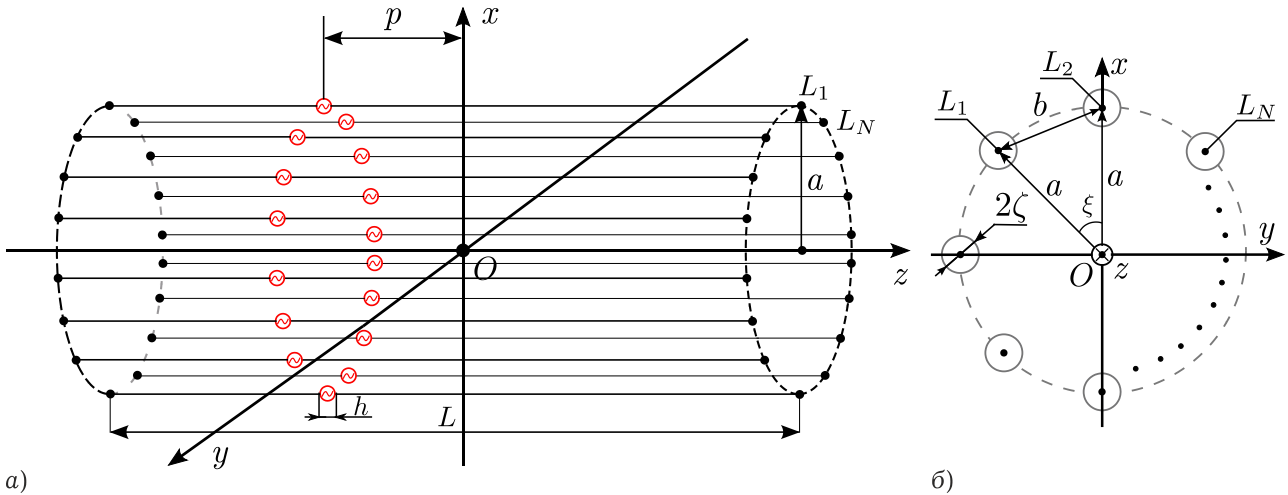


Рис. 1. Геометрия широкополосного тонкопроволочного вибратора: а) общий вид; б) проекция в плоскости xOy

обладают бесконечно большой проводимостью, а их поперечное сечение много меньше длины волны λ , при этом максимально возможный радиус цилиндра a свободен от данного ограничения, но он должен быть больше, чем ζ .

На расстоянии p от плоскости xOy проводники претерпевают разрыв длиной $h \ll \lambda$, в который помещается соответствующий генератор ЭДС G_j , создающий стороннее электрическое поле $\mathbf{E}^{(in)}$, касательная компонента которого равна нулю всюду, за исключением области разрыва, где она равна U/h (U – ЭДС генератора):

$$\mathbf{E}^{(in)}(l) = \begin{cases} \hat{\mathbf{z}} \frac{U}{h}, & l \in [p - h/2, p + h/2]; \\ 0, & l \notin [p - h/2, p + h/2]. \end{cases} \quad (28)$$

Под действием стороннего электрического поля, а также полей, создаваемых самими проводниками, на их образующих возникают токи $I_j(l)$.

Данная структура обладает поворотной симметрией, поэтому для ее полного описания достаточно параметрического уравнения образующей L ее основного проводника:

$$\mathbf{r}(l) = a\hat{\mathbf{x}} + l\hat{\mathbf{z}}, \quad l \in [-L/2, L/2]. \quad (29)$$

Опираясь на (29), параметрические уравнения образующих L_j вибратора можно вычислить с помощью выражения (3), в котором $l_b = -L/2$, $l_e = L/2$. Если при дискретизации использовать равномерный шаг, длины всех сегментов Δ будут одинаковы и равны $\Delta = L/N_s$, а узловые точки l_k и точки коллокации l_k^* можно будет вычислить с помощью выражений:

$$l_{k'} = -L/2 + \Delta(k' - 1), \quad l_k^* = (l_k + l_{k+1})/2. \quad (30)$$

Очевидно, что для рассматриваемой структуры единичный вектор касательной $\hat{\mathbf{t}}$ на любом сегменте будет совпадать с $\hat{\mathbf{z}}$. Будем считать, что

генераторы ЭДС G_j имеют равные амплитуды. В данном предположении правая часть совокупности независимых СЛАУ (26) будет отлична от нуля только при $m = 1$, поэтому необходимо будет решить только одну СЛАУ относительно коэффициентов $\hat{I}_{1,k}$, а остальные коэффициенты будут тождественно равны нулю.

5. Результаты численного моделирования

При численном моделировании главной величиной, нормируемой к длине волны, целесообразно считать длину L вибратора. Все остальные параметры, определяющие его геометрию, нормируются к L . Ширина зазора с генераторами h предполагается равной длине сегмента Δ , а его смещение p относительно плоскости xOy для простоты будем считать равным нулю.

На рис. 1, б показана проекция рассматриваемой структуры в плоскости xOy . Определим некоторые соотношения для указанных на данном рисунке параметров, которые нам понадобятся при численном моделировании. Линейное b и угловое ξ расстояния между соседними проводниками определяются выражениями:

$$b = 2a \sin(\xi/2), \quad \xi = 2\pi/N.$$

Из этих выражений можно получить формулы для определения радиуса цилиндра a и числа проводников N :

$$N = \frac{\pi}{\arcsin(b/(2a))}, \quad (31)$$

$$a = \frac{b}{2 \sin(\pi/N)}. \quad (32)$$

Неизменными в расчетах принимаются отношения h/L , ζ/L и b/L . При этом для b должно выполняться условие $b > 4\zeta$, необходимое для

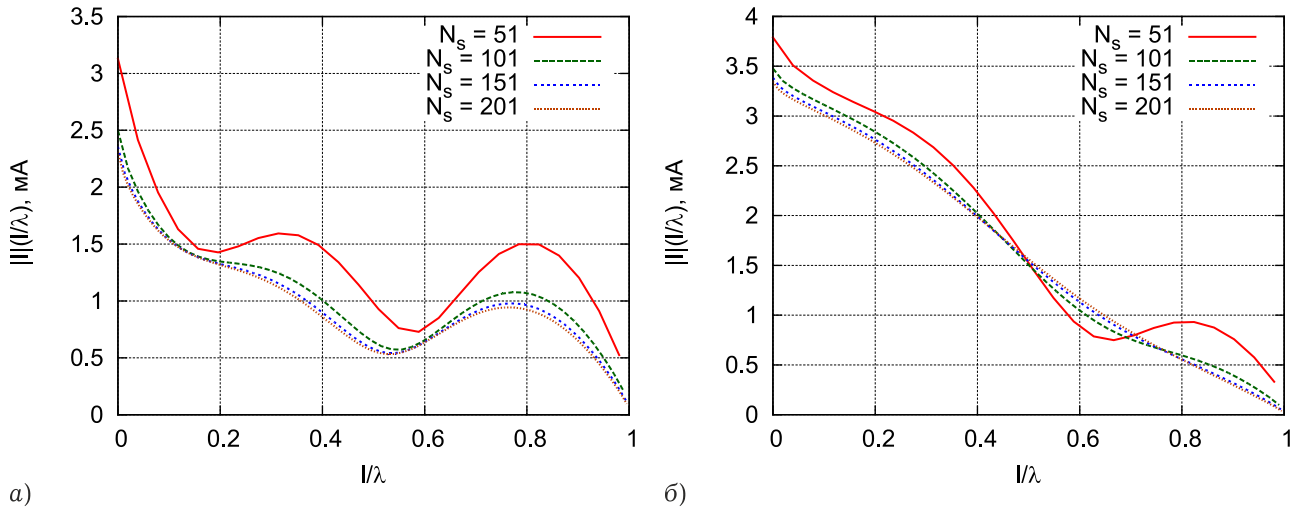


Рис. 2. Оценка сходимости решения внутренней задачи при различном числе сегментов для случаев «а» и «б» при $L = 2\lambda$

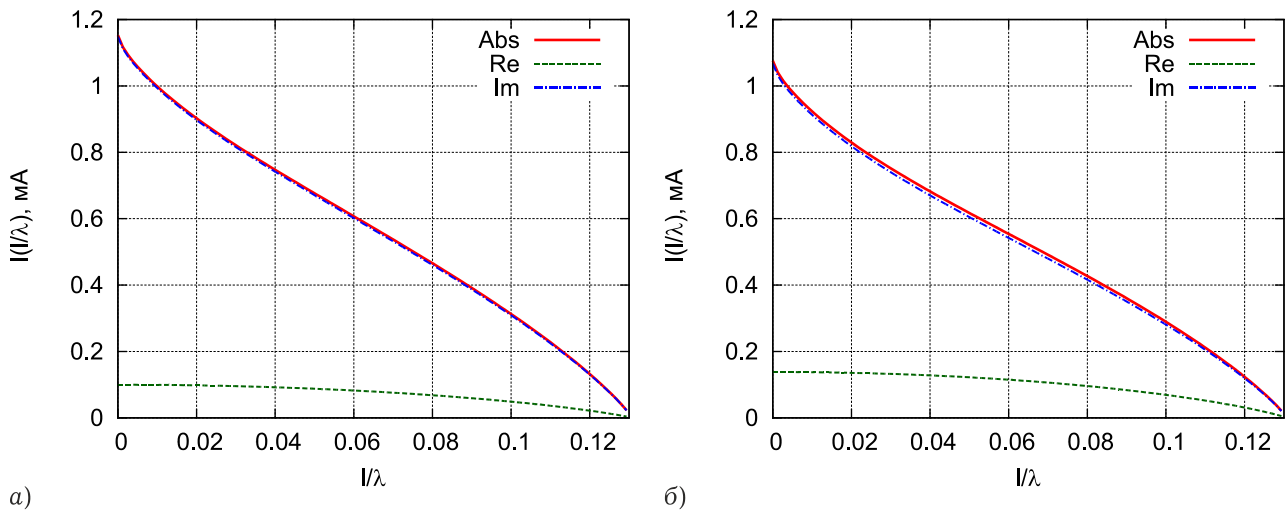


Рис. 3. Результаты расчета распределений тока для случаев «а» и «б» при $L = 0.26\lambda$

получения корректных и устойчивых результатов. Параметры N и a/L определяются из условия фиксированного отношения b/L и целого N следующим образом:

- задается ориентировочное значение \tilde{a}/L ;
- по формуле

$$N \approx \frac{\pi}{\arcsin([b/L] / (2[\tilde{a}/L]))},$$

полученной на основе (31), вычисляется N с округлением до меньшего целого;

- с помощью вычисленного значения N определяется отношение a/L по формуле

$$[a/L] = \frac{[b/L]}{2 \sin(\pi/N)},$$

полученной на основе (32).

Моделирование осуществлялось в диапазоне $L/\lambda \in [0.2; 2.0]$ при $h/L \approx 0.005$, $\zeta/L = 0.001$ и $b/L = 0.1$. Рассматривались два случая, определяющиеся парой параметров a/L и N : $a/L = 0.1$,

$N = 6$ (случай «а») и $a/L = 0.15$, $N = 10$ (случай «б»). На первом этапе была проведена оценка сходимости решения при наибольшем рассматриваемом отношении L/λ . Результаты оценки сходимости распределений тока представлены на рис. 2. Из данных графиков видно, что в дальнейших расчетах достаточно принять число сегментов равным 201. Также можно отметить, что сходимость для обоих случаев примерно одинаковая.

На рис. 3 рассмотрены вибраторы малой электрической длины. Распределения тока для двух случаев мало отличаются друг от друга и близки к квазистатическим, что соответствует почти равномерному распределению заряда вдоль плеч вибраторов. Незначительные отличия в распределениях тока свидетельствуют об устойчивости решений, получаемых на основе рассматриваемой модели вибратора. Здесь так-

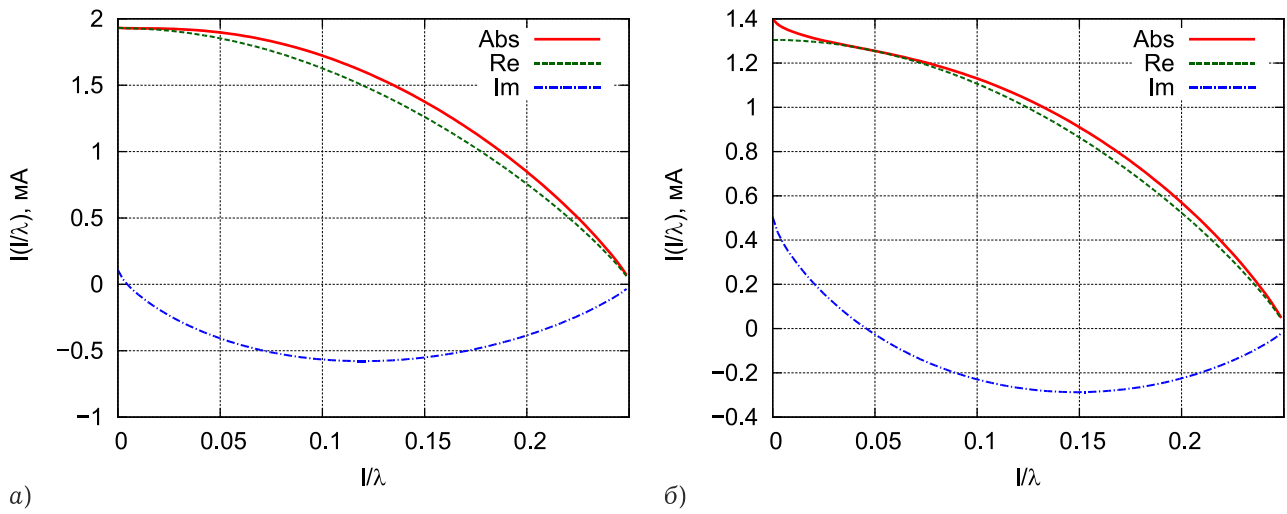


Рис. 4. Результаты расчета распределений тока для случаев «а» и «б» при $L = 0.5\lambda$

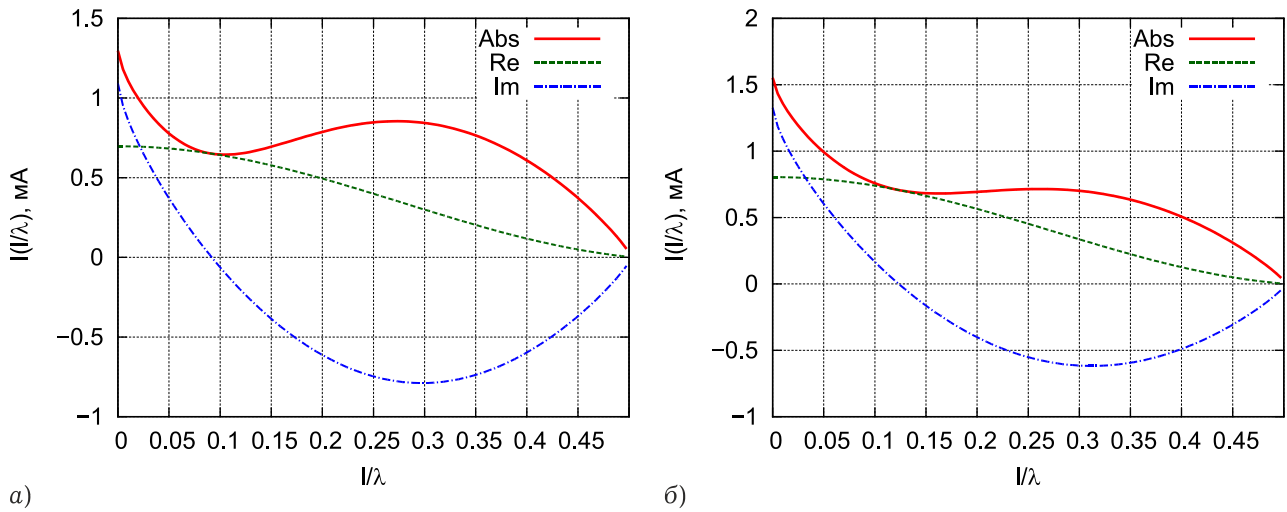


Рис. 5. Результаты расчета распределений тока для случаев «а» и «б» при $L = 1.0\lambda$

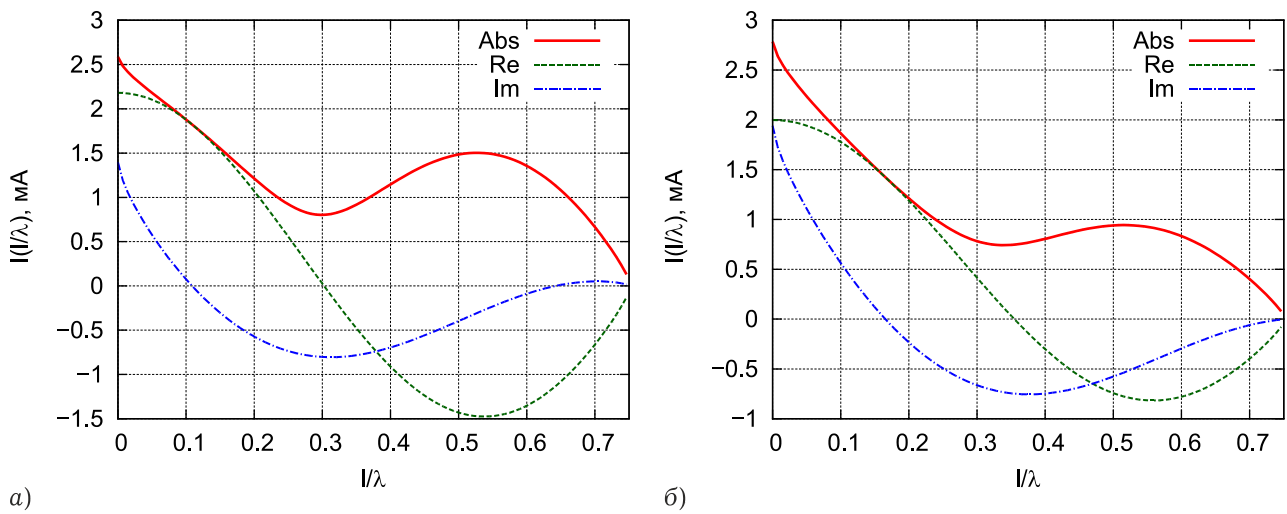


Рис. 6. Результаты расчета распределений тока для случаев «а» и «б» при $L = 1.5\lambda$

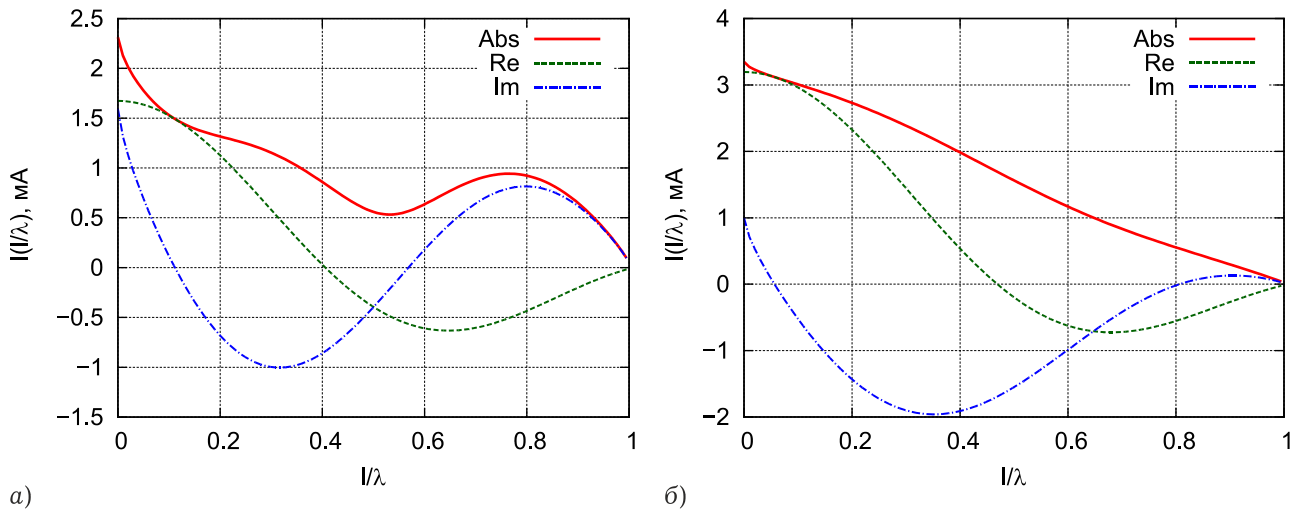


Рис. 7. Результаты расчета распределений тока для случаев «а» и «б» при $L = 2.0\lambda$

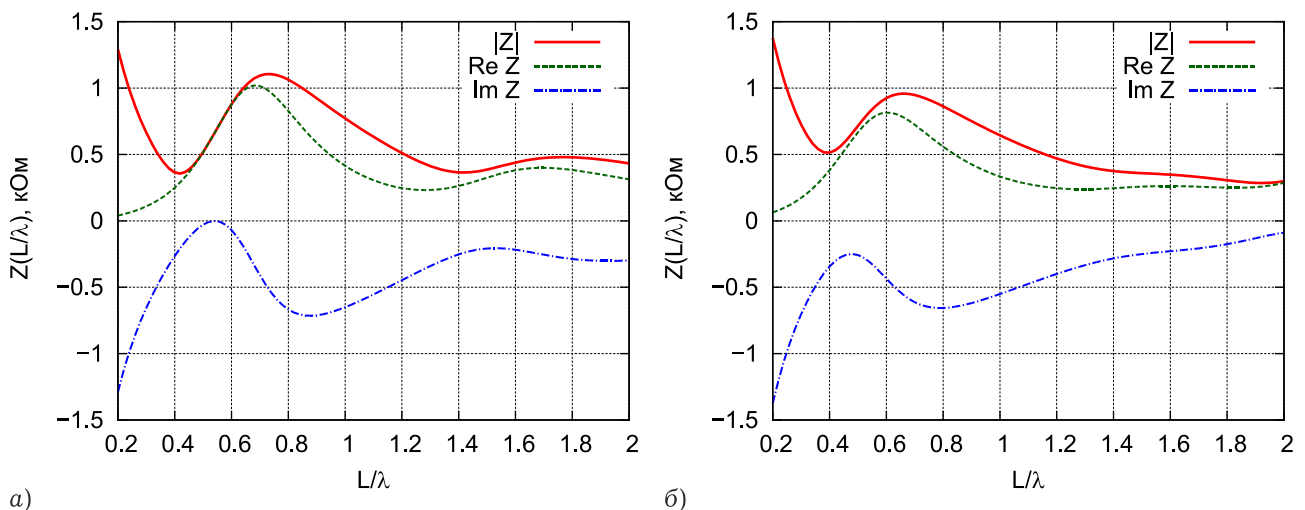


Рис. 8. Результаты расчета входного сопротивления в диапазоне $L = [0.2...2.0]\lambda$ для случаев «а» и «б»

же видно, что с увеличением отношения a/L увеличивается амплитуда действительной части распределения тока.

На рис. 4 показаны результаты, полученные при $L = 0.5\lambda$. Видно, что в случае «а» имеет место резонанс, так как амплитуда мнимой части распределения тока в области зазора близка к нулю, и общая амплитуда тока больше, чем в случае «б». В излучающей структуре реализуется режим стоячей волны тока, пучность которой находится в зазоре с генератором, а нули – на концах проводника.

Можно отметить, что для рассматриваемого вибратора даже при достаточно малых отношениях L/λ в проводниках наряду со стоячей волной тока возникает также и бегущая волна, причем ее амплитуда растет при увеличении отношения a/L , что видно из рис. 5, 6. Также из этих рисунков видно, что в случае большего отношения a/L амплитуда тока при удалении от

генератора начинает уменьшаться быстрее. Это говорит о том, что для вибраторов с большими поперечными размерами излучение электромагнитных волн происходит более интенсивно.

Наиболее примечательным оказался случай «б», рассчитанный при $L = 2.0\lambda$, показанный на рис. 7, б. Как видно из рисунка, в данном случае в проводниках вибратора реализуется режим бегущей волны тока, причем ее амплитуда падает до очень малых значений чрезвычайно быстро – практически через расстояние в одну длину волны. При меньшем отношении a/L для $L = 2.0\lambda$ такого эффекта не наблюдается. В целом по результатам расчетов следует отметить, что определение характеристик подобных излучающих структур в приближении заданных токов, как это делается для тонких электрических вибраторов, может быть не вполне корректным вследствие того, что распределение токов здесь даже на малых электрических длинах представ-

ляет собой смешанную волну, отношение амплитуд стоячей и бегущей волн в которой зависит от отношения a/L .

На рис. 8 представлены графики с результатами расчета входного сопротивления проводников, образующих вибратор, в диапазоне $L/\lambda \in [0.2; 2.0]$ для случаев «а» и «б». Общим для обоих случаев является то, что в отличие от подобных графиков для тонкопроволочных вибраторов [8] здесь не наблюдается последовательного чередования резонансов, а реактивная часть входного сопротивления во всей полосе частот имеет емкостной характер. Реактивная часть тем больше, чем больше отношение a/L , но при этом уменьшается с ростом отношения L/λ . Также при увеличении a/L происходит сглаживание и смещение резонансов в сторону более низких частот. Отметим, что используемый для расчета входного сопротивления тонкопроволочных вибраторов метод эквивалентной цепи [8] в данном случае применять нельзя.

Заключение

Таким образом, в статье рассмотрен вопрос построения математических моделей тонкопроволочных вибраторных антенн с большим поперечным сечением, обладающих поворотной симметрией. Из интегральных представлений электромагнитного поля тонкопроволочной структуры получены системы интегральных уравнений Фредгольма первого рода с учетом и без учета поворотной симметрии, а также их дискретизированные аналоги в виде систем линейных алгебраических уравнений.

Показано, что учет поворотной симметрии структуры существенно упрощает задачу ее внутреннего электродинамического анализа, сводящегося к вычислению распределений независимо распространяющихся в структуре нормальных волн тока.

В качестве примера в статье рассмотрен широкополосный вибратор, образованный тонкими проводниками, расположенными на воображаемой цилиндрической поверхности. Для данной структуры вычислены распределения токов вдоль проводников, а также зависимость их входного сопротивления от электрической длины вибратора. Показано, что при большом радиусе a вибратора в образующих его проводниках уже при длине L , соизмеримой с λ , возникает режим бегущей волны тока. Также при увеличении a перестает наблюдаться переход реактив-

ной части входного сопротивления из емкостной области в индуктивную: ее характер становится чисто емкостным. Подобное явление также можно наблюдать в кольцевых полосковых структурах с увеличенной шириной полосы [9]. Разработанная модель вибратора может рассматриваться как одна из возможных альтернатив трубчатой модели, представленной в [6].

В заключение отметим, что на основе представленных в статье выражений можно достаточно просто строить математические модели вибраторных антенн с большим поперечным сечением, используя при этом совокупность тонких проводников, в результате чего получаются модели сеточного типа. При малых расстояниях между проводниками такие модели эквивалентны моделям со сплошными поверхностями. При этом в ядрах получаемых систем ИУ не возникают особенностей логарифмического и гиперсингулярного типа, что упрощает численное моделирование. Также в подобных моделях гораздо проще учесть поперечные токи, а при наличии у излучающей структуры различных типов симметрий ее электродинамический анализ существенно упрощается.

Список литературы

1. Pocklington H.C. Electrical oscillations in wire // Cambridge Phil. Soc. Proc. 1897. Vol. 9. P. 324–332.
2. Hallen E. Theoretical investigation into the transmitting and receiving qualities of antennas // Nova Acta (Uppsala). 1938. № 11. P. 1–44.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
4. Неганов В.А. Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики. М.: Сайнс-Пресс, 2008. 450 с.
5. Стрижков В.А. Математическое моделирование электродинамических процессов в сложных антенных системах // Математическое моделирование. 1989. Т. 1. № 8. С. 127–138.
6. Электродинамика и распространение радиоволн: учебник / В.А. Неганов [и др.]; под ред. В.А. Неганова и С.Б. Раевского. Изд 4-е, доп. и перераб. М.: Радиотехника, 2009. 744 с.
7. Интегральное представление электромагнитного поля геометрически киральной структуры / В.А. Капитонов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15. № 4. С. 6–13.
8. Расчет входного сопротивления электрического вибратора методом сингулярного интегрального уравнения / В.А. Неганов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2006. Т. 9. № 4. С. 57–58.

9. Неганов В.А., Табаков Д.П. Применение сингулярных интегральных уравнений для электродинамического анализа плоской кольцевой антенны // Антенны. 2008. № 10. С. 25–33.

Application of thin-wire integral representations of the electromagnetic field to the electrodynamic analysis of vibrator antennas with a large cross-section

D.P. Tabakov, S.V. Morozov, V.A. Neganov

The article considers the construction of mathematical models of vibrator antennas with a large cross-section on the basis of thin-wire integral representations of the electromagnetic field. A mathematical model of a thin-wire vibrator is obtained, equivalent to the model of a tubular vibrator. It is shown that taking into account the rotational symmetry of the structure in the fine-wire integral representations of the electromagnetic field when solving the internal electrodynamic problem leads to the Fredholm integral equation of the first kind, and not to the singular integral equation, which takes place when using the tubular model. The results of calculation of current distributions on thin conductors forming a vibrator are presented, as well as the dependence of their input resistance on the electrical length of the vibrator.

Keywords: broadband electric vibrator, fine-wire approximation, integral Fredholm equation of the first kind, ill-posed problem, rotation symmetry, Pocklington equation, Hallen equation, integral representation of the electromagnetic field.

Неганов, В.А.

Теория и применение устройств СВЧ: учебн. пособие для вузов / В.А. Неганов, Г.П. Яровой; под ред. В.А. Неганова. – М.: Радио и связь, 2006. – 720 с.

ISBN 5-256-01812-4



УДК 621.396.67

ББК 32.840

Н 41

В учебном пособии рассматриваются методы проектирования и конструктивной реализации устройств СВЧ: линий передачи различных видов, резонаторов, согласующих и трансформирующих устройств, фильтров, фазовращателей, аттенюаторов, тройниковых соединений, направленных ответвителей, различных мостовых соединений, ферритовых устройств (вентилей, циркуляторов, фазовращателей) и СВЧ-устройств на полупроводниковых диодах (умножителей, смесителей, переключателей, выключателей). Приводятся примеры применения устройств СВЧ в радиосвязи, радиолокации, измерительной аппаратуре и т. д. В книгу вошел оригинальный материал, полученный авторами. Учебное пособие может использоваться как справочник по устройствам СВЧ.

Для специалистов в области теории и техники СВЧ, преподавателей вузов, докторантов, аспирантов, студентов старших курсов радиотехнического и радиофизического профиля.