

Исследование динамики квадратной решетки оптических вихрей в модели широкоапертурного лазера

А.А. Кренц, Н.Е. Молевич

Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С.П. Королева
443086, Российская Федерация, г. Самара
Московское шоссе, 34

С помощью системы уравнений Максвелла – Блоха аналитически и численно исследована динамика квадратной решетки оптических вихрей, образующейся в широкоапертурных лазерах. При накачке, близкой к порогу генерации, реализуется стационарная решетка вихрей. При увеличении накачки решетка вихрей теряет устойчивость в результате бифуркации Андронова – Хопфа, что приводит к возникновению в решетке колебаний. Далее решетка разрушается, и наблюдается нерегулярное движение отдельных оптических вихрей. Построены бифуркационные диаграммы.

Ключевые слова: широкоапертурный лазер, оптический вихрь, вихревая решетка, численное моделирование.

Введение

Хорошо известно, что дифракционные эффекты в нелинейной оптике могут приводить к формированию нелинейных оптических структур в плоскости ортогональной направлению распространения излучения. Наиболее известный эффект, обнаруженный на заре нелинейной оптики – самофокусировка света в среде с кубической нелинейностью [1]. Позднее были теоретически предсказаны [2] и обнаружены экспериментально [3] солитоны в средах с квадратичной нелинейностью. В фоторефрактивных кристаллах теоретически и экспериментально обнаружены гексагональные структуры [4]. Изучены нелинейные свойства жидкокристаллических элементов, в которых экспериментально обнаружены спиральные волны [5]. В параметрических генераторах обнаружены цепочки оптических вихрей [6], аналогичные гидродинамическим. Кроме того в нелинейных оптических средах наблюдается формирование регулярных вихревых решеток гексагональной и квадратной геометрии, в которых каждый вихрь занимает стационарное положение [7–9].

Активная среда лазера также обладает нелинейными свойствами, поэтому следует ожидать возникновения в поперечном сечении пучка нетривиальных нелинейных оптических структур. Стоит отметить, что для большинства лазерных приложений формирование сложных попереч-

ных оптических структур является нежелательным, поэтому часто стараются ограничить ширину лазерной апертуры, ограничивая пространственные степени свободы системы. Однако в широкоапертурных лазерах нелинейное взаимодействие большого числа поперечных мод может приводить к спонтанному появлению сложных пространственно-временных оптических структур, в том числе квадратных решеток вихрей. Квадратные решетки оптических вихрей экспериментально наблюдаются в микроциповом лазере на кристалле Nd:YVO₄ [10–12], в широкоапертурном CO₂ лазере, работающем на одной продольной моде [13], в твердотельном лазере с оптической накачкой на кристалле LiNdP₄O₁₂ [14], в Na₂ лазере [15], в полупроводниковом вертикально излучающем лазере [16]. Наблюдаемые структуры в разных типах лазеров поразительно похожи, несмотря на различие между физическими процессами, участвующими в излучении света.

Отметим, что учет дифракционных эффектов в нелинейной оптике сводится к учету так называемого поперечного лапласиана при выводе соответствующих уравнений методом медленно меняющихся амплитуд. В конечном итоге модели представляют собой нелинейные параболические уравнения в частных производных или системы таких уравнений.

Исследуемые в данной работе вихревые решетки наблюдаются не только в нелинейной оп-

тике. Давно известны гексагональные вихревые решетки в сверхпроводниках второго рода – так называемые вихри Абрикосова [17], при этом отметим, что моделью данного явления является уравнение Гинзбурга – Ландау, комплексная форма которого является математической моделью многих дифракционных нелинейных оптических эффектов. Квадратные и гексагональные вихревые решетки обнаружены в конденсате Бозе – Эйнштейна [18].

1. Математическая модель

В соответствующей нормировке параболическое уравнение, описывающее пространственно-временную динамику оптического поля в усиливающей нелинейной активной лазерной среде в случае плоскопараллельного резонатора имеет вид [19]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} &= \sigma(P - E) + ia\Delta_{\perp} E, \\ \frac{\partial P}{\partial t} &= -(1 + i\delta)P + DE, \\ \frac{\partial D}{\partial t} &= -\gamma[D - r + 0.5(E^*P + EP^*)], \end{aligned} \quad (1)$$

где E , P , D – безразмерные огибающие электрического поля, поляризации и инверсии населенности соответственно; $\gamma = \gamma_{\parallel} / \gamma_{\perp}$ и $\sigma = \gamma_c / \gamma_{\perp}$, γ_{\parallel} – скорость релаксации инверсии, γ_c – полуширина энергетической полосы пропускания резонатора; $\delta = (\omega_a - \omega_c) / \gamma_{\perp}$ – расстройка между центром линии усиления и частотой резонатора, нормированная на полуширину линии усиления; Δ_{\perp} – двумерный лапласиан; x , y – поперечные координаты, нормированные на ширину апертуры d ; $a = c^2 / (2\omega\gamma_{\perp}d^2)$ – дифракционный параметр; r – накачка, нормированная на пороговое значение. Модель (1) справедлива для лазера, работающего на единственной продольной моде и получила в литературе название уравнений Максвелла – Блоха. Уравнения учитывают инерционность активной среды лазера. В предельном безинерционном случае, когда поляризация и инверсия мгновенно следуют за изменением поля, система уравнений (1) редуцируется к обобщенному уравнению Гинзбурга – Ландау в случае $\delta < 0$ и комплексному уравнению Свифта – Хохенберга в случае $\delta > 0$ [6]. Отметим, что впервые уравнение Свифта – Хохенберга возникло при описании явлений самоорганизации в конвективных явлениях и описывает возникновение гексагональных структур (ячейки Бе-

нара), бегущих и спиральных волн [20]. В предшествующих теоретических работах [21; 22] формирование квадратной решетки оптических вихрей в широкоапертурных лазерах было исследовано только с помощью укороченных уравнений в предельном случае безинерционной активной среды лазера. Данная работа ставит целью учесть влияние конечности релаксационных параметров σ и γ на формирование квадратной решетки оптических вихрей, а также исследовать нелинейную динамику вихревой решетки.

2. Линейный анализ устойчивости

В работе впервые [23] была показана важность параметра отстройки. Следует различать два качественно различных случая: $\delta < 0$ и $\delta > 0$. При $\delta < 0$ в случае неограниченных размеров области система уравнений (1) имеет простейшее пространственно-однородное решение:

$$\begin{aligned} D &= 1 + \left(\frac{\delta}{\sigma + 1} \right)^2, \quad E = \sqrt{r - D} \exp(-i\Omega t), \\ P &= \frac{(\sigma - i\Omega)E}{\sigma}, \quad \Omega = \frac{\delta\sigma}{\sigma + 1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Так как оптическое поле в данном случае имеет однородное распределение в поперечной плоскости (x, y) , то решение (1) соответствует генерации лазером простой плоской волны в направлении, совпадающем с продольной осью плоскопараллельного резонатора. Стоит отметить, что в случае $\delta < 0$ неустойчивость режима приосевой генерации (2) может приводить к возникновению сложных пространственно-временных оптических структур. В том числе наблюдаются спиральные волны [24], периодические и квазипериодические структуры [25].

Качественно иной режим генерации наблюдается при $\delta > 0$. В той же работе [23] показано, что в случае неограниченных размеров области при положительной отстройке система уравнений (1) имеет простейшее решение вида бегущей волны:

$$\begin{aligned} E(t, \vec{r}) &= E_0 \exp(i(\vec{k}_{\perp} \vec{r} + \Omega t)), \\ P(t, \vec{r}) &= P_0 \exp(i(\vec{k}_{\perp} \vec{r} + \Omega t)), \\ D(t, \vec{r}) &= D_0, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} |E_0|^2 &= r - 1, \quad D_0 = 1, \quad P_0 = E_0, \\ \Omega &= -\delta, \quad k_{\perp}^2 = k_0^2 = \delta/a. \end{aligned} \quad (4)$$

Физически решение (3) соответствует генерации плоской волны под углом к оси резонато-

ра. Связано это с тем, что у волнового вектора электромагнитной волны появляется поперечная составляющая k_{\perp} , при этом, безусловно, поперечная составляющая волнового вектора должна быть гораздо меньше продольной. Различные режимы пространственно-временной динамики лазера при разных знаках отстройки имеют достаточно простое качественное объяснение. Расстояние между двумя зеркалами резонатора определяет дискретный спектр продольных мод. В модели (1) для простоты предполагается, что в линию усиления активной среды попадает только одна продольная мода с волновым вектором k_c и соответствующей частотой ω_c , при этом центр линии усиления находится на частоте ω_a . В случае $\delta = \omega_a - \omega_c > 0$ также выполняется неравенство $k_a > k_c$. При этом волновой вектор генерируемого излучения будет стремиться повернуться так, чтобы его продольная компонента была как можно ближе к величине k_c , что и приводит к появлению поперечной составляющей волнового вектора k_{\perp} . В случае $\delta = \omega_a - \omega_c < 0$ будет выполняться неравенство $k_a < k_c$. При таком соотношении поворота волнового вектора генерируемого излучения происходить не будет, т. к. это только еще больше отдалит систему от резонанса. Невозможность достичь резонанса в случае ненулевой отрицательной отстройки выражается в увеличении порога генерации. При этом при положительной отстройке как следует из (11) генерация начинается уже при $r = 1$. Важно, что указанные выше решения и соответствующая физическая интерпретация справедливы только при неограниченных размерах области (x, y) .

Изотропность поперечной плоскости (x, y) приводит к тому, что направление вектора \bar{k}_{\perp} , лежащего в этой плоскости, может быть произвольным. А значит, существует решение в виде суммы многих бегущих волн вида (3). Хорошо известно, что квадратная решетка вихрей образуется в результате нелинейного взаимодействия четырех бегущих волн, точнее, двух пар антиколлинеарных волн. Волновые вектора этих пар направлены взаимно перпендикулярно. Поэтому в данной работе ограничимся только случаем взаимодействия четырех волн вида (3), с соответственно направленными волновыми векторами. Подставляя в исходную систему (1), и учитывая лишь гармоники низших порядков, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд четырех взаимодействующих волн:

$$\begin{aligned} \partial_t E_j &= \sigma(P_j - E_j), \\ \partial_t P_j &= -P_j + \tilde{D}E_j + E_{j+1}d_{j,j} + \\ &+ E_{j+2}d_{j,j+3} + E_{j+3}d_{j,j+1}, \\ \partial_t \tilde{D} &= -\gamma \left[\tilde{D} - r + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 (E_j^* P_j + E_j P_j^*) \right], \\ \partial_t d_{j,j} &= -\gamma \left[d_{j,j} + \frac{1}{2} (E_j^* P_{j+2} + E_{j+2} P_j^*) \right], \\ \partial_t d_{j,j+1} &= -\gamma \left[d_{j,j+1} + \frac{1}{2} (E_j P_{j+3}^* + \right. \\ &+ E_{j+1} P_{j+2}^* + E_{j+2} P_{j+1}^* + E_{j+3} P_j^*) \left. \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где $j = 1, 2, 3, 4, 1, 2, \dots$ – циклическая перестановка.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (5) описывает нелинейное взаимодействие четырех волн вида (3). Исследуем положения равновесия полученной системы ОДУ. Простейшее нетривиальное положение равновесия системы (5) соответствует одиночной бегущей волне и равносильно полученному ранее решению (3).

Второе возможное положение равновесия представляет собой простую стоячую волну. Амплитуды всех четырех волн при этом оказываются равны, и выполняется условие на фазы:

$$(\varphi_1 + \varphi_3) - (\varphi_2 + \varphi_4) = 0. \quad (6)$$

Последнее положение равновесия соответствует квадратной решетке оптических вихрей. В данном случае амплитуды четырех взаимодействующих волн также равны, но выполняется другое соотношение между фазами:

$$(\varphi_1 + \varphi_3) - (\varphi_2 + \varphi_4) = 0. \quad (7)$$

Найденные положения равновесия системы (5) были исследованы на устойчивость. Стоячая волна оказалась неустойчива по отношению к малым возмущениям при любых значениях лазерных параметров. Физически это означает, что в плоско-параллельном резонаторе стоячая волна никогда не реализуется.

В тоже время решение в виде квадратной решетки вихрей (7) оказывается устойчивым по отношению к малым возмущениям при накачке близкой к пороговому значению, т. е. следует ожидать формирования квадратной решетки вихрей в эксперименте и при численном моделировании исходной системы уравнений (1). Однако при увеличении накачки вихревая решетка теряет устойчивость в результате бифуркации

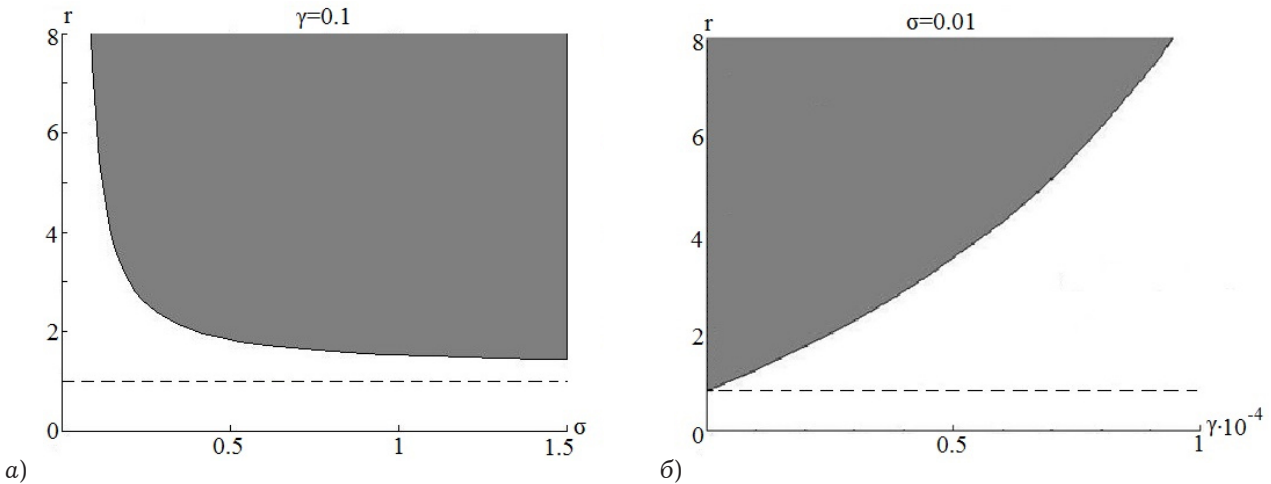


Рис. 1. Диаграммы устойчивости квадратной решетки оптических вихрей (пунктиром указано пороговое значение накачки). В плоскости (σ, r) при фиксированном $\gamma = 0.1$ (а). В плоскости (γ, r) при фиксированном $\sigma = 0.01$ (б)

Андропова – Хопфа. Критическое значение накачки, при котором решетка вихрей теряет устойчивость, зависит от соотношений между релаксационными константами γ и σ . В результате были построены диаграммы устойчивости квадратной решетки оптических вихрей. На рис. 1 приведены примеры диаграмм устойчивости квадратной решетки оптических вихрей. На диаграммах серым цветом выделены области неустойчивости квадратной решетки оптических вихрей, а белым – области устойчивости.

Граница раздела между областями устойчивости и неустойчивости определяет зависимость критического значения накачки от релаксационных констант. По соотношению между релаксационными константами лазеры можно разделить на три динамических класса [26]: лазеры класса А ($\gamma_c \ll \gamma_{\parallel}, \gamma_{\perp}$), класса В ($\gamma_{\perp} \gg \gamma_c \gg \gamma_{\parallel}$), класса С ($\gamma_c \approx \gamma_{\perp} \geq \gamma_{\parallel}$). При моделировании лазеров класса А активная среда лазера считается безинерционной, в таком случае уравнения (2) и (3) адиабатически исключаются из исходной системы. Для лазеров класса В из исходной системы адиабатически исключается уравнение (3). В используемых обозначениях лазеру класса А соответствует соотношение $\sigma \ll \gamma, 1$ и лазеру класса В $\gamma \ll \sigma \ll 1$. Хорошо видно соответствие полученных результатов и ранее известных [21; 22] в предельных случаях лазеров класса А и В. Действительно, в области $\sigma \rightarrow 0$ (рис. 1, а) критическое значение накачки, при котором решетка вихрей теряет устойчивость, $r_{cr} \rightarrow \infty$, то есть для лазеров класса А решетка остается стационарной при любом значении параметра накачки. В области значений параметра $\gamma \rightarrow 0$ (рис. 1, б) критическое значение накачки $r_{cr} \rightarrow 1$, то есть

для лазеров класса В в решетке следует ожидать возникновения колебаний уже при накачке, близкой к пороговому значению.

3. Численное моделирование

Прямое численное моделирование полной системы уравнений в частных производных (1) проводилось с помощью Фурье-метода расщепления по физическим факторам (Split Step Fourier Method). В качестве начального условия задавалось случайное распределение оптического поля малой амплитуды – моделирующее затравочное спонтанное излучение. При моделировании использовалась сетка размером 256×256 , шаг по времени $\tau = 0.01$. Используемый метод предполагает задание периодических граничных условий, наиболее близких к неограниченной области. На начальной стадии развития генерации наблюдается возникновение большого числа неупорядоченно движущихся вихрей. С течением времени вихри, взаимодействуя друг с другом, стремятся занять положения равновесия, образуя при этом упорядоченную вихревую структуру – квадратную решетку вихрей (рис. 2). Решетка состоит из вихрей первого порядка, соседние вихри имеют попарно противоположные топологические заряды (рис. 2, б). На вставке рис. 2, а четко видны четыре ярких пятна, значит вихревая решетка действительно сформирована четырьмя бегущими волнами. При этом, если достаточно большим возмущением оптического поля отклонить вихрь от своего устойчивого положения, то с течением времени он возвращается в исходное состояние, а траектория движения центра вихря имеет вид скручивающейся спирали.

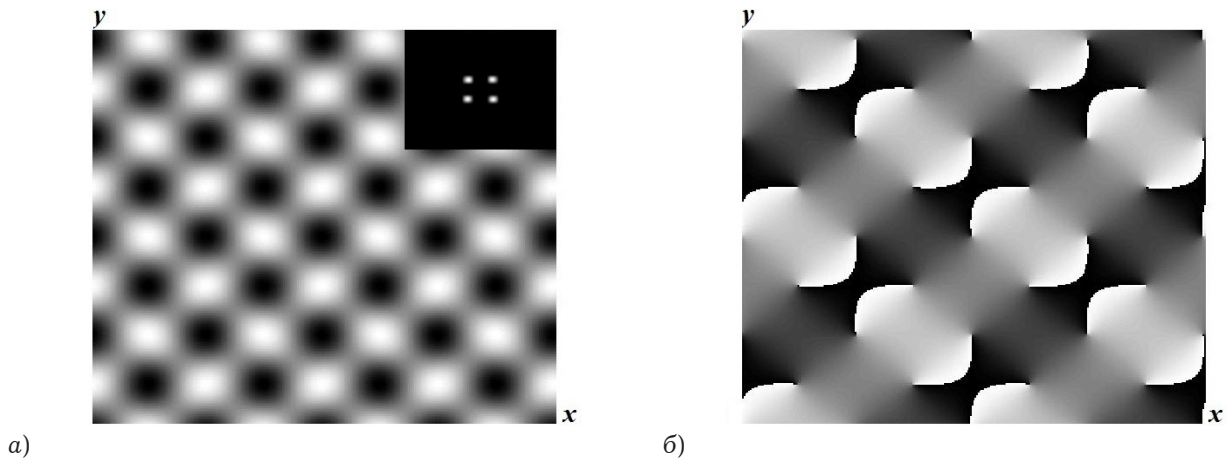


Рис. 2. Стационарная квадратная решетка оптических вихрей, полученная численно при $a = 0.05$, $\sigma = 0.5$, $\gamma = 0.1$, $r = 1.5$. Мгновенное распределение интенсивности в поперечной плоскости (x, y) и картина в дальнем поле (вставка в верхнем правом углу рисунка) (а). Мгновенное распределение фазы (б)

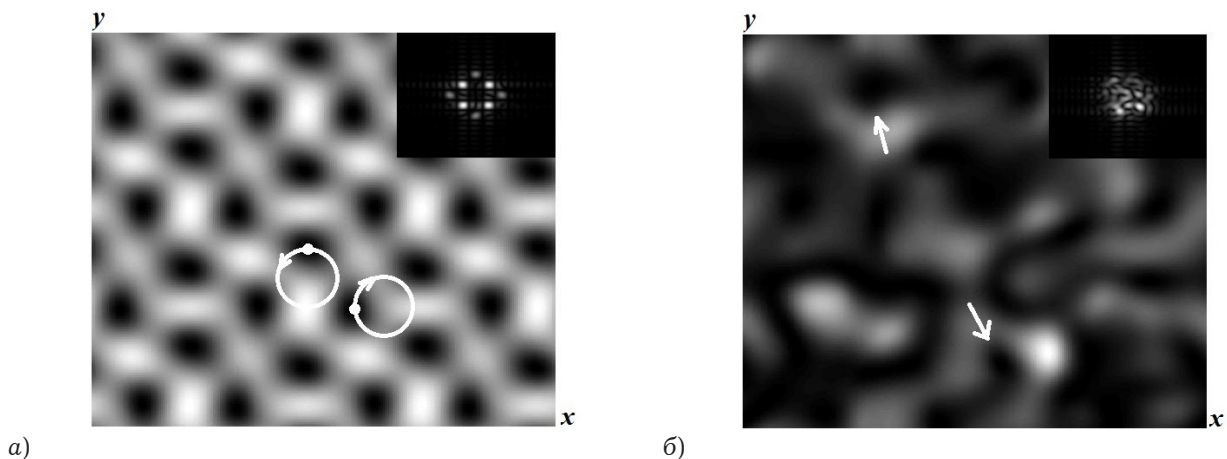


Рис. 3. Нестационарная квадратная решетка оптических вихрей, полученная численно при $a = 0.05$, $\sigma = 0.5$, $\gamma = 0.1$, $r = 3$, мгновенное распределение интенсивности и картина в дальнем поле (а). Хаотический газ оптических вихрей, полученный численно при $a = 0.05$, $\sigma = 0.5$, $\gamma = 0.1$, $r = 7$ и картина в дальнем поле (б)

При увеличении накачки вихревая решетка теряет устойчивость, как и предсказывает проведенный в работе линейный анализ. Вихри начинают двигаться по периодическим орбитам вокруг исходного положения равновесия (рис. 3, а), соседние вихри совершают обходы в противоположных направлениях. В спектре пространственных частот появляются побочные максимумы, что свидетельствует об усложнении поперечной структуры оптического поля. Критическое значение накачки, при котором вихри начинают осциллировать, находится в хорошем согласии с бифуркационными диаграммами (рис. 1). Численное моделирование показало также, что при значительном превышении накачки над критическим значением решетка вихрей «плавится», образуется хаотический газ вихрей (рис. 3, б). Вихри начинают двигаться по сложным нерегулярным траекториям. Нерегулярная динамика оптического поля сопровожда-

ется постоянным рождением и уничтожением оптических вихрей.

Заключение

В данной работе проведен теоретический анализ формирования квадратной решетки оптических вихрей в широкоапертурных лазерах. В качестве математической модели использовалась полная система уравнений Максвелла – Блоха, учитывающая инерционность активной среды лазера. Получена укороченная система уравнений, описывающая нелинейное взаимодействие четырех взаимно перпендикулярных волн. Аналитически получено решение в виде квадратной решетки оптических вихрей и в виде простой стоячей волны. Показано, что стоячая волна является неустойчивой пространственно-временной структурой. Однако вихревая решетка является устойчивой пространственно-временной структурой при накачке близкой к порогу.

Найдено критическое значение накачки, при котором вихревая решетка теряет устойчивость в результате бифуркации Андронова – Хопфа, определена зависимость критического значения накачки от релаксационных параметров модели. Проведено численное моделирование исходной системы уравнений в частных производных. Моделирование подтвердило существование устойчивого решения в виде стационарной квадратной вихревой решетки. Численно показано, что при увеличении накачки в решетке возбуждаются колебания. Усложнение колебаний может приводить к нерегулярной хаотической динамике системы.

Отметим в заключение, что в последнее время решетки оптических вихрей привлекают большое внимание исследователей. Связано это с перспективностью их применения в таких областях, как параллельная манипуляция микрообъектами и интерферометрия. На сегодня существуют различные способы генерации массивов оптических вихрей, или решеток оптических вихрей, например, многолучевая интерференция [27], деление волнового фронта [28], дифракционные методы [29]. Однако для генерации решетки оптических вихрей заданной геометрии данные методы требуют изготовления высокоточных оптических элементов и высокой степени виброзащитности. В то время как, рассмотренная в настоящей работе генерация решеток оптических вихрей в широкоапертурных лазерах происходит спонтанно, без использования каких-либо дополнительных оптических элементов. Нелинейность оптической среды сама приводит к нужному условию на фазы интерферирующих волн (7), необходимому для формирования вихревой решетки. Моделирование показывает, что даже если вывести вихрь из устойчивого положения с течением времени он возвращается в исходное состояние.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-32-60151 мол_а_дк, Государственного задания вузам и научным организациям в сфере научной деятельности (3.1158.2017).

Список литературы

1. Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде // УФН. 1967. Т. 93. № 9. С. 19–70.
2. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П. Нелинейное взаимодействие дифрагирующих световых пучков в среде с квадратичной нелинейностью; взаимософокусировка пучков и ограничение эффективности оптических преобразователей частоты // Письма в ЖЭТФ. 1974. Т. 20. С. 734–739.
3. Observation of two-dimensional spatial solitary waves in quadratic medium / W.E. Torruellas [et al.] // Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 74. P. 5036.
4. Lushnikov P.M., Mamaev A.V. Spontaneous hexagon formation in photorefractive crystal with a single pump wave // Opt. Lett. 1999. Vol. 24. P. 1511.
5. Рахманов А.Н., Шмальгаузен В.И. Автоволновые процессы в интерферометре Фабри-Перо со сложной нелинейной средой // Квантовая электроника. 1992. Т. 19. № 11. С. 1096–1099.
6. Staliunas K., Sanchez-Morsillo V.J. Transverse Patterns in Nonlinear Optical Resonators. Berlin: Springer. 2003. P. 226.
7. Basic transverse dynamics of a photorefractive oscillator / D. Hennequin [et al.] // Opt. Lett. 1999. Vol. 24. P. 1511.
8. Vortex induction via anisotropy stabilized light-matter interaction / R. Barboza [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 109. P. 143901.
9. Harnessing optical vortex lattices in nematic liquid crystals / R. Barboza [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2013. Vol. 111. P. 093902.
10. Chen Y.F., Lan Y.P. Spontaneous transverse pattern formation in a microchip laser excited by a doughnut pump profile // Appl. Phys. B. 2002. Vol. 75. P. 453–456.
11. Chen Y.F., Lan Y.P. Formation of optical vortex lattices in solid-state microchip lasers: spontaneous transverse mode locking // Phys. Rev. A. 2001. Vol. 64. P. 063807.
12. Chen Y.F., Lan Y.P. Transverse pattern formation of optical vortices in a microchip laser with a large Fresnel number // Phys. Rev. A. 2001. Vol. 65. P. 013802.
13. Louvergneaux E., Hennequin D., Dangoisse D., Glorieux P. Transverse mode competition in a CO₂ laser // Phys. Rev. A. 1996. Vol. 53. P. 4435–4438.
14. Otsuka K., Chu S. Generation of vortex array beams from a thin-slice solid-state laser with shaped wide-aperture laser-diode pumping // Optics Letters. 2009. V. 34. P. 10–12.
15. Transverse laser patterns I. Phase singularity crystals / M. Brambilla [et al.] // Phys. Rev. A. 1991. Vol. 43. P. 5090–5113.
16. Scheuer J., Orenstein M. Vortices crystals spontaneous generation in nonlinear semiconductor microcavities // Science. 1999. Vol. 285. P. 230–233.
17. Абрикосов А.А. О магнитных свойствах сверхпроводников второй группы // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 1442.
18. Vortex lattice dynamics in rotating spinor Bose – Einstein condensates / V. Schweikhard [et al.] // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. P. 210403.
19. Local-field effects in pattern formation in large-aspect-ratio lasers / O.G. Calderon [et al.] // Phys. Rev. A. 2003. Vol. 67. P. 043812.
20. Cross M.C., Hohenberg P.C. Pattern formation outside of equilibrium // Reviews of Modern Physics. 1993. Vol. 65. P. 851.

21. Staliunas K., Weiss C.O. Tilted and standing waves and vortex lattices in class-A lasers // *Physica D*. 1995. Vol. 8. P. 79–93.
22. Staliunas K., Weiss C.O. Nonstationary vortex lattices in large-aperture class B lasers // *Journal of the Optical Society of America B*. 1995. Vol. 12. P. 1142.
23. Space-time dynamics of wide-gain-section lasers / P.K. Jacobsen [et al.] // *Phys. Rev. A*. 1992. Vol. 45. P. 2076–2086.
24. Dynamic modes of wide-aperture laser systems above the second lasing threshold / D.A. Anchikov [et al.] // *Bulletin of the Lebedev Physics Institute*. 2014. Vol. 41. P. 226–229.
25. Кренц А.А., Молевич Н.Е. Каскад бифуркаций удвоения тора в лазере с отстройкой частоты // *Квантовая электроника*. 2009. Т. 39. С. 751–756.
26. Ханин Я.И. Основы динамики лазеров. М.: Наука, 1999. 368 с.
27. Generation of optical vortex arrays using single-element reversed-wavefront folding interferometer / B. Singh [et al.] // *International Journal of Optics*. 2012. Vol. 2012. P. 517591.
28. Vyas S., Senthilkumar P. Two dimensional vortex lattices from pure wavefront tilts // *Optics Communications*. 2010. Vol. 283. P. 2767–2771.
29. Generation of dipole vortex array using spiral Dammann zone plates / J. Yu [et al.] // *Applied Optics*. 2012. Vol. 51. P. 6799–6804.

Dynamics of the square optical vortex lattice in the model of broad-area laser

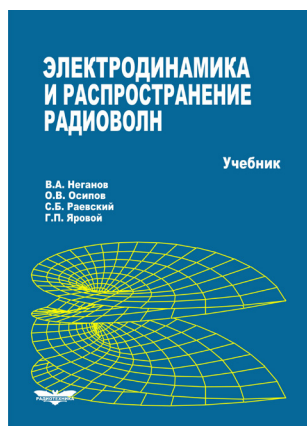
A.A. Krents, N.E. Molevich

Dynamics of the square optical vortex lattice in broad-area lasers is investigated both numerically and analytically on a base of the full system of Maxwell-Bloch equations. A linear analysis and numerical simulations show the formation of the stationary vortex lattice near the laser threshold. The pump parameter increasing results in the Andronov-Hopf bifurcation and the emergence of vortex lattice oscillations. At further increase of pump parameter, the lattice is destroyed and non-regular moving of separated vortices is observed. Bifurcation diagrams are obtained.

Keywords: broad-area laser, optical vortex, vortex lattice, numerical simulation.

Неганов, В.А.

Электродинамика и распространение радиоволн: учебник / В.А. Неганов [и др.]; под ред. В.А. Неганова и С.Б. Раевского. – Изд. 4-е, доп. и перераб. – М.: Радиотехника, 2009. – 744 с.



ISBN 978-5-88070-154-4

УДК 537.87(075.3)
ББК 22.3
Н 41

Книга написана активно работающими в области электродинамики учеными. Излагаются теория электромагнитного поля с акцентом на радиотехническую электродинамику и анализ волновых процессов; рассматриваются отражение и преломление волн, излучение и дифракция; описываются основные закономерности распространения электромагнитных волн в различных безграничных средах (изотропных, анизотропных, диспергирующих, неоднородных), в направляющих и резонансных структурах, в природных условиях. Обсуждаются методы математического моделирования в электродинамике, опирающегося на применение ЭВМ.

Отличительной особенностью книги является обсуждение современных проблем электродинамики: расчет электромагнитных волн в ближних зонах излучающих структур (самосогласованный метод расчета), комплексных волн в волноведущих структурах и др.

Предназначается для студентов радиотехнических и радиофизических специальностей вузов, а также инженеров-радиотехников и радиофизиков.