

## Процедура опроса сдвоенных адресных волоконных брэгговских структур как датчиков радиофотонной малосенсорной системы

А.Ж. Сахабутдинов, О.Г. Морозов

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ  
420111, Российская Федерация, г. Казань  
ул. К. Маркса, 10

Радиофотонные сенсорные системы представляют собой широкий класс систем преобразования измерительной информации, в которых используются унифицированные на сегодняшний день оптические аналоговые звенья параллельного и последовательного типа с фильтрацией, позволяющие функционально отобразить информацию измерительного преобразования, полученную в оптическом диапазоне, в радиочастотном. Одним из основных, наиболее широко применяемых элементов в радиофотонных сенсорных системах, решающим задачи формирования, фильтрации и измерительного преобразования оптического излучения, в том числе для стадии дальнейшей генерации радиочастотных несущих, является волоконная брэгговская решетка. Совокупный анализ позволил предложить для построения радиофотонных сенсорных систем новый класс сенсоров – адресных волоконных брэгговских структур, построенных на основе волоконных брэгговских структур с двумя симметричными дискретными фазовыми сдвигами или двух идентичных волоконных брэгговских структур, потенциально обладающих улучшенными метрологическими и технико-экономическими характеристиками. Отдельный интерес представляют собой малосенсорные измерительные системы, предназначенные для одновременного измерения сразу двух связанных между собой физических величин. В данной статье будет рассмотрена математическая модель совмещенного комплексированного волоконно-оптического датчика температуры и давления, как пример построения малосенсорных радиофотонных измерительных систем, которую без потери общности можно распространить на пары «температура-деформация», «температура-напряжение» и пр. Обсуждены и разрешены задачи измерительных ситуаций, возникновение которых определено сущностью адресного подхода, и направлены на однозначное определение характеристик волоконных брэгговских структур с уникальным адресом.

*Ключевые слова:* радиофотонная сенсорная система, адресная волоконная брэгговская структура, комплексированный волоконно-оптический датчик, интеррогация, мультиплексирование, адрес, разностная адресная частота.

### Введение

Радиофотонные сенсорные системы (РФСС) в основном строятся по топологии «звезда» с приемом и обработкой информации на отдельных фотоприемниках [1–3]. Под малосенсорным приложением понимается система, содержащая единицы комплексированных волоконно-оптических датчиков (КВОД), расположенные в одной точке или разнесенные пространственно [4–5]. Существующие безадресные решения, связанные с приемом и обработкой информации на одном фотоприемнике, требуют серьезных затрат на создание одного канала измерения, например, использования много-сердцевинных структурированных волокон, применения сканирующих систем, сложной модуляции сигнала или перестраиваемых источников для полигармонического зондирования, интерферометров и

т. д. [6–10]. Простейший вариант использования принципов построения канала измерения РФСС на основе пассивных оптических сетей также не отвечает требованиям низкой стоимости измерительного канала [1]. Отсутствие адресности приводит к необходимости использования либо множества мультиплексированных лазерных источников, либо их широкополосных вариантов. Кроме того, в ряде РФСС необходимо использование сложной математической обработки измерительных сигналов – подгонки по различным законам [3; 5].

Все сказанное в полной мере относится и к точечным РФСС, поскольку зондирующая часть системы и для них остается очень дорогой, так как содержит те же элементы, что и для каждого КВОД малосенсорной системы [1].

Адресные волоконные брэгговские структуры (АВБС) позволяют существенно снизить стои-

мость измерительного канала за счет исключения из него перестраиваемых лазеров, электрооптических модуляторов, сложных систем обработки сигнала в области низкочастотных шумов фотоприемника [11–15].

В связи с этим нами в [16–20] предложены к рассмотрению принципы построения РФСС на АВБС для точечных и малосенсорных приложений. Спектральный отклик АВБС представляет собой две узкополосные компоненты, длины волн которых лежат в оптическом диапазоне, а разностная частота между ними расположена в радиочастотной области спектра. Разностная частота между оптическими компонентами является адресом АВБС. Перенос формирования адресации с измерительной системы на АВБС позволяет в значительной степени упростить определение его брэгговской частоты (центральной длины волны) и значительно упростить измерительную систему, значительно снизив стоимость измерительного канала.

Отдельный интерес представляют собой малосенсорные измерительные системы, предназначенные для одновременного измерения сразу двух связанных между собой физических величин. Такими сдвоенными измерительными системами могут являться системы, содержащие совмещенный датчик температуры и давления (деформации, напряжения). Вообще, использование совмещенных датчиков температуры и давления, температуры и деформации, температуры и вибрации оправдано. Причиной тому является тот факт, что внешняя температура датчика давления оказывает влияние на смещение центральной длины волны самого датчика давления. Для компенсации температурного ухода центральной длины волны датчика давления, деформации или вибрации необходимо рассматривать совмещенную систему, состоящую из пары «датчик давления и датчик температуры», «датчик деформации и датчик температуры» или «датчик вибрации и датчик температуры». В паре «датчик физической величины и датчик температуры» предполагается, что внешняя температура возле обоих датчиков одинакова. Датчик температуры в этой паре является независимым, а показания датчика давления корректируются с учетом показаний датчика температуры.

В данной статье будет рассмотрена математическая модель совмещенного датчика температуры и давления, как пример построения

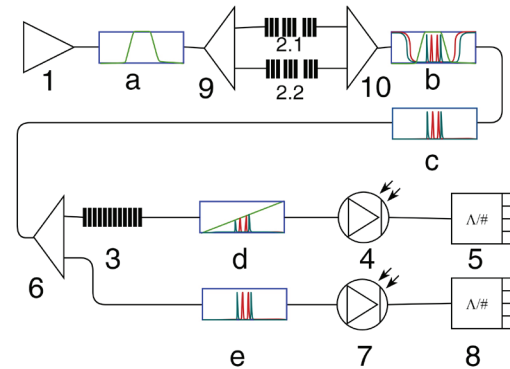


Рис. 1. Функциональная опико-электронная схема опроса совмещенного датчика на основе двух АВБС и нормировкой выходного сигнала перед фотоприемником: 1 – широкополосный лазерный источник; 2.1–2.2 – АВБС; 3 – линейный наклонный фильтр; 4 – измерительный фотоприемник; 5 – измерительный АЦП; 6 – оптический разветвитель; 7 – опорный фотоприемник; 8 – опорный АЦП. Буквами а–е на рисунке схематично приведены спектральные диаграммы оптического сигнала на соответствующем участке схемы

малосенсорных радиофотонных измерительных систем, которую без потери общности можно распространить на пары «температура-деформация», «температура-напряжение» и пр. Обсуждены и разрешены задачи измерительных ситуаций, возникновение которых определено сущностью адресного подхода

## 1. Математическая модель совмещенного датчика на основе сдвоенной АВБС

Совмещенный датчик давления и температуры представим как двух сенсорную измерительную систему, построенную на двух АВБС. Обозначим присутствующие в системе два АВБС датчика – АВБС<sub>1</sub> и АВБС<sub>2</sub>, с несовпадающими адресными разностными частотами  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , с положением левой оптической составляющей на  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , и правой оптической составляющей на частотах  $\omega_1 + \Omega_1$  и  $\omega_2 + \Omega_2$ , соответственно. Для определенности, примем:

$$\Omega_1 > \Omega_2, \quad (1)$$

что можно допустить без потери общности рассуждений.

Функциональная опико-электронная схема опроса совмещенного датчика на основе двух АВБС с нормировкой выходного сигнала перед фотоприемником представлена на рис. 1.

Широкополосный источник со встроенным частотным фильтром, пропускающий диапазон частот соответствующий диапазону измерений – 1 генерирует непрерывное лазерное излучение (диаграмма а), которое проходя че-

рез оптоволоконный разветвитель – 9, поступает на две АВБС – 2.1 и 2.2. Каждая из двух АВБС формирует двухчастотное излучение, которое суммируется в одно общее излучение (диаграмма б) посредством оптоволоконного сумматора – 10, на выходе с оптоволоконного сумматора получаем четырехчастотное лазерное излучение (диаграмма с). Четырехчастотное излучение проходит через оптоволоконный разветвитель – 6 делит оптический сигнал на два канала – измерительный и опорный для контроля мощности. В измерительном канале установлен наклонный линейный фильтр – 3 модифицирующий амплитуды четырехчастотного излучения в асимметричное излучение (диаграмма d), после чего сигнал поступает на измерительный фотоприемник – 4 и принимается на измерительный АЦП – 5. Сигнал с АЦП – 5 методом частотной (аналоговой или цифровой) фильтрации служит для определения положения АВБС. В опорном канале сигнал (диаграмма е) поступает на опорный фотоприемник контроля мощности входного оптического сигнала – 7 и принимается на опорный АЦП – 8. Все дальнейшие вычисления идут с отношением мощностей в измерительном и опорном каналах.

Суммарный оптический отклик от двух АВБС имеет вид:

$$F(t) = (A_1 \sin(\omega_1 t) + B_1 \sin((\omega_1 + \Omega_1)t) + A_2 \sin(\omega_2 t) + B_2 \sin((\omega_2 + \Omega_2)t))^2, \quad (2)$$

Возведем (2) в квадрат и исключим из него все слагаемые с высокочастотными ( $> \Omega_{1,2}$ ) колебаниями. Мощность светового потока после фотоприемника примет вид:

$$P(t) = \left[ \frac{A_1^2 + B_1^2 + A_2^2 + B_2^2}{2} \right] + [A_1 B_1 \cos(\Omega_1 t) + A_2 B_2 \cos(\Omega_2 t)] + [A_1 A_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t + A_1 B_2 \cos(\omega_1 - \omega_2 - \Omega_2)t + B_1 A_2 \cos(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_1)t + B_1 B_2 \cos(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_1 - \Omega_2)t]. \quad (3)$$

Предположение (1) позволяет избежать преобразований по модулю, что в купе с тем, что функция косинус входящая в (3) четная, не умаляет общности рассуждений. Колебания мощности светового потока на фотоприемнике (пропорциональное колебанию мощности выходного тока фотоприемника) позволяет однозначно определить положение обеих АВБС<sub>1,2</sub> почти всегда, кроме двенадцати частных случаев, когда частоты колебаний в любом из четырех сла-

гаемых третьей суммы, – подчеркнута в (3), – совпадают с адресными частотами  $\Omega_1$  или  $\Omega_2$ . В этих случаях в мощность светового потока на фотоприемнике оказывает вклад третье слагаемое в (3), и в этих случаях в системе возникают кратные или повторяющиеся частоты, равные  $\Omega_1$  или  $\Omega_2$ .

Рассмотрим эти двенадцать случаев отдельно, для чего оставим неподвижной АВБС<sub>1</sub> и имитируем непрерывное изменение центральной длины волны АВБС<sub>2</sub>. Наложим на (3) идеальный частотный фильтр, выделив адресные частоты  $\Omega_i$ . Выражение примет вид:

$$P(t)|_{\Omega_i} = A_i B_i \cos(\Omega_i t) + \begin{cases} A_1 A_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t, \\ | \omega_1 - \omega_2 | = \Omega_i; \\ 0, \quad | \omega_1 - \omega_2 | \neq \Omega_i; \end{cases} + \begin{cases} A_1 B_2 \cos(\omega_1 - \omega_2 - \Omega_2)t, \\ | \omega_1 - \omega_2 - \Omega_2 | = \Omega_i; \\ 0, \quad | \omega_1 - \omega_2 - \Omega_2 | \neq \Omega_i; \end{cases} + \begin{cases} B_1 A_2 \cos(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_1)t, \\ | \omega_1 - \omega_2 + \Omega_1 | = \Omega_i; \\ 0, \quad | \omega_1 - \omega_2 + \Omega_1 | \neq \Omega_i; \end{cases} + \begin{cases} B_1 B_2 \cos(\omega_1 - \omega_2 + \Omega_1 - \Omega_2)t, \\ | \omega_1 - \omega_2 + \Omega_1 - \Omega_2 | = \Omega_i; \\ 0, \quad | \omega_1 - \omega_2 + \Omega_1 - \Omega_2 | \neq \Omega_i. \end{cases} \quad (4)$$

$$i = \overline{1, 2}.$$

На рис. 2 изображены схемы всех двенадцати частных случаев появления вклада третьего слагаемого из (3) согласно соотношениям (4).

Первая задача, стоящая при анализе сигнала, – выявить наличие вклада третьего слагаемого из (3) в результирующий сигнал. Для того чтобы определить наличие вклада третьего слагаемого из (3) в результирующий сигнал, можно установить дополнительные частотные фильтры, чтобы: первое – определить наличие вклада третьего слагаемого из (3) в результирующий сигнал на фотоприемнике; и второе – количественно определить его величину и учесть его при анализе сигнала.

Выпишем дополнительные частоты, возникающие в случае наличия вклада третьего слагаемого из (3) в результирующий сигнал на фотоприемнике в таблице.

В результате, для того, чтобы определить наличие или отсутствие вклада третьего слагаемого

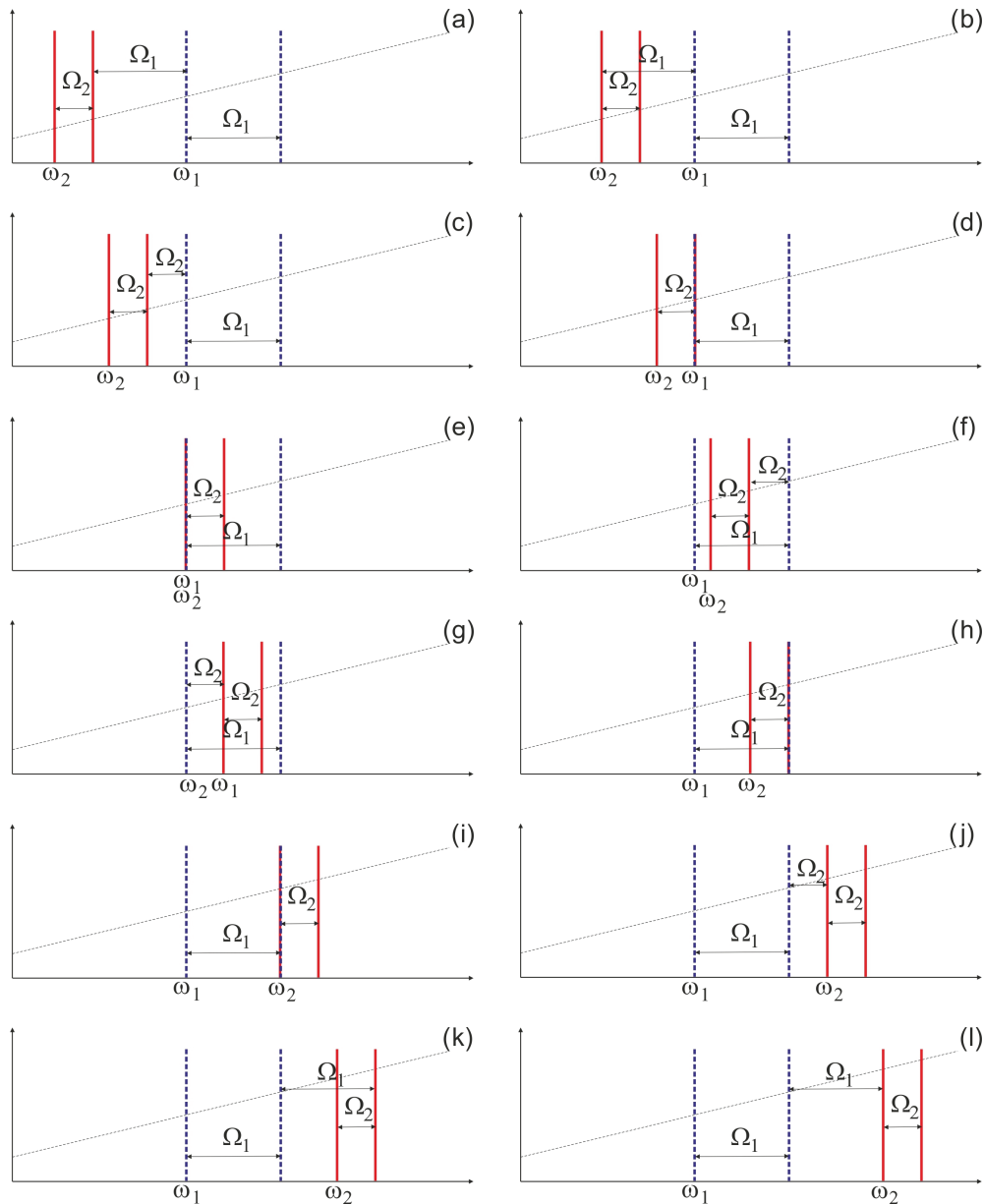


Рис. 2. Частные случаи наличия вклада в сигнал на фотоприемнике третьего слагаемого из (3). Буквами (а)–(л) обозначены частные случаи, расшифровка которых дается в таблице

Таблица  
Фильтры дополнительных частот при вкладе третьего слагаемого в (3)

Вариант	Частота 1	Частота 2	Частота 3	Критерий
(a)	$2\Omega_1$	$\Omega_1 + \Omega_2$	$2\Omega_1 + \Omega_2$	$D_1 > D_2$
(b)	$2\Omega_1$	$\Omega_1 - \Omega_2$	$2\Omega_1 - \Omega_2$	$D_1 > D_2$
(c)	$2\Omega_2$	$\Omega_1 + \Omega_2$	$\Omega_1 + 2\Omega_2$	$D_1 > D_2$
(d)	$\Omega_1 + \Omega_2$			$D_1 > D_2$
(e)	$\Omega_1 - \Omega_2$			$D_1 > D_2$
(f)	$2\Omega_2$	$\Omega_1 - \Omega_2$	$\Omega_1 - 2\Omega_2$	$D_1 > D_2$
(g)	$2\Omega_2$	$\Omega_1 - \Omega_2$	$\Omega_1 - 2\Omega_2$	$D_1 < D_2$
(h)	$\Omega_1 - \Omega_2$			$D_1 < D_2$
(i)	$\Omega_1 + \Omega_2$			$D_1 < D_2$
(j)	$2\Omega_2$	$\Omega_1 + \Omega_2$	$\Omega_1 + 2\Omega_2$	$D_1 < D_2$
(k)	$2\Omega_1$	$\Omega_1 - \Omega_2$	$2\Omega_1 - \Omega_2$	$D_1 < D_2$
(l)	$2\Omega_1$	$\Omega_1 + \Omega_2$	$2\Omega_1 + \Omega_2$	$D_1 < D_2$

го в частотный фильтр на  $\Omega_i$ , можно, дополнительно к фильтрам на частотах  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , включить для анализа восемь фильтров на частотах:  $2\Omega_1$ ;  $2\Omega_2$ ;  $\Omega_1 + \Omega_2$ ;  $|\Omega_1 - \Omega_2|$ ;  $2\Omega_1 + \Omega_2$ ;  $|2\Omega_1 - \Omega_2|$ ;  $\Omega_1 + 2\Omega_2$ ;  $|\Omega_1 - 2\Omega_2|$ . Обратим внимание на то, что варианты возникновения совпадающих или кратных частот (а) и (l), (b) и (k), (c) и (j), (d) и (i), (e) и (h), (f) и (g) попарно требуют установки одинаковых частотных фильтров.

После определения наличия или отсутствия вклада в результирующий сигнал третьего слагаемого из (3), необходимо оценить его величину и внести корректировки в постоянную величину сигнала – первое слагаемое в (3) и амплитуду сигнала на адресной частоте АВБС.

Далее покажем, что анализ сигнала на адресных частотах  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  обладает достаточной информацией, если заранее выделить вариант взаимного расположения АВБС.

## 2. Определение положения центральной частоты адресной волоконной брэгговской структуры по ее адресной частоте

Рассмотрим отдельно четыре задачи, первая – когда в системе нет вклада от третьего слагаемого в уравнение (3) и два частных варианта по диаграммам (а) и (d) определения амплитуд составляющих многочастотного сигнала на фотоприемнике. Определение амплитуд для решения четвертой задачи осуществляется аналогично для других диаграмм.

### *Задача 1. Определение амплитуд в случае отсутствия дополнительных частот*

Отсутствие вклада третьего слагаемого в уравнение (3) определяется отсутствием колебаний на частотах  $2\Omega_1$ ;  $2\Omega_2$ ;  $\Omega_1 + \Omega_2$ ;  $|\Omega_1 - \Omega_2|$ ;  $2\Omega_1 + \Omega_2$ ;  $|2\Omega_1 - \Omega_2|$ ;  $\Omega_1 + 2\Omega_2$ ;  $|\Omega_1 - 2\Omega_2|$ , приведенных в таблице. Убедиться в отсутствии вклада третьего слагаемого в (3) можно подтвердив отсутствие колебаний на дополнительных частотах, приведенных в таблице. После подтверждения отсутствия сигнала на дополнительных частотах, оценим колебания светового потока после частотных фильтров на  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ . Наложение частотных фильтров  $\Omega_i$  на колебания (3) дают соотношения:

$$\begin{aligned} FF(P(t))|_{\Omega_i} &= A_i B_i \cos(\Omega_i t) = \\ &= D_i \cos(\Omega_i t), \quad i = \overline{1, 2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения (5) дают два соотношения для нахождения четырех неизвестных  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ , и  $B_2$ .

Примем во внимание, что для связи амплитуд  $A_i$  и  $B_i$  в случае линейного фильтра выполняются соотношения:

$$A_i = B_i + u\Omega_i. \quad (6)$$

как следствие уравнения наклонного фильтра и постоянной адресной частоты АВБС. Следовательно, (5) можно переписать в виде:

$$A_i(A_i + u\Omega_i) = D_i, \quad i = \overline{1, 2}. \quad (7)$$

Соотношения (7) дают нам два уравнения для нахождения двух  $A_i$ :

$$(A_i)_{1,2} = \frac{-u\Omega_i \pm \sqrt{(u\Omega_i)^2 + 4D_i}}{2}, \quad i = \overline{1, 2}. \quad (8)$$

Амплитуды колебаний всегда строго положительные величины, в силу этого из (8) необходимо выделить то решение, которое отвечает физическим требованиям модели. Обратим внимание на то, что:

$$\sqrt{(u\Omega_i)^2 + 4D_i} \geq u\Omega_i, \quad \forall u, \quad \Omega_i, \quad D_i \in \mathbf{R}.$$

Следовательно, из (8) выбираем единственное решение:

$$A_i = \frac{\sqrt{(u\Omega_i)^2 + 4D_i} - u\Omega_i}{2} \geq 0, \quad i = \overline{1, 2}. \quad (9)$$

После чего значения  $B_i$  определяются по формулам, после подстановки (9) в (6):

$$B_i = \frac{\sqrt{(u\Omega_i)^2 + 4D_i} + u\Omega_i}{2} \geq 0, \quad i = \overline{1, 2}. \quad (10)$$

Таким образом, в случае отсутствия вклада в третье слагаемое в (3), задача нахождения амплитуд всех частотных составляющих для измерительной системы с двумя АВБС решается полностью. Зная величины амплитуд, можно определить и брэгговские частоты (центральные длины волн) АВБС или вычислить коэффициент модуляции, и определить положение брэгговских частот исходя из величины коэффициента модуляции. Можно отметить, что в случае сдвоенного датчика, построенного на АВБС, вычисление коэффициента модуляции не обязательно.

### *Задача 2. Определение амплитуд для варианта кратных частот*

Результирующий сигнал (4) на фотоприемнике после наложения узкополосного частотного фильтра  $\Omega_1$  будет иметь вид:

$$\begin{aligned} FF(P(t))|_{\Omega_1} &= A_1 B_1 \cos(\Omega_1 t) + \\ &+ A_1 B_2 \cos(\omega_1 - \omega_2 - \Omega_2)t, \end{aligned} \quad (11)$$

где,  $FF(P(t))$  обозначение частотного фильтра на указанной после вертикальной черты частоте  $\Omega_1$ .

Учитывая то, что для случая (а) справедливо выполнение равенства  $\omega_1 - \omega_2 - \Omega_2 = \Omega_1$ , с учетом (6) перепишем (11) в виде:

$$\begin{aligned} FF(P(t))|_{\Omega_1} &= A_1 B_1 \cos(\Omega_1 t) + A_1 B_2 \cos(\Omega_1 t) = \\ &= (A_1(A_1 + u\Omega_1) + A_1(A_2 + u\Omega_2)) \cos(\Omega_1 t) = \\ &= D_1 \cos(\Omega_1 t), \end{aligned} \quad (12)$$

где за  $D_1$  обозначена амплитуда колебаний на фотоприемнике после частотного фильтра на частоте  $\Omega_1$ .

Используя такую же логику обозначений, опишем результирующие сигналы на частоте опроса после частотного фильтра  $\Omega_2$ , в случае (а). Он не имеет никаких дополнительных слагаемых и запишется в виде:

$$\begin{aligned} FF(P(t))|_{\Omega_2} &= A_2(A_2 + u\Omega_2) \cos(\Omega_2 t) = \\ &= D_2 \cos(\Omega_2 t). \end{aligned} \quad (13)$$

Систему уравнений (12) и (13) можно записать в виде равенства амплитуд колебаний, учитывая равенство косинусов в правой и левой частях:

$$\begin{cases} A_1(A_1 + u\Omega_1) + A_1(A_2 + u\Omega_2) = D_1, \\ A_2(A_2 + u\Omega_2) = D_2. \end{cases} \quad (14)$$

Система уравнений (14) полностью определена, в ней две неизвестных величины  $A_1$  и  $A_2$ , и два независимых уравнения с известными правыми частями  $D_1, D_2$  – амплитудами колебаний сигнала на адресных частотах  $\Omega_1, \Omega_2$ , соответственно. Более того, второе уравнение в (14) независимое, что позволяет решать систему последовательно.

$$\begin{cases} A_1^2 + (u\Omega_1 + u\Omega_2 + A_2) A_1 - D_1 = 0, \\ A_2^2 + u\Omega_2 A_2 - D_2 = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Разрешим систему уравнений (15) аналитически.

$$\begin{aligned} (A_2)_{1,2} &= \frac{-u\Omega_2 \pm \sqrt{(u\Omega_2)^2 + 4D_2}}{2}, \\ (A_1)_{1,2} &= \frac{1}{2} \left( -(u\Omega_1 + u\Omega_2 + A_2) \pm \right. \\ &\left. \pm \sqrt{(u\Omega_1 + u\Omega_2 + A_2)^2 + 4D_1} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Амплитуды  $A_1$  и  $A_2$  не могут быть отрицательными, следовательно, на решение наложим ограничения, взяв только положительные значения амплитуд из (16). Для всех значений аргументов справедливы неравенства:

$$\sqrt{(u\Omega_2)^2 + 4D_2} \geq u\Omega_2, \quad \forall u, \Omega_2, D_2 \in \mathbf{R},$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(u\Omega_1 + u\Omega_2 + A_2)^2 + 4D_1} &\geq \\ &\geq u\Omega_1 + u\Omega_2 + A_2, \end{aligned}$$

$$\forall u, \Omega_1, \Omega_2, D_1, A_2 \in \mathbf{R}.$$

Следовательно:

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{\sqrt{(u\Omega_2)^2 + 4D_2} - u\Omega_2}{2} \geq 0, \\ A_1 &= \left( \sqrt{((\Omega_1 + \Omega_2)u + A_2)^2 + 4D_1} - \right. \\ &\left. - (u\Omega_1 + u\Omega_2 + A_2) \right) / 2 \geq 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Воспользовавшись соотношением (6), найдем значения амплитуд для  $B_1, B_2$ :

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{\sqrt{(u\Omega_2)^2 + 4D_2} + u\Omega_2}{2} \geq 0, \\ B_1 &= \left( \sqrt{((\Omega_1 + \Omega_2)u + A_2)^2 + 4D_1} - \right. \\ &\left. - (-u\Omega_1 + u\Omega_2 + A_2) \right) / 2 \geq 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, в случае (а), задача нахождения амплитуд двух частотных составляющих АВБС, а, следовательно, и определение их брэгговских частот решается полностью.

### Задача 3. Определение амплитуд для варианта совпадения частот

Для варианта (d) результирующий сигнал на фотоприемнике после частотного фильтра  $\Omega_1$  имеет вид:

$$\begin{aligned} FF(P(t))|_{\Omega_1} &= A_1 B_1 \cos(\Omega_1 t) + \\ &+ B_1 B_2 \cos(\Omega_1 t) = D_1 \cos(\Omega_1 t). \end{aligned} \quad (19)$$

А после частотного фильтра  $\Omega_2$  имеет вид:

$$\begin{aligned} FF(P(t))|_{\Omega_2} &= A_2 B_2 \cos(\Omega_2 t) + \\ &+ A_1 A_2 \cos(\Omega_2 t) = D_2 \cos(\Omega_2 t). \end{aligned} \quad (20)$$

Систему уравнений можно записать в виде равенства амплитуд колебаний в виду равенства косинусов в левой и правой частях (19) и (20):

$$\begin{cases} A_1 B_1 + B_1 B_2 = D_1, \\ A_2 B_2 + A_1 A_2 = D_2. \end{cases} \quad (21)$$

Для случая (d) справедливо выполнение дополнительного соотношения, присущего только варианту (d):

$$B_2 = A_1. \quad (22)$$

Воспользовавшись соотношением (22) перепишем в виде:

$$\begin{cases} 2A_1^2 + 2u\Omega_1 A_1 - D_1 = 0, \\ 2A_1 A_2 - D_2 = 0. \end{cases} \quad (23)$$

Из (23) получим значения для  $A_1$  и  $A_2$ :

$$(A_1)_{1,2} = \frac{-u\Omega_1 \pm \sqrt{(u\Omega_1)^2 + 2D_1}}{2}, \quad (24)$$

$$(A_2)_{1,2} = \frac{D_2}{2(A_1)_{1,2}}.$$

Амплитуды  $A_1$  и  $A_2$  не могут быть отрицательными, следовательно, на решение наложим ограничения, взяв только положительные значения амплитуд из (24). Для всех значений аргументов справедливо неравенство:

$$(u\Omega_1)^2 + 2D_1 > u\Omega_1, \quad \forall u, \Omega_1, D_1 \in \mathbf{R}. \quad (25)$$

Следовательно, (25) примет вид:

$$A_1 = \frac{\sqrt{(u\Omega_1)^2 + 2D_1} - u\Omega_1}{2} \geq 0, \quad (26)$$

$$A_2 = \frac{D_2}{2A_1} \geq 0.$$

Амплитуды  $B_1$  и  $B_2$  найдем из соотношений:

$$B_1 = \frac{\sqrt{(u\Omega_1)^2 + 2D_1} + u\Omega_1}{2} \geq 0, \quad (27)$$

$$B_2 = \frac{D_2}{2A_1} + u\Omega_2 \geq 0.$$

Таким образом, и в случае (d), задача нахождения амплитуд двух частотных составляющих АВБС, а, следовательно, и определение их брэгговских частот решается полностью.

#### **Задача 4. Разделение частных случаев взаимного расположения адресных волоконных брэгговских структур**

Заметим, что для нахождения амплитуд по вариантам (a) и (d) мы использовали дополнительные условия в предположении об известном взаимном расположении АВБС. Нахождение амплитуд  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ , и  $B_2$  по вариантам (b), (c), (f), (g), (j), (k) и (l) ведется аналогично варианту (a), а нахождение амплитуд по вариантам (e), (h) и (i) аналогично варианту (d).

К недостаткам такого подхода следует отнести необходимость отличить по частотному детектированию попарно варианты (a) от (l), (b) от (k), (c) от (j), (d) от (i), (e) от (h) и (a) от (g). Это связано с тем, что этих вариантов попарно применяются одинаковые фильтры детектирования вариантов взаимного расположения АВБС, которые не позволяют дифференцировать эти случаи друг от друга.

Рассмотрим варианты (d) и (i), для чего для варианта (i) проведем рассуждения, аналогичные варианту (d). Для варианта (i) результирующий сигнал на фотоприемнике после частотного фильтра  $\Omega_1$  имеет вид:

$$FF(P(t))|_{\Omega_1} = A_1 B_1 \cos(\Omega_1 t) + A_1 A_2 \cos(\Omega_1) t = D_1 \cos(\Omega_1 t). \quad (28)$$

А после частотного фильтра  $\Omega_2$  – вид:

$$FF(P(t))|_{\Omega_2} = A_2 B_2 \cos(\Omega_2 t) + B_1 B_2 \cos(\Omega_2) t = D_2 \cos(\Omega_2 t). \quad (29)$$

Систему уравнений можно записать в виде равенства амплитуд колебаний, учитывая равенства косинусов в левой и правой частях (28) и (29):

$$\begin{cases} A_1 B_1 + A_1 A_2 = D_1, \\ A_2 B_2 + B_1 B_2 = D_2. \end{cases} \quad (30)$$

Для случая (i) справедливо выполнение дополнительного соотношения, присущего только варианту (i):

$$B_1 = A_2, \text{ для (i)} \quad (31)$$

Следовательно, для варианта (i) будет выполняться соотношение:

$$\begin{cases} D_1 = 2A_1 A_2, \\ D_2 = 2A_2^2 + 2u\Omega_2 A_2. \end{cases} \quad (i) \quad (32)$$

Выпишем оба соотношения, для вариантов (i) и (d):

$$\begin{cases} D_1 = 2A_1^2 + 2u\Omega_1 A_1, \text{ (d)} \\ D_2 = 2A_1 A_2; \\ D_1 = 2A_1 A_2, \text{ (i)} \\ D_2 = 2A_2^2 + 2u\Omega_2 A_2. \end{cases} \quad (33)$$

Для обоих вариантов (i) и (d) известно взаимное расположение датчиков между собой. Поскольку в уравнениях математической модели фигурируют истинные значения амплитуд, а вклад в световой поток учтен дополнительными слагаемыми в (34), правомерно переписать выражения (33) в виде (34):

$$\begin{cases} D_1 = 2A_1^2 + 2u\Omega_1 A_1, \\ D_2 = 2A_1 A_2, \end{cases} \quad (d) \quad (34)$$

$$A_2 = A_1 - u\Omega_2;$$

$$\begin{cases} D_1 = 2A_1 A_2, \\ D_2 = 2A_2^2 + 2u\Omega_2 A_2, \end{cases} \quad (i)$$

$$A_2 = A_1 + u\Omega_1.$$

Подставим, выразив световой поток через их наименьшую амплитуду. Для варианта (i) наименьшей амплитудой будет  $A_1$ , а для варианта (d) наименьшей амплитудой будет  $A_2$ .

$$\begin{cases} D_1 = 2(A_2 + u\Omega_2)^2 + 2u\Omega_1(A_2 + u\Omega_2), & \text{(d)} \\ D_2 = 2(A_2 + u\Omega_2)A_2; \\ \begin{cases} 2A_1(A_1 + u\Omega_1) = D_1, \\ 2(A_1 + u\Omega_1)^2 + 2u\Omega_2(A_1 + u\Omega_1) = D_2. \end{cases} & \text{(i)} \end{cases} \quad (35)$$

Необходимо решить задачу разделения вариантов (i) и (d), когда наименьшие и наибольшие их амплитуды будут совпадать. Обозначив наименьшую амплитуду за  $A$ , перепишем (35) в следующем виде:

$$\begin{cases} D_1 = 2(A + u\Omega_2)^2 + 2u\Omega_1(A + u\Omega_2), & \text{(d)} \\ D_2 = 2A(A + u\Omega_2); \\ \begin{cases} D_1 = 2A(A + u\Omega_1), \\ D_2 = 2(A + u\Omega_1)^2 + 2u\Omega_2(A + u\Omega_1). \end{cases} & \text{(i)} \end{cases} \quad (36)$$

Преобразуем (36), переписав ее в виде удобного для сравнения выражения:

$$\begin{cases} D_1^{(d)} = 2A^2 + 4u\Omega_2A + \\ + 2u\Omega_1A + 2(u\Omega_2)^2 + 2u^2\Omega_1\Omega_2, & \text{(d)} \\ D_2^{(d)} = 2A^2 + 2u\Omega_2A; \\ \begin{cases} D_1^{(i)} = 2A^2 + 2u\Omega_1A, \\ D_2^{(i)} = 2A^2 + 4u\Omega_1A + 2u\Omega_2A + \\ + 2(u\Omega_1)^2 + 2u^2\Omega_1\Omega_2. \end{cases} & \text{(i)} \end{cases} \quad (37)$$

Анализ выражения (37), приводит к тому, что в случае (d) световой поток  $D_1^{(d)}$ , получаемый при наложении частотного фильтра на  $\Omega_1$  всегда больше светового потока  $D_2^{(d)}$ , получаемого при наложении частотного фильтра на  $\Omega_2$ . В случае же (i), строго выполняется обратная зависимость – световой поток  $D_1^{(i)}$ , получаемый при наложении частотного фильтра на  $\Omega_1$  всегда меньше светового потока  $D_2^{(i)}$ , получаемого при наложении частотного фильтра на  $\Omega_2$ . Этот вывод позволяет разделить варианты (d) и (i) друг от друга. Применяя аналогичные математические выкладки, можно попарно разделить и остальные варианты взаимного расположения (a)–(l). Критерий попарного разделения вариантов приведен в таблице в пятом столбце.

### Заключение

В ходе исследовательской работы были использованы возможности АВБС с одинаковой центральной длиной волны, с внесением в саму структуру решетки характерной особенности – адреса, позволяющего использовать эту особенность для определения смещения центральной

длины волны конкретной АВБС в массиве под воздействием температурных или иных деформационных нагрузок.

Предложена математическая модель системы опроса АВБС для сдвоенных структур, с возможностью определения сдвига ее оптической центральной длины волны в радиодиапазоне. Предложена математическая модель адресной регистрации данных для сдвоенных АВБС с одинаковой центральной длиной волны и анализом результирующего сигнала на адресных частотах АВБС. Решена задача однозначного определения центральных длин волн пары АВБС для общего и всех частных случаев их взаимного расположения в амплитудно-частотной плоскости при возникновении кратных или совпадающих ложных частот.

При определенных условиях РФСС на АВБС обладают существенным преимуществом по сравнению с классическими волоконно-оптическими сенсорными системами, основанными на анализе спектрального отклика классических волоконных решеток. Преимущества РФСС на АВБС заключаются в высокой скорости регистрации данных и использовании недорогих оптико-электронных компонент в рабочей схеме.

### Список литературы

1. Нуреев И.И. Радиотонные амплитудно-фазовые методы интеррогации комплексированных датчиков на основе волоконных решеток Брэгга // Инженерный вестник Дона. 2016. № 2. URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2016/3581>.
2. Нуреев И.И. Сенсорные пассивные оптические сети и ключевые вопросы применения в них волоконных брэгговских решеток // Инженерный вестник Дона. 2016. № 2. URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2016/3605>.
3. Нуреев И.И. Радиотонные полигармонические системы интеррогации комплексированных датчиков на основе волоконных брэгговских решеток. Часть 1. Радиотонные полигармонические методы зондирования // Прикладная фотоника. 2016. Т. 3. № 3. С. 193–220.
4. Нуреев И.И. Радиотонные полигармонические системы интеррогации комплексированных датчиков на основе волоконных брэгговских решеток. Часть 2. Единое поле комплексированных датчиков // Прикладная фотоника. 2016. Т. 3. № 3. С. 221–251.
5. Нуреев И.И. Радиотонные полигармонические системы интеррогации комплексированных датчиков на основе волоконных брэгговских решеток. Часть 3. Полигармонические системы интеррогации комплексированных волоконно-оптических датчиков // Прикладная фотоника. 2017. Т. 4. № 2. С. 139–170.



6. Xu O., Zhang J., Yao J. High speed and high resolution interrogation of a fiber Bragg grating sensor based on microwave photonic filtering and chirped microwave pulse compression // *Optics Letters*. 2016. Vol. 41. № 21. P. 4859–4862.
7. Triana A., Pastor D. Interrogation of super-structured FBG sensors based on discrete prolate spheroidal sequences // *Proc. SPIE*. 2017. Vol. 10231. P. 102310H.
8. Волоконные брэгговские решетки с двумя фазовыми сдвигами как чувствительный элемент и инструмент мультиплексирования сенсорных сетей / Р.Ш. Мисбахов [и др.] // *Инженерный вестник Дона*. 2017. № 3. URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2017/4343>.
9. Gasulla I., Capmany J. Analytical model and figures of merit for filtered microwave photonic links // *Opt. Express*. 2011. Vol. 19. № 20. P. 19758–19774.
10. Innovative concepts in microwave photonics / J. Capmany [et al.] // *Waves*. 2012. № 4. P. 43–58.
11. Aybatov D.L., Morozov O.G., Sadeev T.S. Dual port MZM based optical comb generator for all-optical microwave photonic device // *Proc. of SPIE*. 2011. Vol. 7992. P. 799202.
12. Development problems of frequency reflectometry for monitoring systems of optical fiber structures / O.G. Natanson [et al.] // *Proc. of SPIE*. 2005. Vol. 5854. P. 215–223.
13. Il'in G.I., Morozov O.G., Il'in A.G. Theory of symmetrical two-frequency signals and key aspects of its application // *Proc. of SPIE*. 2014. Vol. 9156. P. 91560M.
14. Morozov O.G. RZ, CS-RZ and soliton generation for access networks applications: problems and variants of decisions // *Proc. of SPIE*. 2012. Vol. 8410. P. 84100P.
15. Модуляционные методы формирования спектрально чистого двухканального полигармонического излучения с одинаковой разностной частотой и поляризационным мультиплексированием. Постановка задачи / О.Г. Морозов [и др.] // *Инженерный вестник Дона*. 2017. № 4. URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2017/4587>.
16. Процедура решения задач калибровки совмещенных датчиков давления и температуры / А.Ж. Сахабутдинов [и др.] // *Нелинейный мир*. 2015. Т. 13. № 8. С. 32–38.
17. Характеризация резонанса Фано в оптических биосенсорах рефрактометрического типа на основе кольцевых волоконных брэгговских решеток с  $\pi$ -сдвигом. Постановка задач моделирования / А.Ж. Сахабутдинов [и др.] // *Инженерный вестник Дона*. 2018. № 2. URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2018/5002>.
18. Сахабутдинов А.Ж., Нуреев И.И., Морозов О.Г. Уточнение положения центральной длины волны ВБР в условиях плохого соотношения сигнал-шум // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2015. Т. 18. № 3-2. С. 98–102.
19. Сахабутдинов А.Ж. Иерархический классификатор задач построения радиофотонных сенсорных систем на основе адресных волоконных брэгговских структур // *Инженерный вестник Дона*. 2018. № 2. URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2018/5141>.
20. Сахабутдинов А.Ж. Адресные волоконные брэгговские структуры на основе двух идентичных сверхузкополосных решеток // *Инженерный вестник Дона*. 2018. № 3. URL: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2018/5142>.

---

## Interrogation procedure for double addressed fiber Bragg structures as sensors of radiophotonic fewsensor system

*A.Zh. Sakhabutdinov, O.G. Morozov*

Microwave photonic sensor systems represent a wide class of information systems with measurement conversion that use standardized analog and parallel links of parallel and sequential type with filtering, allowing to functionally displaying the information of the measurement conversion, obtained in the optical range, in the radio frequency one. One of the main, most widely used elements in the microwave photonic sensor systems, which solves the problems of forming, filtering and measuring the conversion of optical radiation, including for the stage of further generation of radio-frequency carriers, is the fiber Bragg grating. The cumulative analysis made it possible to propose for the design of microwave photonic sensor systems a new class of sensors - address fiber Bragg structures - constructed on the basis of the fiber Bragg grating with two symmetrical discrete phase shifts or two identical the fiber Bragg grating, potentially having improved metrological and technical and economic characteristics. Of particular interest are few-sensor measurement systems designed to simultaneously measure two related physical quantities simultaneously. In this paper, we will consider a mathematical model of a combined complex fiber-optic temperature and pressure sensor, as an example of constructing few-sensor microwave photonic measuring systems, which, without loss of generality, can be extended to temperature-deformation, temperature-strain pairs, etc. Discussed and resolved the problems of measurement situations, the emergence of which is determined by the essence of the address approach, and are aimed at unambiguous determination of the characteristics of the fiber Bragg grating with unic address.

*Keywords:* microwave photonic sensor system, address fiber Bragg structure, integrated fiber-optical sensor, interrogation, multiplexing, address, difference address frequency.

---