

Алгоритм фильтрации координат наземного источника несанкционированного радиоизлучения в системе спутниковой связи с прямой ретрансляцией

И.С. Полянский , Т.З. Фам, А.В. Тихонов, Б.Г. Катыгин

Академия Федеральной службы охраны Российской Федерации
302015, Россия, г. Орёл,
ул. Приборостроительная, 35

Аннотация – В статье разработан алгоритм фильтрации координат наземного источника несанкционированного радиоизлучения в системе спутниковой связи с прямой ретрансляцией, позволяющий в приближении теории фильтрации координат подвижного объекта повысить точность местоопределения в сравнении с существующими решениями. Задана содержательная постановка задачи фильтрации при определении системы ограничений и допущений. Сформирована математическая постановка, сводящая общее решение к калмановской модели фильтрации. Основу итогового алгоритма фильтрации координат наземного источника несанкционированного радиоизлучения составляет правило рекурсивной оценки вектора состояния, определенное при применении расширенного фильтра Калмана. Работоспособность разработанного алгоритма проверена на конкретных примерах.

Ключевые слова – алгоритм, фильтрация координат источника несанкционированного радиоизлучения, система спутниковой связи с прямой ретрансляцией, расширенный фильтр Калмана.

Введение

Вопросы теории и практики оценки координат объектов находят широкое применение в различных отраслях науки, техники и промышленности (в радионавигации, радиолокации, радиоуправлении, радиоастрономии, радиогеодезии, в военной сфере). Для решения подобного класса задач учеными (К.М. Антонович, Дж. Вэббер, Д.А. Кошаев, С.П. Панько, В.В. Савельев, А.А. Савин, А.Г. Сайбель, Ю.Г. Сосулин, В.С. Черняк, Дж. Эффланд, М.С. Ярлыков и др.) отечественной и зарубежных научных школ статистической теории радиолокации и радионавигации разработан ряд адекватных математических моделей фильтрации координат подвижного объекта.

Одним из важных направлений в этой сфере для систем спутниковой связи (ССС) является решение задачи координатометрии наземных источников несанкционированного радиоизлучений (ИНР). При этом особенности организации СССР с прямой ретрансляцией затрудняют применение типовых алгоритмических решений задач фильтрации координат подвижного объекта.

Известные алгоритмы и программно-аппаратные системы координатометрии наземных ИНР в СССР с прямой ретрансляцией, которые разработаны такими учеными, как Р.В. Волков, А.Х. Кельян, В.И. Могучев, В.Н. Саяпин, В.В. Сухогин, В.И. Тисленко, А.О. Чемарев, Wolfgang Koch,

Darko Musicki, Hugo Seuté, Ali Khenchaf и др. [1–7], предполагают двухэтапное разделение. На первом решается задача оценки координат и вектора скорости возмущенного орбитального движения основного и смежного спутника-ретранслятора (СР) на различных интервалах времени наблюдения [8]. На втором этапе для определенных оценок кинематических параметров СР выполняется непосредственное решение задачи координатометрии ИНР. Подобное разделение несколько снижает точность местоопределения ИНР с точки зрения классической теории оценивания и ее применения в связи и управлении (Э. Сейдж, Дж. Мелс, Дж. Вебер, Р.Л. Стратонович, В.И. Тихонов и др.). Устранение указанной особенности составляет суть настоящей статьи.

1. Содержательная постановка задачи фильтрации

Анализ результатов [1–4; 8–10] определяет особенности для формирования обобщенной схемы фильтрации координат наземного ИНР в СССР с прямой ретрансляцией (рис. 1).

Основные объекты схемы: ИНР; комплекс радиоконтроля (КРК); $K \geq 2$ СР; $N \geq 1$ реперных станций (РС). Вектор параметров состояния k -го СР $\vec{\lambda}^k(t) = \{\vec{r}^k(t), \vec{v}^k(t)\}$ ($k = \overline{1, K}$) является векторным случайным процессом, который задает положение $\vec{r}^k(t)$ и скорость $\vec{v}^k(t)$ в момент време-

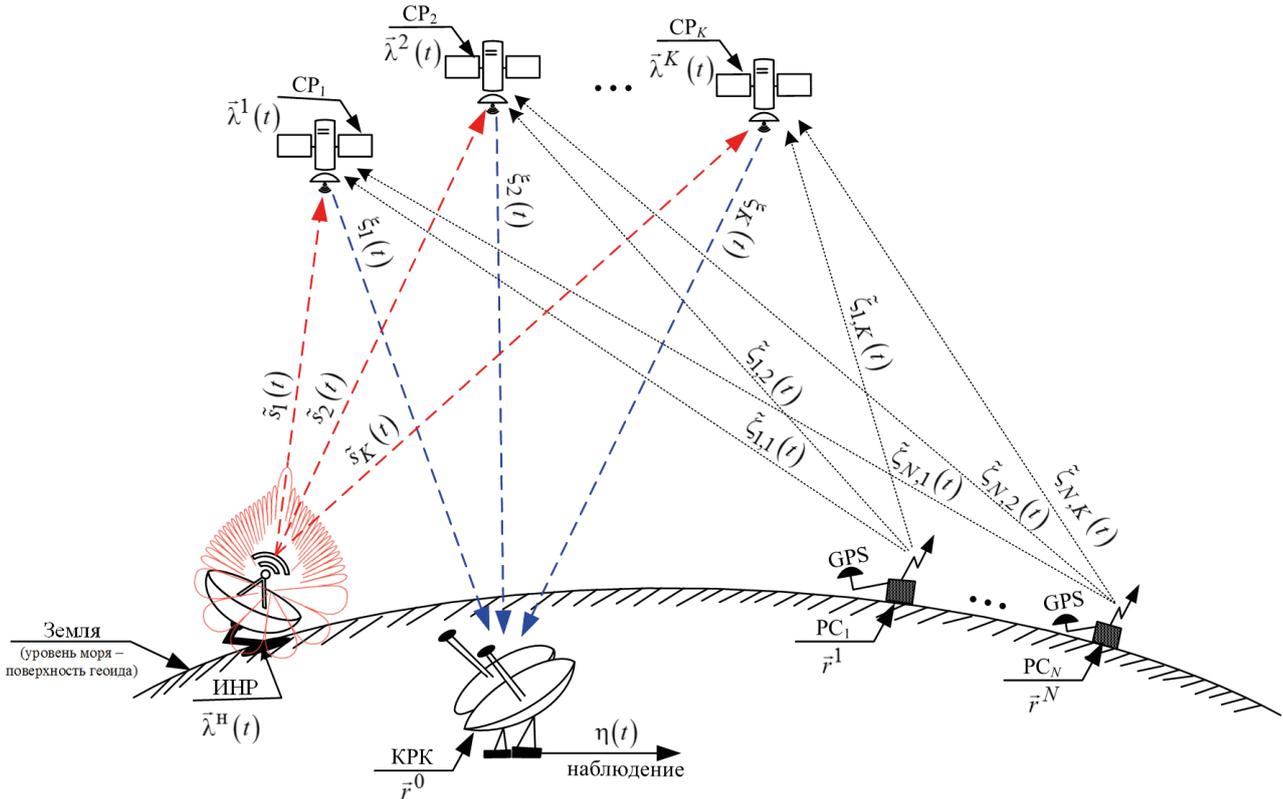


Рис. 1. Схема фильтрации координат наземного ИНР
 Fig. 1. Filtration scheme for coordinates of ground-based INR

ни t -го СР. Оценка средневыборочных значений $\bar{r}^k(t)$ и $\bar{v}^k(t)$ в момент времени t осуществляется по данным телеметрии при численном решении дифференциального уравнения, описывающего возмущенное движение СР [8], при усреднении получаемых значений в момент времени t по данным измерений РС. Положения КРК и n -х ($n = \overline{1, N}$) РС являются известными и характеризуются векторами \bar{r}^0 и \bar{r}^n соответственно.

Вектор параметров $\bar{\lambda}^H(t) = \{\bar{r}^H(t)\}$ является неизвестным векторным случайным процессом, который задает положение $\bar{r}^H(t)$ в момент времени t ИНР. Реперные станции n -е передают тестовый сигнал $\zeta(t)$ в k -х ($k = \overline{1, K}$) направлениях на соответствующий k -й СР с частотой $f_{nk}^{BB}(t)$. Передача сигнала выполняется синхронно с помощью меток времени спутниковых радионавигационных систем – ГЛОНАСС и/или GPS. На входе приемника k -го СР наблюдается сигнал $\tilde{\zeta}_{nk}(t)$, различие которого от исходного $\zeta(t)$ обуславливается воздействием помех среды распространения радиосигнала и смещения $f_{nk}^{BB}(t)$ на величину доплеровского сдвига частоты $\Delta f_{nk}^{BB}(\bar{\lambda}^k, t)$ на участке распространения от n -й РС до k -го СР – $|\bar{r}^n - \bar{r}^k(t)|$. Ретрансляция сигнала $\zeta(t)$ n -й РС k -м спутником связи осуществляется на частоте

$f_{nk}^{BB}(t) + \Delta f_{nk}^{BB}(\bar{\lambda}^k, t) + \Delta f_k^{CP}(t)$, где $\Delta f_k^{CP}(t)$ – частота переноса k -го СР на линию вниз, которая формируется из суммарной частоты всех гетеродинов приемника и передатчика k -го СР. На входе приемника КРК сигнал $\zeta(t)$ n -й РС наблюдается на частоте $f_{nk}^{BB}(t) + \Delta f_{nk}^{BB}(\bar{\lambda}^k, t) + \Delta f_k^{CP}(t) + \Delta f_{nk}^{BH}(\bar{\lambda}^k, t)$, где $\Delta f_{nk}^{BH}(\bar{\lambda}^k, t)$ – доплеровский сдвиг частоты на участке распространения от k -го СР до КРК.

Введем обозначение $\bar{\lambda}(t) = \{\bar{\lambda}^H(t), \bar{\lambda}^1(t), \dots, \bar{\lambda}^K(t)\}$. ИНР осуществляет передачу радиосигнала $s(t)$ через 1-й СР – направление основного излучения. Направления передачи между ИНР и остальными СР (смежные СР) являются побочными. На входе приемника k -го ($k = \overline{1, K}$) СР наблюдается сигнал $\tilde{s}_k(t)$, различие которого от исходного $s(t)$ обуславливается воздействием помех среды распространения радиосигнала и смещения $f_k^{HBB}(t)$ на величину доплеровского сдвига частоты $\Delta f_k^{HBB}(\bar{\lambda}, t)$ с учетом протяженности k -го интервала на линии вверх – $|\bar{r}^H(t) - \bar{r}^k(t)|$. Сигнал $\zeta(t)$ РС формируется таким образом, чтобы его частотный диапазон не содержал общих частот из частотного диапазона сигнала $s(t)$ ИНР.

На выходе приемника КРК формируется суммарный сигнал:

$$\eta(t) = \sum_{k=1}^K \left(A_k^s(t) s(t - T_k^s(\bar{\lambda}, t)) e^{2\pi i \Delta F_k^s(\bar{\lambda}, t)t} + \sum_{n=1}^N A_{nk}^\zeta(t) \zeta(t - T_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)) \times e^{2\pi i \Delta F_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)t} \right) + \nu(t),$$

составленный из: сдвинутых по временному $T_k^s(\bar{\lambda}, t)$, $T_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)$ и частотному $\Delta F_k^s(\bar{\lambda}, t)$, $\Delta F_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)$ параметрам сигналов ИНР, n -х РС соответственно; затуханий $A_k^s(t)$, $A_{nk}^\zeta(t)$ сигналов на участках распространения ИНР- k -й СР-КРК, n -я РС- k -й СР-КРК; шумового параметра $\nu(t)$, который в рассматриваемой математической модели непрерывного канала связи определяет помехи среды распространения на линиях вверх и вниз.

Величины времени прихода $T_k^s(\bar{\lambda}, t)$, $T_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)$ сигналов $s(t)$, $\zeta(t)$ от ИНР на КРК, от n -й РС на КРК складываются $T_k^s(\bar{\lambda}, t) = \tau_k^s(\bar{\lambda}, t) + \delta_k^{st}(t)$, $T_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t) = \tau_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t) + \delta_{nk}^{\zeta t}(t)$ из ошибок $\delta_k^{st}(t)$, $\delta_{nk}^{\zeta t}(t)$ измерения и истинного времени $\tau_k^s(\bar{\lambda}, t)$, $\tau_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)$ прихода на КРК сигналов от ИНР, n -й РС соответственно. Значения $\tau_k^s(\bar{\lambda}, t)$, $\tau_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)$ удовлетворяют тождествам:

$$\tau_k^s(\bar{\lambda}, t) = c^{-1} \left(\left| \bar{r}^H(t) - \bar{r}^k(t) \right| + \left| \bar{r}^k(t) - \bar{r}_0 \right| \right); \quad (1)$$

$$\tau_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t) = c^{-1} \left(\left| \bar{r}^n - \bar{r}^k(t) \right| + \left| \bar{r}^k(t) - \bar{r}_0 \right| \right),$$

где c – скорость света в вакууме.

Ошибки $\delta_k^{st}(t)$, $\delta_{nk}^{\zeta t}(t)$ обуславливаются ионосферной и тропосферной ошибками измерения на линиях вверх, вниз и ошибками синхронизации передачи сигналов РС по меткам времени.

Величина частотных сдвигов $\Delta F_k^s(\bar{\lambda}, t)$, $\Delta F_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)$ принимаемых КРК сигналов $s(t)$, $\zeta(t)$ определяется

$$\Delta F_k^s(\bar{\lambda}, t) = f^{\text{HBB}}(t) + \Delta f_k^{\text{HBB}}(\bar{\lambda}, t) + \Delta f_k^{\text{CP}}(t) + \Delta f_k^{\text{BH}}(\bar{\lambda}^k, t) + \Delta f^{\text{KPK}}(t) = \Delta f_k^s(\bar{\lambda}, t) + \delta_k^{sf}(t),$$

$$\Delta F_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t) = f_{nk}^{\text{BB}}(t) + \Delta f_{nk}^{\text{BB}}(\bar{\lambda}^k, t) + \Delta f_k^{\text{CP}}(t) + \Delta f_k^{\text{BH}}(\bar{\lambda}^k, t) + \Delta f^{\text{KPK}}(t) = \Delta f_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t) + \delta_{nk}^{\zeta f}(t),$$

где $\Delta f^{\text{KPK}}(t)$ – суммарная частота всех гетеродинов приемника КРК; $\Delta f_k^s(\bar{\lambda}, t)$, $\Delta f_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)$ и $\delta_k^{sf}(t)$, $\delta_{nk}^{\zeta f}(t)$ – истинный частотный сдвиг принятых

КРК сигналов $s(t)$, $\zeta(t)$ и ошибки измерения $\Delta f_k^s(\bar{\lambda}, t)$, $\Delta f_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)$ соответственно. Значение $\Delta f_k^s(\bar{\lambda}, t)$, $\Delta f_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)$ удовлетворяет тождествам:

$$\Delta f_k^s(\bar{\lambda}, t) = c^{-1} \bar{v}^k(t) \times \left(\tilde{f}^{\text{HBB}} \frac{\bar{r}^k(t) - \bar{r}^H(t)}{\left| \bar{r}^k(t) - \bar{r}^H(t) \right|} + \tilde{f}_k^{\text{HBB}} \frac{\bar{r}_0 - \bar{r}^k(t)}{\left| \bar{r}_0 - \bar{r}^k(t) \right|} \right); \quad (2)$$

$$\Delta f_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t) = c^{-1} \bar{v}^k(t) \times \left(\tilde{f}_{nk}^{\text{BB}} \frac{\bar{r}^k(t) - \bar{r}^n}{\left| \bar{r}^k(t) - \bar{r}^n \right|} + \tilde{f}_{nk}^{\text{BH}} \frac{\bar{r}_0 - \bar{r}^k(t)}{\left| \bar{r}_0 - \bar{r}^k(t) \right|} \right),$$

где

$$\tilde{f}^{\text{HBB}} = \mathbb{E} \left[f^{\text{HBB}} \right],$$

$$\tilde{f}_{nk}^{\text{BB}} = \mathbb{E} \left[f_{nk}^{\text{BB}} \right] \text{ и}$$

$$\tilde{f}_k^{\text{HBB}} = \mathbb{E} \left[f_k^{\text{HBB}} = f^{\text{HBB}} + \Delta f_k^{\text{CP}} \right],$$

$$\tilde{f}_{nk}^{\text{BH}} = \mathbb{E} \left[f_{nk}^{\text{BH}} = f_{nk}^{\text{BB}} + \Delta f^{\text{CP}} \right].$$

Ошибки $\delta_k^{sf}(t)$, $\delta_{nk}^{\zeta f}(t)$ обуславливаются нестабильностями гетеродинов передатчиков ИНР, n -х РС, k -х СР и приемников k -х СР, КРК.

Учитывая содержательное описание схемы фильтрации канонических параметров ИНР и введенную в [8] систему ограничений, сформулируем основные допущения, выделяемые при решении задачи фильтрации координат наземного ИНР: 1) ИНИ находится на поверхности Земли и является неподвижным объектом; 2) СР осуществляют прямую ретрансляцию сигнала ИНИ; 3) диапазон частот сигнала, передаваемого ИНИ в направлении основного излучения, известен; 4) положения объектов модели фильтрации координат наземного ИНИ, работающего через СР, не совпадают, а сами объекты модели представляются в качестве кинематически не взаимосвязанных материальных точек; 5) различие времени распространения сигналов ИНИ и РС до КРК через соответствующие СР значительно превышает обратную величину ширины спектра этих сигналов; 6) математическая модель пространственного движения k -го СР формируется в земной системе координат и задается в кинематических параметрах по правилам [8]:

$$\frac{d\bar{v}_{\text{CP}}(t)}{dt} = \mathbf{M}_{\text{ct}}(t) \left(\bar{\Psi}(t) - \frac{\mu}{\left| \bar{r}_{\text{CP}}(t) \right|^3} \bar{r}_{\text{CP}}(t) \right) -$$

$$\begin{aligned}
 & -\mathbf{M}_{ct}(t)\mathbf{M}'_{ct}(t)\bar{\mathbf{V}}_{cp}(t)+\bar{\Delta}_V(t); \\
 & d\bar{\mathbf{r}}_{cp}(t)/dt = \\
 & = \bar{\mathbf{V}}_{cp}(t)-\mathbf{M}_{ct}(t)\mathbf{M}'_{ct}(t)\bar{\mathbf{r}}_{cp}(t)+\bar{\Delta}_r(t),
 \end{aligned} \tag{3}$$

где μ – гравитационный параметр Земли; $\bar{\Delta}_V(t)$ и $\bar{\Delta}_r(t)$ – векторные функции, которые характеризуют случайный характер изменения вектора скорости и положения СР соответственно; $\bar{\Psi}(t)$ – возмущающее ускорение, обусловленное действием сил на СР; $\mathbf{M}'_{ct}(t)$ – транспонированная матрица $\mathbf{M}'_{ct}(t)=d\mathbf{M}_{ct}(t)/dt$; $\mathbf{M}_{ct}(t)$ – матрица преобразования небесной системы координат в земную; 7) ошибки измерений $\delta_{k-}^{st}(t)$, $\delta_{nk}^{\zeta\tau}(t)$, $\delta_k^{sf}(t)$, $\delta_{nk}^{\zeta f}(t)$ и эволюций $\bar{\Delta}_{V_k}(t)$, $\bar{\Delta}_{r_k}(t)$, характеризующие флуктуацию случайных параметров, являются случайными величинами, которые распределены по нормальному закону; 8) особенности реализации многостанционного доступа к частотно-энергетическому ресурсу СР не рассматриваются.

2. Математическая постановка задачи фильтрации

Математическая модель фильтрации координат ИНР задается при представлении $\bar{\lambda}(t)$ непрерывным векторным марковским процессом. Эволюцию элементов вектора параметров $\bar{\lambda}(t)=\{\bar{\lambda}^H(t), \bar{\lambda}^1(t), \dots, \bar{\lambda}^K(t)\}$ в общем виде определим уравнением состояния:

$$\dot{\bar{\lambda}}_t = \bar{\Phi}(\bar{\lambda}_t, t) + \bar{w}_t, \tag{4}$$

где $\bar{\lambda}_t \equiv \bar{\lambda}(t)$; $\dot{\bar{\lambda}}_t \equiv d\bar{\lambda}_t/dt$; $\bar{\Phi}(\bar{\lambda}_t, t)$ – вектор сноса; $\bar{w}_t \equiv \bar{w}(t)$ – белый гауссовский вектор-шум при $\mathbb{E}[\bar{w}_t]=0$ и $\text{cov}[\bar{w}_t]=\mathbf{Q}_t$, наблюдаемый по правилу

$$\bar{\eta}_t = \bar{Y}(\bar{\lambda}_t, t) + \bar{v}_t, \tag{5}$$

где $\bar{\eta}_t \equiv \eta(t)$; $\bar{v}_t \equiv \bar{v}(t)$ – белый гауссовский вектор-шум при $\mathbb{E}[\bar{v}_t]=0$ и $\text{cov}[\bar{v}_t]=\mathbf{R}_t$; $\bar{Y}(\bar{\lambda}_t, t)$ – функция измерения канонических параметров СР и положения ИНР по принимаемым сигналам РС и ИНР, определяемая по методу Ньютона [12] численным решением системы уравнений, составленных тождествами (1), (2).

С учетом введенной постановки задачи фильтрации в соотношениях состояния (4) и наблюдения (5) вектор сноса $\bar{\Phi}(\bar{\lambda}_t, t)$ и вектор-шум \bar{w}_t для:

$$\bar{\lambda}(t) = \{\bar{\lambda}^H(t), \bar{\lambda}^1(t), \dots, \bar{\lambda}^K(t)\} \text{ при}$$

$$\bar{\lambda}^H(t) = \{\bar{r}^H(t)\};$$

$$\bar{r}^H(t) = \{x^H(t), y^H(t), z^H(t)\};$$

$$\bar{\lambda}^k(t) = \{\bar{r}^k(t), \bar{V}^k(t)\};$$

$$\bar{r}^k(t) = \{x^k(t), y^k(t), z^k(t)\};$$

$$\bar{V}^k(t) = \{V_x^k(t), V_y^k(t), V_z^k(t)\},$$

определяются по правилу:

$$\bar{\Phi}(\bar{\lambda}_t, t) = \begin{pmatrix} \bar{0} \\ \bar{V}^1(t) - \mathbf{M}_{ct}(t)\mathbf{M}'_{ct}(t)\bar{r}^1(t) \\ \mathbf{M}_{ct}(t)\left(\bar{\Psi}^1(t) - \mu\left|\bar{r}^1(t)\right|^{-3}\bar{r}^1(t)\right) - \\ - \mathbf{M}_{ct}(t)\mathbf{M}'_{ct}(t)\bar{V}^1(t) \\ \dots \\ \bar{V}^K(t) - \mathbf{M}_{ct}(t)\mathbf{M}'_{ct}(t)\bar{r}^K(t) \\ \mathbf{M}_{ct}(t)\left(\bar{\Psi}^K(t) - \mu\left|\bar{r}^K(t)\right|^{-3}\bar{r}^K(t)\right) - \\ - \mathbf{M}_{ct}(t)\mathbf{M}'_{ct}(t)\bar{V}^K(t) \end{pmatrix}; \tag{6}$$

$$\bar{w}_t = (\bar{\Delta}_{r^H}(t) \quad \bar{\Delta}_{r^1}(t) \quad \bar{\Delta}_{r^1}(t) \quad \dots$$

$$\bar{\Delta}_{r^k}(t) \quad \bar{\Delta}_{V^k}(t))^\top,$$

а функция измерения $\bar{Y}(\bar{\lambda}_t, t)$ задается решением системы из 3 уравнений и K систем, включающей 6 уравнений. Каждая k -я система из K систем уравнений составляется из тождеств (1), (2) при обозначениях

$$G_{nk}^\tau(\bar{\lambda}, t) = \left|\bar{r}^n - \bar{r}^k(t)\right| + \left|\bar{r}^k(t) - \bar{r}_0\right| - c\tau_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t),$$

$$\begin{aligned}
 G_{nk}^f(\bar{\lambda}, t) = & \bar{V}^k(t) \left(\frac{\tilde{f}_{nk}^{BB}}{\Delta f_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)} \frac{\bar{r}^k(t) - \bar{r}^n}{\left|\bar{r}^k(t) - \bar{r}^n\right|} + \right. \\
 & \left. + \frac{\tilde{f}_{nk}^{BH}}{\Delta f_{nk}^\zeta(\bar{\lambda}^k, t)} \frac{\bar{r}_0 - \bar{r}^k(t)}{\left|\bar{r}_0 - \bar{r}^k(t)\right|} \right) - c,
 \end{aligned}$$

задаваемых в виде

$$\begin{pmatrix} G_{n_1k}^\tau(\bar{\lambda}, t) & G_{n_2k}^\tau(\bar{\lambda}, t) & G_{n_3k}^\tau(\bar{\lambda}, t) & G_{n_1k}^f(\bar{\lambda}, t) \\ G_{n_2k}^f(\bar{\lambda}, t) & G_{n_3k}^f(\bar{\lambda}, t) \end{pmatrix}^\top = \bar{G}_k(\bar{\lambda}, t) = 0, \tag{7}$$

где

$$n_1, n_2, n_3 \in [1; N] : n_1 \neq n_2 \neq n_3.$$

Элементы системы из трех уравнений

$$\bar{G}_{k_1k_2}(\bar{\lambda}, t) = \left(\bar{G}_{k_1k_2}^\tau(\bar{\lambda}, t) \quad \bar{G}_{k_1k_2}^f(\bar{\lambda}, t) \quad F_3(\bar{\lambda}) \right)^\top$$

в $\bar{Y}(\bar{\lambda}_t, t)$ составляются с учетом обобщенной постановки задачи метода FDOA&TDOA [6; 7] в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{k_1 k_2}^\tau(\bar{\lambda}, t) = & \left(\left| \bar{r}^H(t) - \bar{r}^{k_1}(t) \right| + \left| \bar{r}^{k_1}(t) - \bar{r}_0 \right| \right) - \\ & - \left(\left| \bar{r}^H(t) - \bar{r}^{k_2}(t) \right| + \left| \bar{r}^{k_2}(t) - \bar{r}_0 \right| \right) - c \Delta \tau_{k_1 k_2}^s(\bar{\lambda}, t); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{k_1 k_2}^f(\bar{\lambda}, t) = & \bar{V}^{k_1}(t) \left(\tilde{f}^{\text{HBB}} \left[\Delta f_{k_1 k_2}^s(\bar{\lambda}, t) \right]^{-1} \times \right. \\ & \times \left. \left[\bar{r}^{k_1}(t) - \bar{r}^H(t) \right] \left| \bar{r}^{k_1}(t) - \bar{r}^H(t) \right|^{-1} \right) - \\ & - \bar{V}^{k_2}(t) \left(\tilde{f}^{\text{HBB}} \left[\Delta f_{k_1 k_2}^s(\bar{\lambda}, t) \right]^{-1} \times \right. \\ & \times \left. \left[\bar{r}^{k_2}(t) - \bar{r}^H(t) \right] \left| \bar{r}^{k_2}(t) - \bar{r}^H(t) \right|^{-1} \right) - c, \end{aligned} \quad (9)$$

где $k_1, k_2 \in [1; K] : k_1 \neq k_2$; $\Delta \tau_{k_1 k_2}^s(\bar{\lambda}, t)$ и $\Delta f_{k_1 k_2}^s(\bar{\lambda}, t)$ – разница по времени запаздывания и величин доплеровского смещения пар сигналов, принятых КРК от СР k_1 и k_2 .

Приняв дополнительное ограничение о том, что на длительности Δt элементы вектора $\bar{\lambda}_t$ при достаточно медленном изменении постоянны, разобьем интервал наблюдения $[0, T]$ на тактовые подынтервалы $t \in [t_j, t_{j+1}]$ ($\Delta t = t_{j+1} - t_j$; $j = \overline{1, N_t}$; $N_t = \lfloor T/\Delta t \rfloor$) и перепишем уравнения состояния (4) и наблюдения (5) в виде

$$\dot{\bar{\lambda}}_j = \bar{\Phi}(\bar{\lambda}_j, t_j) + \bar{w}_j; \quad (10)$$

$$\bar{\eta}_j = \bar{Y}(\bar{\lambda}_j, t_j) + \bar{v}_j, \quad (11)$$

где

$$\bar{\lambda}_j \equiv \bar{\lambda}(t_j); \quad \bar{\eta}_j \equiv \bar{\eta}(t_j); \quad \bar{w}_j \equiv \bar{w}(t_j); \quad \bar{v}_j \equiv \bar{v}(t_j).$$

Решение системы нелинейных уравнений

$$\bar{G}(\bar{\lambda}, t) = \left\{ \bar{G}_{k_1 k_2}(\bar{\lambda}, t), \bar{G}_{k_1}(\bar{\lambda}, t), \bar{G}_{k_2}(\bar{\lambda}, t) \right\} = \bar{0}$$

предлагается выполнять методом Ньютона [12] при составлении приближения наблюдаемого вектора состояния $\bar{\eta}_j$ по положению ИНР и каноническим параметром СР k_1 и k_2 итерационным вычислением

$$\bar{\eta}_j^{[n+1]} = \bar{\eta}_j^{[n]} - \mathbf{H}^{-1} \left(\bar{\eta}_j^{[n]}, t_j \right) \bar{G} \left(\bar{\eta}_j^{[n]}, t_j \right), \quad (12)$$

где $n \in [0; N]$, N – максимальное число итераций;

$\bar{\eta}_j^{[0]} = \bar{\lambda}_j$; $\mathbf{H} \left(\bar{\eta}_j^{[n]}, t_j \right)$ – матрица Якоби для системы функций $\bar{G} \left(\bar{\eta}_j^{[n]}, t_j \right)$. Матрица $\mathbf{H}(\bar{\lambda}, t)$ задается в блочной форме:

$$\mathbf{H}(\bar{\lambda}, t) = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{H}}(\bar{\lambda}, t) & \tilde{\mathbf{H}}_{k_1}(\bar{\lambda}, t) & \tilde{\mathbf{H}}_{k_2}(\bar{\lambda}, t) \\ \mathbf{O} & \mathbf{H}_{k_1}(\bar{\lambda}, t) & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{H}_{k_2}(\bar{\lambda}, t) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где $\mathbf{H}_{k_1}(\bar{\lambda}, t)$ и $\mathbf{H}_{k_2}(\bar{\lambda}, t)$ – матрицы Якоби размера 6×6 для СР k_1 и k_2 , составленные с использованием частных производных [8] для соотношенных к соответствующим СР; \mathbf{O} – нулевая матрица размера 6×6 ; $\tilde{\mathbf{H}}(\bar{\lambda}, t)$ – симметричная матрица размера 3×3 , элементы которой определяются через частные производные элементов вектора $\bar{G}_{k_1 k_2}(\bar{\lambda}, t)$ по переменным \bar{r}^H ; $\tilde{\mathbf{H}}_{k_1}(\bar{\lambda}, t)$ и $\tilde{\mathbf{H}}_{k_2}(\bar{\lambda}, t)$ – матрицы размера 3×6 , элементы которых определяются через частные производные элементов вектора $\bar{G}_{k_1 k_2}(\bar{\lambda}, t)$ по каноническим параметрам $\bar{\lambda}^{k_1}$ и $\bar{\lambda}^{k_2}$ СР соответственно.

Прогнозирование вектора состояния $\bar{\lambda}_{j+1}$ в момент времени t_{j+1} выполняется аналогично решением обыкновенного дифференциального уравнения $\dot{\bar{\lambda}}_j = \bar{\Phi}(\bar{\lambda}_j, t_j)$ из (3.6) с применением явного метода Рунге – Кутты [13]:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{j+1} &= \bar{\lambda}_j + h \sum_{i=0}^s b_i \kappa_{ji}; \\ \kappa_{ji} &= \bar{\Phi} \left(\bar{\lambda}_j + h \sum_{i'=1}^{i-1} a_{i'i'} \kappa_{ji'}, t_j + c_i h \right), \\ \kappa_{j0} &= \bar{\Phi}(\bar{\lambda}_j, t_j), \end{aligned} \quad (14)$$

где $h \leq \Delta t$ – величина шага по временной сетке; s – число этапов численной схемы; $a_{i'i'}, b_i, c_i$ – вещественные коэффициенты, которые могут быть заданы по правилам из [13].

Указанные методы приближенного вычисления функций экстраполяции $\bar{\Phi}(\bar{\lambda}_j, t_j)$ и измерения $\bar{Y}(\bar{\lambda}_j, t_j)$ позволяют задать нелинейную задачу фильтрации канонических параметров ИНР в виде:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{j+1} &= \bar{\lambda}_j + \bar{\Phi}_{\varepsilon_h}(\bar{\lambda}_j, t_j) + \bar{w}_{j+1}; \\ \bar{\eta}_{j+1} &= \bar{Y}_{\varepsilon_N}(\bar{\lambda}_{j+1}, t_{j+1}) + \bar{v}_{j+1}. \end{aligned} \quad (15)$$

По аналогии с [8] выполним линеаризацию сформированной модели (15) при разложении функции эволюции $\bar{\lambda}_j + \bar{\Phi}_{\varepsilon_h}(\bar{\lambda}_j, t_j)$ и функции измерения $\bar{Y}_{\varepsilon_N}(\bar{\lambda}_j, t_j)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $\bar{\lambda}_j$ по первому члену:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{j+1} &= \mathbf{A}_j \bar{\lambda}_j + \bar{B}_j + \bar{w}_{j+1}; \\ \bar{\eta}_{j+1} &= \mathbf{C}_{j+1} \bar{\lambda}_{j+1} + \bar{D}_{j+1} + \bar{v}_{j+1}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\mathbf{A}_j = \mathbf{J}_M(\bar{\lambda}_j, t_j) + \mathbf{E};$$

$$\bar{\mathbf{B}}_j = \bar{\Phi}_{\varepsilon_h}(\bar{\lambda}_j, t_j) - \mathbf{J}_M(\bar{\lambda}_j, t_j)\bar{\lambda}_j;$$

$\mathbf{J}_M(\bar{\lambda}_j, t_j)$ – матрица Якоби для системы функций

$$\bar{\Phi}_{\varepsilon_h}(\bar{\lambda}_j, t_j);$$

$$\bar{\mathbf{D}}_{j+1} = -\mathbf{H}^{-1}(\bar{\lambda}_{j+1}, t_{j+1})\bar{\mathbf{G}}(\bar{\lambda}_{j+1}, t_{j+1}) +$$

$$+ \mathbf{J}_S(\bar{\lambda}_{j+1}, t_{j+1})\bar{\lambda}_{j+1};$$

$$\mathbf{C}_{j+1} = \mathbf{E} - \mathbf{J}_S(\bar{\lambda}_{j+1}, t_{j+1});$$

$\mathbf{J}_S(\bar{\lambda}_{j+1}, t_{j+1})$ – матрица Якоби для системы функций $\mathbf{H}^{-1}(\bar{\lambda}_{j+1}, t_{j+1})\bar{\mathbf{G}}(\bar{\lambda}_{j+1}, t_{j+1})$; \mathbf{E} – единичная матрица. Элементы матриц $\mathbf{J}_M(\bar{\lambda}_j, t_j)$, $\mathbf{J}_S(\bar{\lambda}_{j+1}, t_{j+1})$

аналогично [8] предлагается вычислять численно с применением интерполяционного метода Лагранжа. Следует отметить, что представление матриц $\mathbf{J}_M(\bar{\lambda}_j, t_j)$, $\mathbf{J}_S(\bar{\lambda}_{j+1}, t_{j+1})$ задается в блочной форме:

$$\mathbf{J}_M(\bar{\lambda}, t) = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{E}} & \tilde{\mathbf{O}} & \tilde{\mathbf{O}} \\ \mathbf{O} & \mathbf{J}_M^{k_1}(\bar{\lambda}, t) & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{J}_M^{k_2}(\bar{\lambda}, t) \end{pmatrix}; \quad (17)$$

$$\mathbf{J}_S(\bar{\lambda}, t) = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{J}}_S(\bar{\lambda}, t) & \tilde{\mathbf{J}}_S^{k_1}(\bar{\lambda}, t) & \tilde{\mathbf{J}}_S^{k_2}(\bar{\lambda}, t) \\ \mathbf{O} & \mathbf{J}_S^{k_1}(\bar{\lambda}, t) & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{J}_S^{k_2}(\bar{\lambda}, t) \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{J}_M^{k_1}(\bar{\lambda}, t)$, $\mathbf{J}_S^{k_1}(\bar{\lambda}, t)$ и $\mathbf{J}_M^{k_2}(\bar{\lambda}, t)$, $\mathbf{J}_S^{k_2}(\bar{\lambda}, t)$ – матрицы Якоби размера 6×6 для СР k_1 и k_2 , формируемые относительно уравнений состояния, наблюдения соответственно; $\tilde{\mathbf{O}}$ – нулевая матрица размера 3×6 ; $\tilde{\mathbf{E}}$ – единичная матрица 3×3 ; $\tilde{\mathbf{H}}(\bar{\lambda}, t)$ – симметричная матрица размера 3×3 , элементы которой определяются через частные производные элементов вектора $\bar{\mathbf{G}}_{k_1 k_2}(\bar{\lambda}, t)$ по переменным \bar{r}^H ; $\tilde{\mathbf{J}}_S^{k_1}(\bar{\lambda}, t)$ и $\tilde{\mathbf{J}}_S^{k_2}(\bar{\lambda}, t)$ – матрицы размера 3×6 , элементы которых определяются через частные производные соответствующих элементов вектора $\mathbf{H}^{-1}(\bar{\lambda}_j, t_j)\bar{\mathbf{G}}(\bar{\lambda}_j, t_j)$ по каноническим параметрам $\bar{\lambda}^{k_1}$ и $\bar{\lambda}^{k_2}$ СР.

Для сформированной математической модели (15) с учетом правила (16) по ее линеаризации в калмановской модели фильтрации [14] правило оценки вектора состояния

$$\hat{\lambda}_{j+1|j+1} = \hat{\lambda}_{j+1|j} + \mathbf{K}_{j+1} \left(\bar{\eta}_{j+1} - \bar{\mathbf{Y}}_{\varepsilon_N} \left(\hat{\lambda}_{j+1|j}, t_{j+1} \right) \right)$$

в момент времени t_{j+1} на интервале наблюдения $[t_j, t_{j+1}]$, где оптимальная, по Калману, матрица

коэффициентов усиления \mathbf{K}_{j+1} определится аналогичным способом, рассмотренным в [8].

3. Алгоритм фильтрации координат наземного ИНР

С учетом формализованных соотношений (15), (16) и представлений основу алгоритма фильтрации координат наземного ИНР в системе спутниковой связи с прямой ретрансляцией составляет правило рекурсивной оценки вектора состояния $\hat{\lambda}_{j+1|j+1}$ СР, которое позволяет сформировать итоговый алгоритм для 2 СР в следующем виде.

Шаг 1. С учетом параметров принимаемых сигналов от n -х РС и ИНР k -х определить среднеквадратические ошибки оценки временных задержек $\tau_{nk}^s(\bar{\lambda}^k, t)$, $\Delta\tau_{k_1 k_2}^s(\bar{\lambda}, t)$ и доплеровских смещений $\Delta F_{nk}^s(\bar{\lambda}^k, t)$, $\Delta f_{k_1 k_2}^s(\bar{\lambda}, t)$ [3].

Шаг 2. Рекуррентным соотношением (12) вычислить приближения значений наблюдаемого по правилам (11) вектора состояния ИНР и пары спутников-ретрансляторов (основного и зеркального) $\bar{\eta}_j^{\varepsilon_N}$ для $j = 1, N_t$ и его отклоненного наблюдаемого значения $\tilde{\eta}_j^{\varepsilon_N}$ с учетом вычисленных значений среднеквадратических ошибок на первом шаге.

Шаг 3. С использованием вычислительной схемы Рунге – Кутты (14) выполнить экстраполяцию вектора состояния ИНР и пары СР $\bar{\lambda}_j^{\varepsilon_h}$ для $j = 1, N_t$ и с учетом оценок ошибок моделей прогнозирования положения Луны, Солнца и др. небесных тел, аппроксимации поверхности Земли геоидом при использовании ограниченного числа полиномов, неполноты учета возмущающих орбитальное движение СР сил [11] выполнить экстраполяцию отклоненного вектора состояния ИНР и пары СР $\tilde{\lambda}_j^{\varepsilon_h}$.

Шаг 4. Вычислить элементы Q_{l_1, l_2}^j , R_{l_1, l_2}^j ($l_1, l_2 \in \{1, 15\}$) соответствующих ковариационных матриц \mathbf{Q}_j , \mathbf{R}_j по правилам из [15]:

$$Q_{l_1, l_2}^j = \begin{cases} 0 & \text{if } (l_1 \leq 3) \vee (l_2 \leq 3), \\ \tilde{Q}_{l_1, l_2}^j & \text{otherwise;} \end{cases}$$

$$\mathbf{R}_j = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_j & \tilde{\mathbf{O}} & \tilde{\mathbf{O}} \\ \mathbf{O} & \mathbf{R}_j^{k_1} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{R}_j^{k_2} \end{pmatrix}; \quad (18)$$

$$\tilde{Q}_{l_1, l_2}^j = \frac{2}{N_t(N_t - 1)} \sum_{j'=1}^{N_t} (N_t - |j - j'|) \times$$

$$\times \left(\begin{pmatrix} \tilde{\lambda}_j^{\varepsilon_h} \\ \tilde{\lambda}_j^{\varepsilon_h} \end{pmatrix}_{l_1} - \begin{pmatrix} \tilde{\lambda}_j^{\varepsilon_h} \\ \tilde{\lambda}_j^{\varepsilon_h} \end{pmatrix}_{l_1} \right) \left(\begin{pmatrix} \tilde{\lambda}_j^{\varepsilon_h} \\ \tilde{\lambda}_j^{\varepsilon_h} \end{pmatrix}_{l_2} - \begin{pmatrix} \tilde{\lambda}_j^{\varepsilon_h} \\ \tilde{\lambda}_j^{\varepsilon_h} \end{pmatrix}_{l_2} \right),$$

где $\tilde{\mathbf{R}}_j$, $\mathbf{R}_j^{k_1}$ и $\mathbf{R}_j^{k_2}$ – блочные матрицы размерности 3×3 , 6×6 и 6×6 соответственно, задаваемые из соответствующих блочных элементов матрицы:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{l_1, l_2}^j = \frac{2}{N_t(N_t - 1)} \sum_{j'=1}^{N_t} (N_t - |j - j'|) \times$$

$$\times \left(\begin{pmatrix} \tilde{\eta}_j^{\varepsilon_N} \\ \tilde{\eta}_j^{\varepsilon_N} \end{pmatrix}_{l_1} - \begin{pmatrix} \tilde{\eta}_j^{\varepsilon_N} \\ \tilde{\eta}_j^{\varepsilon_N} \end{pmatrix}_{l_1} \right) \left(\begin{pmatrix} \tilde{\eta}_j^{\varepsilon_N} \\ \tilde{\eta}_j^{\varepsilon_N} \end{pmatrix}_{l_2} - \begin{pmatrix} \tilde{\eta}_j^{\varepsilon_N} \\ \tilde{\eta}_j^{\varepsilon_N} \end{pmatrix}_{l_2} \right). \quad (19)$$

Шаг 5. Вычислить \mathbf{A}_j , $\tilde{\mathbf{B}}_j$, \mathbf{C}_j , $\tilde{\mathbf{D}}_j$ в лианирезолванной модели (16) фильтрации координат ИНР в ССС с прямой ретрансляцией для $j = 1, N_t$.

Шаг 6. Положить $j = 0$; $\hat{\lambda}_{jj} = \tilde{\lambda}_j^{\varepsilon_h}$; $\mathbf{P}_{jj} = 0$.

Шаг 7. Выполнить прогнозирование оценки вектора состояния $\hat{\lambda}_{j+1|j} = \hat{\lambda}_{jj} + \tilde{\Phi}_{\varepsilon_h}(\hat{\lambda}_{jj}, t_j)$ и вычислить ковариационную матрицу $\mathbf{P}_{j+1|j}$.

Шаг 8. Вычислить вектор отклонения $\tilde{\zeta}_{j+1} = \tilde{\eta}_{j+1} - \tilde{\mathbf{Y}}_{\varepsilon_N}(\hat{\lambda}_{j+1|j}, t_{j+1})$ и рассчитать ковариационную матрицу $\mathbf{S}_{j+1} = \mathbf{C}_{j+1} \mathbf{P}_{j+1|j} \mathbf{C}_{j+1}^T + \mathbf{R}_{j+1}$ для $\tilde{\zeta}_{j+1}$.

Шаг 9. Вычислить оптимальную, по Калману, матрицу коэффициентов усиления $\mathbf{K}_{j+1} = \mathbf{P}_{j+1|j} \mathbf{C}_{j+1}^T \mathbf{S}_{j+1}^{-1}$.

Шаг 10. Выполнить коррекцию $\hat{\lambda}_{j+1|j+1} = \hat{\lambda}_{j+1|j} + \mathbf{K}_{j+1} \tilde{\zeta}_{j+1}$ экстраполяции вектора состояния $\hat{\lambda}_{j+1|j}$.

Шаг 11. По правилам калмановской фильтрации рассчитать ковариационную матрицу $\mathbf{P}_{j+1|j+1}$ оценки вектора состояния $\hat{\lambda}_{j+1|j+1}$.

Шаг 12. Проверить условие окончания алгоритма:

а) если $j + 1 < N_t$, положить $j = j + 1$ и перейти к шагу 7;

б) если $j + 1 = N_t$, завершить итерационный процесс и вывести полученный результат фильтрации вектора состояний $\hat{\lambda}_{jj}$ ИНР и пары спутников ретрансляторов для $j = 1, N_t$.

Шаг 13. Для полученных значений отфильтрованного вектора состояния $\hat{\lambda}_{jj}$ по правилу (11) выполнить оценку N_t значений \hat{r}_n^j возможного местоположения ИНР.

Шаг 14. Выполнить усреднение $\hat{r}^n = \frac{1}{N_t} \sum_{j=1}^{N_t} \hat{r}_n^j$ оценок N_t по местоположению ИНР, а результат

\hat{r}^n считать итоговым и завершить работу алгоритма.

4. Верификация сформированных решений

Для практического обоснования результативности сформированного итогового алгоритмического решения фильтрации координат наземного ИНР в ССС с прямой ретрансляцией в Mathcad проведено математическое моделирование. Исходные данные вычислительного эксперимента выбраны следующими.

1. Начальное время и дата моделирования 2 часов 26 минут 15 секунд 7.04.2019 г. Длительность измерений 1 день.

2. Параметры СР:

2.1. Основной СР – Ямал-402, подспутниковая точка 54,9 град в.д. (номер спутника в базе NORAD 39022); номер витка на момент эпохи 2324; эксцентриситет орбиты 0,0002895; наклон орбиты 0,00010821041362365 рад; долгота восходящего узла 4,396838687611871 рад; аргумент перигея 2,036889994198486 рад; средняя аномалия 0,9513335967015571 рад; частота обращения 1,00274382 об./день; значения первой и второй производных среднего движения по времени –0,00000082 и 0 соответственно.

2.2. Зеркальный СР – KazSat 3, подспутниковая точка 58,5 град в.д. (номер спутника в базе NORAD 39728); номер витка на момент эпохи 1808; эксцентриситет орбиты 0,0000279; наклон орбиты 0,00023561944901923 рад; долгота восходящего узла 3,7041890659946533 рад; аргумент перигея 0,7237583702047645 рад; средняя аномалия 0,6355110325654273 рад; частота обращения 1,00264004 об./день; значения первой и второй производных среднего движения по времени 0,0000006 и 0 соответственно.

2. Параметры КРК: широта 52°57'54"; долгота 36°04'42".

3. Параметры РС: число РС $K = 3$; $\tilde{f}_n^{BB} = 14250$ МГц; $\tilde{f}_n^{BH} = 11000$ МГц; $B = 48$ кГц; широта РС №1 55°45'07"; долгота РС №1 37°36'56"; широта РС №2 54°50'37"; долгота РС №2 38°11'10"; широта РС №3 56°01'06"; долгота РС №3 92°52'01"; ОСШ реперных станций 0 дБ; длительности тактового подынтервала оценки $\Delta t = 90$ с.

4. Параметры модели состояния СР: поверхность Земли аппроксимируется геоидом EGM2008; возмущение параметров орбиты в модели состояния СР задано притяжением централизованного поля



Рис. 2. Оценки местоположения ИНР в ССС с прямой ретрансляцией при раздельном решении
 Fig. 2. Estimates of the location of the INR in the CCS with direct retransmission with a separate solution

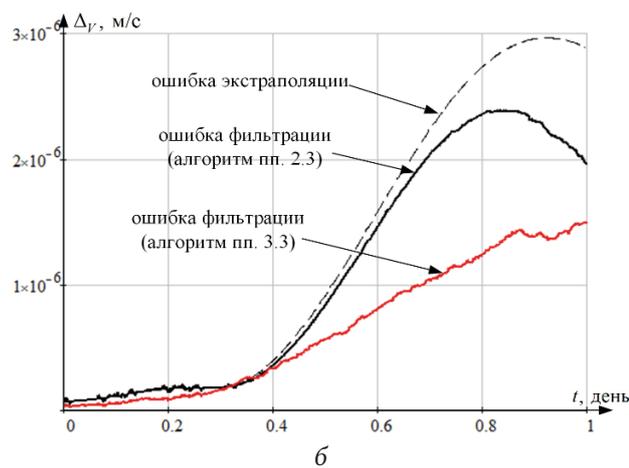
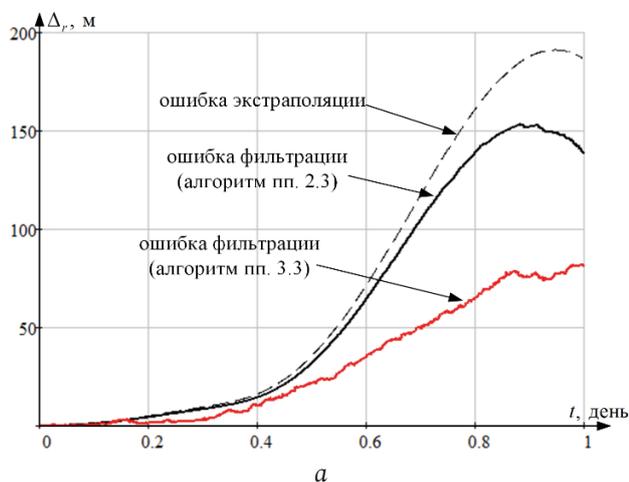


Рис 3. Графики ошибки фильтрации канонических параметров основного СР: а – положение; б – скорость
 Fig 3. Graphs of the filtering error of the canonical parameters of the main SR: a – position; b – speed

Земли, Луны и Солнца; возмущение параметров орбиты в реальной модели состояния СР дополнительно давлением солнечного излучения и нецентрированным притяжением Земли.

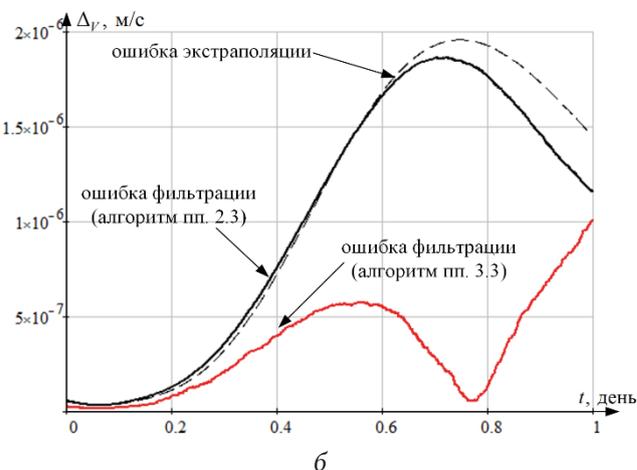
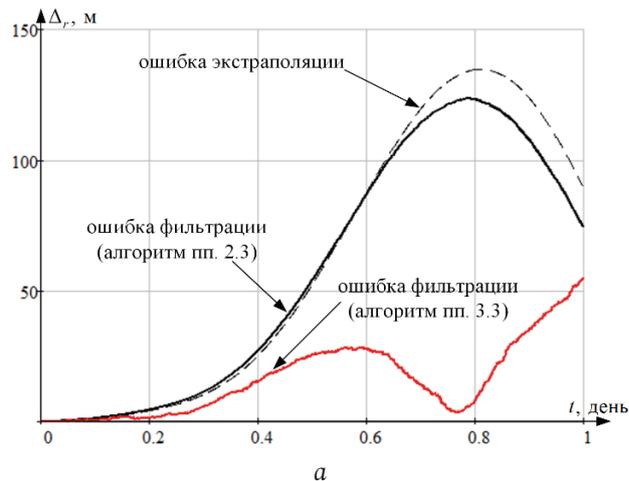


Рис. 4. Графики ошибки фильтрации канонических параметров зеркального СР: а – положение; б – скорость
 Fig. 4. Graphs of the filtering error of the canonical parameters of the mirror SR: a – position; b – speed

5. Параметры ИНР: широта 52°57'54"; долгота 36°00'51"; $\tilde{f}_{\text{НВВ}} = 14500$ МГц; $\tilde{f}_k^{\text{НВН}} = 10750$ МГц; $B = 256$ кГц; КУ антенны в направлении основного СР 45 дБ; КУ антенны в направлении на зеркальный СР 20 дБ.

Для выбранных параметров среднеквадратическая ошибка за время наблюдения модели состояния: 1) основного СР по положению $\sigma_r = 70,04$ м, по скорости $\sigma_v = 1,275 \cdot 10^{-6}$ м/с; 2) зеркального СР по положению $\sigma_r = 60,672$ м, по скорости $\sigma_v = 1,044 \cdot 10^{-6}$ м/с.

На рис. 2 приведены результаты оценок местоположения ИНР в ССС с прямой ретрансляцией при определении положения СР при фильтрации канонических параметров СР [8], предполагая что задача местоопределения ИНР решается отдельно – существующий алгоритм.

Для полученных оценок местоположения ИНР средняя ошибка расчетов в случае раздельного решения – 5753,25 м, а усредненное – 307,83 м.

На рис. 3 и 4 приведены сравнительные примеры за время наблюдения ошибки фильтрации канонических параметров основного и зеркального СР соответственно по результатам работы итогового алгоритма фильтрации. Для задач фильтрации получены следующие значения среднеквадратической ошибки за время наблюдения: 1) основного СР по положению $\sigma_r = 30,685$ м, по скорости $\sigma_V = 0,647 \cdot 10^{-6}$ м/с; 2) зеркального СР по положению $\sigma_r = 23,075$ м, по скорости $\sigma_V = 0,336 \cdot 10^{-6}$ м/с.

На рис. 5 представлен результат фильтрации координат ИНР в ССС с прямой ретрансляцией при работе итогового алгоритма.

Для полученных оценок местоположения ИНР с применением итогового алгоритма фильтрации средняя ошибка расчетов от истинного составила 5037,69 м, а усредненное – 264,3 м.

Заключение

В целом результаты проведенного моделирования подтверждают работоспособность и результативность разработанного алгоритмического решения задачи фильтрации координат ИНР в ССС с прямой ретрансляцией. По данным апостериорных исследований, сформированный итоговый алгоритм фильтрации относительно известных

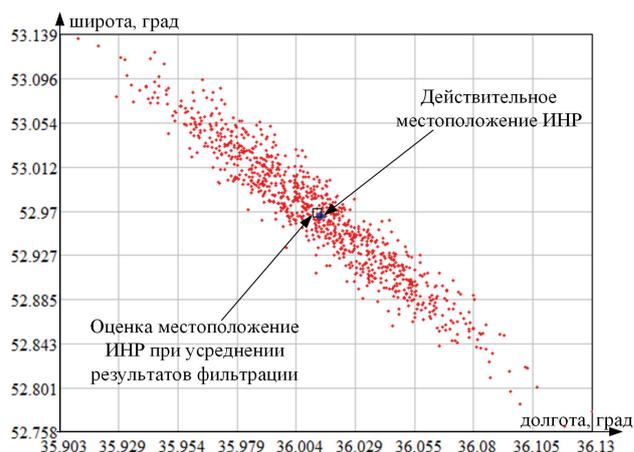


Рис. 5. Оценка местоположения ИНР в ССС с прямой ретрансляцией по разработанному алгоритму фильтрации
Fig. 5. Evaluation of the location of the INR in the CCS with direct retransmission according to the developed filtering algorithm

решений в среднем позволяет снизить среднеквадратическую ошибку оценки в 1,34 раза.

Следует отметить, что полученные результаты определяют особенность построения итогового алгоритма, в котором сигнал ИНР при его неподвижности выступает в качестве дополнительной реперной станции относительно разработанной в [8] математической модели фильтрации канонических параметров СР при орбитальном движении.

Список литературы

1. Могучев В.И. Дифференциальная пеленгация земных станций через геостационарный спутник // Электросвязь. 2004. № 6. С. 14–18.
2. Волков Р.В., Севидов В.В., Чемаров А.О. Точность геолокации разностно-дальномерным методом с использованием спутников-ретрансляторов на геостационарной орбите // Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. 2014. № 9. С. 12–19. URL: <https://izv.etu.ru/ru/arhive/2014/9/12-19>
3. Волков Р.В., Севидов В.В., Теслевич С.Ф. Математическая модель радиосигнала, принятого комплексом радиомониторинга от спутника-ретранслятора // Научные технологии. 2015. № 12. С. 44–49.
4. Севидов В.В., Чемаров А.О. Определение координат спутников-ретрансляторов в разностно-дальномерной системе геолокации // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2015. № 3. С. 41–47.
5. Тисленко В.И., Савин А.А. Динамический алгоритм разрешения неоднозначности в фазовом углемере космической системы определения местоположения наземного источника радиоизлучения // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2006. № 6 (14). С. 106–116.
6. A moving source localization method for distributed passive sensor using TDOA and FDOA measurements / L. Zhixin [et al.] // International Journal of Antennas and Propagation. 2016. Vol. 2016. P. 8625039. DOI: <https://doi.org/10.1155/2016/8625039>
7. Ho K.C., Xu W. An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements // IEEE Transactions on Signal Processing. 2004. Vol. 52, no. 9. P. 2453–2463. DOI: <https://doi.org/10.1109/TSP.2004.831921>
8. Полянский И.С., Полянская И.В., Фам Т.З. Математическая модель фильтрации канонических параметров спутника-ретранслятора при орбитальном движении // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т. 22, № 4. С. 50–57. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.4.25-32>
9. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993. 416 с.
10. Волков Р.В., Саяпин В.Н., Севидов В.В. Модель измерения временной задержки и частотного сдвига радиосигнала, принятого от спутника-ретранслятора при определении местоположения земной станции // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2016. № 9. С. 14–18.
11. Чазов В.В. Разработка и применением алгоритмов численно-аналитического метода вычисления положения искусственных спутников Земли: дис. ... д-ра. физ.-мат. наук. Москва, 2013. 210 с.

12. Распределение однородного непрерывного ограниченного ресурса в иерархических системах транспортного типа с древовидной структурой / И.С. Полянский [и др.] // Информационные системы и технологии. 2013. № 2 (76). С. 99–106.
13. Хайрер Э. Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / пер. с англ. И.А. Кульчицкой и С.С. Филипова. Москва: Мир, 1990. 512 с.
14. Chen Z. Bayesian filtering: from Kalman filters to particle filters, and beyond // *Statistics: A Journal of Theoretical and Applied Statistics*. 2003. № 182 (1). P. 1–69.
15. Полянский И.С., Патронов Д.Ю. Максимально правдоподобная оценка дисперсионно-ковариационной матрицы // *Современные проблемы науки и образования*. 2013. № 1. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=8516>

References

1. Moguchev V.I. Differential direction finding of earth stations via geostationary satellite. *Elektrosvjaz'*, 2004, no. 6, pp. 14–18. (In Russ.)
2. Volkov R.V., Sevidov V.V., Chemarov A.O. The accuracy of geolocation by the differential-ranging method using repeater satellites in the geostationary orbit. *Izvestija SPBGETU LETI*, 2014, no. 9, pp. 12–19. URL: <https://izv.etu.ru/ru/arhive/2014/9/12-19> (In Russ.)
3. Volkov R.V., Sevidov V.V., Teslevich S.F. Mathematical model of the radio signal received by the radio monitoring complex from the relay satellite. *Naukoemkie tehnologii*, 2015, no. 12, pp. 44–49. (In Russ.)
4. Sevidov V.V., Chemarov A.O. Determination of the coordinates of relay satellites in the differential-rangefinder geolocation system. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij Rossii. Radioelektronika*, 2015, no. 3, pp. 41–47. (In Russ.)
5. Tislenko V.I., Savin A.A. Dynamic algorithm for resolving ambiguity in the phase goniometer of the space system for determining the position of a ground source of radio emission. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravlenija i radioelektroniki*, 2006, no. 6 (14), pp. 106–116. (In Russ.)
6. Zhixin L. et al. A moving source localization method for distributed passive sensor using TDOA and FDOA measurements. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2016, vol. 2016, p. 8625039. DOI: <https://doi.org/10.1155/2016/8625039>
7. Ho K.C., Xu W. An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, vol. 52, no. 9, pp. 2453–2463. DOI: <https://doi.org/10.1109/TSP.2004.831921>
8. Polyanskii I.S., Polyanskaya I.V., Fam T.Z. Mathematical model of filtering the canonical parameters of the relay satellite during orbital motion. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2019, vol. 22, no. 4, pp. 50–57. DOI: <https://doi.org/10.18469/1810-3189.2019.22.4.25-32> (In Russ.)
9. Chernyak V.S. *Multi-Position Radar*. Moscow: Radio i svjaz', 1993, 416 p. (In Russ.)
10. Volkov R.V., Sajapin V.N., Sevidov V.V. Model for measuring the time delay and frequency shift of the radio signal received from the relay satellite when determining the position of the earth station. *T-Comm: Telekommunikatsii i transport*, 2016, no. 9, pp. 14–18. (In Russ.)
11. Chazov V.V. Development and application of algorithms for a numerical-analytical method for calculating the position of artificial earth satellites. Dis. ... dokt. fiz.-mat. nauk. Moscow, 2013. 210 p.
12. Polyanskii I.S. et al. Distribution of a homogeneous continuous limited resource in hierarchical transport-type systems with a tree structure. *Informatsionnye sistemy i tehnologii*, 2013, no. 2 (76), pp. 99–106. (In Russ.)
13. Hajrer E., Nersett S., Vanner G. *Solving Ordinary Differential Equations. Non-Rigid Tasks*. Trans. from English by I.A. Kul'chitskaja and S.S. Filipova. Moscow: Mir, 1990, 512 p. (In Russ.)
14. Chen Z. Bayesian filtering: from Kalman filters to particle filters, and beyond. *Statistics: A Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 2003, no. 182 (1), pp. 1–69.
15. Polyanskii I.S., Patronov D.Yu. Maximum likelihood estimate of the variance-covariance matrix. *Sovremennye problemy nauki i obrazovanija*, 2013, no. 1. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=8516> (In Russ.)

Physics of Wave Processes and Radio Systems

2021, vol. 24, no. 1, pp. 67–77

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.1.67-77

Received 28 September 2020

Accepted 1 November 2020

Algorithm for filtering coordinates of a ground source unauthorized radio emission in a satellite communication system with direct retransmission

Ivan S. Polyansky , Pham Tuan Zap, Alexey V. Tikhonov, Boris G. Katygin

The Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation
35, Priborostroitelnaya Street,
Oryol, 302015, Russia

Abstract – In the article, an algorithm for filtering the coordinates of a ground source of unauthorized radio emission in a satellite communication system with direct retransmission is developed. The content statement of the problem of filtering the

coordinates of a ground source of unauthorized radio emission is initially formulated for its formation when selecting a system of restrictions and assumptions. On the basis of its mathematical model is developed, which unlike the well-known allows you to perform collaborative problem solving filtration coordinates of ground source unauthorized radio emission in conditions of a priori uncertainty about the position coordinates and velocity vector of the perturbed orbital motion of the primary and adjacent satellites-repeaters. The basis of the final algorithm for filtering the coordinates of a ground source of unauthorized radio emission is the rule of recursive estimation of the state vector, defined when using the extended Kalman filter to minimize the root-mean-square error of the state vector. The efficiency of the developed algorithm is checked on specific examples. The efficiency of the developed algorithm is checked. Based on the results of a posteriori studies, it was determined that the algorithm on average reduces the root-mean-square error of the estimate by 1,34 times.

Keywords – algorithm, filtering coordinates of the source unauthorized radio emission, satellite communication system with direct retransmission, advanced Kalman filter.

Информация об авторах

Полянский Иван Сергеевич, доктор физико-математических наук, сотрудник Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орел, Россия. Число научных публикаций – 146.

Область научных интересов: математическое моделирование, динамические системы, дифференциальные уравнения, методы оптимизации, оптимальное управление, конформные отображения, вычислительная электродинамика, цифровая обработка сигналов.

E-mail: van341@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1282-1522>

Фам Туан Зап, адъюнкт Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орел, Россия. Число научных публикаций – 8.

Область научных интересов: радиотехника, теория фильтрации координат подвижных объектов, алгоритмы цифровой обработки сигналов на ПЛИС.

E-mail: giapptvn1412@gmail.com

Тихонов Алексей Викторович, кандидат технических наук, сотрудник Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орел, Россия. Число научных публикаций – 78.

Область научных интересов: радиотехника, теория фильтрации координат подвижных объектов, цифровая обработка сигналов, теория электрической связи.

E-mail: sec@academ.msk.rsnet.ru

Катыгин Борис Георгиевич, кандидат технических наук, сотрудник Академии Федеральной службы охраны Российской Федерации, г. Орел, Россия. Число научных публикаций – 42.

Область научных интересов: радиотехника, теория электрической связи, теория оптимального управления, методы оптимизации.

E-mail: katygin.b@yandex.ru

Information about the Authors

Ivan S. Polyansky, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, member of the Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation, Oryol, Russia. The number of scientific publications – 146.

Research interests: mathematical modeling, dynamic systems, differential equations, optimization methods, optimal control, conformal mapping, computational electrodynamics, digital signal processing.

E-mail: van341@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1282-1522>

Pham Tuan Zap, adjunct of the Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation, Oryol, Russia. Number of scientific publications – 8.

Research interests: radio engineering, theory of filtering coordinates of moving objects, algorithms of digital signal processing on PLD.

E-mail: giapptvn1412@gmail.com

Alexey V. Tikhonov, Candidate of Technical Sciences, member of the Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation, Oryol, Russia. The number of scientific publications – 78.

Research interests: radio engineering, theory of filtering coordinates of moving objects, digital signal processing, theory of electrical communication.

E-mail: sec@academ.msk.rsnet.ru

Boris G. Katygin, Candidate of Technical Sciences, member of the Academy of the Federal Guard Service of the Russian Federation, Oryol, Russia. The number of scientific publications – 42.

Research interests: radio engineering, theory of electrical communication, optimal control, optimization methods.

E-mail: katygin.b@yandex.ru