Физика волновых процессов и радиотехнические системы

2021. T. 24, Nº 3. C. 71-79

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.3.71-79 УДК 621.396.933 Дата поступления 13 мая 2021 Дата принятия 15 июня 2021

#### Математическая модель канала связи с беспилотным летательным аппаратом

*H.C. Архипов*<sup>1, 2</sup>, *И.С. Полянский*<sup>2, 3</sup> <sup>©</sup>, Ю.Н. Яковлев<sup>2</sup>, А.В. Субботенко<sup>3</sup>

<sup>1</sup> АО «Эврика» 196084, Россия, г. Санкт-Петербург, Московский пр., 118 <sup>2</sup> АО «Технологический институт адаптивных систем» 196006, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Коли Томчака, 9, лит. Б <sup>3</sup> Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации 302015, Россия, г. Орел, ул. Приборостроительная, 35

Аннотация – В работе предложена математическая модель канала связи с беспилотным летательным аппаратом и учетом специфики мест размещения наземного пункта связи при определении эффектов рефракции, дифракции и интерференции электромагнитных волн. Сформирована содержательная постановка задачи на основе математической взаимосвязи между энергетическими параметрами первого уравнения передачи и показателями качества (BER) второго уравнения передачи. Основные особенности вычисления параметров первого уравнения состоят в определении правил расчета уровня затуханий, обусловленных влиянием земной поверхности. Расчет затуханий уточнен для случаев удаления беспилотного летательного аппарата от наземного пункта связи в пределах областей прямой видимости, полутени и тени. Второе уравнение передачи базируется на математической модели Райсовского канала связи. В отношении энергетических параметров и выбранного показателя качества связи для сформированной математической модели приведены примеры графических зависимостей при исследовании типовых расчетных задач.

Ключевые слова – математическая модель; радиоканал; БПЛА; распределение Райса; отражение от земной поверхности.

#### Введение

В настоящее время особый интерес вызывают вопросы развития и применения комплексов связи УКВ-диапазона на беспилотных летательных аппаратах (БПЛА) [1-3]. Построение адекватных математических моделей, способных при относительной универсальности и простоте математических обозначений, сформировать адекватное представление физического процесса приема/передачи сигналов между БПЛА и наземным пунктом связи (НПС), как правило, положено в основу формирования подобных систем. В то же время существующие математические модели канала связи БПЛА - НПС [3-6] не способны в полной мере учесть специфику мест размещения НПС при определении эффектов рефракции, дифракции и интерференции электромагнитных волн на участке связи БПЛА – НПС при одновременном сохранении простоты формируемого решения.

В этой связи построение адекватной математической модели канала связи БПЛА с наземным пунктом связи представляется актуальной.

### 1. Содержательная постановка задачи математического моделирования

Содержательное описание модели формируется из следующих представлений (рис. 1).

Параметры, характеризующие взаимное положение НПС и БПЛА при формировании канала связи относительно среды распространения, определены следующими переменными: H – высота БПЛА над поверхностью Земли (м); h – высота антенны НПС над земной поверхностью (м); D – дальность связи (км); d – расстояние между точками проекции на поверхность Земли БПЛА и НПС;  $R = \sqrt{d^2 + (H - h)^2}$  – наклонная дальность между НПС и БПЛА. Взаимосвязь переменных Dи d устанавливается при аппроксимации земной поверхности сферой радиуса  $R_9 = 6366,1977$  км соотношением  $d = 2R_9 \sin(0,5D/R_9)$ .

Для формирования математической модели канала связи с БПЛА задаются первое и второе уравнения передачи. Первое уравнение передачи относительно прямого (НПС – БПЛА) и обратного (БПЛА – НПС) каналов определяет уровень сигналов на входах приемников [7]:



Рис. 1. Геометрическое представление канала связи с БПЛА Fig. 1. Geometric representation of the communication channel with the UAV

$$\begin{split} P_{npM}^{\text{БПЛА}} &= P_{np\pi}^{\text{НПС}} - \eta_{np\pi}^{\text{НПС}} + G_{np\pi}^{\text{НПС}} - \\ &- W_{\Sigma}^{\Pi} + G_{npM}^{\text{БПЛА}} - \eta_{npM}^{\text{БПЛА}}; \end{split} \tag{1}$$

$$P_{npM}^{\text{HПC}} &= P_{np\pi}^{\text{БПЛА}} - \eta_{np\pi}^{\text{БПЛА}} + \\ &+ G_{np\pi}^{\text{БПЛА}} - W_{\Sigma}^{\text{O}} + G_{npM}^{\text{HПC}} - \eta_{npM}^{\text{HПC}}, \end{split} \tag{2}$$

где  $P_{\rm прм}^{\rm БПЛА}$  и  $P_{\rm прм}^{\rm H\Pi C}$  – уровень сигнала на входе приемников БПЛА и НПС (дБВт);  $\eta_{\rm прд}^{\rm БПЛА}$ ,  $\eta_{\rm прм}^{\rm БПЛА}$ и  $\eta_{\rm прд}^{\rm H\Pi C}$ ,  $\eta_{\rm прм}^{\rm H\Pi C}$  – затухания в трактах передачи, приема для БПЛА и НПС (дБ);  $G_{\rm прд}^{\rm БПЛA}$ ,  $G_{\rm прм}^{\rm БПЛA}$  и  $G_{\rm прd}^{\rm H\Pi C}$ ,  $G_{\rm прm}^{\rm H\Pi C}$  – коэффициенты усиления антенн в режимах передачи и приема для БПЛА и НПС (дБ);  $P_{\rm прд}^{\rm БПЛA}$  и  $P_{\rm прd}^{\rm H\Pi C}$  – мощность передатчиков БПЛА и НПС (дБВт);  $W_{\Sigma}^{\Pi}$ ,  $W_{\Sigma}^{O}$  – затухание в среде распространения для прямого и обратного каналов (дБ).

Взаимосвязь вычисляемых из (1), (2) значений  $P_{\rm прм}^{\rm БПЛА}$ ,  $P_{\rm прм}^{\rm HПC}$  с показателем качества связи (определяется битовой ошибкой – BER) в зависимости от параметров передаваемого сигнала (информационная скорость  $V_{\rm ин\phi}$ , скорость кодирования  $V_k$ , вид модуляции) определяется вторым уравнением передачи. Вероятностное сопоставление  $P_{\rm прм}^{\rm БПЛА}$ ,  $P_{\rm прм}^{\rm HПC}$  со значениями реальной и пороговой чувствительностями приемников для БПЛА формируют математические модели авиационного канала связи [4; 8; 9], асимптотические оценки зависимости ВЕR от отношения сигнал/шум в которых отличны от общеизвестных [5; 6].

Указанные обобщенные представления первого и второго уравнения передачи при формировании математической модели канала связи с БПЛА предполагают последовательность решений, включающих два основных этапа: 1) определение соотношений, характеризующих элементы в уравнениях (1), (2); 2) определение соотношений для вычисления отношения сигнал/шум  $h_{\rm БПЛА}^2$ ,  $h_{\rm HПC}^2$  на входе демодуляторов БПЛА, НПС с последующей оценкой зависимости ВЕR от  $h^2$ .

# 2. Определение энергетических составляющих первого уравнения передачи

Исходными данными относительно (1), (2) являются  $G_{\text{прд}}^{\text{БПЛА}}$ ,  $G_{\text{прм}}^{\text{БПЛА}}$ ,  $G_{\text{прд}}^{\text{НПС}}$ ,  $G_{\text{прм}}^{\text{НПС}}$ ,  $P_{\text{прд}}^{\text{БПЛА}}$ и  $P_{\rm прд}^{\rm H\Pi C}$ . Величины потерь в фидерных трактах  $\eta_{\rm прд}^{\rm B\Pi \Lambda A}$ ,  $\eta_{\rm прM}^{\rm B\Pi \Lambda A}$ ,  $\eta_{\rm прM}^{\rm H\Pi C}$ ,  $\eta_{\rm прM}^{\rm H\Pi C}$ ,  $\eta_{\rm прM}^{\rm H\Pi C}$  определяются с учетом условий (как правило – «на наихудший случай») конструктивно-технологической реализации антенной системы. Особенность расчета (1), (2) заключается в корректном вычислении  $W_{\Sigma}^{\Pi}$ ,  $W_{\Sigma}^{O}$ , которое выполняется в соответствии с известными теоретическими и экспериментальными исследовании в теории распространении и рассеивания радиоволн наземных радиолиний [7; 10; 11] и существующих рекомендаций МСЭ (ITU-R P.526, ITU-R P.834, ITU-R.453, ITU-R.679, ITU-R.372). Pasличие в величинах  $W^{\Pi}_{\Sigma}$  и  $W^{O}_{\Sigma}$  определяется отличием частот в прямом  $f_{\Pi}$  и обратном  $f_{O}$  каналах связи. Методика определения  $W^{\Pi}_{\Sigma}$  и  $W^{O}_{\Sigma}$  является единой. Поэтому решение по вычислению  $W^{\Pi}_{\Sigma}$ и  $W_{\Sigma}^{O}$  рассмотрим относительно суммарного затухания радиосигнала W<sub>Σ</sub> на интервале НПС -БПЛА, передаваемого на частоте f. Значение  $W_{\Sigma}$ вычисляется при суммировании

$$W_{\Sigma} = W_{\rm CB} + W_{\rm at} + W_{\rm p} , \qquad (3)$$

где  $W_{cB} = 20 \log (4\pi R f / c_0)$  – величины затуханий в свободном пространстве, ( $c_0$ , м/с – скорость света в вакууме);  $W_{aT}$  – затухание в газах атмосферы;  $W_p$  – затухание, учитывающее степень влияния земной поверхности на энергетические параметры интервала с учетом тропосферной рефракции.

Затухание в газах атмосферы  $W_{aT}$  вычисляется в соответствии с рекомендацией МСЭ ITU-R P.676-9 приближенным соотношением, верифицированным в диапазоне частот 1–350 ГГц,  $W_{aT} =$  $= R(\gamma_0 + \gamma_w) \cdot 10^{-3}$ , где  $\gamma_0$  и  $\gamma_w$  – погонное затухание в сухом воздухе и в водяных парах соответственно. Для частот ниже 1 ГГц величина  $W_{aT}$  пренебрежимо мала в сравнении с  $W_p$ ,  $W_{cB}$  и приравнивается к нулю.

Для канала связи с БПЛА в (3) основную проблему составляет корректный учет затуханий  $W_p$ , обусловленных влиянием земной поверхности на энергетические параметры интервала. Характер влияния земной поверхности существенным образом определяется ее электрическими параметрами – удельной проводимостью  $\sigma$ , относительными диэлектрической  $\varepsilon$  и магнитной  $\mu$ проницаемостями и их естественным различием от аналогичных параметров атмосферы.

Основу вычисления *W*<sub>p</sub> при заданных геометрических параметрах представления канала связи с БПЛА составляют следующие подзадачи [7]:

определение влияния гладкой поверхности
 Земли при представлении этой поверхности сферическим сегментом или плоскостью;

 определение влияния переотражений от гладкой поверхности Земли;

- определение влияния рельефа местности.

В рассматриваемых задачах предполагается гладкое определение земной поверхности. Справедливость указанного допущения при максимальной высоте неровностей  $\Delta h_{\max} = \lambda/(8 \div 16) \cos \theta_0$  определяется критерием Рэлея, следуя которому отражающую поверхность еще можно считать гладкой, если высота ее неровностей  $\Delta h_{\rm H}$  удовлетворяет неравенству  $\Delta h_{\rm H} < \Delta h_{\max}$  ( $\lambda$  – длина волны,  $\theta_0$  – угол отражения). При решении указанных подзадач под переменной D понимается дальность связи по земной поверхности эквивалентного радиуса  $R_3^0 = k_{\rm p\phi}R_3$ , где коэффициент рефракции устанавливается равным величине  $k_{\rm p\phi} = 4/3$ , соответствующей условиям нормальной рефракции [7].

Первые две из указанных подзадач рассматриваются для случая, когда R не превышает расстояния прямой видимости  $R_0$ . В данном случае прямая, соединяющая передающую и приемную антенны, касается земной поверхности с эквивалентным радиусом  $R_0^0 = k_{\rm rab}R_0$ :

$$R_{0} = \sqrt{\left(R_{3}^{0} + h\right)^{2} - \left[R_{3}^{0}\right]^{2}} + \sqrt{\left(R_{3}^{0} + H\right)^{2} - \left[R_{3}^{0}\right]^{2}}.$$
 (4)

Относительно  $R_0$  введем параметр дальности  $D_0$ , задаваемый выражением:  $D_0 = 2R_3^0 \times \\ \times \arcsin\left(0.5R_0/R_3^0\right)$ . В зависимости от соотношения R и  $R_0$  в общих задачах распространения радиоволн вблизи земной поверхности рассматривают три зоны: зона прямой видимости  $R < R_0$ ; зона полутени  $R \approx R_0$ ; зона тени  $R > R_0$ . Для корректного определения зон прямой видимости, полутени и тени относительно установленных геометрических параметров интервала НПС – БПЛА в соответствии с решением дифракционной задачи Френеля методом Кирхгофа определяются области минимального и существенного распространения радиоволн. Известно, что форма этих областей является эллипсоидом вращения, а в фокусах эллипсоида располагаются фазовые центры антенн НПС и БПЛА соответственно. Радиусы областей минимального  $\rho_{min}$  и существенного  $\rho_{sign}$ распространения радиоволн, конфокальные соответствующим эллипсоидам зон Френеля, определяются соотношениями:

$$\rho_{\min} \approx \sqrt{\lambda R / 12};$$
(5)

$$\rho_{\text{sign}} \approx \sqrt{\left[2\pi\right]^{-1} \arcsin\left(0,8\right)} \lambda R.$$
(6)

При использовании правил (5), (6) и корректного учета  $W_p$ , в соответствии с [7], выделим три основные модели: 1) короткий пролет  $R \le 0, 2R_0$ , для которого сферичность земной поверхности мало влияет на параметры электромагнитного поля (ЭМП) в точке приема и область минимального распространения ЭМВ не пересекается с поверхностью Земли; 2) пролеты средней протяженности  $0, 2R_0 < R \le 0, 8R_0$ , для которых минимальная область распространения ЭМВ не пересекается с поверхностью Земли; 3) пролеты большой протяженности  $R > 0, 8R_0$ , для которых необходимо учитывать поле дифракции на земном шаре.

Существо указанных моделей при вычислении  $W_p$  составляет решение трех канонических задач дифракции. Их общую основу определяет задание комплексного коэффициента отражения  $\Gamma$  плоской волны на границе раздела двух сред – свободное пространство и почва. Исходя из того что любая плоская ЭМВ может быть представлена суперпозицией двух волн горизонтальной и вертикальной поляризации, определение коэффициента отражения производится относительно двух составляющих:

- вертикальной:

$$\Gamma_{\rm B} = \left( Z_1^0 \cos \vartheta - Z^0 \right) / \left( Z_1^0 \cos \vartheta + Z^0 \right); \tag{7}$$

- горизонтальной:

$$\Gamma_{\Gamma} = \left(Z_1^0 - Z^0 \cos \vartheta\right) / \left(Z_1^0 + Z^0 \cos \vartheta\right). \tag{8}$$

где  $Z^0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$  – волновое сопротивление свободного пространства;  $Z_1^0 - \sqrt{\mu\mu_0/\epsilon'}$  – волновое сопротивление почвы;  $\epsilon' = \epsilon \epsilon_0 + \sigma \omega^{-1} i$  –



74

Рис. 2. Зависимости  $W_{\Sigma}$  от f и D для H = 100 м (a) и H = 50 м (b) Fig. 2. Dependences of  $W_{\Sigma}$  on f and D for H = 100 m (a) and H = 50 m (b)

комплексная диэлектрическая проницаемость почвы; 9 – угол падения плоской ЭМВ на поверхность раздела.

Для первой задачи  $(R \le 0, 2R_0) W_p$  вычисляется по правилу [10]:

$$W_{R \le 0,2R_0} = \left| 1 + RD'^{-1} e^{i\beta(D'-R)} \left( \Gamma(\vartheta_0) - i(2\beta D')^{-1} \left[ \Gamma''(\vartheta_0) + \Gamma'(\vartheta_0) \operatorname{ctg} \vartheta_0 \right] \right) \right|^{-1}.$$
<sup>(9)</sup>

где  $D' = (h+H)/\cos \vartheta_0 = d/\sin \vartheta_0$  – расстояние между точкой положения БПЛА и точкой зеркального относительно поверхности Земли отображения положения НПС;  $\Gamma'(\vartheta_0)$ ,  $\Gamma''(\vartheta_0)$  – первая и вторая производные коэффициента отражения по  $\vartheta$ , взятые в точке  $\vartheta = \vartheta_0$ ;  $\beta = 2\pi/\lambda$  – волновое число.

Для второй канонической задачи  $(0, 2R_0 < R \le \le 0, 8R_0)$   $W_p$  вычисляется по правилу [7]:

$$W_{0,2R_0 < R \le 0,8R_0} = \left(1 + \left|\Gamma\left(\vartheta_0\right)\right|^2 P^2 + 2\left|\Gamma\left(\vartheta_0\right)\right| P \times \cos\left(4\pi h' H'/(\lambda D) + \arg\left(\Gamma\left(\vartheta_0\right)\right)\right)\right)^{-1/2},$$
(10)  
где

 $h' \approx h - \Delta h;$   $H' \approx H - \Delta H;$ 

$$\Delta h = D^{2} K^{2} / (2R_{9}); \qquad \Delta H = D^{2} (1 - K)^{2} / (2R_{9}^{0});$$
  

$$K = 0.5 \left[ h / (h + H) + \sqrt{h} / (\sqrt{h} + \sqrt{H}) \right];$$
  

$$P = 1 / \sqrt{1 + 2D^{2} h' H' / \left[ \left[ R_{9}^{0} \right]^{2} (h' + H')^{2} \right]}.$$

Относительно решения [11] для третьей модельной задачи выделяются две подзадачи  $R \ge R_0$  и  $0,8R_0 < R < R_0$ . В первом случае  $W_p$  вычисляется выражением:



$$\begin{split} W_{R \ge R_0} &= \left| e^{i\pi/4} 2\sqrt{\pi x_0} \sum_{j=1}^{\infty} e^{ix_0 t_j} w_1 \left( t_j - y_1 \right) \times \right. \\ &\times w_1 \left( t_j - y_2 \right) \Big/ \left[ \left( t_j - q_{B,\Gamma}^2 \right) w_1^2 \left( t_j \right) \right] \right|^{-1}, \end{split}$$
(11)

где

$$\begin{split} x_0 &= R_3^0 \theta \bigg( 0,5\beta / \left[ R_3^0 \right]^2 \bigg)^{1/3} ; \\ q_{\rm B} &= im \sqrt{\eta - 1} / \eta ; \qquad q_{\rm F} = im \eta / \sqrt{\eta - 1} ; \\ \eta &= \beta_3^2 / \beta^2 ; \qquad m = \left( 0,5\beta R_3^0 \right)^{1/3} ; \\ y_1 &= H\beta / m ; \qquad y_2 = h\beta / m ; \\ \beta_3 &= \sqrt{\omega^2 \varepsilon' \mu \mu_0} = \beta c \sqrt{\varepsilon' \mu \mu_0} ; \end{split}$$

 $\omega$  – угловая частота;  $\theta$  – угол между ортвекторами, характеризующих положение НПС и БПЛА в геоцентрической систем координат;  $t_j$  – корни уравнения  $w'_1(t) - qw_1(t) = 0$ ;  $w'_1(t) = dw_1(t)/dt$ ;  $w_1(t)$  – функция Эйри, определяемая Фоком через функцию Ханкеля первого рода:

$$w_{1}(t) = e^{2\pi i/3} (\pi/3)^{1/2} (-t)^{1/2} \times H_{1/3}^{(1)} ((-t)^{3/2} 2/3), \quad t > 0.$$
(12)

При  $0,8R_0 < R < R_0$  для вычисления  $W_p$  используются приближение (11), известное из [11] и определяемое для вертикальной и горизонтальной составляющих:

$$W_{\rm B} = e^{i\tau} \left( 1 - (q - ip) / (q + ip) \sqrt{p / (p + p_1)} e^{2ip_1 p^2} \right);$$
  

$$W_{\rm r} = e^{i\tau} \left( 1 - (q_1 - ip) / (q_1 + ip) \sqrt{p / (p + p_1)} e^{2ip_1 p^2} \right),$$
(13)

где

$$p = m\cos \vartheta_0; \quad \tau = \beta \left( R - m\theta \right);$$
$$p_1 = x_0^{-1} \left( 2px_0 + x_0^2 - y_1 - y_2 \right).$$

В целом соотношения (9)-(11), (13) определяют множитель ослабления в разах и при переводе в децибелы составляют W<sub>р</sub> в (3). Отдельно следует подчеркнуть, что переход применения соотношений (9) и (10) осуществляется в соответствии с условиями  $R \le 0, 2R_0$  и  $0, 2R_0 < R \le 0, 8R_0$ . Переход от (10) к (13) с учетом требований  $0,2R_0 < R \le 0,8R_0$  и 0,8R<sub>0</sub> < R < R<sub>0</sub> является условным и выполняется в том случае, если область существенного распространения ЭМВ пересекает поверхность Земли. Переход от (13) к (11) выполняется при пересечении области минимального распространения ЭМВ поверхности Земли. Примеры графической зависимости  $W_{\Sigma}$  от частоты f, высоты H БПЛА над поверхностью Земли и дальности связи D приведены на рис. 2 при *h* = 2 м и параметрах почвы  $\sigma = 5 \cdot 10^{-3}$  Cm/m,  $\epsilon = 5$ ,  $\mu = 1$ .

Таким образом, заданные соотношения позволяют установить унифицированную математическую взаимосвязь между исходными данными для определения энергетических составляющих первого уравнения передачи интервала НПС – БПЛА (1), (2).

#### 3. Определение зависимости отношения сигнал/шум на входе демодулятора и BER в канале связи с БПЛА

Из задаваемых по правилам (1), (2) уровней сигналов  $P_{\text{прм}}^{\text{БПЛА}}$ ,  $P_{\text{прм}}^{\text{НПС}}$  (дБВт) на входах приемников БПЛА, НПС соответствующие величины отношений сигнал/шум определяются при вычитании

$$h_{\rm E\Pi\Pi A}^2 = P_{\rm npm}^{\rm E\Pi\Pi A} - P_{\rm nop}^{\rm E\Pi\Pi A};$$

$$h_{\rm H\Pi C}^2 = P_{\rm npm}^{\rm H\Pi C} - P_{\rm nop}^{\rm H\Pi C}$$

$$(14)$$

значений  $P_{\text{пор}}^{\text{БПЛА}}$ ,  $P_{\text{пор}}^{\text{НПС}}$  (дБВт), характеризующих мощность шума в полосе соответствующих приемных устройств. Величины  $P_{\text{пор}}^{\text{БПЛА}}$ ,  $P_{\text{пор}}^{\text{НПС}}$  определяются в соответствии с соотношениями:

$$P_{\text{nop}}^{\text{БПЛА}} = 10 \lg \left( k T_{\Sigma}^{\text{БПЛА}} \Delta f_{\Sigma}^{\text{БПЛА}} \right);$$

$$P_{\text{nop}}^{\text{HПC}} = 10 \lg \left( k T_{\Sigma}^{\text{HПC}} \Delta f_{\Sigma}^{\text{HПC}} \right),$$
(15)

где  $\Delta f_{\Sigma}^{\text{БПЛА}}$ ,  $\Delta f_{\Sigma}^{\text{НПС}}$  – шумовая полоса пропускания соответствующего приемника БПЛА, НПС (определяется полосой пропускания фильтра ниж-

них частот на входе решающей схемы демодулятора и соответствует технической скорости);  $T_{\Sigma}^{\text{БПЛА}}$ ,  $T_{\Sigma}^{\text{НПС}}$  – эффективная шумовая температура приемного тракта;  $k = 1,380649 \cdot 10^{-23}$  Вт/(Гц·К) – постоянная Больцмана.

Взаимосвязь между рассчитанным по правилу (14) отношением сигнал/шум на входе демодулятора  $h^2$  и  $P_{out}$  (BER) с учетом известных параметров о ширине спектра радиосигнала Δf<sub>pc</sub>, вида модуляции (обозначим параметром ү), размера сигнального алфавита (обозначим параметром m), способа демодуляции (обозначим параметром к), вида помехоустойчивого кодирования (обозначим параметром К) относительно второго уравнения передачи первично задается P<sub>ош</sub> =  $=\phi(h^2, \Delta f_{pc}, \gamma, m, \kappa, K)$  через некоторую функцию  $\phi(\bullet)$ , устанавливающую связь энергетических и сигнальных параметров канала связи с БПЛА при оценке его качества. Предварительный этап в задании  $\phi(\bullet)$  состоит в переопределении  $h^2$  в отношении энергии символа, получаемого с выхода модема, к спектральной мощности плотности шума  $h_0^2$ :

$$h_0^2 = h^2 V_{\mu \mu \phi} / \left( \Delta f_{\rm pc} V_k \right). \tag{16}$$

В основе аналитического представления  $\phi(\bullet)$  от входных параметров лежит статистическая дискретно-временная модель многолучевого канала при дополнительных предположениях относительно того, что амплитуда прямого луча преобладает над переотраженными. В подобном определении амплитуда  $\zeta(t_n)$   $(n = 0, 1, ...; \Delta t = t_{n+1} - t_n)$ поступающего на вход демодулятора сигнала представляется суммой регулярной  $\zeta^0(t_n)$  и случайной  $\tilde{\zeta}(t_n)$  компонент и подчиняется райсовскому распределению. Обозначим среднюю мощность  $\zeta^0(t_n)$  и  $\tilde{\zeta}(t_n)$  величинами  $\rho^0$  и  $\tilde{\rho}$ . В подобной модели канала функция плотности вероятности распределения отношения сигнал/шум  $\rho$  сигнала  $\zeta(t_n)$  будет задаваться следующим выражением [12]:

$$f(\rho) = \tilde{\rho}^{-1} \exp\left[-\left(\rho^{0} + \rho\right)\tilde{\rho}^{-1}\right] I_{0}\left(2\tilde{\rho}^{-1}\sqrt{\rho\rho^{0}}\right), \quad (17)$$

где I<sub>0</sub>(x) – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка первого рода.

С учетом заданных соотношениями (9)–(11), (13) решений по определению величины  $W_{\rm p}$  (дБ), которая с учетом заданных представлений характеризуется отношением  $1/10^{0,05W_{\rm p}} - 1 = \sqrt{\rho^0 \tilde{\rho}^{-1}} = \mu$ , при тождественном обозначении  $h_0^2 = \rho^0 + \tilde{\rho}$  переопределим (17) в виде



Рис. 3. Примеры зависимостей  $P_{out}^*$  от  $h_0^2$  и  $W_p$  для BPSK (*a*) и QAM-16 (б) Fig. 3. Examples of dependencies  $P_{out}^*$  on  $h_0^2$  and  $W_p$  for BPSK (*a*) and QAM-16 (*b*)

$$f(\rho) = (\mu^{2} + 1) / h_{0}^{2} \exp\left[-\mu^{2} - (\mu^{2} + 1)\rho/h_{0}^{2}\right] \times I_{0}\left(2\sqrt{\rho\mu^{2}(\mu^{2} + 1)/h_{0}^{2}}\right).$$
(18)

Для заданной функции плотности вероятность символьной ошибки  $P_{om}^*$  оценивается относительно битовой последовательности на входе помехоустойчивого декодера. Для *m* позиционных ортогональных сигналов при когерентном приеме величина  $P_{om}^*$  определяется при вычислении интеграла вида [13]:

$$P_{\rm OIII}^{*} = \int_{0}^{\infty} E(\rho, m) f(\rho) d\rho, \qquad (19)$$

где при *m* = 2

76

$$E(\rho,m) = 1 - \operatorname{erf}(\sqrt{2}\rho);$$
  
при  $m > 2$   
$$E(\rho,m) = 1 - (\log_2 m)^{-1} - -$$
  
$$- 0,5 \operatorname{erf}(\sqrt{2}\rho \sin(\pi/\log_2 m)) - -$$
  
$$- 2V(\sqrt{2}\rho \sin(\pi/\log_2 m), \sqrt{2}\rho \cos(\pi/\log_2 m));$$
  
$$V(x,y) = (2\sqrt{2\pi})^{-1} \int_{0}^{x} \operatorname{erf}(ty/[\sqrt{2}x]) e^{-t^2/2} dt$$

- табулированная функция Никольсона [13];

$$\operatorname{erf}(x) = 2/\sqrt{\pi} \int_{0}^{x} e^{-t^{2}} dt$$

– функция ошибок. Примеры графиков зависимости  $P_{out}^*$  от  $h_0^2$  для BPSK и QAM-16 и различных  $W_p$  приведены на рис. 3.

#### Заключение

На основе разработанной математической модели канала связи с беспилотными летательными аппаратами получены аналитические выражения для расчета суммарного затухания радиосигнала ( $W_{\Sigma}$ ) на интервалах радиолинии БПЛА – НПС с учетом влияния поверхности Земли, аппроксимируемой гладкой сферой, с реальными параметрами: относительной диэлектрической проницаемостью - є и проводимостью - о. Получены аналитические выражения, позволяющие с высокой степенью адекватности оценить показатели качества связи в виде зависимости  $P_{OIII}(h^2)$ , что позволяет производить энергетический расчет радиолиний БПЛА – НПС с учетом реальной поверхности Земли и заданными параметрами качества передачи сигналов.

Анализ полученных результатов в виде зависимости  $W_{\Sigma}$  от длины радиолинии и рабочей частоты (рис. 2) показывает: 1) существенную зависимость затухания от частоты; 2) наличие глубоких замираний сигнала в ближней зоне  $R \le 0, 2R_0$  за счет интерференции (зона интерференции). Глубина интерференционных замираний увеличивается с ростом частоты и на частоте 900 МГц достигает 25...30 дБ, в то время как на частотах 100...300 МГц составляет не более 3 дБ. В целом результаты проведенного моделирования (рис. 2, 3) определяют предпочтительное использование при организации связи с БПЛА диапазона метровых волн, обеспечивающих в сравнении с дециметровыми наименьшее затухание в областях тени п полутени. Последнее с применением помехоустойчивых видов модуляции (рис. 3) во взаимосвязи с современными методами пространственно-временной обработки сигналов [14; 15] является принципиальным при обеспечении требуемой надежности связи при расположении БПЛА на большом расстоянии *D* от НПС и незначительной высоте полета *H*.

#### Список литературы

- 1. Перспективы развития и применения комплексов с беспилотными летательными аппаратами: сб. докл. и ст. по мат. II научнопрактической конф. / под общей ред. А.С. Бодрова, С.И. Безденежных. Коломна: 924 ГЦ БпА МО РФ, 2017. 337 с.
- 2. Чаховский Ю.В., Ковязин Б.С. Возможности использования беспилотных летательных аппаратов в военных целях // Наука и военная безопасность. 2008. № 2. С. 38–40.
- Ростопчин В.В. Ударные беспилотные летательные аппараты и противовоздушная оборона проблемы и перспективы противостояния. URL: https://www.researchgate.net/publication/331772628\_Udarnye\_bespilotnye\_letatelnye\_apparaty\_i\_protivovozdusnaa\_ oborona\_-problemy\_i\_perspektivy\_protivostoania (дата обращения: 20.05.2019).
- Haas E. Aeronautical channel modeling // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2002. Vol. 51, no. 2. P. 254–264. DOI: https:// doi.org/10.1109/25.994803
- 5. Фокин Г.А. Обзор моделей радиоканала связи с беспилотными летательными аппаратами // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4, N° 4. C. 85–101. URL: https://tuzs.sut.ru/release/tuzs\_v4\_i4\_y2018/article\_9.pdf
- 6. Hoeher P. A Statistical discrete-time model for the WSSUS multipath channel // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 1992. Vol. 41, no. 4. P. 461–468. DOI: https://doi.org/10.1109/25.182598
- 7. Калинин А.И. Распространение радиоволн на трассах наземных и космических радиолиний. М.: Связь, 1976. 296 с.
- Bing L. Study on modeling of communication channel of UAV // Procedia Computer Science. 2017. Vol. 107. P. 550–557. DOI: https:// doi.org/10.1016/j.procs.2017.03.129
- 9. Low altitude UAV propagation channel modelling / X. Cai [et al.] // 2017 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP). 2017. P. 1443–1447. DOI: https://doi.org/10.23919/EuCAP.2017.7928479
- 10. Бреховских Д.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
- 11. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970. 520 с.
- 12. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Сов. радио, 1970. 728 с.
- 13. Прокис Дж. Цифровая связь / пер. с англ.; под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
- 14. Полянский И.С., Архипов Н.С., Мисюрин С.Ю. О решении проблемы оптимального управления адаптивной многолучевой зеркальной антенной // Автоматика и телемеханика. 2019. № 1. С. 83–100. DOI: https://doi.org/10.1134/S0005231019010069
- 15. Полянский И.С., Патронов Д.Ю. Максимально правдоподобная оценка дисперсионно-ковариационной матрицы // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 1. URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=8516

#### References

- 1. Prospects for the development and use of complexes with unmanned aerial vehicles: col. report and art. by mat. II scientific and practical conf. Ed. by A.S. Bodrov, S.I. Bezdezhnyh. Kolomna: 924 GTs BpA MO RF, 2017, 337 p. (In Russ.)
- 2. Chahovskij Yu.V., Kovjazin B.S. Possibilities of using unmanned aerial vehicles for military purposes. *Nauka i voennaja bezopasnosť*, 2008, no. 2, pp. 38–40. (In Russ.)
- 3. Rostopchin V.V. Attack unmanned aerial vehicles and air defense problems and prospects of confrontation. URL: https://www. researchgate.net/publication/331772628\_Udarnye\_bespilotnye\_letatelnye\_apparaty\_i\_protivovozdusnaa\_oborona\_-problemy\_i\_ perspektivy\_protivostoania (accessed: 20.05.2019).
- Haas E. Aeronautical channel modeling. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2002, vol. 51, no. 2, pp. 254–264. DOI: https://doi. org/10.1109/25.994803
- 5. Fokin G.A. Review of radio communication channel models with unmanned aerial vehicles. *Trudy uchebnyh zavedenij svjazi*, 2018, vol. 4, no. 4, pp. 85-101. URL: https://tuzs.sut.ru/release/tuzs\_v4\_i4\_y2018/article\_9.pdf (In Russ.)
- 6. Hoeher P. A Statistical discrete-time model for the WSSUS multipath channel. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 1992, vol. 41, no. 4, pp. 461–468. DOI: https://doi.org/10.1109/25.182598
- 7. Kalinin A.I. Propagation of Radio Waves along the Paths of Terrestrial and Space Radio Links. Moscow: Svjaz', 1976, 296 p. (In Russ.)
- Bing L. Study on modeling of communication channel of UAV. Procedia Computer Science, 2017, vol. 107, pp. 550–557. DOI: https://doi. org/10.1016/j.procs.2017.03.129
- 9. Cai X. et al. Low altitude UAV propagation channel modelling. 2017 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP), 2017, pp. 1443–1447. DOI: https://doi.org/10.23919/EuCAP.2017.7928479
- 10. Brehovskih D.M. Waves in Layered Media. Moscow: Nauka, 1973, 343 p. (In Russ.)
- 11. Fok V.A. Problems of Diffraction and Propagation of Electromagnetic Waves. Moscow: Sov. radio, 1970, 520 p. (In Russ.)
- 12. Fink L.M. Discrete Message Transmission Theory. Moscow: Sov. radio, 1970, 728 p. (In Russ.)
- 13. Prokis J. Digital Communication. English trans. Ed. by D.D. Klovsky. Moscow: Radio i svjaz', 2000, 800 p. (In Russ.)
- Polyansky I.S., Arkhipov N.S., Misjurin S.Yu. On the solution of the problem of optimal control of an adaptive multi-beam reflector antenna. Avtomatika i telemehanika, 2019, no. 1, pp. 83–100. DOI: https://doi.org/10.1134/S0005231019010069 (In Russ.)

Архипов Н.С. и др. Математическая модель канала связи с беспилотным летательным annapatom Arkhipov N.S. et al. Mathematical model of a communication channel with an unmanned aerial vehicle

15. Polyansky I.S., Patronov D.Yu. Maximum likelihood estimate of the variance-covariance matrix. Sovremennye problemy nauki i obrazovanija, 2013, no. 1, URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=8516 (In Russ.)

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2021, vol. 24, no. 3, pp. 71–79

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.3.71-79

Received 13 May 2021 Accepted 15 June 2021

## Mathematical model of a communication channel with an unmanned aerial vehicle

Nikolay S. Arkhipov<sup>1, 2</sup>, Ivan S. Polyansky<sup>2, 3</sup>, Yuri N. Yakovlev<sup>2</sup>, Alexander V. Subbotenko<sup>3</sup>

<sup>1</sup> JSC «Eureka»
 118, Moskovsky Avenue,
 Saint Petersburg, 196084, Russia
 <sup>2</sup> JSC «Technological Institute of Adaptive Systems»
 9, letter B, Kolya Tomchak Street,
 Saint Petersburg, 196006, Russia
 <sup>3</sup> Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation
 35, Priborostroitelnaya Street,
 Oryol, 302015, Russia

Abstract – In this paper, a mathematical model of a communication channel with an unmanned aerial vehicle and taking into account the specifics of the locations of a ground communication point when determining the effects of refraction, diffraction and interference of electromagnetic waves is proposed. A meaningful statement of the problem based on the mathematical relationship between the energy parameters of the first transmission equation and the quality indicators (BER) of the second transmission equation has been formed. The main features of calculating the parameters of the first equation are to determine the rules for calculating the level of attenuation due to the influence of the earth's surface. The calculation of attenuations for cases of removal of an unmanned aerial vehicle from a ground communication point within the areas of line of sight, partial shade and shadow has been clarified. The second transmission equation is based on the mathematical model of the Rice communication channel. With respect to the energy parameters and the selected communication quality indicator for the formed mathematical model, examples of graphical dependencies are given in the study of typical computational problems. With respect to the energy parameters and the selected communication for the formed mathematical model, examples of graphical dependencies are given in the study of typical computational problems. With respect to the energy parameters and the selected communication for the formed mathematical model, examples of graphical dependencies are given.

Keywords - mathematical model; radio channel; UAV; Rice distribution; reflection from the earth's surface.

#### Информация об авторах

Архипов Николай Сергеевич, доктор технических наук, доцент, советник генерального директора по науке АО «Эврика», г. Санкт-Петербург, Россия. Число научных публикаций – 164.

Область научных интересов: радиотехника, методы анализа и синтеза антенных систем, вычислительная электродинамика, цифровая обработка сигналов, адаптивная оптика.

E-mail: arhns97@mail.ru

Полянский Иван Сергеевич, доктор физико-математических наук, сотрудник Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орёл, Россия. Число научных публикаций – 152.

Область научных интересов: математическое моделирование, динамические системы, дифференциальные уравнения, методы оптимизации, оптимальное управление, конформные отображения, вычислительная электродинамика, цифровая обработка сигналов.

*E-mail*: van341@mail.ru

ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1282-1522

Яковлев Юрий Николаевич, кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник АО «Технологический институт адаптивных систем», г. Санкт-Петербург, Россия. Число научных публикаций – 121.

#### Information about the Authors

Nikolay S. Arkhipov, Doctor of Technical Sciences, associate professor, advisor to the general director for science of JSC «Eureka», Saint Petersburg, Russia. Number of scientific publications – 164.

Research interests: radio engineering, methods of analysis and synthesis of antenna systems, computational electrodynamics, digital signal processing, adaptive optics.

E-mail: arhns97@mail.ru

Ivan S. Polyansky, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, member of the Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation, Oryol, Russia. The number of scientific publications – 152.

Research interests: mathematical modeling, dynamic systems, differential equations, optimization methods, optimal control, conformal mapping, computational electrodynamics, digital signal processing.

E-mail: van341@mail.ru

ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1282-1522

Yuri N. Yakovlev, Candidate of Technical Sciences, leading researcher of JSC «Technological Institute of Adaptive Systems», Saint Petersburg, Russia. The number of scientific publications – 121. Область научных интересов: радиотехника, военные системы связи, антенны и устройства СВЧ, цифровая обработка сигналов, электромагнитная совместимость.

E-mail: yur.jakovleff2017@yandex.ru

Субботенко Александр Владимирович, кандидат технических наук, сотрудник Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орёл, Россия. Число научных публикаций – 56.

Область научных интересов: радиотехника, антенные системы, цифровая обработка сигналов, военные системы связи, антенны и устройства СВЧ.

E-mail: subbiki@yandex.ru

*Research interests*: radio engineering, military communication systems, microwave antennas and devices, digital signal processing, electromagnetic compatibility.

E-mail: yur.jakovleff2017@yandex.ru

Alexander V. Subbotenko, Candidate of Technical Sciences, member of the Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation, Oryol, Russia. Number of scientific publications - 56.

*Research interests*: radio engineering, antenna systems, digital signal processing, military communication systems, antennas and microwave devices.

*E-mail*: subbiki@yandex.ru