

## Электродинамический анализ синусоидальной антенны малых волновых размеров

Д.П. Табаков<sup>1</sup> , В.Ю. Зондаи<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики  
443010, Россия, г. Самара,  
ул. Л. Толстого, 23

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева  
443086, Россия, г. Самара,  
Московское шоссе, 34

**Аннотация – Обоснование.** Работа направлена на развитие и исследование строгих методов расчета тонкопроволочных структур со сложной формой образующей, имеющих малые волновые размеры, а также на исследование протекающих в них физических процессов. Частным случаем подобных структур является синусоидальная антенна, работающая в режиме стоячей волны тока. **Цель.** В работе осуществляется решение внутренней и внешней задач электродинамики для синусоидальной антенны малых волновых размеров, расположенной над бесконечно протяженным идеальным рефлектором. Производится расчет токов на элементах структуры, определяются ее входное сопротивление и характеристики излучения. **Методы.** В основе исследований лежит строгий электродинамический подход, в рамках которого для указанной структуры в тонкопроволочном приближении формируется интегральное представление электромагнитного поля, сводящееся при рассмотрении на поверхности проводников совместно с граничными условиями к системе интегральных уравнений Фредгольма второго рода, записанных относительно неизвестных распределений тока на проводниках (внутренняя задача). **Результаты.** Предложена математическая модель излучающей структуры, определены: входное сопротивление структуры и базовые характеристики ее излучения. Показано, что рабочий диапазон синусоидальной антенны в режиме стоячих волн определяется добротностью резонансов входного сопротивления; увеличение ширины синусоидального проводника ведет к снижению резонансных частот входного сопротивления с одновременным увеличением добротности резонансов. **Заключение.** С практической точки зрения использование рассмотренной структуры позволяет существенно уменьшить габариты в сравнении с тонким электрическим вибратором, однако при этом будет соответствующим образом сужен рабочий диапазон, определяющийся, в силу слабой зависимости характеристик излучения от частоты, добротностью резонансов. Распределение тока на образующей структуры можно рассматривать как «проекцию» стоячей поверхностной волны, локализованной в плоскости синусоидального проводника и образующейся в результате суперпозиции прямой и обратной поверхностных (замедленных) волн, распространяющихся со скоростью, существенно меньшей скорости света. Для дальнейшего уточнения физики происходящих в структуре процессов следует использовать спектральный анализ токовых функций и исследование распределений электромагнитного поля в ближней зоне структуры.

**Ключевые слова** – синусоидальная антенна; интегральное уравнение Фредгольма; тонкопроволочное приближение; интегральное представление электромагнитного поля; резонанс; распределение тока.

### Введение

Последние технологические достижения в области беспроводной связи диктуют необходимость в компактных плоских излучающих структурах. Известно, что первый резонанс тонкого симметричного проволочного вибратора соответствует соотношению  $2H/\lambda \approx 0,47$ , где  $H$  – длина плеча вибратора, а  $\lambda$  – длина электромагнитной волны. Таким образом, уменьшение размера вибратора соответствует уменьшению приведенного соотношения. Этого можно достичь, придав проводнику синусоидальную форму [1; 2]. Однако несмотря на то, что концепция была разработана в 50-х годах прошлого века [3], изучение внутренних электродинамических процессов в синусоидальных антеннах с помощью строгих электродинамических

методов еще предстоит провести, что определяет актуальность данной работы. Исследования для несинусоидальных структур, показали удовлетворительные результаты [4; 5] в плане уменьшения габаритов. Большая часть исследований по синусоидальным излучающим структурам имеет экспериментальный характер, любые ссылки на математическое моделирование были ограничены выводами соответствующих интегралов излучения без строгого решения проблемы рассеяния поверхностных волн на синусоидальной излучающей структуре [6; 7], поэтому обычно приводятся качественные, а не количественные результаты. Ранее в рамках тезисов докладов авторы статьи представили математическую модель синусоидальной антенны и некоторые результаты численного анализа [8]. Настоящая статья представляет

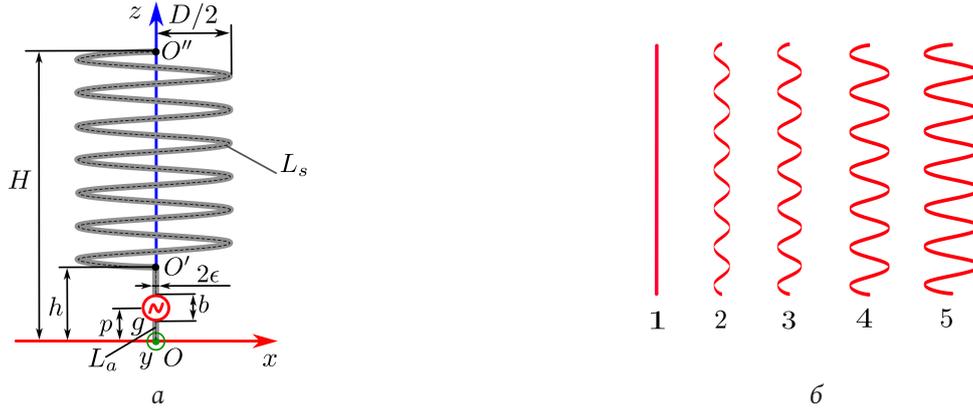


Рис. 1. Тонкопроволочная модель синусоидальной структуры (а) и синусоидальный проводник (б) при различных соотношениях  $D/H = \chi$ : 1 -  $\chi = 0,0$ ; 2 -  $\chi = 0,12$ ; 3 -  $\chi = 0,18$ ; 4 -  $\chi = 0,24$ ; 5 -  $\chi = 0,3$   
 Fig. 1. Thin-wire model of a sinusoidal structure (a) and a sinusoidal conductor (b) at various ratios  $D/H = \chi$ : 1 -  $\chi = 0,0$ ; 2 -  $\chi = 0,12$ ; 3 -  $\chi = 0,18$ ; 4 -  $\chi = 0,24$ ; 5 -  $\chi = 0,3$

собой расширенную и дополненную версию материалов, опубликованных в [9].

## 1. Постановка задачи

Синусоидальная антенна (СА) представляет собой идеальный проводник  $OO''$  круглого сечения, имеющий прямолинейный  $OO'$  и синусоидальный участки  $O'O''$ , расположенный над бесконечно протяженным идеальным экраном, лежащим в плоскости  $XOZ$ . Радиус проводника равен  $\epsilon$ . Геометрия СА показана на рис. 1, а. Здесь  $D$  - ширина синусоидального участка;  $H$  - общая осевая длина излучателя;  $h$  - длина прямолинейного участка  $OO'$ . Прямолинейный участок  $OO'$  имеет разрыв длиной  $b$ , центр которого соответствует  $z = p$ , при этом переменную  $p$  в дальнейшем будем называть линейной координатой точки питания. В разрыв помещен генератор ЭДС  $g$ , являющийся источником стороннего электрического поля на проводнике. Под действием стороннего электрического поля на проводнике возникает поверхностный электрический ток, распределение которого удовлетворяет уравнениям Максвелла, граничным условиям и условию излучения на бесконечности. Полагая, что  $b \ll \lambda$ , где  $\lambda$  - длина волны, будем считать, что распределение поверхностного тока непрерывно в области зазора. Условие  $\epsilon \ll \lambda$  позволяет нам использовать тонкопроволочное приближение, в рамках которого можно перейти от поверхностной плотности тока к полному азимутально-независимому осевому току  $I(l)$ , где  $l$  - естественная координата на образующей  $L$  проводника  $OO''$ . Далее также будем использовать условие  $h \ll H$ , минимизирующее влияние прямолинейного участка  $OO'$  на общее распределение тока.

Образующие участков проводника могут быть определены следующим образом:

$$L_a : \mathbf{r}(l) = \hat{\mathbf{z}}l, l \in [0; h]; \quad (1)$$

$$L_s : \mathbf{r}(t) = \hat{\mathbf{x}}(D/2)\cos t + \hat{\mathbf{z}}(h + h_z(t - \pi/2)), \\ t \in 2\pi N_l[0; 1] + \pi/2.$$

Здесь переменная  $l$  является естественным параметром на образующей прямолинейного участка  $L_a$ ; переменная  $t$  - параметр на образующей синусоидального участка;  $h_z$  представляет собой коэффициент развертки синусоидального элемента вдоль оси  $z$ ;  $N_l$  - число периодов синусоиды. Общую образующую обозначим как  $L: L_a \cup L_s$ ,  $l \in [0; L]$ , где  $l \in [0; h]$  соответствует  $L_a$ , а  $l \in [h; L]$  соответствует  $L_s$ . При этом для  $L_s$  осуществляется процедура репараметризации [9] с целью перехода от параметра  $t$  к параметру  $l$  для  $L_s$  в (1). Точка  $O'$  является особой точкой на общей образующей, так как в ней вектор касательной изменяется скачкообразно. Данный момент необходимо учесть в дальнейшем при осуществлении процедуры сегментации общей образующей.

В рамках тонкопроволочного приближения мы можем описать электромагнитное поле (ЭМП) структуры интегральным представлением [12], записанным с учетом наличия бесконечно протяженного экрана:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \int_L I(l') \bar{\mathbf{K}}^{(F)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}(l')) dl', \quad F \equiv E, H; \quad (2)$$

Здесь

$$\bar{\mathbf{K}}^{(F)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}(l')) = \frac{1}{2} \left( \mathbf{K}^{(F)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}(l')) - \mathbf{K}^{(F)}(\mathbf{r}, \bar{\mathbf{r}}(l')) \right)$$

- ядра ИП ЭМП;  $\bar{\mathbf{r}}(l)$  - радиус-вектор на зеркально отображенной общей образующей  $L$ , полученной заменой  $\hat{\mathbf{z}} \rightarrow -\hat{\mathbf{z}}$  в (1):

$$\mathbf{K}^{(E)} = \frac{W_m}{ik} \left[ \hat{\mathbf{l}} k^2 \mathbf{G} + \frac{\partial}{\partial l'} (\mathbf{d} \mathbf{B}) \right], \quad \mathbf{K}^{(H)} = (\mathbf{d} \times \hat{\mathbf{l}}) \mathbf{B};$$

$\hat{\mathbf{l}} = d\mathbf{r}(l')/dl = \hat{\mathbf{l}}(l')$  – единичный вектор касательной на  $L$ , вычисленный в точке, соответствующей значению натурального параметра  $l'$ ;

$$G = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R}, \quad B = \frac{1}{R} \frac{dG}{dR} = -\frac{ikR+1}{R^2} G$$

– соответственно функция Грина и ее производная;  $R = \sqrt{|\mathbf{d}|^2 + \varepsilon^2}$  – регуляризованное расстояние между точкой источника  $\mathbf{r}(l')$  и точкой наблюдения  $\mathbf{r}$ ;  $\mathbf{d} = \mathbf{r} - \mathbf{r}(l')$ ;  $W_m$  и  $k$  – волновое сопротивление и волновое число свободного пространства соответственно;  $\mathbf{r}$  – точка наблюдения. Бесконечно протяженный идеальный экран в плоскости  $XOY$ , по сути, представляет собой «электрическую стенку», на которой выполняются условия  $E_x = E_y = H_z = 0$ . С помощью граничного условия

$$\hat{\mathbf{l}}(l) \cdot (\mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}(l)) + \mathbf{E}(\mathbf{r}(l))) = 0, \quad l \in L, \quad (3)$$

в котором  $\mathbf{E}^{(in)}$  – поле, создаваемое сторонними источниками,  $\mathbf{E}$  – поле, создаваемое токовой функцией  $I(l)$  согласно (2), можно получить интегральное уравнение Фредгольма первого рода

$$\int_L I(l') K(l, l') dl' = E(l), \quad l \in L, \quad (4)$$

в котором  $E(l) = \hat{\mathbf{l}}(l) \cdot \mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}(l))$  – правая часть, представляющая собой касательную составляющую электрического поля на образующей.  $K(l, l') = \hat{\mathbf{l}}(l) \cdot \bar{\mathbf{K}}^{(E)}(\mathbf{r}(l), \mathbf{r}(l'))$  – ядро ИУ.

Функция  $E(l)$  равна нулю всюду, за исключением области зазора, и может быть задана следующим образом:

$$E(l) = \begin{cases} U/b, & l \in [p-b/2; p+b/2]; \\ 0, & l \notin [p-b/2; p+b/2], \end{cases}$$

где  $U$  – напряжение генератора в области зазора, при численном моделировании предполагалось, что  $U = 1$  В.

Для перехода от ИУ (4) к СЛАУ аппроксимируем образующую  $L$  ломаной  $L^{(N)}$ , состоящей из  $N = N_a + N_s$  сегментов и, соответственно,  $N+1$  узлов:

$$L \rightarrow L^{(N)} : \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N_a+1}, \dots, \mathbf{r}_{N+1}.$$

Здесь  $N_a$  соответствует числу сегментов на прямолинейном участке,  $N_s$  – числу сегментов на синусоидальном участке, узел  $\mathbf{r}_{N_a+1}$  – особой точке  $O'$  образующей  $L$ . Между узлами с номерами  $k$  и  $k+1$  находится  $k$ -й сегмент  $\mathbf{r}_k(l)$ , урав-

нение которого может быть записано в следующем виде:

$$\mathbf{r}_k(l) = \mathbf{r}_k^* + \hat{\mathbf{l}}_k l, \quad l \in [-\Delta_k/2, \Delta_k/2].$$

Здесь  $\mathbf{r}_k^* = (\mathbf{r}_k + \mathbf{r}_{k+1})/2$  – центр сегмента;  $\Delta_k = |\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k|$  – длина сегмента;  $\hat{\mathbf{l}}_k = (\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k)/\Delta_k$  – единичный вектор касательной на сегменте, здесь и далее индексы  $k = 1 \dots N$  будем ассоциировать с сегментами на соответствующем элементе структуры.

Полагая, что  $\Delta_i \ll \lambda$ , и  $I(l') = I_i \in \Delta_i$ , на основе (4) можно получить СЛАУ вида

$$\hat{\mathbf{Z}} \mathbf{I} = \mathbf{E}, \quad (5)$$

где  $\hat{\mathbf{Z}}$  – матрица СЛАУ, элементы  $Z_{i,j}$  которой определяются выражением

$$Z_{i,j} = \hat{\mathbf{l}}_i \cdot \int_{\Delta_j} \bar{\mathbf{K}}^{(E)}(\mathbf{r}_i^*, \mathbf{r}_j(l)) dl,$$

в котором  $\mathbf{I}$  – вектор, содержащий значения комплексных амплитуд токов  $I_j$  на сегментах;  $\mathbf{E}$  – вектор, содержащий информацию о стороннем поле в точках коллокации, элементы  $E_i$  которого вычисляются следующим образом:  $E_i = \hat{\mathbf{l}}_i \cdot \mathbf{E}^{(in)}(\mathbf{r}_i^*)$ . Ранее приведенные выражения с успехом использовались для решения задач излучения и дифракции электромагнитных волн [11; 12].

## 2. Численное моделирование и анализ результатов

Были исследованы пять вариантов синусоидальной структуры, показанных на рис. 1, б. Отметим, что первый вариант соответствует обычному электрическому вибратору с длиной плеча, равному  $H$ . Для всех вариантов  $h/H = 0,06$ ,  $b/H = 0,012$ , при этом для обоих проводников  $\varepsilon/H = 1,8 \cdot 10^{-3}$ . Число сегментов синусоидального проводника для вариантов 1–5 структуры было равно 79, 132, 175, 220 и 280 соответственно и подбиралось, исходя из условия близости длин сегментов синусоидального проводника к длинам сегментов активного прямолинейного проводника. Число сегментов активного проводника было равным 5. При этом выполнялось условие  $2\varepsilon \leq \Delta \leq 12\varepsilon$  [6], необходимое для получения устойчивого решения ИУ (4). В диапазоне  $H/\lambda = x = [0,001; 0,6]$  вычислены распределения токов по образующей структуры, и далее на основе этих распределений определены характеристики излучения и зависимости входного сопротивления структуры от  $x$ .

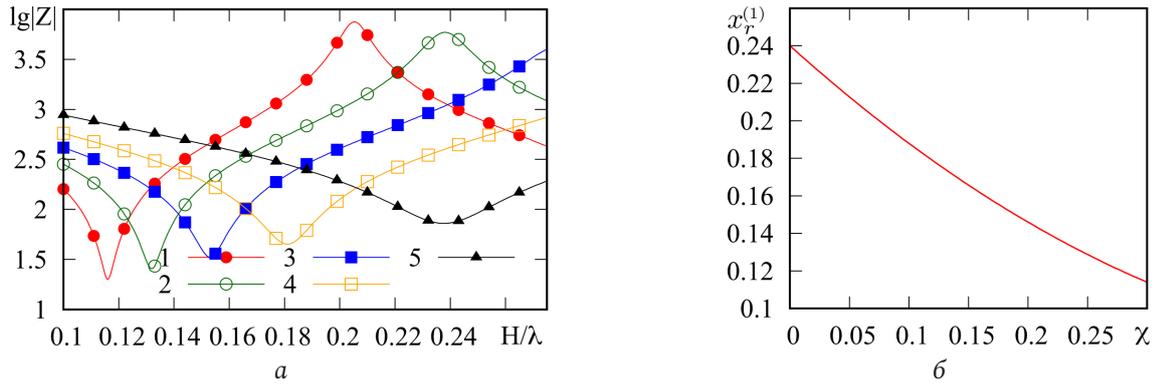


Рис. 2. Зависимость входного сопротивления от  $x$  при различных значениях  $\chi$ : 1 -  $\chi = 0,3$ ; 2 -  $\chi = 0,24$ ; 3 -  $\chi = 0,18$ ; 4 -  $\chi = 0,12$ ; 5 -  $\chi = 0$  (а); зависимость частоты первого резонанса от  $\chi$  (б)  
 Fig. 2. Dependence of input resistance on  $x$  for different values of  $\chi$ : 1 -  $\chi = 0,3$ ; 2 -  $\chi = 0,24$ ; 3 -  $\chi = 0,18$ ; 4 -  $\chi = 0,12$ ; 5 -  $\chi = 0$  (а); dependence of the first resonance frequency on  $\chi$  (б)

Расчет характеристик излучения показал, что практически во всем исследуемом диапазоне диаграммы направленности для всех вариантов структур имеют довольно мало отличий от диаграммы направленности обычного симметричного электрического вибратора аналогичных размеров. Наибольшие отличия возникают только вблизи верхней границы исследуемого диапазона, и для этого графики случая будут приведены далее. То же касается и распределений тока вдоль образующей проводника, имеющего в рассматриваемом диапазоне вид стоячей волны. Соответствующие результаты, полученные в окрестности первого резонанса, приведены в [8].

Наиболее интересным с практической точки зрения является исследование частотной зависимости входного сопротивления. Зависимость модуля входного сопротивления  $|Z|$  от  $x = H/\lambda$  для различных вариантов синусоидальной структуры проиллюстрирована на рис. 2, а. Здесь для вариантов 1 и 2 можно наблюдать резонанс напряжений (минимум  $|Z|$ ) и резонанс токов (максимум  $|Z|$ ). Для остальных вариантов на графике можно видеть только резонанс напряжений. Графики показывают, что увеличение ширины структуры в заданных пределах позволяет снизить частоту первого резонанса и, соответственно, уменьшить габариты структуры более чем в два раза. Зависимость резонансной частоты  $x_r^{(1)}$  от  $\chi$  показана на рис. 2, б. Она может быть аппроксимирована квадратичной функцией:

$$x_r^{(1)}(\chi) \approx 0,24 - 0,57\chi + 0,50\chi^2. \quad (6)$$

Проследим за тем, что происходит с резонансным значением сопротивления  $R_r$  и добротностью резонанса  $Q$  с ростом  $\chi$ . Для анализа и последующей оценки добротности используем условие  $Z_b / Z_r =$

$= \sqrt{2}$ , в котором  $Z_r = |Z(x_r)|$ ,  $Z_b = |Z(x_r + \Delta x/2)|$ ;  $\Delta x$  - ширина полосы частот, обеспечивающая указанное условие (в силу симметрии  $|Z(x_r - \Delta x/2)| = |Z(x_r + \Delta x/2)|$ ). При этом добротность резонанса можно вычислить как  $Q = x_r / \Delta x$ .

Зависимости входного сопротивления  $R_r^{(1)}$  и добротности  $Q^{(1)}$  от  $\chi$  проиллюстрированы на рис. 3, а. Здесь видно, что входное сопротивление уменьшается с ростом  $\chi$  более чем в три раза для исследуемого диапазона, а добротность резонанса - возрастает примерно в шесть раз. Зависимости  $R_r^{(1)}$  и  $Q^{(1)}$  от  $\chi$  могут быть аппроксимированы следующим образом:

$$R_r^{(1)}(\chi) \approx 73,2 - 230,8\chi - 403,6\chi^2 + 3211,2\chi^3 - 4342\chi^4; \quad (7)$$

$$Q^{(1)}(\chi) \approx 5,7 + 6,1\chi + 298,1\chi^2 - 185\chi^3. \quad (8)$$

Добротность  $Q$  прямо пропорциональна количеству энергии, запасаемой в ближней зоне излучающей структуры, и обратно пропорциональна энергии излучения. В свою очередь, мощность излучения на резонансной частоте определяется выражением  $P_a = U^2 / R_r$ , где  $U$  - напряжение в точке питания. Таким образом, в точке первого резонанса с ростом  $\chi$  увеличивается мощность излучения структуры и растет количество энергии, запасаемой в ее ближней зоне.

На рис. 3, б показаны вычисленные и аппроксимированные зависимости коэффициента замедления  $\kappa^{(1)}(\chi) \approx 4x_r^{(1)}(\chi)$  и коэффициента укорочения проводника структуры  $\gamma(\chi) = L(0)/L(\chi)$ . Последнюю зависимость можно аппроксимировать следующим образом:

$$\gamma(\chi) = 1 - 3,91\chi + 5,26\chi^2.$$

Фазовая скорость  $v$  волны тока, распространяющейся вдоль проводника, может быть определена

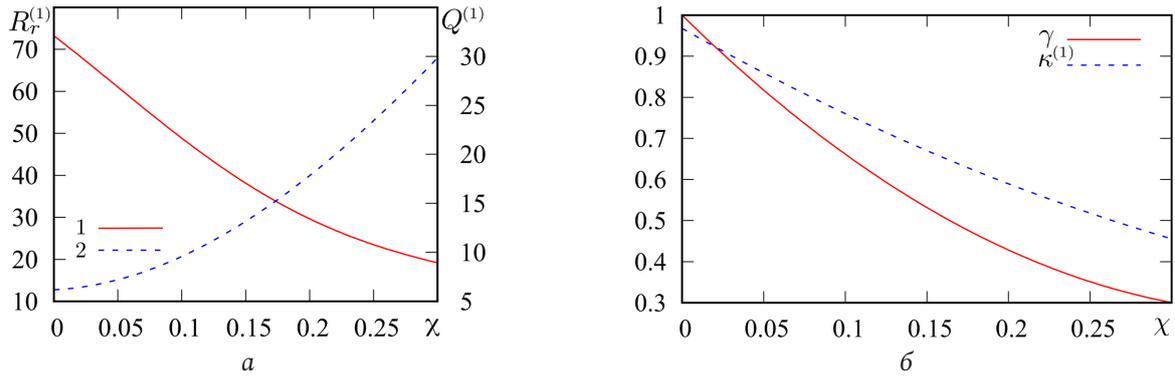


Рис. 3. Зависимости  $R_r^{(1)}$  (1) и  $Q^{(1)}$  (2) от  $\chi$  (а); зависимости коэффициента замедления  $\kappa^{(1)}$  и коэффициента уменьшения электрической длины  $\gamma$  от  $\chi$  (б)  
 Fig. 3. Dependences of  $R_r^{(1)}$  (1) and  $Q^{(1)}$  (2) on  $\chi$  (а); dependence of the retardation coefficient  $\kappa^{(1)}$  and the coefficient of reduction of the electrical length  $\gamma$  on  $\chi$  (б)

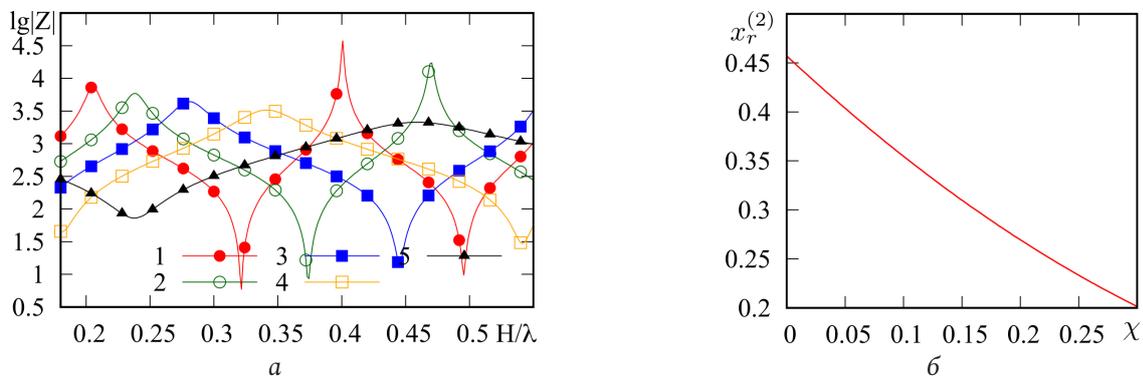


Рис. 4. Зависимость входного сопротивления от  $\chi$  при различных значениях  $\chi$ : 1 –  $\chi = 0,3$ ; 2 –  $\chi = 0,24$ ; 3 –  $\chi = 0,18$ ; 4 –  $\chi = 0,12$ ; 5 –  $\chi = 0$  (а); зависимость частоты второго резонанса от  $\chi$  (б)  
 Fig. 4. Dependence of input resistance on  $\chi$  for different values of  $\chi$ : 1 –  $\chi = 0,3$ ; 2 –  $\chi = 0,24$ ; 3 –  $\chi = 0,18$ ; 4 –  $\chi = 0,12$ ; 5 –  $\chi = 0$  (а); dependence of the second resonance frequency on  $\chi$  (б)

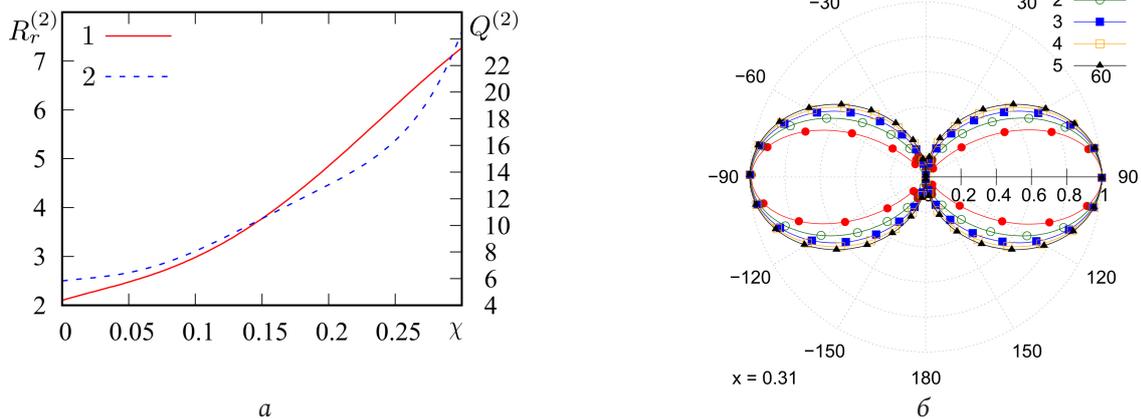


Рис. 5. Зависимости  $R_r^{(2)}$  [кОм] и  $Q^{(2)}$  от  $\chi$  (а), диаграмма направленности (б) при  $\chi = 0,31$ : 1 –  $\chi = 0,3$ ; 2 –  $\chi = 0,24$ ; 3 –  $\chi = 0,18$ ; 4 –  $\chi = 0,12$ ; 5 –  $\chi = 0$   
 Fig. 5. Dependences of  $R_r^{(2)}$  [kOhm] and  $Q^{(2)}$  on  $\chi$  (а), radiation pattern (б) at  $\chi = 0,31$ : 1 –  $\chi = 0,3$ ; 2 –  $\chi = 0,24$ ; 3 –  $\chi = 0,18$ ; 4 –  $\chi = 0,12$ ; 5 –  $\chi = 0$

как  $v = s\kappa(\chi)/\gamma(\chi)$ . Уже при  $\chi > 0,0259$  значение  $v$  превышает скорость света  $s$ . Это говорит о том, что с объектом, формирующим поле структуры, следует ассоциировать стоячую поверхностную волну, представляющую собой суперпозицию

прямой и обратной поверхностных волн, распространяющихся вдоль синусоидального элемента со скоростью  $u = \kappa s$  и поддерживаемых им даже при столь малых волновых размерах излучающей структуры. Распределение тока, фигурирующее в

ИУ (4), можно рассматривать как «проекцию» стоячей поверхностной волны на образующую проводника. График  $\gamma(\chi)$ , представленный на рис. 3, б, показывает, что синусоидальная антенна может замедлять скорость поверхностных электромагнитных волн до 50 % от скорости света в свободном пространстве для структур значительной ширины. Аналогичная цифра справедлива и по отношению к уменьшению габаритов излучающей структуры.

Далее рассмотрим результаты расчета для случая второго резонанса. Частотные зависимости входного сопротивления структуры при различных значениях  $\chi$  приведены на рис. 4, а, а зависимость частоты второго резонанса от  $\chi$  – на рис. 4, б. Видно, что, в отличие от случая первого резонанса, с ростом  $\chi$  входное сопротивление структуры увеличивается, достигая 10 кОм, а резонансная частота снижается, как и в случае первого резонанса, однако здесь это снижение происходит немного медленнее. Добротность, как показывает рис. 5, а, также возрастает. Зависимости  $R_r^{(2)}$ ,  $Q^{(2)}$  и  $\chi_r^{(2)}$  от  $\chi$  могут быть аппроксимированы следующим образом:

$$R_r^{(2)}(\chi) \approx (2,10 - 8,28\chi - 42,5\chi^2 + \quad (9)$$

$$+ 632\chi^3 - 1627\chi^4 + 187\chi^5) \cdot 10^3;$$

$$Q^{(2)}(\chi) \approx 5,83 + 12,1\chi - 199,4\chi^2 + \quad (10)$$

$$+ 5499,6\chi^3 - 30042,2\chi^4 + 52632,8\chi^5;$$

$$\chi_r^{(2)}(\chi) \approx 0,457 - 1,11\chi + 0,857\chi^2. \quad (11)$$

### Заключение

В статье представлена математическая модель синусоидальной антенны, построенная на основе тонкопроволочного интегрального представления электромагнитного поля. Внутренняя задача сформулирована в виде интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Следует отметить, что полученная математическая модель структуры позволяет осуществлять электродинамический анализ в довольно широкой полосе частот, однако в данной статье рассматривается случай относительно малых волновых размеров структуры, при

которых распределение тока вдоль образующей проводника имеет вид стоячей волны.

Проведено численное моделирование, включающее расчет токовых функций, входного сопротивления и диаграмм направленности при малых волновых размерах структуры, а также при различных вариантах геометрических параметров. Исследования проведены для частот, соответствующих областям первого и второго резонансов входного сопротивления. В результате численного моделирования было выявлено, что увеличение ширины синусоидального элемента ведет к смещению резонансов в область более низких частот, однако при этом растет добротность резонансов. С практической точки зрения использование рассмотренной структуры позволяет существенно уменьшить габариты в сравнении с тонким электрическим вибратором, однако при этом будет соответствующим образом сужен рабочий диапазон, определяющийся, в силу слабой зависимости характеристик излучения от частоты, добротностью резонансов. В работе на основе результатов численного моделирования дана интерпретация решения внутренней электродинамической задачи, согласно которой стоячая волна тока на образующей спирального проводника представляет собой суперпозицию прямой и обратной бегущих волн, фазовая скорость которых больше скорости света. При этом стоячая волна тока является «проекцией» стоячей поверхностной волны, образующейся в плоскости синусоидального проводника. Стоячая поверхностная волна, в свою очередь, образуется в результате суперпозиции прямой и обратной поверхностных (замедленных) волн, распространяющихся со скоростью, существенно меньшей скорости света. Коэффициент замедления этих волн можно оценить по величине смещения резонансов. В дальнейшем авторы планируют уточнить физику происходящих в структуре процессов, используя спектральный анализ токовых функций и исследование распределений электромагнитного поля в ближней зоне структуры, а также получить аналогичные результаты для структур с близкой геометрией.

### Список литературы

1. Ali M., Stuchly S.S., Caputa K. An experimental study of small self-resonant antenna for wireless applications // *Microwave and Optical Technology Letters*. 2002. Vol. 35, no. 2. P. 143–145. DOI: <https://doi.org/10.1002/mop.10541>
2. Ali M., Stuchly S.S., Caputa K. Characteristics of bent wire antennas // *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*. 1995. Vol. 9, no. 9. P. 1149–1162. DOI: <https://doi.org/10.1163/156939395X00785>
3. Rotman W., Karas N. The sandwich wire antenna: A new type of microwave line source radiator // 1958 IRE International Convention Record. 1957. Vol. 5. P. 166–172. DOI: <https://doi.org/10.1109/IRECON.1957.1150572>

4. Ali M., Stuchly S.S. Short sinusoidal antennas for wireless communications // IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers, and Signal Processing. Proceedings. 1995. P. 542–545. DOI: <https://doi.org/10.1109/PACRIM.1995.519589>
5. The millimeter wave radiation of a travelling sinusoidal wire antenna / A.O. Salman [et al.] // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. 2008. Vol. 29, no. 5. P. 465–485. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10762-008-9347-8>
6. Стрижков В.А. Математическое моделирование электродинамических процессов в сложных антенных системах // Математическое моделирование. 1989. Т. 1, № 8. С. 127–138. URL: <https://www.mathnet.ru/rus/mm2614>
7. Теоретическое и экспериментальное исследование двузаходной конической равноугольной логоспиральной антенны малого космического аппарата «АИСТ-2» / В.А. Неганов [и др.] // Радиотехника. 2015. № 2. С. 5–15. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23500238>
8. Табаков Д.П., Зондаи В.Ю. Исследование характеристик синусоидальной антенны малых волновых размеров // Радиолокация, навигация, связь: сб. трудов XXX Международной научно-технической конференции (RLNC\*2024). 16–18 апреля 2024, г. Воронеж. Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2024. Т. 4. С. 38–46.
9. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. М.: Наука, 1974. 176 с.
10. Интегральное представление электромагнитного поля геометрически киральной структуры / В.А. Капитонов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15, № 4. С. 6–13. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19001844>
11. Неганов В.А., Табаков Д.П., Филиппов С.Б. Математическая модели и экспериментальное исследование двузаходной конической логоспиральной антенны с тонкопроволочным рефлектором конечных размеров для малого космического аппарата «АИСТ-2» // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2015. Т. 18, № 3. С. 35–41. URL: <https://journals.ssau.ru/rwp/article/view/7238>
12. Табаков Д.П., Морозов С.В., Ключев Д.С. Применение тонкопроволочного интегрального представления электромагнитного поля к решению задачи дифракции электромагнитных волн на проводящих телах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 2. С. 7–14. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.7-14>

## Информация об авторах

**Табаков Дмитрий Петрович**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика, устройства СВЧ и антенны, оптика, численные методы математического моделирования.

*E-mail:* illuminator84@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-9173-4936>

*SPIN-код (eLibrary):* 9666-0814

*AuthorID (eLibrary):* 664833

*ResearcherID (WoS):* Q-9888-2017

**Зондаи Вадзанаи Юлиус**, аспирант кафедры проектирования и технологии электронных систем и устройств Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия.

*Область научных интересов:* электродинамика, устройства СВЧ и антенны.

*E-mail:* wzondai@gmail.com

---

## Physics of Wave Processes and Radio Systems

2027, vol. 27, no. 3, pp. 91–98

DOI [10.18469/1810-3189.2024.27.3.91-98](https://doi.org/10.18469/1810-3189.2024.27.3.91-98)

UDC 537.862

Original Research

Received 30 June 2024

Accepted 31 July 2024

Published 30 September 2024

## Electrodynamic analysis of a sinusoidal antenna for small wave sizes

Dmitry P. Tabakov<sup>1</sup> , Wadzanai J. Zondai<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

23, L. Tolstoy Street,  
Samara, 443010, Russia

<sup>2</sup> Samara National Research University

34, Moskovskoye shosse,  
Samara, 443086, Russia

**Abstract – Background.** The work is aimed at developing and researching rigorous methods for calculating thin-wire structures with a complex generatrix shape, having small wave sizes, as well as studying the physical processes occurring in them. A special case of such structures is a sinusoidal antenna operating in a standing current wave mode. **Aim.** In progress the solution of internal and external problems of electrostatics is carried out for a sinusoidal antenna of small wave sizes located above an infinitely extended ideal reflector. The currents on the elements of the structure are calculated, its input resistance

and radiation characteristics are determined. **Methods.** The research is based on a strict electrodynamic approach, within the framework of which, for the specified structure in the thin-wire approximation, an integral representation of the electromagnetic field is formed, which, when considered on the surface of conductors together with boundary conditions, is reduced to a system of Fredholm integral equations of the second kind, written relative to unknown current distributions on conductors (internal task). **Results.** A mathematical model of the radiating structure is proposed, determined: the input resistance of the structure and the basic characteristics of its radiation. It is shown that the operating range of a sinusoidal antenna in the standing wave mode is determined by the quality factor of the input impedance resonances; An increase in the width of the sinusoidal conductor leads to a decrease in the resonant frequencies of the input resistance with a simultaneous increase in the quality factor of the resonances. **Conclusion.** From a practical point of view, the use of the considered structure allows significantly reduce the dimensions in comparison with a thin electric vibrator, however in this case, the operating range will be correspondingly narrowed, which is determined, due to the weak dependence of the radiation characteristics on frequency, by the quality factor of the resonances. The current distribution on the generatrix of the structure can be considered as a «projection» standing surface wave localized in the plane of a sinusoidal conductor, and resulting from the superposition of forward and backward surface (slow) waves propagating at a speed significantly lower than the speed of light. To further clarify the physics of the processes occurring in the structure, one should use spectral analysis of current functions and study the distributions of the electromagnetic field in the near zone of the structure.

**Keywords** – sinusoidal antenna; electrostatics; integral equations; integral representation of the electromagnetic field; resonance; current distribution.

✉ illuminator84@yandex.ru (Dmitry P. Tabakov)

 © Dmitry P. Tabakov, Wadzanai J. Zondai, 2024

## References

1. M. Ali, S. S. Stuchly, and K. Caputa, “An experimental study of small self-resonant antenna for wireless applications,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 35, no. 2, pp. 143–145, 2002, doi: <https://doi.org/10.1002/mop.10541>.
2. M. Ali, S. S. Stuchly, and K. Caputa, “Characteristics of bent wire antennas,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 9, no. 9, pp. 1149–1162, 1995, doi: <https://doi.org/10.1163/156939395X00785>.
3. W. Rotman and N. Karas, “The sandwich wire antenna: A new type of microwave line source radiator,” *1958 IRE International Convention Record*, vol. 5, pp. 166–172, 1957, doi: <https://doi.org/10.1109/IRECON.1957.1150572>.
4. M. Ali and S. S. Stuchly, “Short sinusoidal antennas for wireless communications,” *IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers, and Signal Processing. Proceedings*, pp. 542–545, 1995, doi: <https://doi.org/10.1109/PACRIM.1995.519589>.
5. A. O. Salman et al., “The millimeter wave radiation of a travelling sinusoidal wire antenna,” *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, vol. 29, no. 5, pp. 465–485, 2008, doi: <https://doi.org/10.1007/s10762-008-9347-8>.
6. V. A. Strizhkov, “Mathematical modeling of electrodynamic processes in complex antenna systems,” *Matematicheskoe modelirovanie*, vol. 1, no. 8, pp. 127–138, 1989, url: <https://www.mathnet.ru/rus/mm2614>. (In Russ.)
7. V. A. Neganov et al., “Theoretical and experimental study of the double-finish conical equiangular logospiral antenna of the small spacecraft «AIST-2»,” *Radiotekhnika*, no. 2, pp. 5–15, 2015, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23500238>. (In Russ.)
8. D. P. Tabakov and V. Yu. Zondai, “Study of the characteristics of a sinusoidal antenna of small wave sizes,” in *Radiolokatsiya, navigatsiya, svyaz’: sb. trudov XXX Mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii (RLNC\*2024)*, Voronezh, Apr. 16–18, vol. 4, pp. 38–46, 2024. (In Russ.)
9. A. V. Pogorelov, *Differential Geometry*. Moscow: Nauka, 1974. (In Russ.)
10. V. A. Kapitonov et al., “Integral representation of the electromagnetic field of geometrically chiral structure,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 15, no. 4, pp. 6–13, 2012, url: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=19001844>. (In Russ.)
11. V. A. Neganov, D. P. Tabakov, and S. B. Filippov, “Mathematical models and experimental research of bifilar logospiral conical antenna with a thinwire finite size reflector of small spacecraft «AIST-2»,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, no. 3, pp. 35–41, 2015, url: <https://journals.ssau.ru/pwp/article/view/7238>. (In Russ.)
12. D. P. Tabakov, S. V. Morozov, and D. S. Klyuev, “Application of the thin-wire integral representation of the electromagnetic field to solving the problem of diffraction of electromagnetic waves on conducting bodies,” *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 7–14, 2022, doi: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2022.25.2.7-14>. (In Russ.)

## Information about the Authors

**Dmitry P. Tabakov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of Radioelectronic Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

*Research interests:* electrostatics, microwave devices and antennas, optics, numerical methods of mathematical modeling.

*E-mail:* illuminator84@yandex.ru

*ORCID:* <https://orcid.org/0000-0002-9173-4936>

*SPIN-code (eLibrary):* 9666-0814

*AuthorID (eLibrary):* 664833

*ResearcherID (WoS):* Q-9888-2017

**Wadzanai J. Zondai** is a postgraduate student in the Department of Design and Technology of Electronic Systems and Devices, Samara National Research University, Samara, Russia.

*Research interests:* electrostatics, microwave devices and antennas.

*E-mail:* wzondai@gmail.com