Физика волновых процессов и радиотехнические системы

2021. T. 24, Nº 1. C. 9-14

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.1.9-14 УДК 535.1 Дата поступления 15 декабря 2020 Дата принятия 18 января 2021

# Влияние расстройки и керровской нелинейности на атом-атомное перепутывание в двойной двухфотонной модели Джейнса – Каммингса

Р.К. Захаров, Е.К. Башкиров 🗅

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева 443086, Россия, г. Самара,

Московское шоссе, 34

Аннотация – В настоящей работе авторы исследовали динамику перепутывания двух идентичных двухуровневых атомов (кубитов) в рамках двухфотонной двойной модели Джейнса – Каммингса с учетом расстройки между атомами и двойной частотой мод поля резонаторов, а также керровской среды в обоих резонаторах. Авторами проведено исследование временной зависимости параметра отрицательности для белловских начальных состояний атомов и вакуумного состояния мод полей резонаторов. Результаты показывают, что расстройка и керровская нелинейность приводят к стабилизации перепутывания для всех начальных атомных состояний белловского типа. Для некоторых начальных атомных перепутыных состояний расстройка и керровская среда в резонаторах могут предотвратить эффект мгновенной смерти атом-атомного перепутывания.

*Ключевые слова* – двойная модель Джейнса – Каммингса, двухуровневые атомы, атомная перепутанность, керровская нелинейность отрицательность, расстройка.

#### Введение

Перепутывание является фундаментальным понятием квантовой физики, играющим ключевую роль как для понимания роли нелокальных корреляций в квантовой механике, так и для практических приложений в физике квантовых вычислений и квантовых коммуникаций [1]. Потому в последние годы было потрачено много усилий для изучения как свойств и количественных мер перепутывания квантовых объектов различной физической природы, так и механизмов контроля и управления перепутанными состояниями. Квантовая электродинамика резонатора (РКЭД) является приоритетным инструментом для исследований перепутанных состояний кубитов, взаимодействующих с квантовыми полями резонаторов. В последние годы удалось экспериментально наблюдать перепутанные состояния кубитов на нейтральных атомах, ионах в магнитных ловушках, сверхпроводящих кольцах, квантовых точках и примесных спинах [2]. Теоретические исследования систем кубитов, взаимодействующих с выделенными модами резонаторов, основаны на модели Джейнса – Каммингса (МДК) и ее обобщениях [3]. Хорошо известно, что модель Джейнса - Каммингса (МДК) является простейшей из возможных физических моделей, которая описывает взаимодействие естественного или искусственного двухуровневого атома (кубита)

с одномодовым полем резонатора и может быть использована для описания широкого круга явлений в квантовой оптике и конденсированных средах. Для того чтобы исследовать более широкий спектр явлений, обусловленных взаимодействием кубитов с квантовыми полями резонаторов, в последние годы были рассмотрены многочисленные обобщения МДК (см. ссылки в [4]). Йонак и соавторы [4; 5] предложили так называемую двойную модель Джейнса - Каммингса (ДМДК), которая состоит из двух двухуровневых атомов (кубитов) и двух резонаторных мод при условии, что каждый атом взаимодействует только с одним полем. Они обнаружили, что для слабых малофотонных полей резонаторов перепутывание кубитов не является стабильным, парметр перепутывания кубитов испытывает периодические осцилляции Раби, при этом наблюдается эффект мгновенной смерти перепутывания. В последнее время ДМДК была тщательно исследована (см. ссылки [6; 7]). При этом было показано, что керровскпя нелинейность среды резонатора может использоваться для усиления максимальной степени перепутывания кубитов и для подавления эффекта мгновенной смерти перепутывания. Однофотонная двойная модель Джейнса - Каммингса может быть расширена до нелинейной версии, известной как двухфотонная ДМДК [9]. В последнее время в ряде работ было показано, что расстройка может также быть использована для стабилизации атом-атом-

🖬 bash@samsu.ru (Башкиров Евгений Константинович)

ного перепутывания [22–24]. В данной работе мы провели исследование влияния расстройки между атомами и двойной частотой мод полей и керровской нелинейности в обоих модах резонаторов на атом-атомное перепутывание для различных перепутанных начальных атомных состояний в рамках двухфотонной ДМДК.

#### 1. Модель и ее точное решение

Рассмотрим два идентичных двухуровневых атома (кубита), которые будем обозначать как A и B с энергетической щелью  $\hbar\omega_0$ , и две одинаковые независимые резонаторые моды двух копланарных микроволновых резонаторов, которые будем обозначать как a и b, с частотами  $\omega_a = \omega_b = \omega$ . Пусть кубит А нерезонансно взаимодействует с полем одномодового резонатора а, а кубит В нерезонансно взаимодействует с полем одномодового резонатора b. Положим, что оба взаимодействия носят двухфотонный характер. Выберем для рассмотрения случай, когда константы связи между кубитами и полями равны. Пусть в обоих резонаторах также имеется дополнительная среда Керра. В системе отсчета, вращающейся с удвоенной частотой мод полей, гамильтониан данной системы в приближении вращающейся волны может быть представлен в виде

$$\begin{split} H &= (1/2)\hbar\Delta(\sigma_A^z + \sigma_B^z) + \hbar\gamma_a(\sigma_A^+ a^2 + a^{+2}\sigma_A^-) + \\ &+ \hbar\gamma_b(\sigma_B^+ b^2 + b^{+2}\sigma_B^-) + \chi_a a^{+2}a^2 + \chi_b b^{+2}b^2, \end{split} \tag{1}$$

где  $(1/2)\sigma_i^z$  – оператор инверсии в *i*-м кубите  $(i = A, B); \sigma_i^+ = |+\rangle_{ii} \langle -|$  и  $\sigma_i^- = |-\rangle_{ii} \langle +|$  – операторы перехода между возбужденным  $|+\rangle_i$  и основным  $|-\rangle_i$  состояниями в *i*-м кубите;  $a^+$  и a – операторы рождения и уничтожения фотонов моды резонатора  $a; b^+$  и b – операторы рождения и уничтожения фотонов моды резонатора  $a; \gamma_b$  – постояная связи между кубитом A и модой резонатора  $a; \gamma_b$  – постояная связи между кубитом B и модой резонатора  $b; \chi_a$  – параметр керровской нелинейности для резонатора  $a; \chi_b$  – параметр k евровской нелинейности для резонатора b, и  $\delta = \omega_0 - 2\omega$  – расстройка. Положим для простоты  $\gamma_a = \gamma_b = \gamma, \ \chi_a = \chi_b = \chi.$ 

Выберем в качестве начального состояния двух кубитов перепутанное состояние белловского типа

$$|\Psi(0)\rangle_A = \cos\theta |+,-\rangle + \sin\theta |-,+\rangle$$
 (2) или

$$|\Psi(0)\rangle_{A} = \cos\theta |+,+\rangle + \sin\theta |-,-\rangle, \qquad (3)$$

где  $\theta$  – параметр, определяющий степень начального перепутывания кубитов. Для перепутанных состояний  $0 < \theta < \pi$ . В случае  $\theta = 0$  или  $\theta = \pi$  кубиты находятся в одном из сепарабельных состояний.

В качестве начального состояния полей резонаторов выберем вакуумное состояние |0,0>. Тогда полное начальное состояние для рассматриваемой модели имеет вид

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi(0)\rangle_A \otimes |0,0\rangle, \tag{4}$$

или

$$|\Psi(0)\rangle = |\Psi(0)\rangle_A \otimes |0,0\rangle. \tag{5}$$

Решая квантовое уравнение Лиувилля, мы можем найти временную волновую функцию системы. Для начального состояния (4) временная волновая функция может быть представлена в следующей форме:

$$\begin{split} | \Psi(t) \rangle &= X_1(t) \, | \, +, -; 0, 0 \rangle + X_2(t) \, | \, -, +; 0, 0 \rangle + \\ &+ X_3(t) \, | \, -, -; 2, 0 \rangle + X_4(t) \, | \, -, -; 0, 2 \rangle. \end{split}$$

Здесь

$$\begin{split} X_1(t) &= \cos \theta e^{-i(2\tilde{\chi} - \delta)t/2} \times \\ &\times \Big[ \Omega_3 \cos(\Omega_3 t \,/\, 2) + i(2\tilde{\chi} - \delta) \sin(\Omega_3 t \,/\, 2) \Big] / \,\Omega_3, \\ X_2(t) &= \sin \theta e^{-i(2\tilde{\chi} - \delta)t/2} \times \\ &\times \Big[ \Omega_3 \cos(\Omega_3 t \,/\, 2) + i(2\tilde{\chi} - \delta) \sin(\Omega_3 t \,/\, 2) \Big] / \,\Omega_3, \\ X_3(t) &= i \cos \theta 2 \sqrt{2} \gamma e^{-i(2\tilde{\chi} - \delta)t/2} \sin(\Omega_3 t \,/\, 2) / \,\Omega_3, \\ X_4(t) &= -i \sin \theta 2 \sqrt{2} \gamma e^{-i(2\tilde{\chi} - \delta)t/2} \sin(\Omega_3 t \,/\, 2) / \,\Omega_3, \\ \text{где } \Omega_3 &= \sqrt{(\delta - 2\tilde{\chi})^2 + 8\gamma^2} \ \text{ м } \delta = \Delta / \gamma, \ \tilde{\chi} = \chi / \gamma \hbar. \end{split}$$

Для начального состояния (5) временная волновая функция имеет вид

$$\begin{split} |\Psi(t)\rangle &= X_{1}(t) |+,+;0,0\rangle + \\ &+ X_{2}(t) |-,-;0,0\rangle + X_{3}(t) |+,-;0,2\rangle + \\ &+ X_{4}(t) |-,+;2,0\rangle + X_{5}(t) |-,-;2,2\rangle. \end{split}$$

Здесь

$$\begin{split} X_1(t) &= \cos \theta e^{-2i\tilde{\chi}t} [4\gamma^2 + \Omega_5^2 \cos(\Omega_4 t) + \\ &+ (2\tilde{\chi} - \delta)\Omega_4 \sin(\Omega_4 \gamma t)] / \Omega_4^2, \\ X_2(t) &= \sin \theta e^{i\delta t}, \\ X_3(t) &= X_4(t) = 2\cos \theta \gamma e^{-2i\tilde{\chi}t} \times \\ &\times [2(2\tilde{\chi} - \delta) \sin^2(\Omega_4 t / 2) - i\Omega_4 \sin(\Omega_4 t)] / \Omega_4^2, \\ X_5(t) &= \cos \theta \gamma^2 e^{-2i\tilde{\chi}t} [1 - \cos(\Omega_4 t)] / \Omega_4^2, \\ \text{где } \Omega_4 &= (1/2)\Omega_3. \end{split}$$



Рис. 1. Отрицательность как функция безразмерного времени  $\gamma t$  для начального перепутанного атомного состояния (2). Параметр  $\tilde{\chi} = 0$ , расстройка  $\delta = 0$  (сплошная),  $\delta = 5$  (пунктирная),  $\delta = 20$  (точечная) (*a*); расстройка  $\delta = 0$ ,  $\tilde{\chi} = 0$  (сплошная),  $\tilde{\chi} = 3$  (пунктирная),  $\tilde{\chi} = 5$  (точечная) (*b*). Параметр  $\theta = \pi/4$ 

Fig. 1. Negativity as a function of dimensionless time  $\gamma t$  for the initial entangled atomic state (2). Parameter,  $\tilde{\chi} = 0$ , detuning,  $\delta = 0$  (solid),  $\delta = 5$  (dashed),  $\delta = 20$  (dotted) (a); detuning,  $\delta = 0$ ,  $\tilde{\chi} = 0$  (solid),  $\tilde{\chi} = 3$  (dashed),  $\tilde{\chi} = 5$  (dotted) (b). Parameter  $\theta = \pi/4$ 

## 2. Перепутывание кубитов

Для двухкубитной системы, описываемой матрицей атомной плотности  $\rho_A(t)$ , мера перепутывания или отрицательности может быть определена в терминах отрицательных собственных значений  $\mu_i^-$  частично транспонированной редуцированной атомной матрицы плотности ( $\rho_A^{T_1}$ ) [25; 26]

$$\varepsilon = -2\sum \mu_i^-.$$
 (8)

В случае, когда ε = 0, два кубита являются сепарабельными (т. е. они неперепутаны), а условие ε > 0 означает наличие атом-атомного перепутывания. Случай ε = 1 указывает на максимальную запутанность.

Используя временную волновую функцию, можно получить полную матрицу плотности для всей системы в виде

 $\rho(t) = |\Psi(t)\rangle \langle \Psi(t)|.$ 

Взяв след по полевым переменным от полной матрицы плотности, можно получить редуцированную атомную матрицу плотности. Для начального состояния (4) она имеет вид

$$\rho_{A}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |X_{1}|^{2} & X_{1}X_{2}^{*} & 0 \\ 0 & X_{2}X_{1}^{*} & |X_{2}|^{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |X_{3}|^{2} + |X_{4}|^{2} \end{pmatrix}.$$
 (9)

Частично транспонированая по переменным одного кубита редуцированная атомная матрица плотности для (9) имеет вид

$$D_{A}^{T_{1}}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & X_{2}X_{1}^{*} \\ 0 & |X_{1}|^{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |X_{2}|^{2} & 0 \\ X_{1}X_{2}^{*} & 0 & 0 & |X_{3}|^{2} + |X_{4}|^{2} \end{pmatrix}.$$
 (10)

Матрица (10) имеет только одно собственное значение, которое может быть отрицательным. В результате в рассматриваемом случае отрицательность можно записать в виде

$$\begin{split} \varepsilon(t) &= \sqrt{\left( \left| X_3 \right|^2 + \left| X_4 \right|^2 \right)^2 + 4 \left| X_1 X_2^* \right|^2} - \\ &- \left| X_3 \right|^2 - \left| X_4 \right|^2 \,. \end{split} \tag{11}$$

Для начального состояния (5) редуцированная матрица плотности имеет вид

$$\rho_{A}(t) = \begin{pmatrix} |X_{1}|^{2} & 0 & 0 & X_{1}X_{2}^{*} \\ 0 & |X_{3}|^{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |X_{4}|^{2} & 0 \\ X_{1}^{*}X_{2} & 0 & 0 & |X_{2}|^{2} + |X_{5}|^{2} \end{pmatrix}.$$
(12)

Частично транспонированная по переменным одного кубита редуцированная атомная матрица плотности для (12) принимает вид

$$\rho_{A}^{T_{1}}(t) = \begin{pmatrix} |X_{1}|^{2} & 0 & 0 & 0\\ 0 & |X_{3}|^{2} & X_{1}X_{2}^{*} & 0\\ 0 & X_{1}^{*}X_{2} & |X_{4}|^{2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & |X_{2}|^{2} + |X_{5}|^{2} \end{pmatrix}.$$
(13)

Матрица (13) также имеет только одно собственное значение, которое может быть отрицательным. В результате в рассматриваемом случае отрицательность можно записать как Захаров Р.К., Башкиров Е.К. Влияние расстройки и керровской нелинейности на атом-атомное перепутывание ... Zhakharov R.K., Bashkirov E.K. Influence of detuning and Kerr nonlinearity on atom-atom entanglement ...



Рис. 2. Отрицательность как функция безразмерного времени уг для для начального перепутанного атомного состояния (3). Параметр  $\tilde{\chi}$  = 0, расстройка δ = 0 (сплошная), δ = 5 (пунктирная), δ = 20 (точечная) (a); расстройка δ = 0,  $\tilde{\chi}$  = 0 (сплошная),  $\tilde{\chi}$  = 3 (пунктирная),  $\tilde{\chi} = 5$  (точечная) (б). Параметр  $\theta = \pi/6$ 

Fig. 2. Negativity as a function of dimensionless time  $\gamma t$  for the initial entangled atomic state (3). Parameter,  $\tilde{\chi} = 0$ , detuning,  $\delta = 0$  (solid),  $\delta = 5$  (dashed),  $\delta = 20$  (dotted) (a); detuning,  $\delta = 0$ ,  $\tilde{\chi} = 0$  (solid),  $\tilde{\chi} = 3$  (dashed),  $\tilde{\chi} = 5$  (dotted) (b). Parameter  $\theta = \pi/6$ 

$$\varepsilon(t) = \sqrt{\left( \left| X_{2} \right|^{2} + \left| X_{5} \right|^{2} \right)^{2} + 4 \left| X_{1} X_{2}^{*} \right|^{2}} - \left| X_{2} \right|^{2} - \left| X_{5} \right|^{2} .$$
(14)

Результаты численного моделирования параметров перепутывания кубитов (11) и (14) представлены на рис. 1 и 2.

#### 3. Результаты и обсуждение

Отрицательность для запутанного начального атомного состояния (2) изображена на рис. 1, а как функция безразмерного времени уt для резонаторов, в которых отсутствует керровская среда, т. е.  $\tilde{\chi} = 0$ , и различными значениями параметра расстройки. Представлены графики для значений параметра расстройки δ = 0 (сплошная линия),  $\delta / \gamma = 5$  (пунктирная линия) и  $\delta / \gamma = 20$  (точечная линия). На рис. 1, б показана временная зависмость отрицательности для начального состояния (2) резонансного взаимодействия кубитов с полями, т. е. для модели для случая  $\delta = 0$ , и различные значения коэффициента керровской нелинейности  $\tilde{\chi} = 0$  (сплошная линия),  $\tilde{\chi} / \gamma = 3$  (пунктирная линия)  $\tilde{\chi} / \gamma = 20$  (точечная линия) Для всех кривых, представленных на рис. 1, параметр  $\theta = \pi/4$ . Из рис. 1 хорошо видно, что для рассматриваемого начального состояния отсутствует эффект мгновенной смерти перепутывания для любых значений парметров модели (указанная особенность имеет место и для любых других значений парамера  $0 < \theta < \pi$ ). Из рис. 1 также видно, что с увеличением расстройки или коэффициента керровской нелинейности флуктуация отрицательности уменьшается. Следовательно, расстройка и

керровская нелинейность могут стабилизировать наведенное перепутывание между двумя кубитами, что может быть полезным в осуществлении контроля за степенью атом-атомного перепутывания. Поведение параметра отрицательности для начального перепутанного атомного состояния (3) и  $\theta = \pi / 4$  аналогично для начального состояния (2). На рис. 2 показана отрицательность как функция безразмерного времени үt для начального атомного состояния (3) и  $\theta = \pi / 6$ . На рис. 2, а рассмотрена модель без керровской среды, т. е.  $\tilde{\chi}$  = 0, а параметр расстройки выбран равным:  $\delta = 0$  (сплошная линия),  $\delta / \gamma = 5$  (пунктирная линия), δ/γ = 20 (точечная линия). Соответственно, на рис. 2, б  $\delta = 0$ , а коэффициенты керровской нелинейности равны:  $\tilde{\chi} = 0$  (сплошная линия),  $\tilde{\chi} / \gamma = 3$  (пунктирная линия) и  $\tilde{\chi} / \gamma = 20$  (точечная линия). Из рис. 2 видно. что в рассматриваемом случае возникает эффект мгновенной смерти перепутывания. Мгновенная смерть перепутывания - это исчезновение перепутывания состояний атомов на временах, меньших времени декогеренции изучаемой системы. При увеличении расстройки или коэффициента керровской нелинейности эффект мгновенной смерти перепутывания исчезает. Это означает, что как расстройка, так и керровская среда могут эффективно подавлять этот эффект.

#### Заключение

В этой статье мы исследовали перепутывание между двумя идентичными кубитами, которые взаимодействуют с двумя независимыми модами копланарных идеальных резонаторов посредством

двухфотонных переходов. Мы учли расстройку и керровскую нелинейность в обеих модах. Мы рассмотрели два начальных перепутанных атомных состояния белловского типа и вычислили временное поведение отрицательности для различных значений параметров модели. Результаты показывают, что оба эти параметра оказывают большое влияние на поведение параметра перепутывания кубитов. Наличие расстройки и керровской нелинейности приводит к стабилизации перепутывания для всех начальных атомных состояний белловского типа. Для начального перепутанного состояния кубитов вида (3) расстройка и наличие керровской среды в резонаторах могут предотвратить нежелательный эффект мгновенной смерти перепутывания состояний кубитов.

### Список литературы

- 1. Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation // Rev. Mod. Phys. 2014. Vol. 88. P. 153–186. DOI: https://doi.org/10.1103/ RevModPhys.86.153
- Buluta I., Ashab S., Nori F. Neutral and artificial atoms for quantum computation // Rep. Prog. Phys. 2011. Vol. 74. P. 104401. DOI: https://doi.org/10.1088/0034-4885/74/10/104401
- 3. Scully M.O., Zubairy M.S. Quantum Optics. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 630 p.
- Bashkirov E.K. Thermal entanglement between a Jaynes-Cummings atom and an isolated atom // Intern. J. Theor. Phys. 2018. Vol. 57, no. 12. P. 3761–3771. DOI: https://doi.org/10.1007/s10773-018-3888-y
- Yönac M.Y., Yu T., Eberly J.H. Sudden death of entanglement of two Jaynes-Cummings atoms // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2006. Vol. 39. P. 621–625. DOI: https://doi.org/10.12693/APhysPolA.125.1069
- Yönac M.Y., Yu T., Eberly J.H. Pairwise concurrence dynamics: a four-qubit model // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2007. Vol. 40. P. 45–59. DOI: https://doi.org/10.1088/0953-4075/40/9/S02
- Xie Q., Fang M.-F. Entanglement dynamics of atoms in double Jaynes-Cummings models with Kerr medium // Commun. Theor. Phys. 2010. Vol. 54, no. 5. P. 840–844. DOI: https://doi.org/10.7498/aps.62.110301
- Dynamics of two qubits coupled independently to cavities in the ultrastrong coupling regime: analytical results / W.-T. Zhu [et al.] // Chin. Phys. Lett. 2016. Vol. 33, no. 5. P. 050302. DOI: https://doi.org/10.1088/0256-307X/33/5/050302
- 9. The entanglement dynamics of two atoms in a double two-photon Jaynes-Cummings model / Q. Liao [et al.] // Chinese Journal of Physics. 2010. Vol. 51, no. 2. P. 404-411. DOI: https://doi.org/10.6122/CJP.51.404
- 10. Bashkirov E.K., Evseev M.M. The influence of dipole-dipole interaction on entanglement of two superconducting qubits in the framework of double Jaynes-Cummins model // J. Phys.: Conference Ser. 2017. Vol. 917, no. 6. P. 062011. DOI: https://doi.org/10.1088/1742-6596/917/6/062011
- 11. Bashkirov E.K. Entanglement between two dipole-coupled qubits interacting with two independent slightly detuned cavity modes // Intern. J. Theor. Phys. 2019. Vol. 58, no. 7. P. 2346–2356. DOI: https://doi.org/10.1007/s10773-019-04126-3

## References

- 1. Georgescu I.M., Ashhab S., Nori F. Quantum simulation. Rev. Mod. Phys, 2014, vol. 88, pp. 153-186. DOI: https://doi.org/10.1103/ RevModPhys.86.153
- Buluta I., Ashab S., Nori F. Neutral and artificial atoms for quantum computation. Rep. Prog. Phys, 2011, vol. 74, p. 104401. DOI: https:// doi.org/10.1088/0034-4885/74/10/104401
- 3. Scully M.O., Zubairy M.S. Quantum Optics. Cambridge: Cambridge University Press, 1997, 630 p.
- Bashkirov E.K. Thermal entanglement between a Jaynes-Cummings atom and an isolated atom. Intern. J. Theor. Phys, 2018, vol. 57, no. 12, pp. 3761–3771. DOI: https://doi.org/10.1007/s10773-018-3888-y
- 5. Yönac M.Y., Yu T., Eberly J.H. Sudden death of entanglement of two Jaynes-Cummings atoms. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys, 2006, vol. 39, pp. 621-625. DOI: https://doi.org/10.12693/APhysPolA.125.1069
- Yönac M.Y., Yu T., Eberly J.H. Pairwise concurrence dynamics: a four-qubit model. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys, 2007, vol. 40, pp. 45–59. DOI: https://doi.org/10.1088/0953-4075/40/9/S02
- 7. Xie Q., Fang M.-F. Entanglement dynamics of atoms in double Jaynes-Cummings models with Kerr medium. *Commun. Theor. Phys*, 2010, vol. 54, no. 5, pp. 840-844. DOI: https://doi.org/10.7498/aps.62.110301
- Zhu W.-T. et al. Dynamics of two qubits coupled independently to cavities in the ultrastrong coupling regime: analytical results. Chin. Phys. Lett, 2016, vol. 33, no. 5, p. 050302. DOI: https://doi.org/10.1088/0256-307X/33/5/050302
- 9. Liao Q. et al. The entanglement dynamics of two atoms in a double two-photon Jaynes-Cummings model. *Chinese Journal of Physics*, 2010, vol. 51, no. 2, pp. 404-411. DOI: https://doi.org/10.6122/CJP.51.404
- Bashkirov E.K., Evseev M.M. The influence of dipole-dipole interaction on entanglement of two superconducting qubits in the framework of double Jaynes-Cummins model. J. Phys.: Conference Ser, 2017, vol. 917, no. 6, p. 062011. DOI: https://doi.org/10.1088/ 1742-6596/917/6/062011
- 11. Bashkirov E.K. Entanglement between two dipole-coupled qubits interacting with two independent slightly detuned cavity modes. Intern. J. Theor. Phys, 2019, vol. 58, no. 7, pp. 2346–2356. DOI: https://doi.org/10.1007/s10773-019-04126-3

Physics of Wave Processes and Radio Systems 2021, vol. 24, no. 1, pp. 9–14

DOI 10.18469/1810-3189.2021.24.1.9-14

Received 15 December 2020 Accepted 18 January 2021

# Influence of detuning and Kerr nonlinearity on atom-atom entanglement in the double two-photon Jaynes-Cummings model

Rodion K. Zakharov, Evgeny K. Bashkirov 💿

Samara National Research University 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russia

*Abstract* – In this work, the authors investigated the dynamics of entanglement of two identical two-level atoms (qubits) in the framework of the two-photon double Jaynes-Cummings model, taking into account the detuning between atoms and the double frequency of the field modes of the resonators, as well as the Kerr medium in both resonators. The authors derived the time dependence of the negativity parameter for the Bell initial states of the atoms and the vacuum states of the resonator fields. The results showed that detuning and Kerr nonlinearity leads to stabilization of the entanglement for all initial Bell-type atomic states. For some initial atomic entanglement states, the detuning and Kerr environment in the resonators can prevent the effect of sudden death of the atom-atom entanglement.

Keywords - double Jaynes-Cummings model, two-level atoms, atomic entanglement, Kerr nonlinearity, negativity, detuning.

### Информация об авторах

Захаров Родион Константинович, аспирант 1 года обучения кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия. В 2020 г. окончил магистратуру физического факультета Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева. Автор 2 научных работ.

Область научных интересов: квантовая оптика и квантовая радиофизика, квантовая информатика.

E-mail: ssau@ssau.ru

Башкиров Евгений Константинович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Россия. В 1978 г. окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета и в 1984 г. – аспирантуру при Московском государственном университете. Автор более 350 научных работ.

Область научных интересов: квантовая оптика и квантовая радиофизика, квантовая информатика, теория неравновесных явлений.

*E-mail*: bash@samsu.ru

ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2569-1322

## Information about the Authors

Rodion K. Zakharov, 1st year postgraduate student of the Department of General and Theoretical Physics, Samara National Research University, Samara, Russia. In 2020, he graduated from the magistracy of the Physics Department of the Samara National Research University. Author of two scientific papers.

Research interests: quantum optics and quantum radiophysics, quantum informatics.

E-mail: ssau@ssau.ru

**Evgeny K. Bashkirov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of the Department of General and Theoretical Physics, Samara National Research University, Samara, Russia. In 1978, he graduated from the Physics Department of Kuibyshev State University and in 1984 - post graduated from Moscow State University. Author of over 350 scientific papers.

Research interests: quantum optics and quantum radiophysics, quantum informatics, theory of nonequilibrium phenomena.

E-mail: bash@samsu.ru

ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2569-1322