было показано, что гиротропность среды обладает не только простым аддитивным эффектом, но и при некоторых специфических условиях может быть связана с эмерджентностью системы. Система может приобрести новые свойства, если метачастицы будут вовлечены в сложное движение вместе с движением самой среды. Во-вторых, взаимное действие пространственной дисперсии движущейся киральной среды в целом имеет разные масштабы по дальности: если искусственная пространственная дисперсия обнаруживается на уровне метачастиц, что может считаться мезоуровнем, то естественная пространственная дисперсия обнаруживается на уровне элементарных частиц – электронов. В этом контексте было предложено использование метода дискретных элементов для проведения многомасштабного вычислительного эксперимента. Это также означает, что пространственная дисперсия имеет аддитивный эффект только на постоянные распространения электромагнитных волн, а не на магнитуду целевого эффекта. Это связано с тем, что в данном случае может быть успешно применена теория возмущений, в рамках которой движение среды является малым возмущением состояния системы. В-третьих, была исследована временная дисперсия, которая не обладает простым аддитивным свойством, потому что даже изотропная среда при ее движении приобретает принципиально новые материальные свойства бианизотропии. Здесь также можно указать о возможной эмерджентности системы, в частности о появлении магнитных свойств среды, которая в состоянии покоя их не проявляла.

Приложение. Уравнение Гельмгольца для движущейся киральной биизотропной среды

Из первых двух уравнений (8) имеем:

$$\mathbf{B}' = \frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega},$$

$$\mathbf{D}' = \frac{\mathbf{J}' - \nabla \times \mathbf{H}'}{j\omega}.$$

Теперь подставляем выраженные величины в (6):

$$\frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega} = \mu\mathbf{H}' - j\mu\xi\mathbf{E}',$$

$$\frac{\mathbf{J}' - \nabla \times \mathbf{H}'}{j\omega} = \alpha\mathbf{E}' + j\mu\xi\mathbf{H}',$$

где $\alpha = \varepsilon + \mu\xi^2$. Выражаем одну полевую величину через другую, например в первом уравнении предыдущей системы:

$$\mathbf{H}' = \frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + j\xi\mathbf{E}'.$$

Подставляем выраженную величину во второе уравнение системы:

$$\frac{\mathbf{J}' - \nabla \times \left[\dfrac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + j\xi\mathbf{E}'\right]}{j\omega} = \alpha\mathbf{E}' + j\mu\xi\left[\frac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + j\xi\mathbf{E}'\right].$$

Все последующие манипуляции направлены на упрощение волнового уравнения. Порядок действий для левой части может выглядеть следующим образом:

$$\frac{\mathbf{J}' - \nabla \times \left[\dfrac{\nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + j\xi\mathbf{E}'\right]}{j\omega} = \frac{\mathbf{J}' - \left[\dfrac{\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}'}{j\omega\mu} + \nabla \times j\xi\mathbf{E}'\right]}{j\omega} = \frac{\mathbf{J}' - \left[\dfrac{\nabla \cdot \left(\nabla \cdot \mathbf{E}'\right) - \nabla^2\mathbf{E}'}{j\omega\mu} + \nabla \times j\xi\mathbf{E}'\right]}{j\omega}.$$

Для получения однородного уравнения исключим из системы внешние источники, таким образом, окончательная запись левой части есть:

$$-\frac{\nabla^2\mathbf{E}'}{\omega^2\mu} - \frac{\nabla \times \xi\mathbf{E}'}{\omega}.$$

Правая часть:

$$\alpha\mathbf{E}'+j\mu\xi\left[\frac{\nabla\times\mathbf{E}'}{j\omega\mu}+j\xi\mathbf{E}'\right]=\alpha\mathbf{E}'+\frac{\nabla\times\xi\mathbf{E}'}{\omega}-\mu\xi^2\mathbf{E}'=\mathbf{E}'\left(\alpha-\mu\xi^2\right)+\frac{\nabla\times\xi\mathbf{E}'}{\omega}.$$

Теперь приравниваем правую и левую часть, приводим к однородному виду и применяем (2) для перехода к лабораторной СО:

$$-\frac{\nabla^2\cdot\left[\mathbf{E}+\alpha\cdot\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right]}{\omega^2\mu}-2\xi\frac{\nabla\times\left[\mathbf{E}+\alpha\cdot\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right]}{\omega}-\left(\alpha-\mu\xi^2\right)\left[\mathbf{E}+\alpha\cdot\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right]=0.$$

Полученное уравнение может быть далее упрощено с использованием (8), что в итоге приводит к окончательной записи однородного волнового уравнения.

Список литературы

1. Kong J.A. Image theory for bianisotropic media // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1971. Vol. 19, no. 3. P. 451–452. DOI: https://doi.org/10.1109/TAP.1971.1139951
2. Arnaud J.A., Saleh A.A.M. Theorems for bianisotropic media // Proceedings of the IEEE. 1972. Vol. 60, no. 5. P. 639–640. DOI: https://doi.org/10.1109/PROC.1972.8711
3. Van Bladel J. Relativity and Engineering. Vol. 15. Berlin: Springer-Verlag, 1984. 400 p.
4. Pastorino M., Raffetto M., Randazzo A. Electromagnetic inverse scattering of axially moving cylindrical targets // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2015. Vol. 53, no. 3. P. 1452–1462. DOI: https://doi.org/10.1109/TGRS.2014.2342933
5. Zeyde K.M., Sharov V.V., Ronkin M.V. Guided microwaves electromagnetic drag over the sensitivity threshold experimental observation // WSEAS Transactions on Communications. 2019. Vol. 18. P. 191–205.
6. Van Bladel J. Electromagnetic fields in the presence of rotating bodies // Proceedings of the IEEE. 1976. Vol. 64, no. 3. P. 301–318. DOI: https://doi.org/10.1109/PROC.1976.10111
7. Zeyde K.M. Augmented interpretation model of a moving media for the electrodynamic effects simulation // IEEE MTT-S International Conference on Numerical Electromagnetic and Multiphysics Modeling and Optimization (NEMO). 2018. P. 1–4. DOI: https://doi.org/10.1109/NEMO.2018.8503485
8. Розанов Н.Н., Сочилин Г.Б. Релятивистские эффекты первого порядка в электродинамике сред с неоднородной скоростью движения // Успехи физических наук. 2006. Т. 176, № 4. С. 421–439. DOI: https://doi.org/10.3367/UFNr.0176.200604f.0421
9. Zeyde K.M. The complete form of the propagation constant in a noninertial reference frame for numerical analysis // Zhurnal Radioelektroniki – Journal of Radio Electronics. 2019. № 4. С. 1–15. DOI: https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.4.3
10. Zeyde K.M. An Effects set related to the radio signal propagation in a moving reference frame // IEEE 22nd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM). 2021. P. 116–119. DOI: https://doi.org/10.1109/EDM52169.2021.9507609
11. Зейде К.М. Дифракция электромагнитных волн на вращающихся осесимметричных телах: дис. … канд. физ.-мат. наук. Воронеж, 2019. 153 с.
12. Разработка математической модели кирального метаматериала на основе цилиндрических спиральных элементов с учетом дисперсии и концентрации / И.Ю. Бучнев [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2023. Т. 26, № 2. С. 36–47. DOI: https://doi.org/10.18469/1810-3189.2023.26.2.36-47
13. Zarifi D., Soleimani M., Abdolali A. Electromagnetic characterization of biaxial bianisotropic media using the state space approach // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2014. Vol. 62, no. 3. P. 1538–1542. DOI: https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2297166
14. Ben-Shimol Y., Censor D. First order propagation in moving chiral media // Proceedings of 19th Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel. 1996. P. 192–195. DOI: https://doi.org/10.1109/EEIS.1996.566927
15. Collier J.R., Tai C.T. Propagation of plane waves in lossy moving media // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1964. Vol. 12, no. 3. P. 375–376. DOI: https://doi.org/10.1109/TAP.1964.1138227
16. Zeyde K.M. The coordinate expression of the propagation constant for a moving dielectric medium // Ural Symposium on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology (USBEREIT). 2018. P. 295–298. DOI: https://doi.org/10.1109/USBEREIT.2018.8384608
17. Shukla P.K., Singh R.P., Singh R.N. Refractive index of drifting plasma // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1971. Vol. 19, no. 2. P. 295–296. DOI: https://doi.org/10.1109/TAP.1971.1139924
18. Ben-Shimol Y., Censor D. Wave propagation in moving chiral media: Fizeau's experiment revisited // Radio Science. 1995. Vol. 30, no. 5. P. 1313–1324. DOI: https://doi.org/10.1029/95RS01994
19. Caloz C., Sihvola A. Electromagnetic chirality // arXiv. 2019. P. 1–27. URL: https://arxiv.org/abs/1903.09087
20. Cheng D.K., Kong J.A. Covariant descriptions of bianisotropic media // Proceedings of the IEEE. 1968. Vol. 56, no. 3. P. 248–251. DOI: https://doi.org/10.1109/PROC.1968.6268
21. Zeyde K.M., Hong D., Zhou Yu. Simulation of novel method for material's weak bianisotropy detection // 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). 2021. P. 730–733. DOI: https://doi.org/10.1109/SUMMA53307.2021.9632200